

提纲

算法的由来

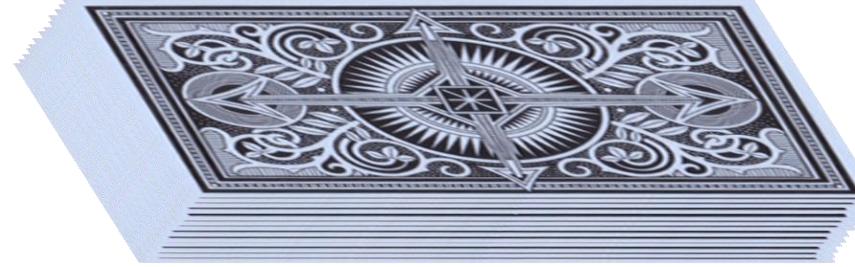
算法的定义

算法的性质

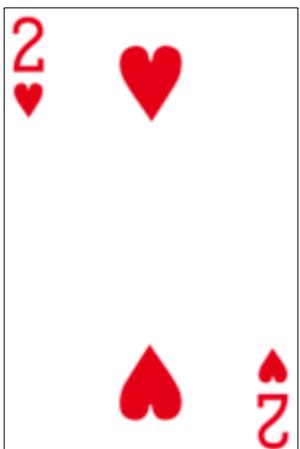
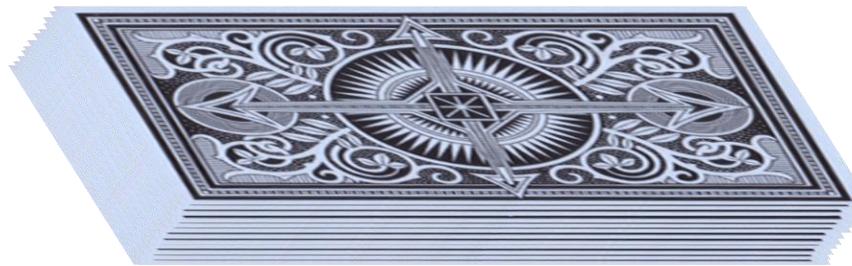
算法的表示

算法的分析

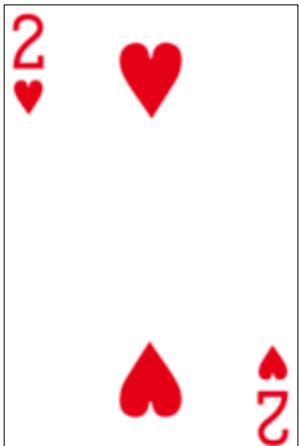
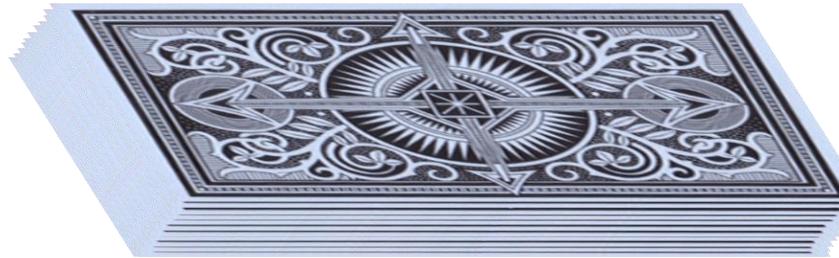
生活中的算法



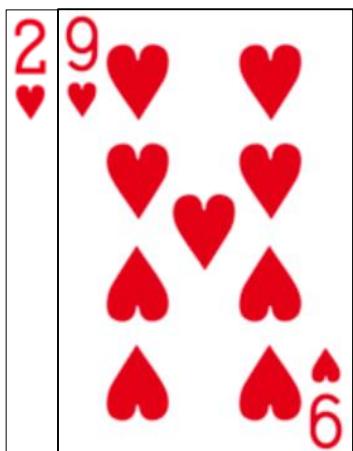
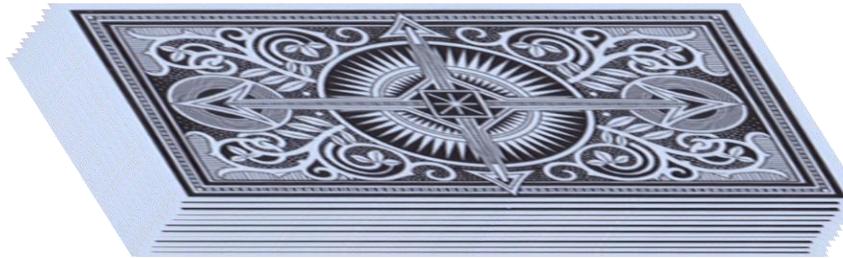
生活中的算法



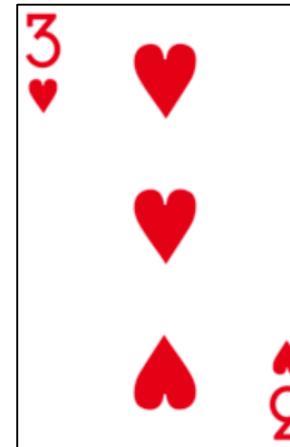
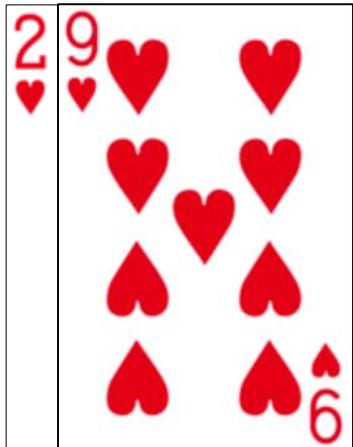
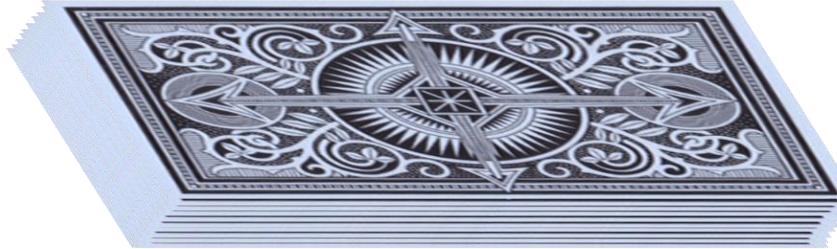
生活中的算法



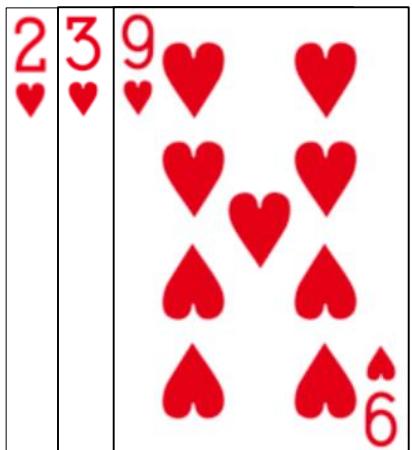
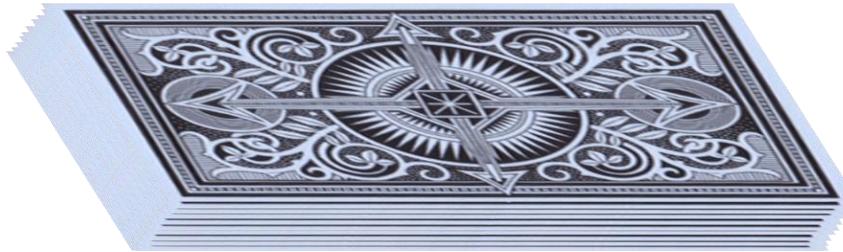
生活中的算法



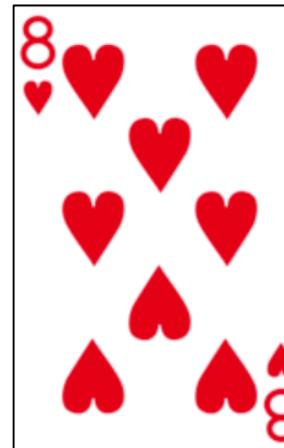
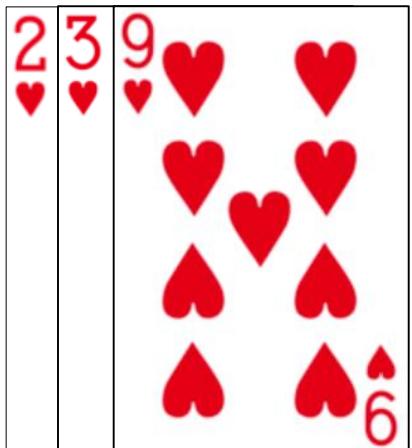
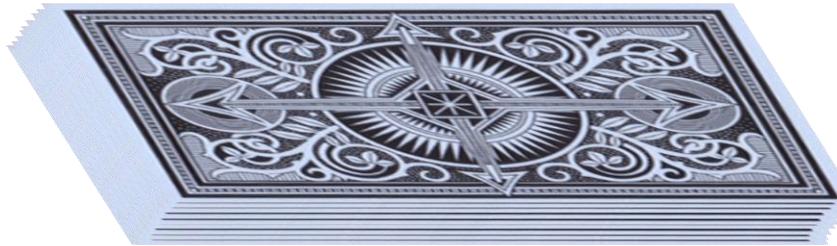
生活中的算法



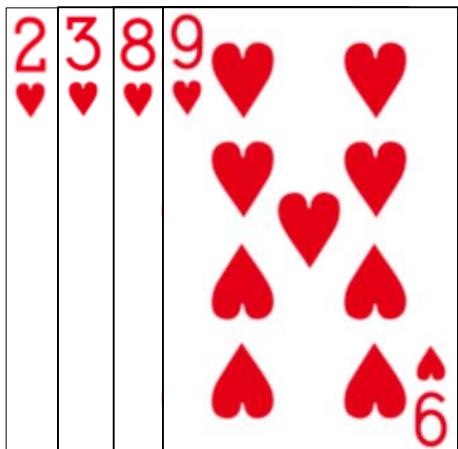
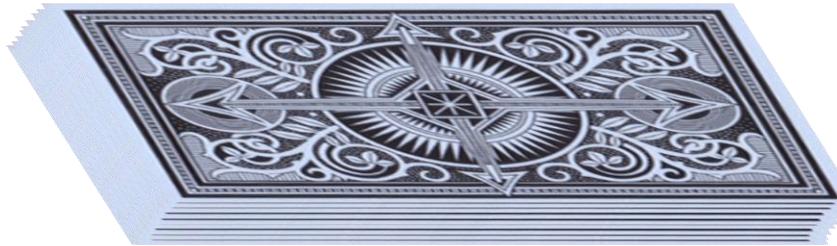
生活中的算法



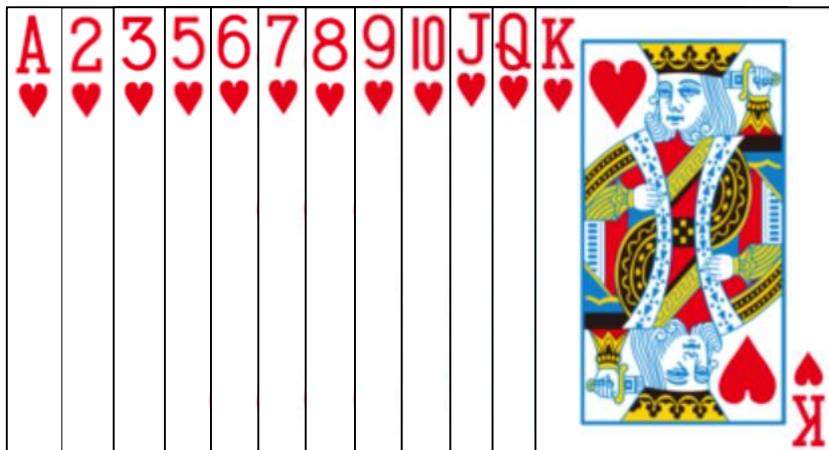
生活中的算法



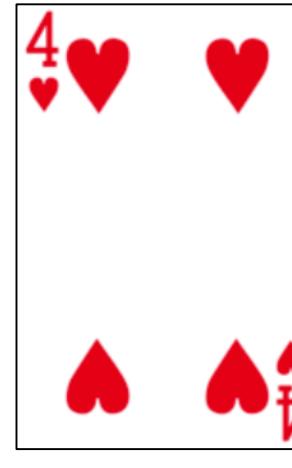
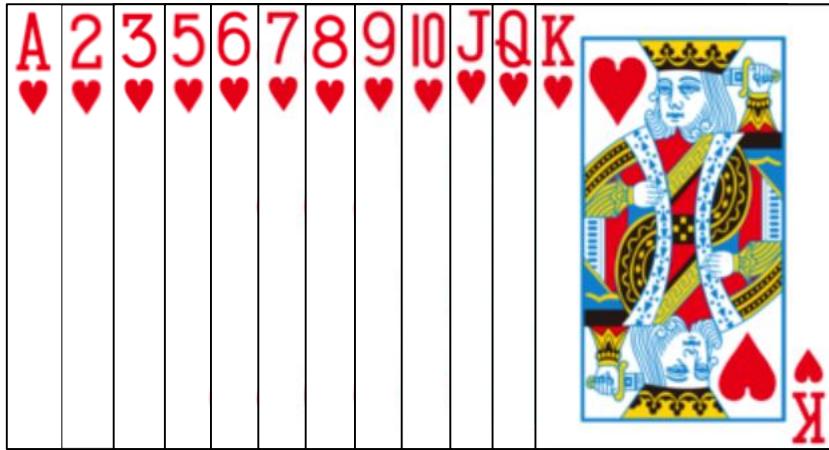
生活中的算法



生活中的算法



生活中的算法



生活中的算法



计算问题

- 定义
 - 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题

计算问题

- 定义
 - 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题
- 示例

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

计算问题

- 定义
 - 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题
- 示例

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

输入：
包含16个数字的数组

24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

计算问题

- 定义
 - 给定数据输入，计算满足某种性质输出的问题
- 示例

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

输入：
包含16个数字的数组

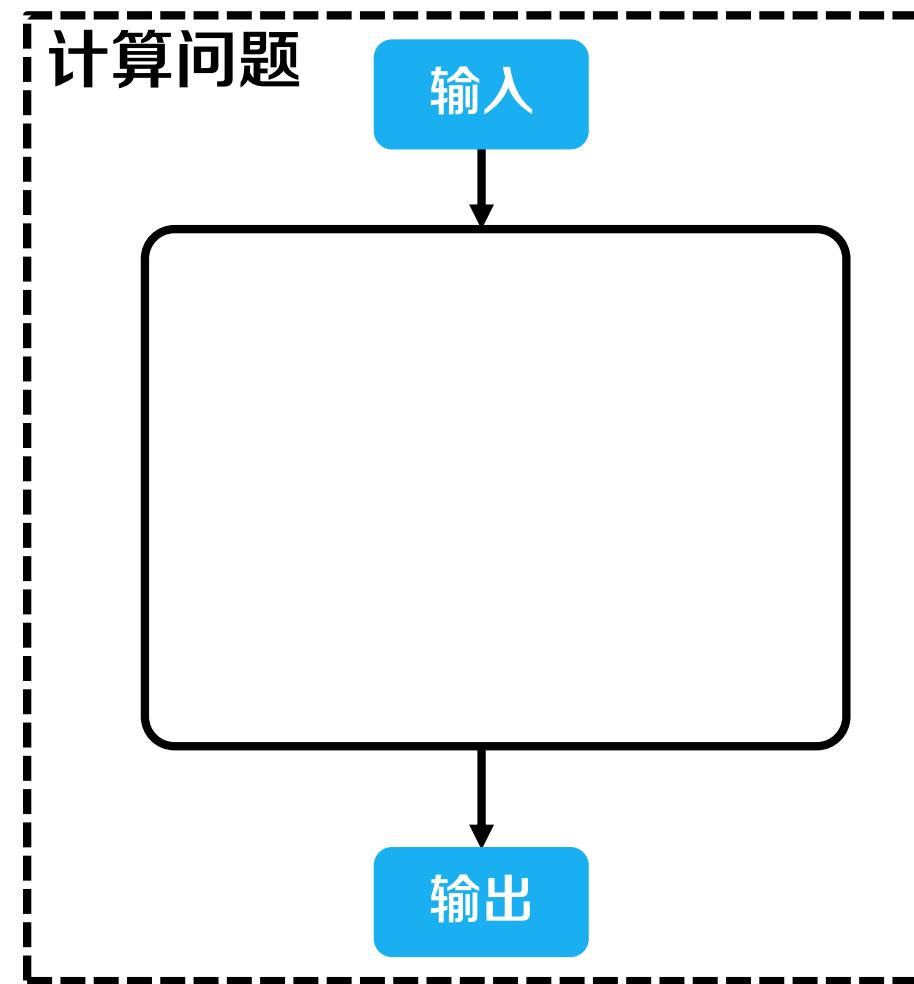
24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

输出：
满足升序性质的输入数组

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

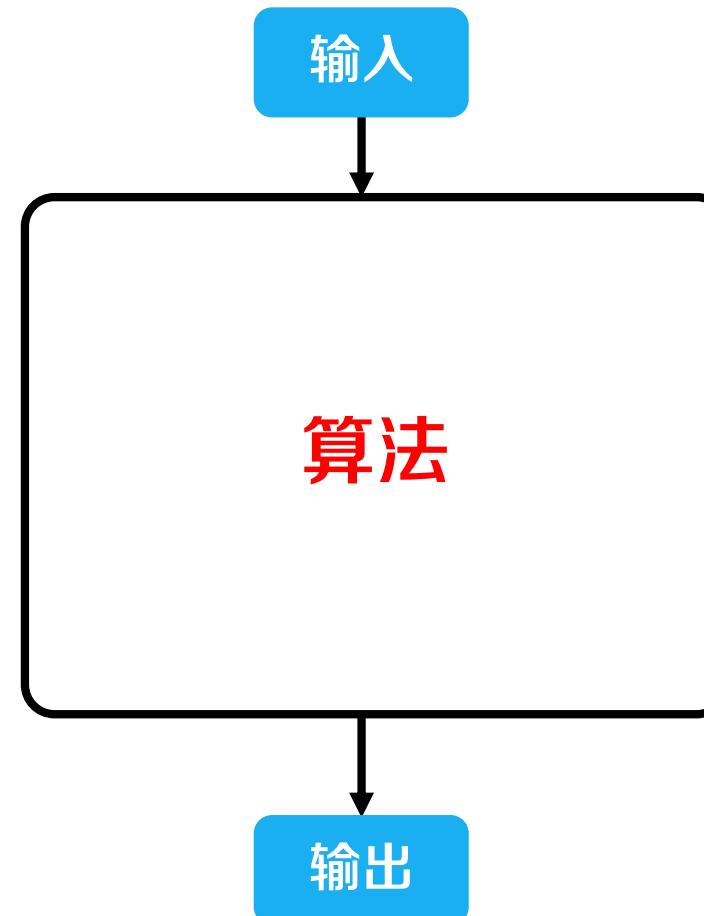
算法的定义

- 给定计算问题



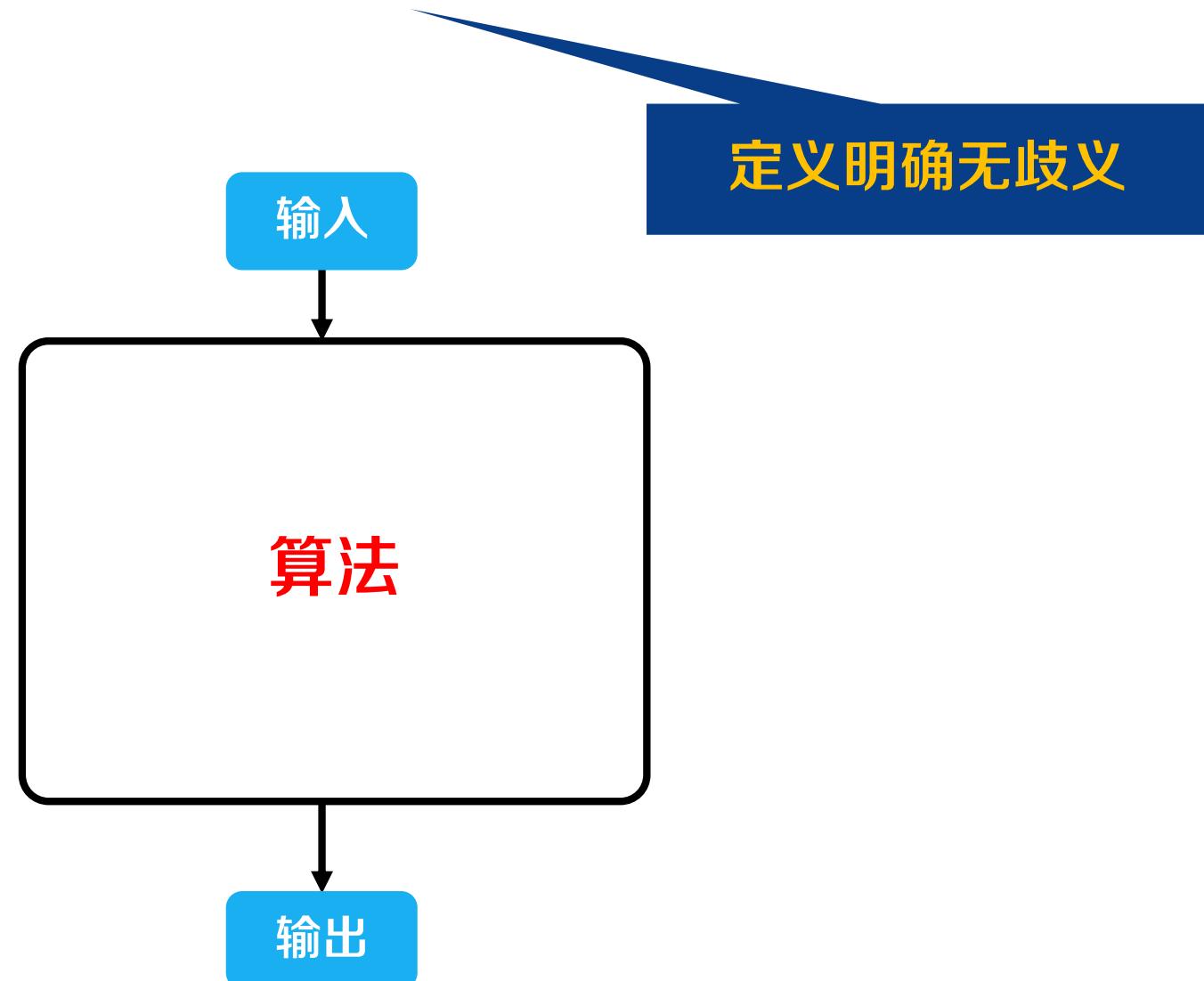
算法的定义

- 给定计算问题，**算法**是一系列良定义的计算步骤



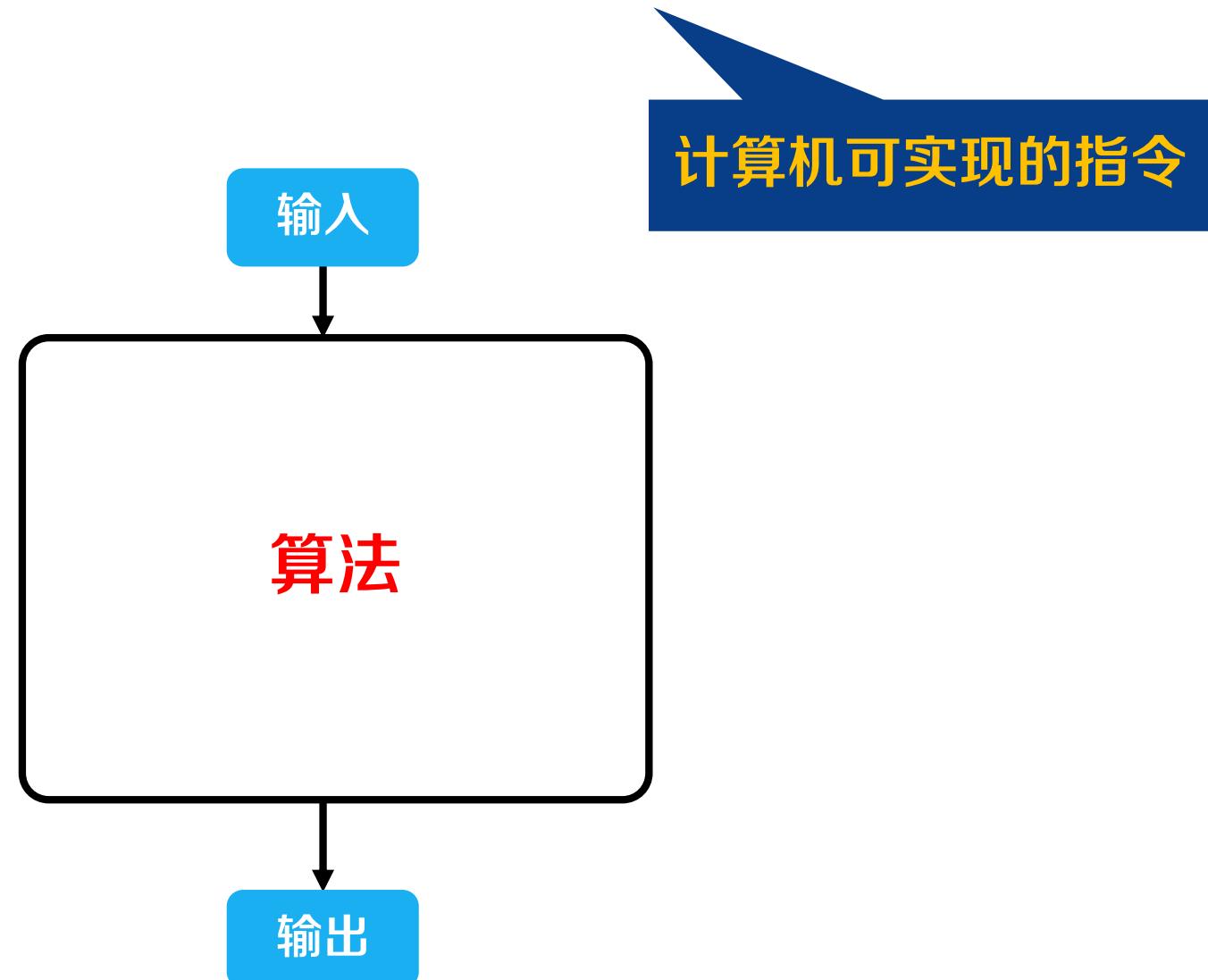
算法的定义

- 给定计算问题，算法是一系列**良定义**的计算步骤



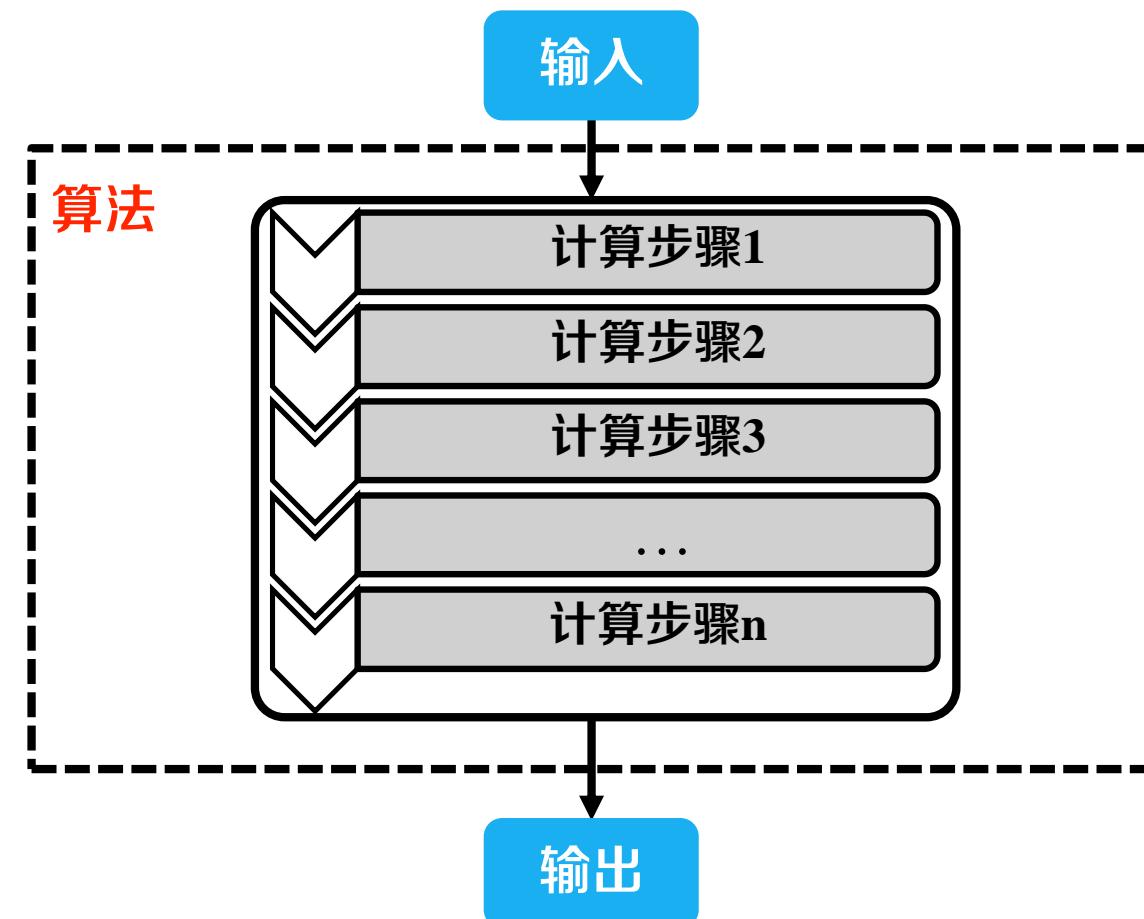
算法的定义

- 给定计算问题，算法是一系列良定义的**计算步骤**



算法的定义

- 给定计算问题，算法是一系列良定义的计算步骤，逐一执行计算步骤即可得预期的输出



插入排序

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

● 插入排序算法

- 将数组待排序元素依次插入到已排序部分，使已排序部分保持升序的性质

插入排序：算法实例

- 输入：

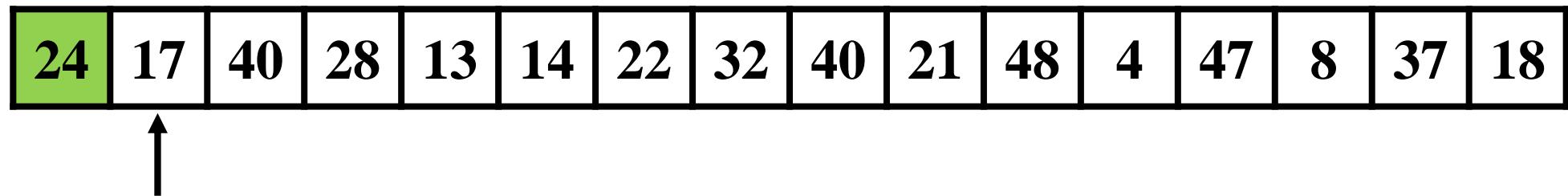
- <24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>

24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

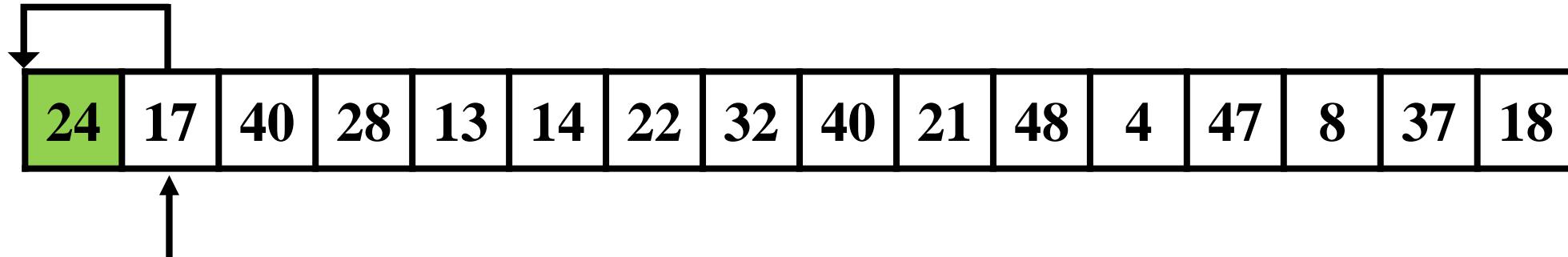
插入排序：算法实例

24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

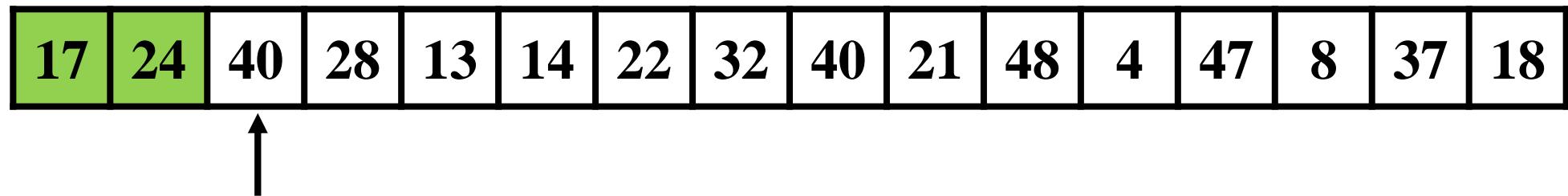
插入排序：算法实例



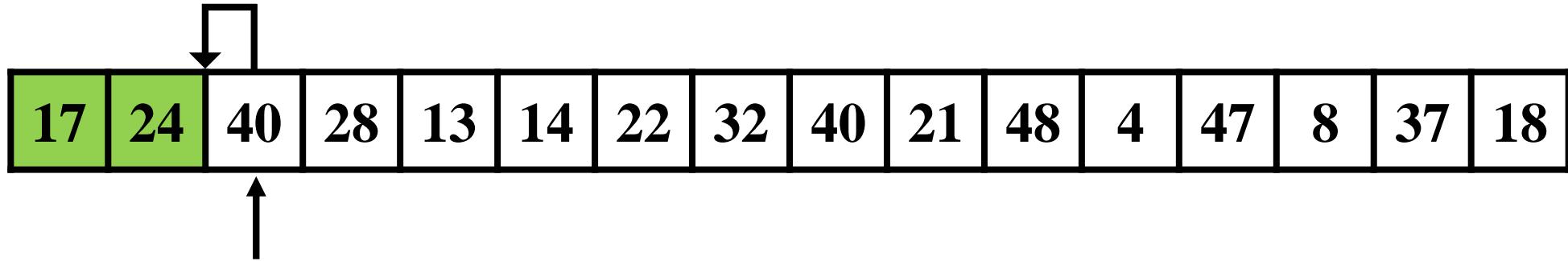
插入排序：算法实例



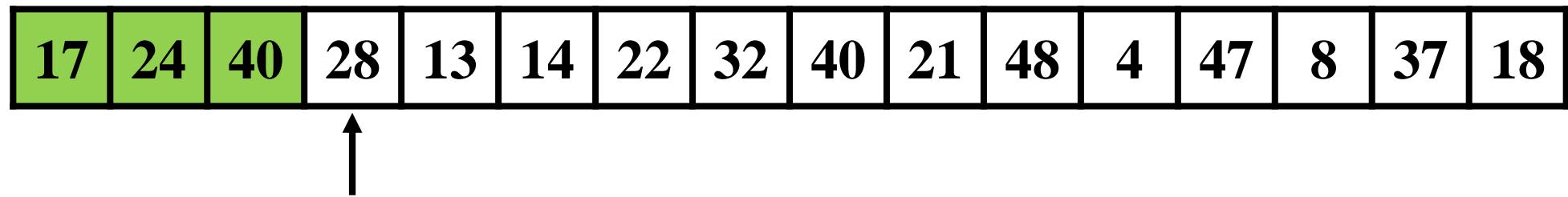
插入排序：算法实例



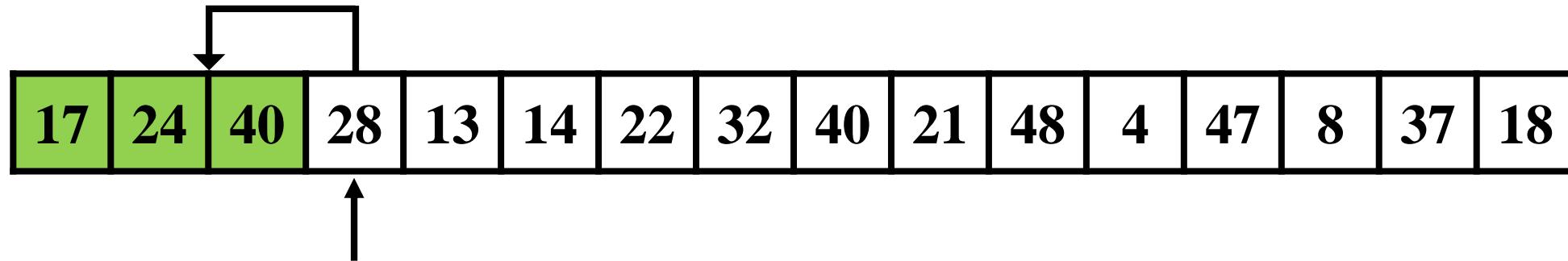
插入排序：算法实例



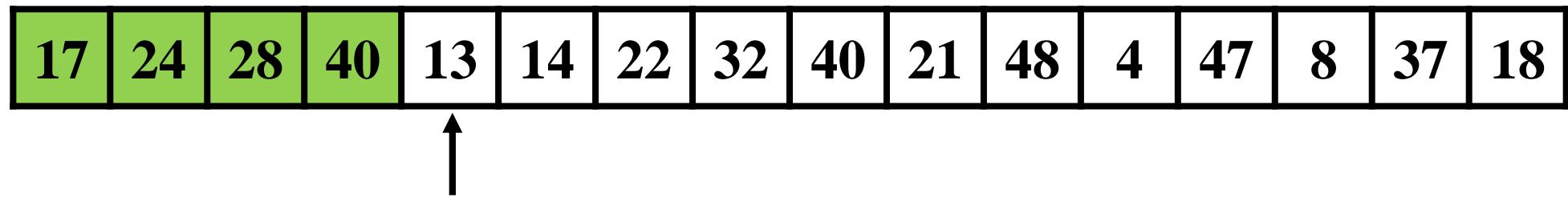
插入排序：算法实例



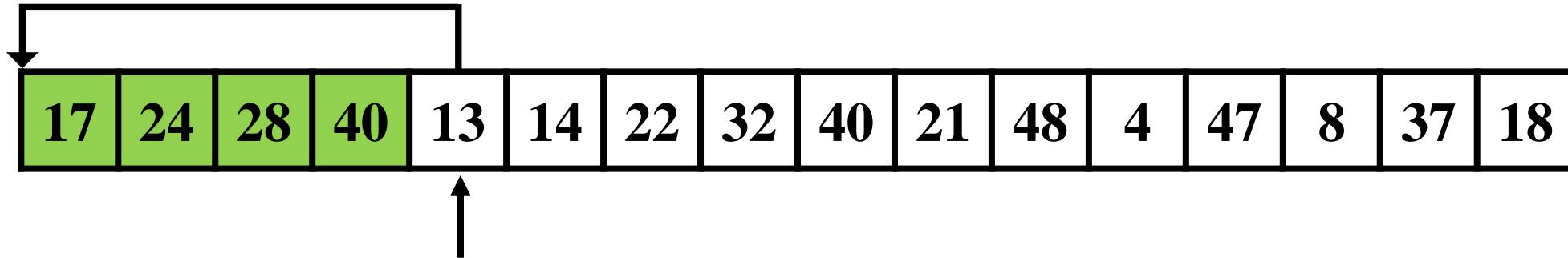
插入排序：算法实例



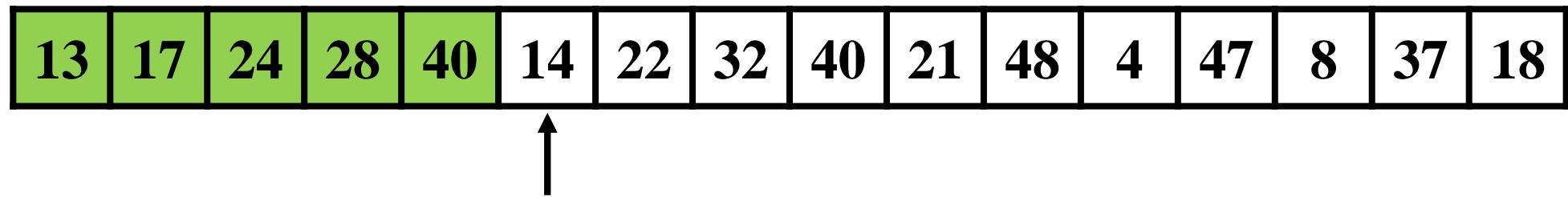
插入排序：算法实例



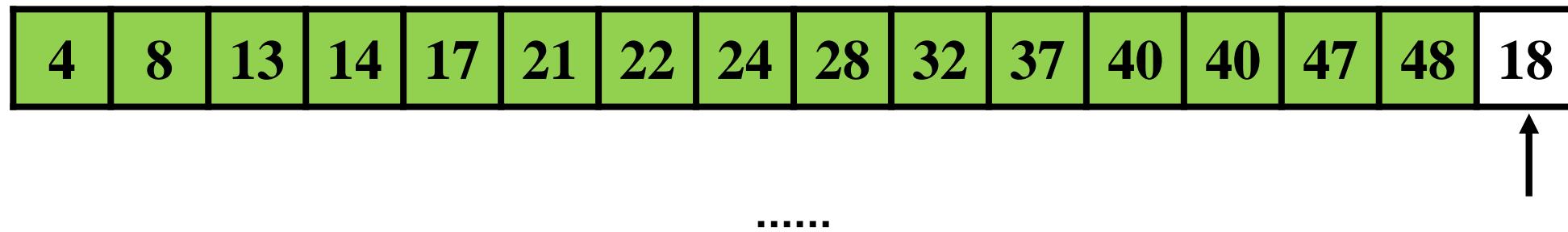
插入排序：算法实例



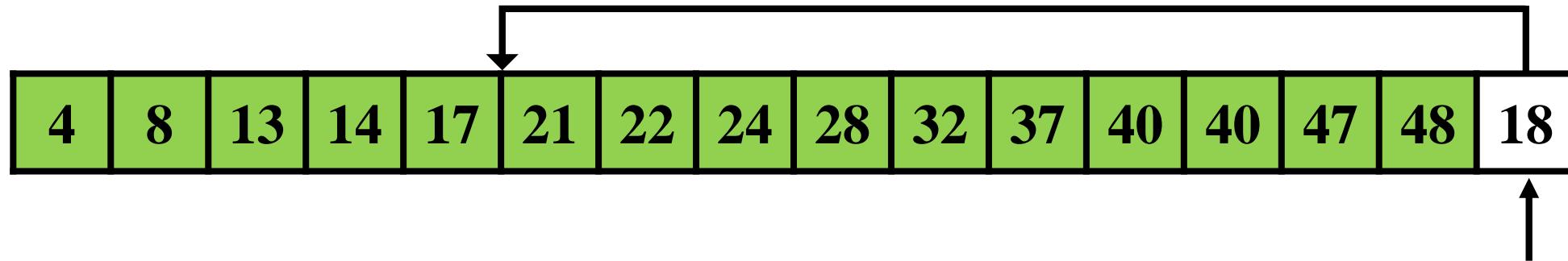
插入排序：算法实例



插入排序：算法实例



插入排序：算法实例



插入排序：算法实例

- **输入：**
 - <24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>
- **输出：**
 - <4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48>



插入排序：算法实例

- **输入：**
 - <24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>
- **输出：**
 - <4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48>

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

问题：排序问题是否存在其他算法？

选择排序

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

● 选择排序算法

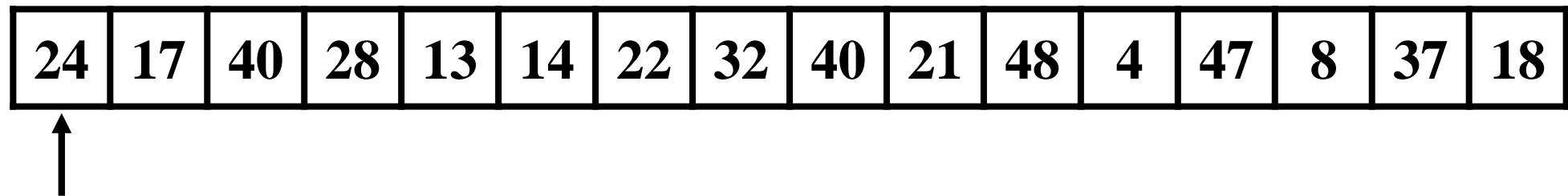
- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

选择排序：算法实例

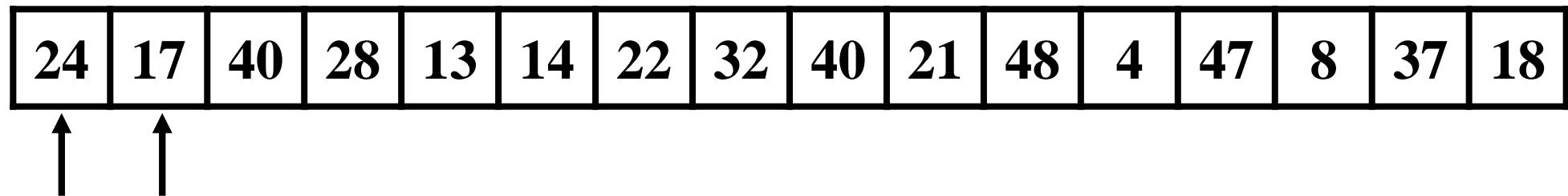
- 输入： $<24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>$

24	17	40	28	13	14	22	32	40	21	48	4	47	8	37	18
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----	----

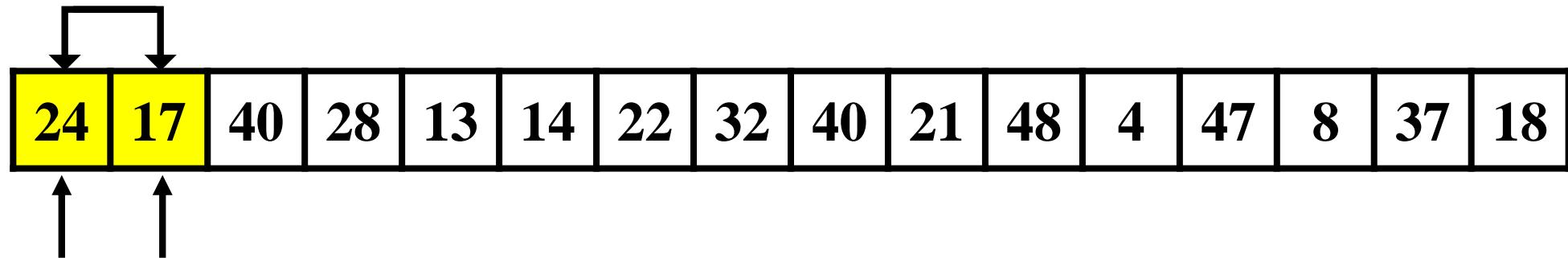
选择排序：算法实例



选择排序：算法实例

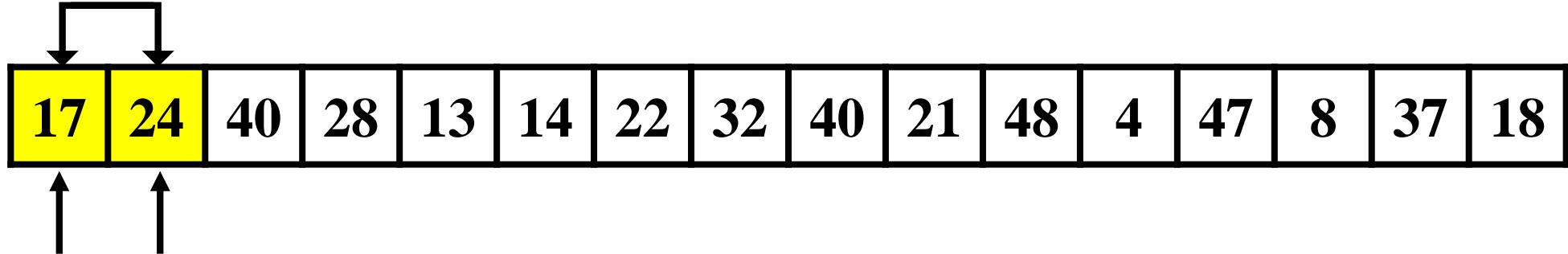


选择排序：算法实例



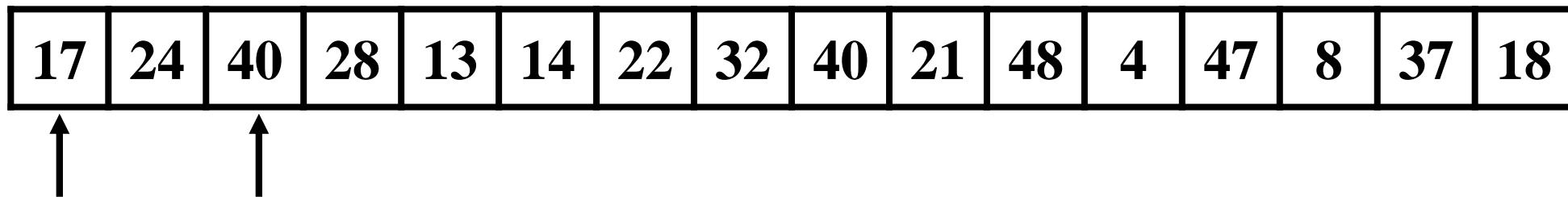
$24 > 17$

选择排序：算法实例



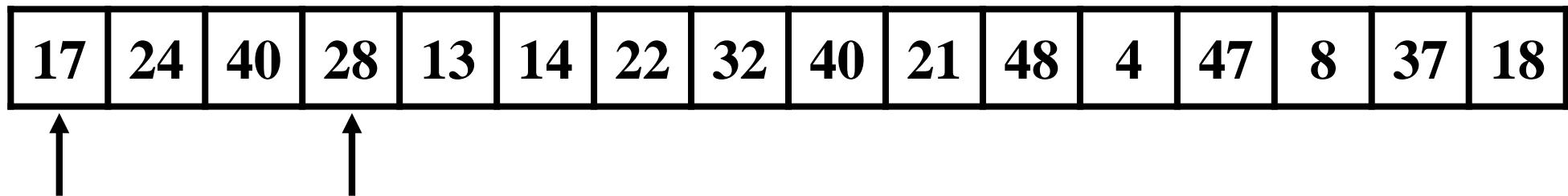
$17 < 24$

选择排序：算法实例



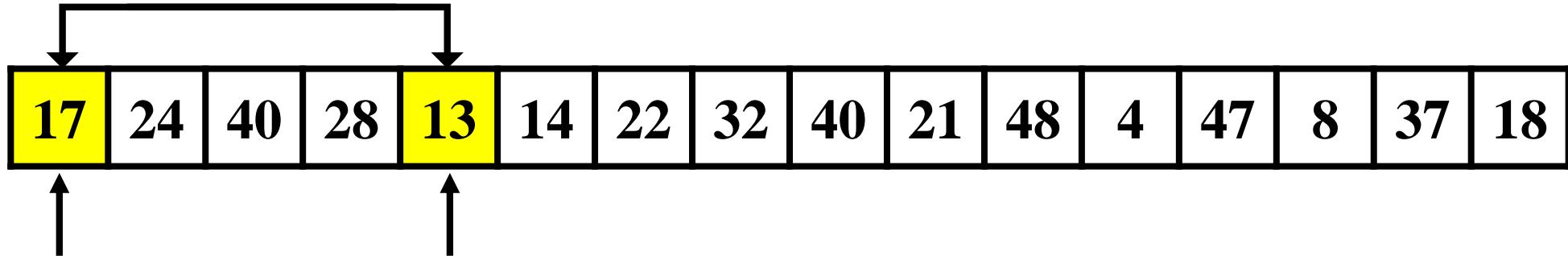
$17 < 40$

选择排序：算法实例



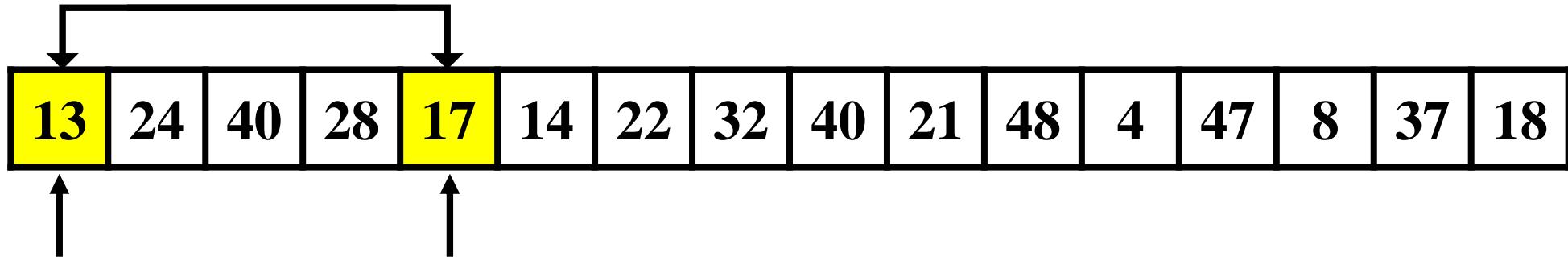
$17 < 28$

选择排序：算法实例



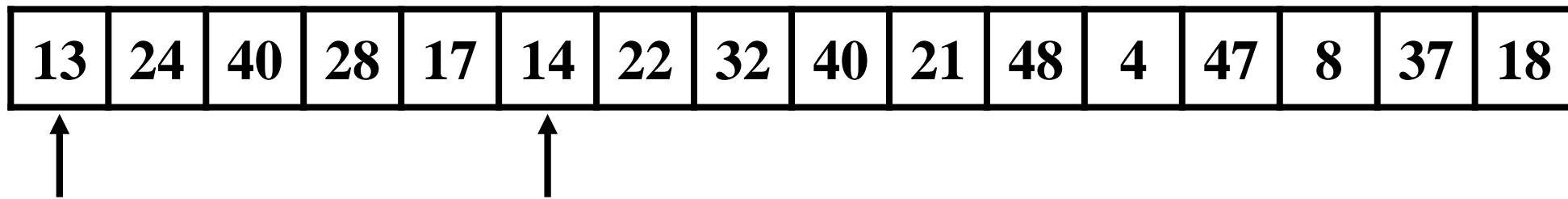
$17 > 13$

选择排序：算法实例



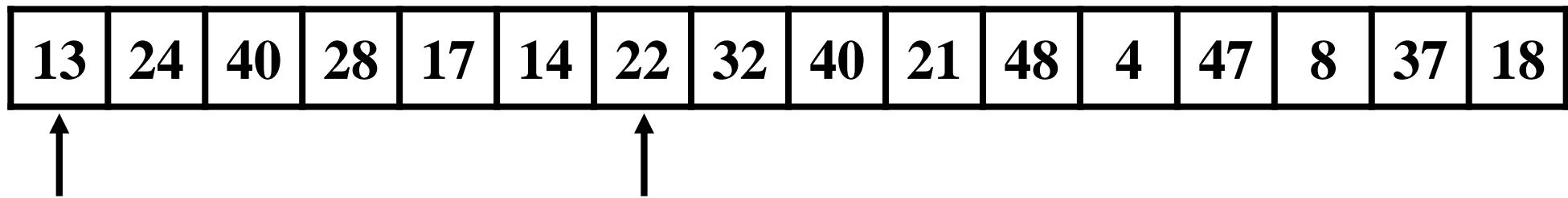
$13 < 17$

选择排序：算法实例



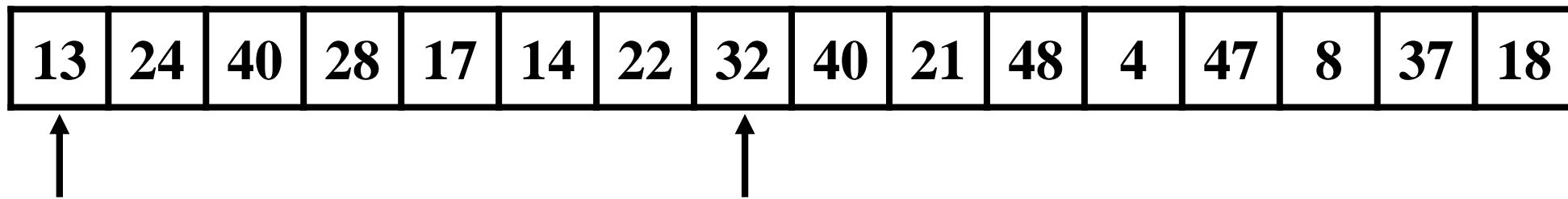
$13 < 14$

选择排序：算法实例



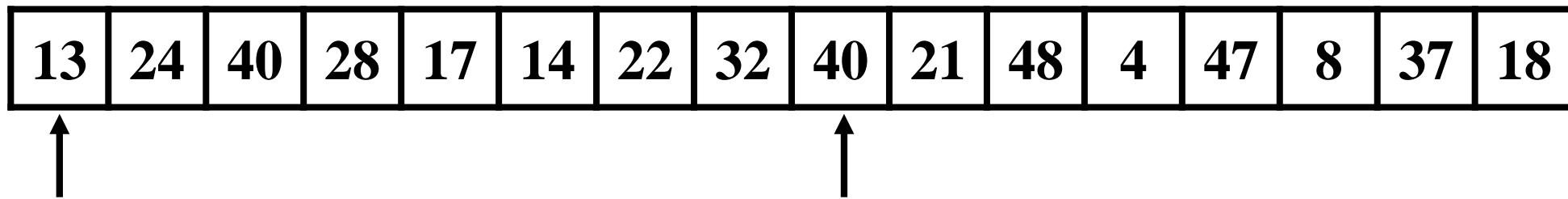
$13 < 22$

选择排序：算法实例



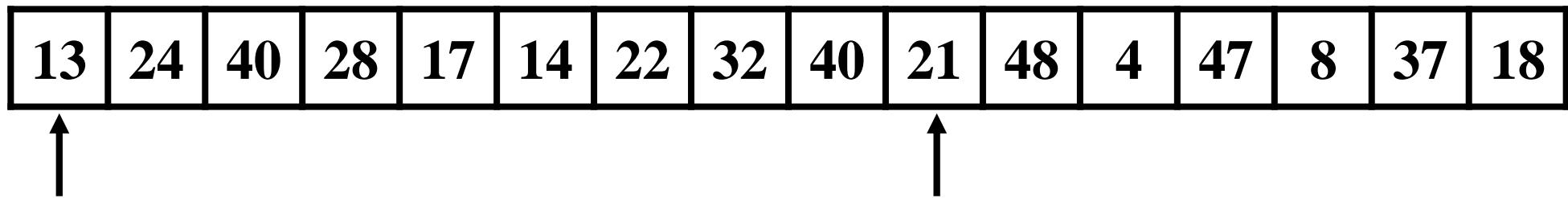
$13 < 32$

选择排序：算法实例



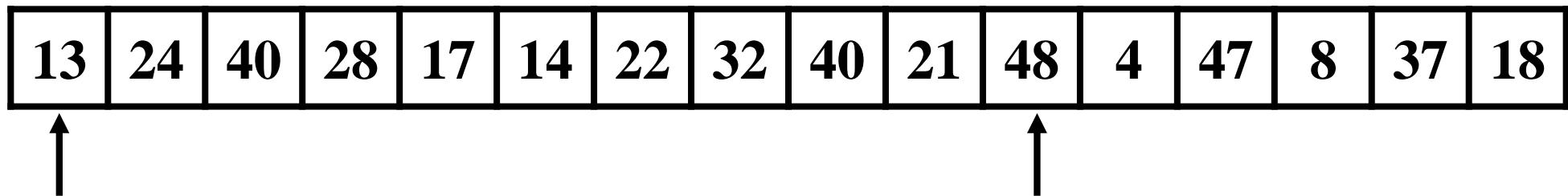
$13 < 40$

选择排序：算法实例



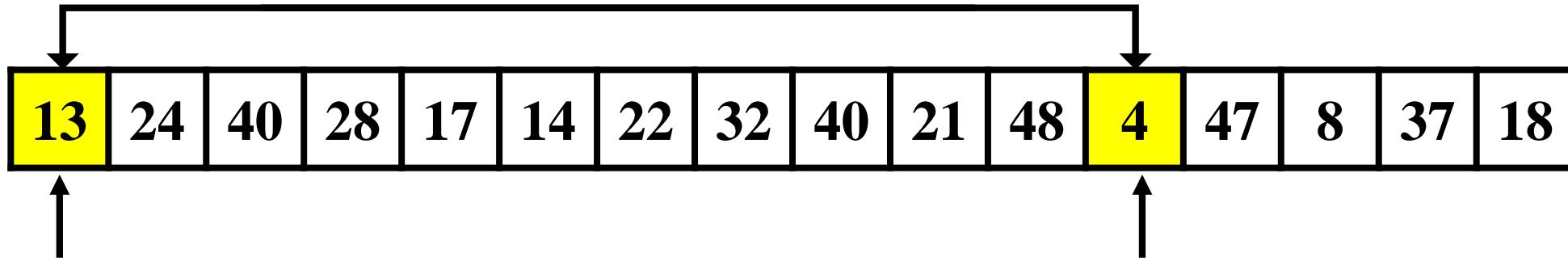
$13 < 21$

选择排序：算法实例



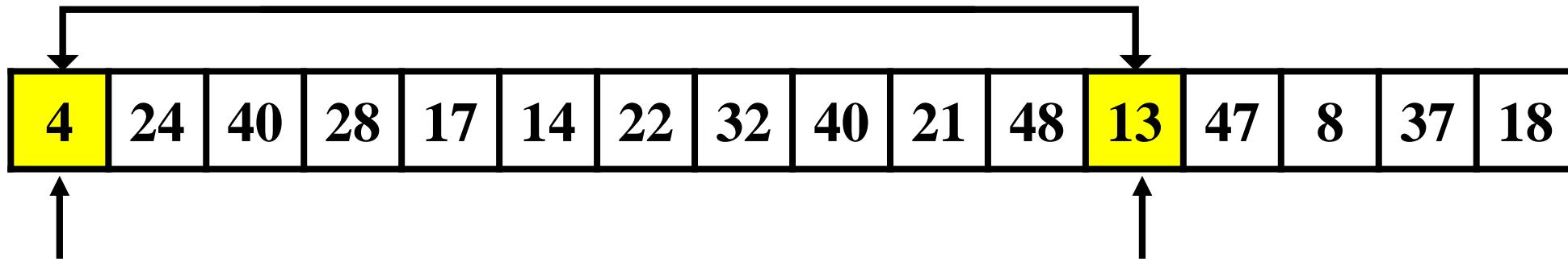
$13 < 48$

选择排序：算法实例



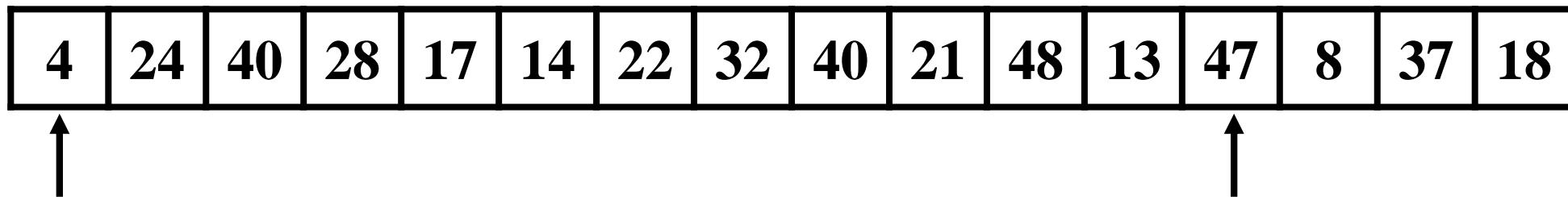
$13 > 4$

选择排序：算法实例



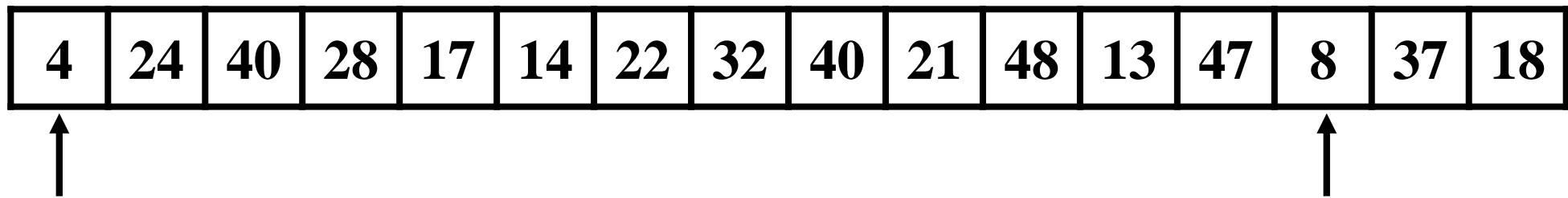
$4 < 13$

选择排序：算法实例



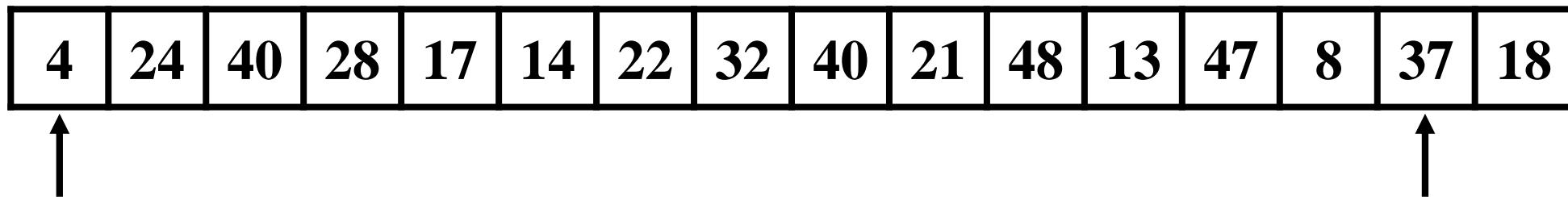
$4 < 47$

选择排序：算法实例



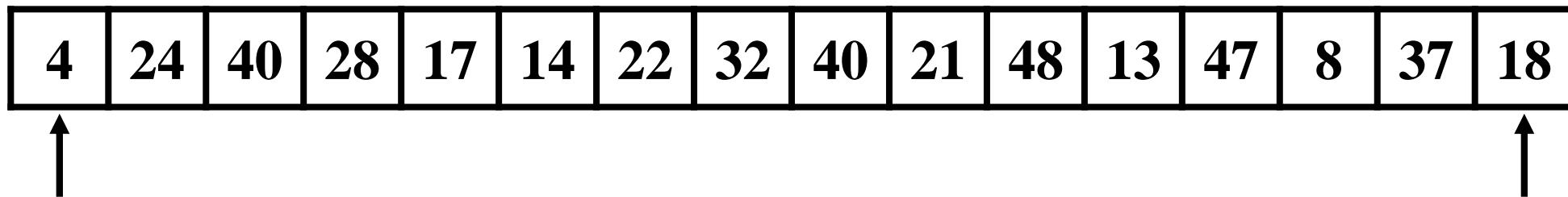
$$4 < 8$$

选择排序：算法实例



$4 < 37$

选择排序：算法实例



$4 < 18$

选择排序：算法实例

4	24	40	28	17	14	22	32	40	21	48	13	47	8	37	18
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----

选择排序：算法实例

4	8	40	28	24	17	22	32	40	21	48	14	47	13	37	18
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

选择排序：算法实例

4	8	13	40	28	24	22	32	40	21	48	17	47	14	37	18
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

选择排序：算法实例

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

.....

选择排序：算法实例

- 输入：<24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>
- 输出：<4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48>

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

选择排序：算法实例

- 输入：<24, 17, 40, 28, 13, 14, 22, 32, 40, 21, 48, 4, 47, 8, 37, 18>
- 输出：<4, 8, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 24, 28, 32, 37, 40, 40, 47, 48>
- 满足
 - $4 \leq 8 \leq 13 \leq 14 \leq 17 \leq 18 \leq 21 \leq 22 \leq 24 \leq 28 \leq 32 \leq 37 \leq 40 \leq 40 \leq 47 \leq 48$

4	8	13	14	17	18	21	22	24	28	32	37	40	40	47	48
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

提纲

算法的由来

算法的定义

算法的性质

算法的表示

算法的分析

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须在有限个计算步骤后终止

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须在有限个计算步骤后终止
- 反例：
 - 给定输入数组，不断交换首尾元素的位置

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须在有限个计算步骤后终止

- 反例：

- 给定输入数组，**不断交换首尾元素的位置**

动作序列没有终结

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须在有限个计算步骤后终止
- 反例：
 - 给定输入数组，不断交换首尾元素的位置
- 正例：选择排序
 - 第一次遍历找到最小元素
 - 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
 - ...
 - 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须在有限个计算步骤后终止
- 反例：
 - 给定输入数组，不断交换首尾元素的位置
- 正例：选择排序
 - 第一次遍历找到最小元素
 - 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
 - ...
 - 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

遍历次数至多与数组元素个数相同

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 算法必须是没有歧义的

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须是没有歧义的
- 反例：
 - 对于给定输入数组，交换两个数的位置

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须是没有歧义的
- 反例：
 - 对于给定输入数组，交换两个数的位置

没有具体指明是哪两个数

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须是没有歧义的
- 反例：
 - 对于给定输入数组，交换两个数的位置
- 正例：选择排序
 - 第一次遍历找到最小元素
 - 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
 - ...
 - 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 算法必须是没有歧义的
- 反例：
 - 对于给定输入数组，交换两个数的位置
- 正例：选择排序
 - 第一次遍历找到最小元素
 - 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
 - ...
 - 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

每一个步骤都是确定的

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 可以机械地一步一步执行基本操作步骤

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 可以机械地一步一步执行基本操作步骤
- 反例：
 - 将大元素放数组后部，小元素放数组前部

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 可以机械地一步一步执行基本操作步骤
- 反例：
 - 将大元素放数组后部，小元素放数组前部

描述含糊，不可拆解为基本操作步骤

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义
 - 可以机械地一步一步执行基本操作步骤
- 反例：
 - 将大元素放数组后部，小元素放数组前部
- 正例：选择排序
 - 第一次遍历找到最小元素
 - 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
 - ...
 - 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

$$\text{满足 } a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

算法的性质

有穷性

确定性

可行性

- 含义

- 可以机械地一步一步执行基本操作步骤

- 反例：

- 将大元素放数组后部，小元素放数组前部

- 正例：选择排序

- 第一次遍历找到最小元素
- 第二次在剩余数组中遍历找到次小元素
- ...
- 第 n 次在剩余数组中遍历找到第 n 小元素

排序问题

Sorting Problem

输入

- 包含 n 个数字的数组 $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$

输出

- 升序排列的数组

$$\langle a'_1, a'_2, \dots, a'_n \rangle$$

满足 $a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$

算法可一步步地执行完成