概率论与数理统计

复　习　题

一. 填空

1. P（A）$=0.8$，P（B）$=0.3$，$B\subset A$,则P（$A|B$）$=$________
2. P（A）$=0.4$，P（$A\bigcup B$）$=0.9$，A与B互斥，则P（B）$=$________
3. $P(A)=0.5$，$P(B)=0.3$,且A与B相互独立，则P（AB）$=$_____，$P(A-B)=$_____
4. 某人抛3次骰子,则至少有一次出现6点的概率为________
5. 一只袋中装有3个红球,2个白球,有放回的随机抽取3次, 正好有两次取到红球的概率为____
6. 已知随机变量X在$[1,3]$上服从均匀分布, 则$EX^2=$__________
7. 设随机变量$X\sim B(n,p)$,且$E(X)=1.6, E(X^2)=3.04$,则$n=$_____　$p=$______
8. $X\sim N(1,4)$,$Y\sim N(0,1)$,$\rho_{XY}=0.2$, 则$X-2Y$服从__________分布
9. 一组随机样本观测值为2, 5, 2 , 1,4, 3, 则其样本均值为__________， 样本标准差为________
10. 总体$X\sim N(1,4)$，X_1,X_2,X_3,X_4是来自于X的一个样本, 则$\overline{X}$服从_________分布，

　　$Y=\dfrac{1}{8}[(X_1-X_2)^2+(X_3-X_4)^2]$, 则$Y$服从________分布.

11. 已知随机变量$X\sim N(3,16)$，且$P(X<3)=$_______，$Y=2X-3$，则Y服从_________.
12. 已知随机变量$X\sim\pi(\lambda)$，且$E[(X-1)(X-2)]=1$，则$\lambda=$________.

13*. X_1,X_2,X_3是来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的一个样本，则μ的矩估计为_____________,若

　　$\hat{\sigma}^2=k(X_1-2X_2+X_3)^2$为$\sigma^2$的无偏估计，$k$的值为_____________。

二. 甲、乙、丙三台机床加工同样零件，其废品率分别为0.03，0.02，0.01。现有一批零件共180个，甲、乙、丙机床分别加工90件、60件和30件，在这批零件中任取一件，求它是合格品的概率.

三. 已知发送方发出0和1两种信号的比例为3：2，发出信号0时，接受方误收为信号1的概率为0.1，发送方发出信号1时，误收为0的概率为0.05，现接收到一个信号0，问发出的信号是1的概率为多少？

四. 已知随机变量X与Y的联合分布律为

X \ Y	-1	1	2
-1	a	0.5	0
1	0.1	b	0.2

已知$E(X)=-0.2$，求(1) a，b的值；　(2) $P\{X+Y\le 2\}$；　（3）$D(Y)$；

（4）$Z=XY$的分布律；(5) 判断X与Y是否相互独立.

五．随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ax & 0\le x\le y\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求：（1）A的值；（2）$P\{X+Y<1\}$；（3）边缘密度函数；（4）$Cov(X,Y)$

六. 随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Axy & 0\le x\le 1,0\le y\le 2\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求：（1）A的值；（2）$P\{X+Y<1\}$；（3）$D(X+Y)$；（4）X与Y是否相关；

（5）X与Y是否相互独立？

七．随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-x-2y} & x>0,y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求：（1）A的值；（2）$P\{X>Y\}$；（3）边缘密度函数；（4）X与Y是否相互独立？

八． 随机变量Y的概率密度为:

$$f(x)=\begin{cases}c(1-x) & 0<x<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}\qquad c\text{为常数}$$

求 (1)c的值 ； (2) 分布函数$F(x)$； (3)$P\left\{|X|>\dfrac{1}{2}\right\}$； (4) $D(X)$． *（5）$Y=3X$的密度函数

九、设总体X的分布律为

X	0	1	2
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中$0<\theta<1$，已知取得的样本观测值为0，1，1，2，试求参数θ的矩估计值和极大似然估计值。

十、总体X服从参数为λ的指数分布，密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求参数λ的极大似然估计量。

十一、一批电子元件的合格率为80%，任取100件，其中合格品数超过90件的概率为多少？试用中心极限定理求解。

十二、某宾馆有400台空调，各台空调独立运转，每台空调每天用电量（kW.h）服从[30，36]的均匀分布，若要以99%的概率保证这些空调都能正常运转，则每天至少要供应多少电量？

十三、在稳定生产的情况下，某工厂生产的电灯泡使用时数可认为是服从正态分布，观察 20 个灯泡的使用时数，测得其平均寿命为 1832 小时，标准差为 497 小时。试构造灯泡使用寿命的总体平均值 95%的单侧置信下限。

十四、为研究某种型号轮胎的耐磨性，随机抽取 16 只测试，记录其磨坏时所行使的里程数（千米），测得 $\bar{x}=41116$，$S=6346$，假定样本来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$，求这种轮胎的平均行使路程 μ 和方差 σ^2 的 0.95 置信区间。

十五、某车间生产的滚珠直径可以认为是服从正态分布，且方差是 0.05。从某天的产品中随机抽取 6 个，测得直径为（单位：毫米）

14.93　15.10　14.98　14.85　15.15　15.01

试给出滚珠的平均直径的置信区间。（$\alpha=0.05$）

十六、已知某种尼纶的纤度正常条件下服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，某次取 5 根测试，测得纤度为 1.32，1，55，1.36，1，40，1.44，问可否认为这批尼纶纤度高于 1.50？（$\alpha=0.05$）

十七、食品厂自动装罐机包装的罐头标准重量为 500 克, 每隔一段时间检查机器工作情况。现在抽样得到 10 罐罐头重量数据(单位:克):

495,510, 505,498,503,492,502,512,497,506

假定重量 X 服从正态分布,试问机器工作是否正常?（$\alpha=0.01$）

十八、 某袋装产品重量服从 $N(\mu,\sigma^2)$，现从一批产品抽取 16 袋，测得重量平均值为 $\bar{x}=503$，样本标准差 $s=15$，取显著性水平 $\alpha=0.10$，问：

（1）能否认为这种产品的重量均值为 480？

（2）封装时要求标准差不得大于 13，这批产品封装是否合格？