

# 概率论与数理统计

## 复习题

### 一. 填空

1.  $P(A) = 0.6, P(A-B) = 0.2$ , 则  $P(B|A) = \underline{\underline{2/3}}$
2.  $P(A) = 0.4, P(A \cup B) = 0.9$ ,  $A$  与  $B$  互斥, 则  $P(B) = \underline{\underline{0.5}}$
3.  $P(A \cup B) = 0.6, P(B) = 0.2$  且  $A$  与  $B$  相互独立, 则  $P(AB) = \underline{\underline{0.1}}$ ,
4. 某人抛 3 次骰子, 则至少有一次出现 6 点的概率为 \_\_\_\_\_
5. 一只袋中装有 3 个红球, 2 个白球, 有放回的随机抽取 3 次, 正好有两次取到红球的概率为 \_\_\_\_\_
6. 已知随机变量  $X$  在  $[1,3]$  上服从均匀分布, 则  $EX^2 = \underline{\underline{13/3}}$
7. 设随机变量  $X \sim B(n, p)$ , 且  $E(X) = 1.6, E(X^2) = 3.84$ , 则  $n = \underline{\underline{8}} \quad p = \underline{\underline{0.2}}$
8.  $X \sim N(1,4), Y \sim N(-1,1), \rho_{XY} = 0.2$ , 则  $X - 2Y$  服从 N(3, 6.4) 分布
9. 一组随机样本观测值为 2, 5, 2, 1, 4, 3, 则其样本均值为 \_\_\_\_\_, 样本标准差为 \_\_\_\_\_
10. 总体  $X \sim N(1,4)$ ,  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自于  $X$  的一个样本, 则  $\bar{X}$  服从 N(1,1) 分布,

$$Y = \frac{1}{8}[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2], \text{ 则 } Y \text{ 服从 } \underline{\underline{\text{分布}}}.$$

11. 已知随机变量  $X \sim N(3,16)$ , 且  $P(X < 3) = \underline{\underline{0.5}}$ ,  $Y = 2X - 3$ , 则  $Y$  服从 N(3,64).
12. 已知随机变量  $X \sim \pi(\lambda)$ , 且  $E[(X-1)(X-2)] = 1$ , 则  $\lambda = \underline{\underline{1}}$ .
13.  $X_1, X_2, X_3$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的一个样本, 则  $\mu$  的矩估计为 \_\_\_\_\_, 若  $\hat{\sigma}^2 = k(X_1 - 2X_2 + X_3)^2$  为  $\sigma^2$  的无偏估计,  $k$  的值为 1/6.

二. 甲、乙、丙三台机床加工同样零件, 其废品率分别为 0.03, 0.02, 0.01。现有一批零件共 180 个, 甲、乙、丙机床分别加工 90 件、60 件和 30 件, 在这批零件中任取一件, 求它是合格品的概率。 (0.977)

三. 已知发送方发出 0 和 1 两种信号的比例为 3: 2, 发出信号 0 时, 接受方误收为信号 1 的概率为 0.1, 发送方发出信号 1 时, 误收为 0 的概率为 0.05, 现接收到一个信号 0, 问发出的信号是 1 的概率为多少? (1/28)

四. 已知随机变量  $X$  与  $Y$  的联合分布律为

		-1	1	2
X	-1	$a$	0.5	0
1	0.1	$b$	0.2	

已知  $E(X) = -0.2$ , 求(1)  $a, b$  的值; (2)  $P\{X + Y \leq 2\}$ ; (3)  $\rho_{XY}$ ;

(4)  $Z = XY$  的分布律; (5) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立。 (a=b=0.1)

五. 随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1)  $A$  的值; (A=6) (2)  $P\{X + Y < 1\}$ ; (1/4) (3) 边缘密度函数; (4)  $Cov(X, Y)$  (1/40)

$$f_X(x) = 6x - 6x^2 \quad (0 < x < 1) \quad f_Y(y) = 3y^2 \quad (0 < y < 1)$$

六. 随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} A(2x + y) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1)  $A$  的值; (2/3) (2)  $P\{X + Y < 1\}$ ; (1/3) (3)  $D(X + Y)$ ; (4)  $X$  与  $Y$  是否相关; (相关)

(5)  $X$  与  $Y$  是否相互独立? (不独立)

七. 随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-x-2y} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1)  $A$  的值; (A=2) (2)  $P\{X > Y\}$ ; (2/3) (3) 边缘密度函数; (4)  $X$  与  $Y$  是否相互独立? (独立)

八. 随机变量  $Y$  的概率密度为:

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad c \text{ 为常数}$$

求 (1)  $c$  的值; (c=2) (2) 分布函数  $F(x)$ ; (3)  $P\left\{|X| > \frac{1}{2}\right\}$ ; (1/4)

(4)  $D(X)$ . (5)  $Y = 3X$  的密度函数

九、设总体  $X$  的分布律为

$X$	1	2	3
$p$	$\theta^2$	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中  $0 < \theta < 1$ , 已知取得的样本观测值为 1, 3, 2, 3, 2, 试求参数  $\theta$  的矩估计值和极大似然估计值。

十、总体  $X$  服从参数为  $\lambda$  的指数分布, 密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求参数  $\lambda$  的极大似然估计量。 ( $\hat{\lambda} = 1/\bar{X}$ )

十一、一批电子元件的合格率为 80%，任取 100 件，其中合格品数超过 90 件的概率为多少？试用中心极限定理求解。 (0.0062)

十二、某宾馆有 400 台空调，各台空调独立运转，每台空调每天用电量 (kW.h) 服从 [30, 36] 的均匀分布，若要以 99% 的概率保证这些空调都能正常运转，则每天至少要供应多少电量？ (13280.54)

十三、在稳定生产的情况下，某工厂生产的电灯泡使用时数可认为是服从正态分布，观察 20 个灯泡的使用时数，测得其平均寿命为 1832 小时，标准差为 497 小时。试构造灯泡使用寿命的总体平均值 95% 的单侧置信下限。

十四、为研究某种型号轮胎的耐磨性，随机抽取 16 只测试，记录其磨坏时所行使的里程数（千米），测得  $\bar{x} = 41116$ ,  $S^2 = 6346$ ，假定样本来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$ ，求这种轮胎的平均行使路程  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  的 0.95 置信区间。

十五、某车间生产的滚珠直径可以认为是服从正态分布，且方差是 0.05。从某天的产品中随机抽取 6 个，测得直径为（单位：毫米）

14.93 15.10 14.98 14.85 15.15 15.01

试给出滚珠的平均直径的置信区间。 $(\alpha = 0.05)$  (14.82, 15.18)

十六、已知某种尼纶的纤度正常条件下服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ，某次取 5 根测试，测得纤度为 1.32, 1.55, 1.36, 1, 40, 1.44，问可否认为这批尼纶纤度高于 1.50？ $(\alpha = 0.05)$

十七、食品厂自动装罐机包装的罐头标准重量为 500 克，每隔一段时间检查机器工作情况。现在抽样得到 10 罐罐头重量数据(单位:克):

495 510 505 498 503 492 502 512 497 506

假定重量  $X$  服从正态分布，试问机器工作是否正常？ $(\alpha = 0.01)$

十八、某袋装产品重量服从  $N(\mu, \sigma^2)$ ，现从一批产品抽取 16 袋，测得重量平均值为  $\bar{x} = 503$ ，样本标准差  $s = 15$ ，取显著性水平  $\alpha = 0.10$ ，问：

- (1) 能否认为这种产品的重量均值为 480？
- (2) 封装时要求标准差不得大于 13，可否认为这批产品封装不合格？