

概率论与数理统计

复 习 题

一. 填空

1. $P(A)=0.6, P(A-B)=0.2$, 则 $P(B|A)=$ 2/3
2. $P(A)=0.4, P(A \cup B)=0.9$, A 与 B 互斥, 则 $P(B)=$ 0.5
3. $P(A \cup B)=0.6, P(B)=0.2$ 且 A 与 B 相互独立, 则 $P(AB)=$ 0.1,
4. 某人抛 3 次骰子, 则至少有一次出现 6 点的概率为
5. 一只袋中装有 3 个红球, 2 个白球, 有放回的随机抽取 3 次, 正好有两次取到红球的概率为
6. 已知随机变量 X 在 $[1,3]$ 上服从均匀分布, 则 $EX^2 =$ 13/3
7. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X)=1.6, E(X^2)=3.84$, 则 $n =$ 8 $p =$ 0.2
8. $X \sim N(1,4), Y \sim N(-1,1), \rho_{XY} = 0.2$, 则 $X - 2Y$ 服从 N(3, 6.4) 分布
9. 一组随机样本观测值为 2, 5, 2, 1, 4, 3, 则其样本均值为 , 样本标准差为
10. 总体 $X \sim N(1,4)$, X_1, X_2, X_3, X_4 是来自 X 的一个样本, 则 \bar{X} 服从 N(1,1) 分布,
 $Y = \frac{1}{8}[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2]$, 则 Y 服从 分布.
11. 已知随机变量 $X \sim N(3,16)$, 且 $P(X < 3) =$ 0.5, $Y = 2X - 3$, 则 Y 服从 N(3,64).
12. 已知随机变量 $X \sim \pi(\lambda)$, 且 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda =$ 1.
13. X_1, X_2, X_3 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 则 μ 的矩估计为 , 若
 $\hat{\sigma}^2 = k(X_1 - 2X_2 + X_3)^2$ 为 σ^2 的无偏估计, k 的值为 1/6.

二. 甲、乙、丙三台机床加工同样零件, 其废品率分别为 0.03, 0.02, 0.01. 现有一批零件共 180 个, 甲、乙、丙机床分别加工 90 件、60 件和 30 件, 在这批零件中任取一件, 求它是合格品的概率. (0.977)

三. 已知发送方发出 0 和 1 两种信号的比例为 3: 2, 发出信号 0 时, 接受方误收为信号 1 的概率为 0.1, 发送方发出信号 1 时, 误收为 0 的概率为 0.05, 现接收到一个信号 0, 问发出的信号是 1 的概率为多少? (1/28)

四. 已知随机变量 X 与 Y 的联合分布律为

X \ Y	Y		
	-1	1	2
-1	a	0.5	0
1	0.1	b	0.2

已知 $E(X) = -0.2$, 求 (1) a, b 的值; (2) $P\{X + Y \leq 2\}$; (3) ρ_{XY} ;

(4) $Z = XY$ 的分布律; (5) 判断 X 与 Y 是否相互独立. (a=b=0.1)

五. 随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1) A 的值; ($A=6$) (2) $P\{X+Y < 1\}$; ($1/4$) (3) 边缘密度函数; (4) $Cov(X, Y)$ ($1/40$)

$$f_X(x) = 6x - 6x^2 (0 < x < 1) \quad f_Y(y) = 3y^2 (0 < y < 1)$$

六. 随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} A(2x + y) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1) A 的值; ($2/3$) (2) $P\{X+Y < 1\}$; ($1/3$) (3) $D(X+Y)$; (4) X 与 Y 是否相关; (相关)

(5) X 与 Y 是否相互独立? (不独立)

七. 随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-x-2y} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1) A 的值; ($A=2$) (2) $P\{X > Y\}$; ($2/3$) (3) 边缘密度函数; (4) X 与 Y 是否相互独立? (独立)

八. 随机变量 Y 的概率密度为:

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad c \text{ 为常数}$$

求 (1) c 的值; ($c=2$) (2) 分布函数 $F(x)$; (3) $P\left\{|X| > \frac{1}{2}\right\}$; ($1/4$)

(4) $D(X)$. (5) $Y=3X$ 的密度函数

九. 设总体 X 的分布律为

X	1	2	3
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $0 < \theta < 1$, 已知取得的样本观测值为 1, 3, 2, 3, 2, 试求参数 θ 的矩估计值和极大似然估计值。

十. 总体 X 服从参数为 λ 的指数分布, 密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求参数 λ 的极大似然估计量。 ($\hat{\lambda} = 1/\bar{X}$)

十一、一批电子元件的合格率为 80%，任取 100 件，其中合格品数超过 90 件的概率为多少？试用中心极限定理求解。 (0.0062)

十二、某宾馆有 400 台空调，各台空调独立运转，每台空调每天用电量 (kW.h) 服从 [30, 36] 的均匀分布，若要以 99% 的概率保证这些空调都能正常运转，则每天至少要供应多少电量？ (13280.54)

十三、在稳定生产的情况下，某工厂生产的电灯泡使用时数可认为是服从正态分布，观察 20 个灯泡的使用时数，测得其平均寿命为 1832 小时，标准差为 497 小时。试构造灯泡使用寿命的总体平均值 95% 的单侧置信下限。

十四、为研究某种型号轮胎的耐磨性，随机抽取 16 只测试，记录其磨坏时所行使的里程数 (千米)，测得 $\bar{x} = 41116, S^2 = 6346$ ，假定样本来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ ，求这种轮胎的平均行使路程 μ 和方差 σ^2 的 0.95 置信区间。

十五、某车间生产的滚珠直径可以认为是服从正态分布，且方差是 0.05。从某天的产品中随机抽取 6 个，测得直径为 (单位：毫米)

14.93 15.10 14.98 14.85 15.15 15.01

试给出滚珠的平均直径的置信区间。 ($\alpha = 0.05$) (14.82, 15.18)

十六、已知某种尼纶的纤度正常条件下服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，某次取 5 根测试，测得纤度为 1.32, 1.55, 1.36, 1.40, 1.44，问可否认为这批尼纶纤度高于 1.50？ ($\alpha = 0.05$)

十七、食品厂自动装罐机包装的罐头标准重量为 500 克，每隔一段时间检查机器工作情况。现在抽样得到 10 罐罐头重量数据 (单位：克)：

495 510 505 498 503 492 502 512 497 506

假定重量 X 服从正态分布，试问机器工作是否正常？ ($\alpha = 0.01$)

十八、某袋装产品重量服从 $N(\mu, \sigma^2)$ ，现从一批产品抽取 16 袋，测得重量平均值为 $\bar{x} = 503$ ，样本标准差 $s = 15$ ，取显著性水平 $\alpha = 0.10$ ，问：

(1) 能否认为这种产品的重量均值为 480？

(2) 封装时要求标准差不得大于 13，可否认为这批产品封装不合格？