

1 Solution to (3.c)

For $\|A\|_\infty \leq \sqrt{n} \|A\|_2$: Set $\mathbf{1}$ be the n -vector that has 1 as its entries. We have

$$\|A\|_\infty = \|A \cdot \mathbf{1}\|_\infty \leq \|A \cdot \mathbf{1}\|_2 \leq \|A\|_2 \cdot \|\mathbf{1}\|_2 = \sqrt{n} \|A\|_2$$

For $\|A\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\|_\infty$: Suppose \mathbf{v} to be the n -vector such that $\|A\|_2 = \|A\mathbf{v}\|_2$ and $\|\mathbf{v}\|_2 = 1$. We have:

$$\|A\|_2 = \|A\mathbf{v}\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\mathbf{v}\|_\infty \leq \sqrt{n} \|A\|_\infty \|\mathbf{v}\|_\infty \leq \sqrt{n} \|A\|_\infty \|\mathbf{v}\|_2 = \sqrt{n} \|A\|_\infty.$$