

Ultra Soğuk Atomik Sistemlerde Çarpışmalı SWAP Kapılarının Zaman-Optimum Kontrolü

Jesper Hasseriis Mohr Jensen, Jens Jakob Sørensen, Klaus Mølmer ve Jacob Friis Sheson

Fizik ve Astronomi Bölümü, Aarhus Üniversitesi, Ny Munkegade 120, 8000 Aarhus C, Danimarka

(Tarih: 22 Temmuz 2019)

Ultra soğuk atomlarda hızlı çarpışma tabanlı iki kübitli kontrol kullanıyoruz. Bunun yerine tam kapıyı optimize ederek önemli bir hız artısının elde edilebileceğini gösteriyoruz. Tuzaklama potansiyellerinin birleştirme-bekleme-ayır dizisini ayrı ayrı optimize etmek. Optimal çözümümüz strateji, birleşmiş potansiyelin en düşük öz durumlarını dolduran atomlara dayanız ve Potansiyeller tamamen birleşmeden önce kuantum fazlarının birikimini kritik bir şekilde içerir. Analizlerimiz belirli tuzaklama geometrisini aşar, ancak önceki çalışmalarla karşılaşmak için şunları sunuyoruz: Optik bir kafes için sistematik sonuçlar elde edin ve kapı sürelerinin ve sadakatlerinin büyük ölçüde iyileştirildiğini bulun.

I. Giriş

Optik olarak hapsedilmiş ultra soğuk atom sistemleri, son zamanlarda bu konuda etkileyici ilerlemeler kaydetmiştir. hem iç hem de dış serbestlik derecelerinin hazırlanması ve kontrolü [1–4]. Özellikle son gelişmeler [5–15] spin iç serbestlik derecelerinin uzun tutarlılık sürelerini kullanmanın uygulanabilirliğini artırdılar kuantum hesaplama [16–25]. 0,99'un üzerinde doğruluklara sahip tek kübitli işlemler gösterilmiş olsa da

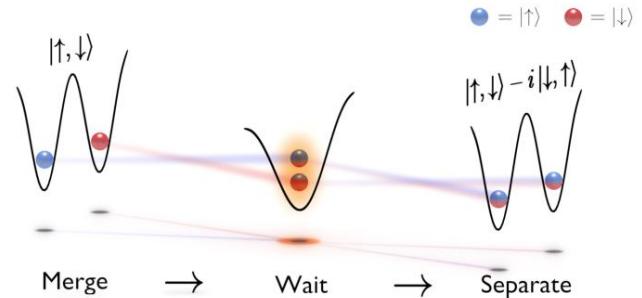
birden fazla deneyde [26, 27], karşılık gelen sadakatler iki kübitli dolanıklık işlemlerinin hala araştırma konusu olduğu [28–36]. İki kübitli kapıların dolanıklığı, Rydberg atomları arasındaki dipol-dipol etkileşimleri gibi uzun menzilli etkileşimler aracılığıyla sağlanabilir [18, 37–39].

Bu etkileşimlerin uzun menzilli doğası, potansiyel olarak hızlı işlemlere olanak tanır, bunların kullanımı yüksek derecede uyarılmış atomik devletler onları gelişmiş bağlantıya karşı savunmasız hale getiriyor çevre.

Kısa menzilli çarpışmalı (temaslı) etkileşimler sağlar nötr atom kuantum kapıları için bir alternatif [29, 34, 40–42]. Başlangıçta ayrılmış iki atomun birleştirilmesi Ortak tuzak, atomik dalga fonksyonunun ve dolayısıyla atomların spin durumunun değişim simetrisine bağlı olarak çarpışmalı bir etkileşim başlatır. etkileşimin gücü tarafından belirlenen süre Birleştirilmiş durumda, atomlar uzaysal olarak ayrılmıştır ve uygun koşullar altında, Şekil 1'de gösterilen basit üç aşamalı birleştirme-bekleme-ayır dizisi, dolaşılık SWAP kapısı.

Çarpışmaların kısa menzilli karakteri, sadece istenen kübitler işleme katılır, diğer kübitlere olan zararlı bağlantı azaltır ve Çevre. Çarpışmalı etkileşime güvenmek, hassasiyet açısından güçlü gereklilikler getirir. atomların uzaysal serbestlik derecesi olmalıdır kontrollü. Mevcut deneyel kontrol protokolleri Bu dolaşılık kapısını gerçekleştirenler doğası gereği adiabatiktir, ancak bu, toplam kapı sayısını ciddi şekilde sınırlar dekoherans etkileri önemli hale gelmeden önceki işlemler [29, 34].

SWAP kapılarını belirlemek için kuantum optimal kontrol kullanıyoruz. Bunun yerine tam kapıyı optimize ederek önemli bir hız artısının elde edilebileceğini gösteriyoruz. Tuzaklama potansiyellerinin birleştirme-bekleme-ayır dizisini ayrı ayrı optimize etmek. Optimal çözümümüz strateji, birleşmiş potansiyelin en düşük öz durumlarını dolduran atomlara dayanız ve Potansiyeller tamamen birleşmeden önce kuantum fazlarının birikimini kritik bir şekilde içerir. Analizlerimiz belirli tuzaklama geometrisini aşar, ancak önceki çalışmalarla karşılaşmak için şunları sunuyoruz: Optik bir kafes için sistematik sonuçlar elde edin ve kapı sürelerinin ve sadakatlerinin büyük ölçüde iyileştirildiğini bulun.



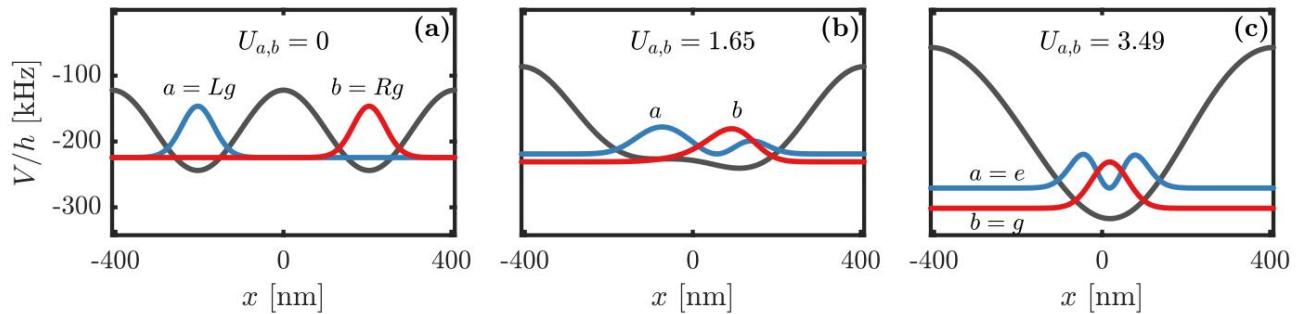
Şekil 1. (Çevrimiçi renkli) Şematik çizim

SWAP'ı uygulayan birleştirme-bekleme-ayır dizisi kapı. Dizinin tamamlanması başlangıçtaki bir durumu aktarır zit spinler spin-dolaşık duruma geçer.

Hızlı ve karmaşık kontrol protokollerini bulmak, kuantum optimal kontrolü için oldukça uygun bir görevdir. Öncesi çalışmalar [43, 44] böylece birleştirmenin süresini kısaltmıştır. Optik geometrilerde adiabatik çözümlere kıyasla kat kat daha fazla aşama vardır. Ancak, şu anda en iyi Birleştirme aşamasına ilişkin sonuçlar şu ana kadar aşılmadı 0,99 eşiği. Bu özellikle zararlıdır çünkü Küçük birleştirme hataları, sonraki bekleme ve ayırma aşamalarının kalitesini de düşürür. Bildiğimiz kadarıyla, Tam kapının optimizasyonu yapılmamıştır.

Bu makalede, SWAP kapısının nasıl dayandığını tartışıyoruz singlet ve arasındaki bağlı bir fazın evrimi üzerine üçlü spin durum bileşenleri ve bu fazın neden birleşme aşamasında kısmi birikimi zaten var. Aşamalı protokollerin optimizasyonu için bir zorluktur. Bu zorluğu çözmek için araclar geliştiriyoruz ve özel birleştirme-bekleme-ayır aşamaları olmayan bir protokolün, ultra soğuk ^{87}Rb ile tam SWAP işlemi için daha hızlı performans ve 0,99 sadakat sağladığını göstermeye devam ediyoruz. atomlar. Birikmiş bağlı faz ve tam kapı optimizasyonu konusundaki değerlendirmelerimizin vurgulandığını belirtiyoruz. belirli fiziksel problem geometrisinden bağımsız olarak, atomik türler ve model boyutluluğu.

Makale şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm II'de dikkate alınan tuzaklama geometrisini sunun SWAP işlemi. Bölüm III'te teoriyi sunuyoruz SWAP kapısının ultra soğuk atomlarda uygulanması için.



ŞEKİL 2. (Çevrimiçi renkli) Bağımsız parçacık resminden kafes birim hücresinin birleştirme aşaması ($\beta = 0,52\pi \times t/T$, $\theta = 0,474\pi$, $V_0/h = 122$ kHz). (a) $t = 0$: Atomlar başlangıçta ayrılmış çift kuyulu konfigürasyonda hazırlanır. (b) $t = 0,7T$: Birleştirme işleminin ara anlık görüntüsü. (c) $t = T$: Atomlar birleştirilmiş tek kuyulu konfigürasyonda ortogonal durumları işgal eder. Her birinde a, b kHz · h birimleriyle gösterilir (bkz. Denklem (6)-(9)).

İki parçacıklı Hamiltonyen tanıtılmakta ve izin verilen durumların genel özellikleri tartızmaktadır. Başlangıçta, hesaplamalı temel durumları oluşturmak için simetrik çarpım durumlarını kullanıyoruz. Bu durumları kullanarak, birleştirme dizisi sırasında önemli kümülatif bağıl fazı tanımlıyoruz. Sayısal optimizasyonumuzda, bağımsız parçacık yaklaşımına dayanmıyoruz, ancak etkileşen atomlar için gerçek iki parçacıklı dalga fonksiyonlarını yayıyoruz. Bölüm IV'te, Hilbert uzayında optimal yöرنgeler açısından aşamalı birleştirme-bekleme-ayırılma yaklaşımı ile tam kapı yaklaşımı arasındaki farkı tartıyoruz. Bölüm V'te sonuçları sunup tartıyoruz.

Bölüm VI'da ise makalenin temel sonuçlarını özetliyoruz.

II. TUZAK GEOMETRİSİ

Çarpışmalı SWAP işlemi için herhangi bir aday geometrinin gerekli bir özelliği, örneğin Şekil 1'de gösterildiği gibi ortak bir tuzakta birleştirerek, ayrılmış bir konfigürasyondaki iki atomu temas ettirmeye olasılığıdır. Birim doluluk Mott durumuyla yüklenmiş ve diğer her bir sitedeki atomların zit spin durumlarıyla hazırlandığı bir optik kafes [29, 45] ile uygulamayı ele alıyoruz.

Ek A'da sunulan bir analiz, potansiyele sahip 1D tanımını haklı çıkarır.

$$V(x) = V_0 \cos^2 \frac{\beta}{2} \left(1 + \cos^2(kx - \frac{\pi}{2}) \right) + \text{günah}^2 \frac{\beta}{2} \left(1 + \cos(kx - \theta) \right)^2 \quad (1)$$

Burada V_0 , genel kafes derinliğini sağlarken, β ve θ , bitişik kuyuların yüksekliğini ve eğimini ayarlar. $\{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\}$ kontrol edilerek, bitişik kuyu çiftleri, Şekil 2'de gösterildiği gibi çift kuyudan tek kuyulu bir konfigürasyona dönüştürülür. Bağımsız parçacık resminden, Sol (Sağ) kuyunun temel durumundaki atom, birleştirilmiş kuyunun ilk uyarılmış (temel) durumuna, $|Lg\rangle$ $|Rg\rangle$ $|e\rangle$ $|g\rangle$ 'ye aktarılır.

III. SOĞUK ATOMLARLA TAKAS KAPISI

SWAP kapısı, kütüplerle, yani atomların spin serbestlik dereceleriyle ilgilidir ve en basit uygulaması, Şekil 1'deki üç aşamalı birleştirme-bekleme-ayır dizisidir. Bu bölümde, bu prosedürün arkasındaki teoriyi hatırlayacağız.

Sistem etkin Hamiltonyen ile tanımlanır

$$H^\pm = \sum_{i=1}^2 h^\pm(x_i) + g1D\delta(x_1 - x_2). \quad (2)$$

Burada, x_i iki atomun koordinatlarıdır, $h^\pm(x) = +V(x)$, tuzaklama $\frac{x^2}{2m}$ potansiyeli V olan tek parçacık Hamiltonyenidir. Etkileşim teriminin biçimi ve bağlantı kuvveti $g1D$ 'nin değeri Ek A'da tartızmaktadır.

Aynı bozonik atomları kullanırız ve böylece tam iki parçacıklı durum, aşağıdaki formdaki simetrik durumlara genişletilebilir:

$$|\Phi^+\rangle = |\Psi^+\rangle |X\rangle \quad (3)$$

$$|\Phi^\pm\rangle = |\Psi^\pm\rangle , |X^\pm\rangle, \quad (4)$$

simetrik (+) spin üçlüsü ve antisimetrik (-) spin singlet durumlarıyla

$$|X^\pm\rangle = |1\rangle |2\pm\rangle |1\rangle |2\rangle, \quad (5)$$

ve simetrik (+) ve anti-simetrik (-) uzaysal durumlar $|\Psi_\pm\rangle$, makalenin geri kalanında uygun normalizasyonu imâ edildiği yer.

Hamiltonyen (2), spin serbestlik derecelerinden bağımsızdır ve farklı toplam spinli durumlar arasında geçişlere neden olamaz. Etkileşim terimi $g1D\delta(x_1 - x_2)$, yapı itibarıyla $\Psi(x_1, x_2 = x_1) = 0$ olduğundan, yalnızca Ψ bileşeni üzerinde etki eder. Bu, aksi takdirde dejenere olan singlet ve triplet durum vektörü bileşenleri arasında bir enerji farkı oluşturur. Bu enerji farkı, SWAP kapısının arkasındaki temel mekanizmadır.

A. Simetrik Ürün Durumları

SWAP işlemine yol açan dinamikleri göstermek için simetrik ürün durumlara sahip yaklaşık bir analiz ele alıyoruz, ancak sayısal optimizasyonumuzun tam iki parçacık etkileşim dinamikleriyle gerçekleştirildiğini vurguluyoruz.

Kübitleri, belirli uzaysal durumları işgal eden atomların spinleriyle ilişkilendiriyoruz. $|a\rangle$ ve $|b\rangle$, $h^\hat{}(x)$ 'in bu tür tek parçacık öz durumlarını gösteriyorsa, uzaysal olarak simetrik ürün durumları

$$|\Psi_{a,b}^{\pm}\rangle = |a\rangle_1 |b\rangle_2 \pm |b\rangle_1 |a\rangle_2. \quad (6)$$

$H^\hat{}$ 'nin enerjileri $\Psi_{a,b}|H^\hat{}|\Psi_{a,b}^+$ + $a,b|H^\hat{}|a,b$ olarak yaklaşık

$$\text{özdurumları} = E_a + E_b, \quad (7)$$

$$\Psi_{a,b}^+ = E_a + E_b + U_{a,b}, \quad (8)$$

Ea ve Eb tek parçacık enerjileri ve

$$U_{a,b} = \frac{1}{2} |a(x)|^2 |b(x)|^2 g_{1D}(x) dx. \quad (9)$$

$|\Psi\rangle$ arasındaki enerji farkı açıkça iki atomun $\frac{\pm}{a,b}$ uzaysal örtüşmesine ve çarpışmalı bağlanma kuvvetine bağlıdır.

(3)-(4)' teki (6)' yi kullanarak, simetrik hesaplamalı

SWAP işlemi için ulusal temel durumlar:

$$|a, b\rangle |a, 1\rangle |b, 2\rangle + |b, 1\rangle |a, 2\rangle = |\Phi_{a,b}^+\rangle + |\Phi_{a,b}^-\rangle \quad (10)$$

$$|a, b\rangle |a, 1\rangle |b, 2\rangle + |b, 1\rangle |a, 2\rangle = |\Phi_{a,b}^+\rangle - |\Phi_{a,b}^-\rangle \quad (11)$$

$$|a, b\rangle |a, 1\rangle |b, 2\rangle + |b, 1\rangle |a, 2\rangle = |\Phi_{a,b}^0\rangle \quad (12)$$

$$|a, b\rangle |a, 1\rangle |b, 2\rangle + |b, 1\rangle |a, 2\rangle = |\Phi_{a,b}^-\rangle \quad (13)$$

İlk iki satırda, üçlü ve tekli bileşenler arasındaki bağıl fazın, spinlerin atomların uzaysal durumlarıyla nasıl ilişkili olduğunu belirlemek için önemli olduğunu görüyoruz. Son iki satır, SWAP işleminden etkilenmeyen ve yalnızca ilk iki satırındaki (+) bileşenlerle aynı faz faktörünü elde eden durumları temsil ediyor.

SWAP kapısını (10)-(13) durumlarda şu şekilde tanımlıyoruz:

$$|a, b\rangle \text{TAKAS} |a, b\rangle = |a, b\rangle |a, b\rangle \quad (14)$$

$$|a, b\rangle = |a, b\rangle |a, b\rangle \text{TAKAS} |a, b\rangle = e^{-i\pi/4} |a, b\rangle \quad (15)$$

$$|a, b\rangle |a, b\rangle \text{TAKAS} |a, b\rangle = e^{i\pi/4} |a, b\rangle \quad (16)$$

Spinler başlangıçta zit durumlardaysa, SWAP işlemi dolanık bir durum üretir. Spinler başlangıçta $i\pi/4$ fazındaysa, $i\pi/4$ uygulanır. Aşağıda, e odaklıyor ve SWAP başlangıçta bir faz e'ye eşit olan eşleme (14) kapısını uygulamak için gerekli koşulları bulmak üzere yaklaşık sistem dinamiklerini inceliyoruz.

Statik Tuzakta Zaman Evrimi

$|a\rangle$ ve $|b\rangle$, $h^\hat{}(x)$ 'in tek parçacık öz durumlarıysa, $|a\rangle$ 'nın zaman evrimi, $b = |\Phi\rangle + |\Phi^-\rangle$ yaklaşık olarak şu şekilde verilir: $\frac{a}{2} |a\rangle + \frac{e^{i\alpha}}{2} |\Phi_{a,b}^-\rangle$

$$|\Phi_{a,b}(t)\rangle = |\Phi_{a,b}^+\rangle + e^{i\alpha} |\Phi_{a,b}^-\rangle \quad (18)$$

$$\text{çünkü } \frac{a}{2} |a\rangle + \frac{e^{i\alpha}}{2} |\Phi_{a,b}^-\rangle \quad (19)$$

Sistemin dinamikleri ve atomlardaki spin dağılımı, durum bileşenleri arasındaki bağıl faz $\alpha(t) = U_a b t /$ ile tam olarak tanımlandığından, küresel fazları göz ardı ediyor. TSWAP = $\pi/U_a b$ ($\alpha = \pi$) süresinden sonra spinler tamamen $|a\rangle, |b\rangle$ değiştirilirken, bu sürenin yarısı için etkileşim T SWAP = TSWAP/2 ($\alpha = \pi/2$), Şekil 3'te gösterildiği gibi istenen SWAP kapısını uygular .

Spin değiştirmeye oranı $\alpha = U_a b$, yalnızca statik bir tuzaktaki evrim boyunca sabit kalan (9) denklemindeki etkileşim enerjisine bağlıdır .

Dolayısıyla, sonlu bir T SWAP elde etmek için atomların yeterince örtüşmesi gereklidir. Bu koşul, birleştirilmiş konfigürasyonda sağlanır, ancak başlangıç konfigürasyonunda açıkça sağlanmaz – bkz. Şekil 2(a) ve (c).

Adiabatik Olarak Dönüştürülmüş Tuzakta Zaman Evrimi

Tuzaklama potansiyelinin, $a = a(t)$ ve $b = b(t)$ 'nin $h^\hat{}(x)$ 'in anlık özdurumlarını takip edecek şekilde tek parçacık durumlarına göre adiyabatik olarak dönüştürüldüğünü varsayılmı. Bu durumda, Denklem (19) ile verilen zaman evrimi, $\alpha(t) = U_a(t)b(t) dt$ ile geçerliliğini korur .

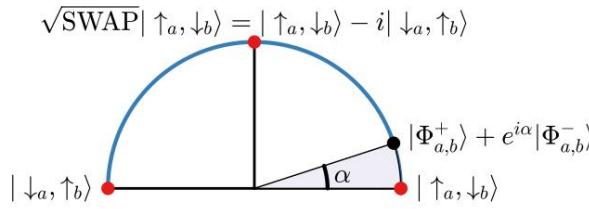
Spin değiştirmeye oranı $\alpha = U_a(t)b(t)$ arttık zamana bağlıdır ve atomlar üst üste gelmeye başladığında sıfırdan farklı hale gelir.

Sonuç olarak, birleştirme sırasında biriken faz genel olarak $\alpha(T) = 0$ 'dır, bu da dolaşık durumun elde edilmesi için gereken bekleme aşaması süresini azaltır.

Bu, Şekil 3'te $\alpha = \alpha(T)$ alırsak açıkça görülür ; birleştirme sırasında elde edilen faz durumu zaten SWAP $|a, b\rangle$ ye yaklaşmıştır. Ayırma aşaması sırasında ek bir $\alpha(T)$ elde edilecektir. Basitlik için $\alpha(T) = \pi/4$ varsayıldığında, SWAP süresi $= (\pi/2 - 2\alpha(T))/U_a(T)b(T)$ değerine düşürülür; burada 2 T SWAP faktörü hem birleştirme hem de ayırma olarak aşamasını hesaba katar. Birleştirme süresini açıkça $T = T_m$ etiketlediğimizde , birleştirme-bekleme-ayır dizisini kullanan tam kapı işleminin toplam süresi $T + T_m$ SWAP olur.

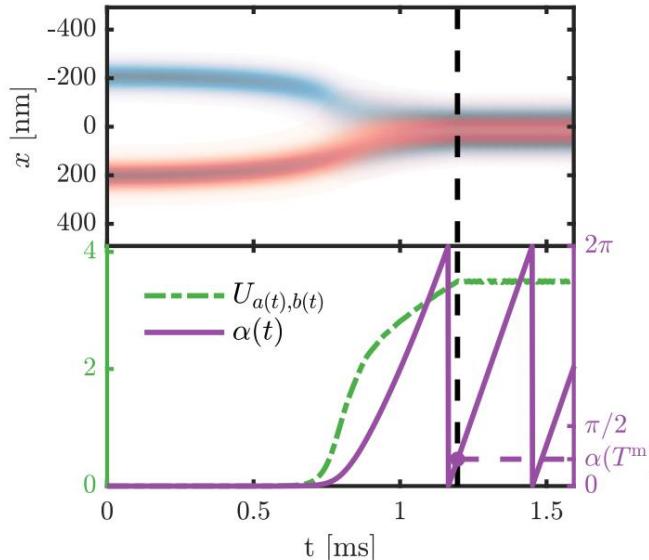
$$F = 2T_m$$

Bu dizi, tek bir baz durumunun (14) eşlemesini açıkça uygular . Neyse ki, bu dizi kalan eşlemleri de aynı anda gerçekleştirir. Eşleme (15), faz birikiminin yukarıda olduğu aynı şekilde ilerlediği $\alpha(0) = \pi$ noktasından başlamaya karşılık gelir. (16)-(17) eşlemleri için, (14)'ün , herhangi bir kuplaj olmadığından, bireysel üçlü ve tekli bileşenlerin doğru ve eş zamanlı olarak hazırlanmasını gerektirdiğini unutmayın .



ŞEKİL 3. (Çevrimiçi renkli) İlk iki kadranda, göreceli faz nedeniyle spinlerin nasıl dağıldığının gösterimi.

Burada $\alpha = \pi/10$.



ŞEKİL 4. (Çevrimiçi renk) Şekil 2'deki gibi atomların tek kuyulu konfigürasyona adiabatik kafes birleşmesi. Üst: Tek parçacık durumlarının $|a(x, t)|$ (mavi) ve $|b(x, t)|$ (kırmızı) yoğunluk grafikleri $|a(0)| |b(0)| = |Lg| |Rg| = |Lg|^2$. Birleşme süresi T^m

^M kesikli çizgiyle işaretlenmiştir ve $t > T^m$ de potansiyel statiktir. Alt: Etkileşim enerjisi $U_a(t), b(t)$ Denklem (9) (yeşil çizgi-nokta) ve toplam birikmiş bağıl faz $\alpha(t) = U_a(t), b(t) dt$ (mor katı). Birleştirme sırasında elde edilen faz $\alpha(T^m)$ sıfırdan farklıdır.

Farklı simetri durumları arasında. Dolayısıyla, bu eşlemelerin de gerçekleşmesi garanti altına alınmıştır. Bu noktada, tersinin mutlaka doğru olmadığını belirtelim: (16)-(17) eşlemelerini uygulayan bir dizi, tekil bileşen bulunmadığından (14)-(15) eşlemelerini garanti etmez .

Bu bölümde geliştirilen fikirleri özetlemek için, Şekil 4'te nitel özelliklerini göstermek üzere birikmiş fazın sayısal bir örneğini gösteriyoruz. Burada, Şekil 2'deki sistem adiabatik olarak birleştirilmiş ve statik son potansiyelde bir tutma süresi izlenmiştir [46]. Tek parçacık durumları, etkileşimin yalnızca bağıl fazı etkileşmesi ve uzamsal dağılımı etkilememesiyle bağımsız olarak yayılır; bu, Denklem (18)'de yapılan yaklaşımındır. Her zaman noktasında $|\Psi\rangle$ oluşturur ve karşılık gelen $U_a(t), b(t)$ değerlerini hesaplarız. $a(t), b(t)$

Atomlar üst üste gelmeye başlar ve bağıl faz birikir ve bu da $\alpha(T^m)$ $\pi/4$ ile sonuçlanır. Birleşmenin ardından, yaklaşık 0,04 ms'lik kısa bir statik tutma süresinden sonra $SWAP|e, g\rangle$ durumu elde edilir. Atomlar hemen ayrılsayıdı, $2\alpha(T^m) = \pi/2$ olduğundan $SWAP|Lg, Rg\rangle$ durumu elde edildi.

Adiabatik transfer, yalnızca bir singlet ve triplet durumunun üst üste binmesinde kalmayı garantilediğimizden, SWAP kapısının yüksek doğrulukta uygulanmasını sağlar (Denklem (18)). Ancak, kuantum hesaplama amaçları için uygulamanın hızlı olması da gereklidir. Hızlanma, birçok ara dolu uyarılmış durumun girişim etkilerinden yararlanılarak sağlanır. Bu oldukça karmaşık diyabatik transferlerin mühendisliğini mümkün kılmak için kuantum optimum kontrolüne yöneliyoruz. Bunu yapmadan önce, simetrik ürün durumlarını gerçek iki parçacık öz durumllarıyla değiştirerek bu bölüm kapatıyoruz.

B. İki Parçacıklı Öz Durumlar

Önceki bölümdeki dinamiklerin analizi tion simetrik ürün durumlarını yaklaşık olarak hesapladı $|\Psi_{a,b}^\pm\rangle$ Denklem (6), $|a\rangle$ ve $|b\rangle$ 'nin $H^*(x)$ 'in öz durumları olmak üzere, $H^*(x_1, x_2)$ 'nin öz durumlarıdır. Kaybolan etkileşimlerin sınırlarında (mekansal örtüşme veya sıfır eşleşme yok), bu yaklaşıklik kesindir. Bu, gerçek uzamsal iki parçacıklı öz durumlarla (\pm ile işaretlenmiş) aşağıdaki şekilde ilişki kurmamızı sağlar:

$$|\Psi_{a,b}^-\rangle = |\Psi_{a,b}\rangle, \quad (20)$$

$$|\Psi_{a,b}^+\rangle = |\Psi_{a,b}^+\rangle, \quad (21)$$

bu bağlamda etkileşimlerin kaybolması anlamına gelir. Sistem, diyagonal $x_1 = x_2$ yi tüketerek enerjisini düşürebildiğinden, etkileşimden yalnızca üçlü durum etkilenir. Bu gösterim, sezgisel bağımsız parçacık resmine atıfta bulunduğumuz için oldukça kullanışlıdır. Özellikle, önceki bölümdeki Denklem (6)'yı izleyen analiz, tüm durum ve enerjlere \pm eklendiğinde bile geçerlidir. Denklem (18)'de yapılan yaklaşım, farklı üçlü durumlar arasındaki küçük etkileşim matrisi elemanlarının (diğer diyagonal dışı elemanlar aynı şekilde kaybolur) göz ardi edilmesinden oluşuyordu; böylece simetrik çarpım durumları $|\Psi\rangle$, tam Hamiltonian'ın yaklaşık özdurumları oluyordu. Gerçek özdurumlar $|\Psi^\pm\rangle$ kullanıldığında \pm a, b , sonuçlar kesindir.

Dinamikleri statik olarak tanımlamak da mümkündür. Etkin bir spin Hamiltonianına sahip olan $H^* = J_{ex} \cdot S^1 \cdot S^2$ potansiyeli, spindeğimi tamamen uzaysal etkilerden kaynaklansa bile geçerlidir (adiabatik duruma genişletilmesi kolaydır). Bu aynı zamanda değişim etkileşimi olarak da bilinir. Burada S^i spin operatörleri ve $J_{ex} = U_{a,b}$ değişim enerjisidir. Bu sonucun kısa bir türevi için Ek C'ye bakın.

IV. ULTRA BÜKÜLMÜŞ ATOMLARDA TAKASLARININ KUANTUM OPTİMAL KONTROLÜ

Bölüm III'te, istenen SWAP işleminin $|Lg, Rg \rightarrow SWAP|$ Lg, Rg tek bir temel durum eşlemesine dayalı olarak uygulanabileceğini gösterdik. Bunu bir durum transferi kontrol problemi olarak formüle edersek, tam kapı için başlangıç ve hedef durumlar şunlardır:

$$|\Phi_0\rangle = |\Phi^{\sim} + e_{\text{Büyük, Küçük}}| + |\Phi^{\sim} - e_{\text{Büyük, Küçük}}, \quad (22)$$

$$|\Phi_t^F\rangle = |\Phi^{\sim} + e_{\text{Büyük, Küçük}}| + e^{i\pi/2} |\Phi^{\sim} - e_{\text{Büyük, Küçük}}|. \quad (23)$$

Durumları tekli ve üçlü bileşenler cinsinden yazarak, atomların çarpışmasına izin vererek ayrılmış konfigürasyonda doğru bağıl fazı oluşturma hedefini vurguluyoruz. Yöntemlerin ve problem parametrelerinin açıklaması için Ek B'ye bakın.

$|\Phi_0\rangle$ $|\Phi\rangle$ kontrol problemini çözmenin basitleştirilmiş bir yaklaşımı birleştirme-bekleme-ayır dizisini kullanmaktadır. Sorun daha sonra yalnızca birleştirme aşamasını optimize etmeye indirgenebilir, çünkü ilişkili optimum kontroller tüm diziyi uygulayacak şekilde genişletilebilir: bekleme aşaması süresi, optimize edilmiş birleştirme aşaması sırasında elde edilen bağıl faz $\alpha(T_m)$ tarafından belirlenirken, ayırma aşaması, zaman-ters çevrilmiş optimize edilmiş birleştirme kontrolü boyunca yayılarak gerçekleştirilir. Birleştirme alt problemi için uygun bir hedef durum şudur:

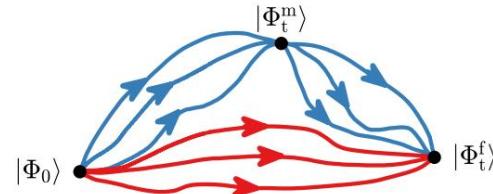
$$|\Phi_m\rangle = |\Phi^{\sim} + e_{\text{örnek}|} + e^{i\pi/2} |\Phi^{\sim} - e_{\text{örneğin}}| \quad (24)$$

Birleştirme alt problemi, bu nedenle $|\Phi_0\rangle$ $|\Phi_m\rangle$ 'yi gerçekleştirmekten oluşur. Bu hedef durum durağan değildir ve transfer başarılı olursa iki seviyeli çarpma dinamiği sergileyecektir. Hedef görelî faz $\alpha(T_m) = \pi/4$ 'ün dahil edildiğine dikkat edin. Bunun nedeni, $\alpha(t)$ 'nin U^{\sim} 0 nedeniyle monotonik olarak artmasıdır. Hedef faz hariç tutulursa ($\alpha(t) = 0$), bağımsız parçacık resminden, optimize edici transfer sırasında atomik durumlar arasındaki zamana entegre örtüşmeyi en azı indirmeye çalışacaktır. Bu, spin takasını sağlamamak için atomları tam olarak örtüştürmek olan birlestirmenin genel amacıyla gelişir. Toplam birikmiş faz, genel SWAP işlemi için çok önemli değildir, çünkü bekleme aşamasının süresini ayarlamak yeterlidir. Bundan, $|\Phi^{\sim} \pm e_{\text{örnek}}|$ 'nin herhangi bir son süperpozisyonunun, $\alpha(T_m) = \pi/4$ olduğu sürece kabul edilebilir olduğu sonucu çıkar. Aslında, bu aralıktaki sıfır olmayan bir faz, genel kapının çalışmasını hızlandırdığı için faydalıdır, b.kz. Şekil 3. Ancak, durum aktarım kalitesi için standart değer, sadakattır

$$F = |\langle \Phi_t | \Phi(T_m) | \Phi_0 \rangle|^2, \quad (25)$$

Birleştirme alt problemi için $|\Phi_t\rangle = |\Phi_m\rangle$, seçilen hedef faza bağlıdır. Bu durumda, göreceli faza duyarlı transfer kalitesinin daha uygun bir ölçüsü, $|\Phi^{\sim} \pm e_{\text{örnek}}|$ 'deki toplam popülasyondur :

$$F = |\langle \Phi^{\sim} + e_{\text{örnek}} | \Phi(T_m) | \Phi_0 \rangle|^2 + |\langle \Phi^{\sim} - e_{\text{örneğin}} | \Phi(T_m) | \Phi_0 \rangle|^2 = F, \quad (26)$$



ŞEKİL 5. (Çevrimiçi renkli) Hilbert uzayında, her ikisi de SWAP | Lg, Rg'ye giden farklı idealize edilmiş optimal yörlügelerin şematik gösterimi. Üst yörlügeler (mavi), basit birleştirme-bekleme-ayır dizisinin uygulanmasına karşılık gelir. Bu durumda, her yörlüğe |Φ ana metnine bağlanabileceği |Φ'm'den geçmelidir. Alt yörlügeler ise, ayrı aşamalar olmadan tam kapının uygulanmasına karşılık gelir. Burada belirli bir T'de açıklandığı gibi ara durumdan geçme zorunluluğu yoktur.

Burada $F = F$ yalnızca $\alpha(T_m) = \pi/4$ olduğunda geçerlidir. Bu nedenle, F yi optimize etmek, bağıl faz üzerindeki kısıtlamayı hafifletecektir.

Bunu yapmak yerine, F yi bir durdurma koşulu olarak kullanırız ve F yi F olacak şekilde uygun bir hedef faz ile optimize ederiz. $T = T_m$ süreler için, sayısal araştırmalar tipik olarak $\alpha(T_m) = [0,31, 0,44] = [\pi/10, \pi/7]$ değerlerini önermektedir. Bu, $\pi/4$ 'ün oldukça altındadır. Uygun bir hedef fazın $\alpha(T_m) = 0,33$ olduğunu bulduk.

Uygun maliyetli fonksiyonel değerlendirme $J_F = \int F$ yapılarak ve ortaya çıkan eniyilik sistemi türetilerek optimizasyon iyileştirilebilir.

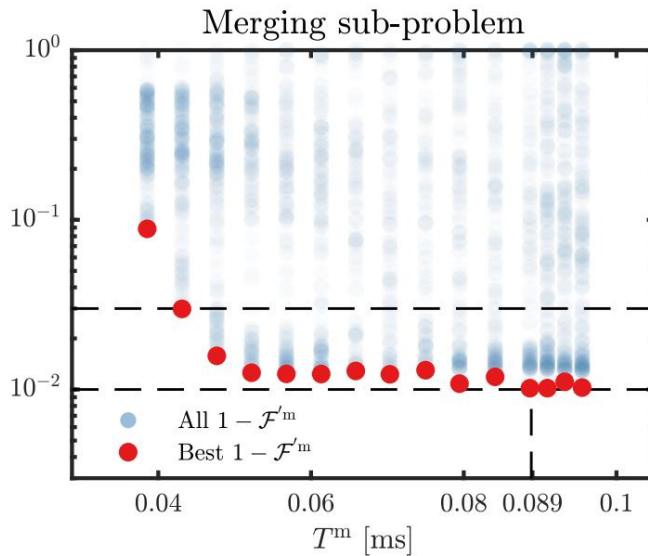
Önceki çalışmalar [43, 44] yalnızca birleştirme alt problemini ele almış ve başlangıç veya hedef durumundaki tekli bileşeni dahil etmemiş, yalnızca üçlü bileşeni kullanmıştır. Bu, daha önce belirtildiği gibi kalan eşlemlerin (14)-(15) eş zamanlı uygulanmasını garanti etmeyen ancak yine de bir yaklaşım olarak kabul edilebilecek olan (16)-(17) eşlemlerinin gerçekleştirilemesine karşılık gelir.

Ayrıca, singlet bileşeninin göz ardi edilmesi, optimizasyonun artık göreceli bir faza ulaşması gerekmeden problemin zorluğunu azaltır.

Tam kontrol problemini birleştirme alt problemine indirgeyerek çözmenin avantajı, kavramsal basılılığıdır. Sayısal bir bakış açısından, genellikle azaltılmış bir zaman aralığı entegrasyonu da içerir. Bu, etkileşim δ-fonksiyonunu doğru bir şekilde simüle etmek için gereken düşük zaman çözünürlüğü nedeniyle önemlidir. Bununla birlikte, bu yaklaşımın birkaç dezavantajı vardır.

İlk olarak, $|\Phi_m\rangle$ ye doğru optimizasyon yapay ve gereksiz yere katı bir koşuldur. Şekil 5'teki üst yörlügelerle gösterildiği gibi, optimal durum yörlügelerinin Hilbert uzayında belirli bir ara noktadan (veya F durumunda küçük bir hacimden) geçmesini zorlamak olarak anlaşılabılır. İkinci olarak, optimal kontrolleri tam birleştirme-bekleme-ayır dizisini uygulamak için genişletmek, $|\Phi_m\rangle$ ile ilgili idealize edilmiş birim sadakat transferlerine dayanır. 0,99 sadakat çözümlerinin hataları bile bekleme ve ayırma aşamaları boyunca artacak ve nihayetinde elde etmekle ilgili olduğumuz durum olan $|\Phi\rangle$ den uzaklaşan durum yörlügesinde değişikliklere neden olacaktr. Şekil 5'teki alt yörlügeler,

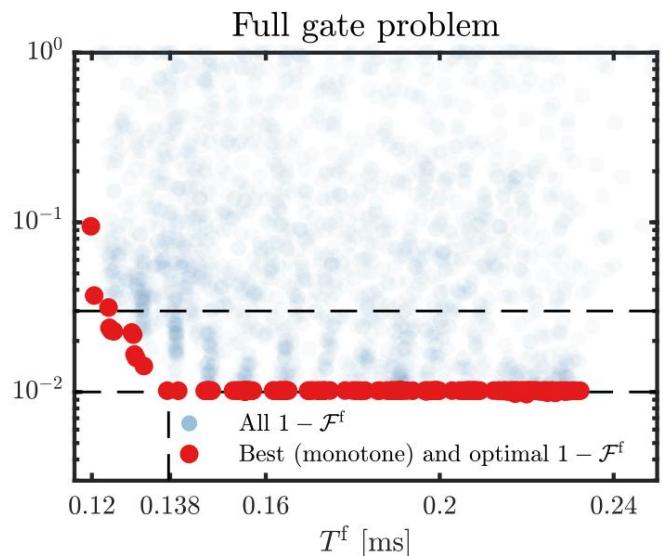
F,
T,



ŞEKİL 6. (Çevrimiçi renk) Birleştirme alt problemi için optimizasyon sonuçları (daha düşük daha iyidir). Alttaşı (üstteki) yatay kesikli çizgi, 0,99 (0,97) doğruluk eşğini işaretler. $\text{at} = 0,33$ için optimize edilmiş bir partideki her çözüm için $1 - F^m$ gösterilir. Dağıtım yoğunluğu, yarı saydamlık ile gösterilir. Her T için en iyi çözümler koyu kırmızı renkle işaretlenmiştir. 2544 tohumdan yalnızca 3'ü $F = 0,99$ 'a optimize edilmiştir. Bu optimizasyon grubundaki kuantum hız sınırı sınırı $T_{\text{QSL}}^m = 0,0888$ ms'dir.

Sayısal gözlemler, birleştirme-bekleme-ayır yaklaşımının getirdiği kısıtlamaların gerçekten gereksiz yere kısıtlayıcı olduğunu kanıtlıyor.

Şekil 6'daki plato, tohum sayısını artırarak ve daha ayrıntılı tohumlama stratejileri uygulayarak ortaya çıkarılabilir, daha düşük sürelerde bile optimum birleşme kontrollerinin varlığını göstermektedir. Ancak, bu tür çözümlerin pratikte her zaman tam kapının daha sonra optimize edilmesiyle daha da iyileştirilebileceği gerçeği değişmez. Mevcut optimum çözümler en azından kısmen birleştirme-bekleme-ayırma aşamalarını miras aldığından, tam kapıya tamamen bağımsız olarak oluşturulmuş tohumlarla araştırmak daha ilginç olacaktır. Ayrıca, tek parçacık yoğunluklarının transferin başlangıcında ve sonunda düşük hızlara sahip olduğu görülmektedir. Tek kuyulu konfigürasyona hızla dönüşlüğü düşünülebilir: her iki atom da birbirlerine doğru büyük bir ilk ivmeye maruz kalır ve harmonik bir osilatördeki tutarlı durumlara çok benzedikleri için şekillerini önemli ölçüde değiştirmeden evrimleşirler. Atomlar birbirine yaklaştıkça, atomların tuzak merkezi etrafında düşük genliklerde faz dışı salınım yapacak şekilde düşük momentlere yavaşlatılabileceğini varsayılmıştır. Bu, özdeş şekiller etkileşim Denklemini (9) en üst düzeye çıkardığından hızlı bir dolanıklığa olanak tanır. Gerekli bağıl faz, tek bir veya birkaç salınım periyodundan biraz daha kısa bir sürede elde edilirse, her atom ayrılmadan başlangıcında zaten doğru yönlendirilmiş zit momentumlara sahip olacaktır. Bu, Şekil 9'daki aynı fazdaki salınımalar durumundan farklıdır; burada her iki



ŞEKİL 7. (Çevrimiçi renk) Şekil 6'daki optimize edilmiş genişletilmiş çözümlerinin başlangıç noktası olarak kullanıldığı tam kapı problemi için optimizasyon sonuçları (daha düşük daha iyidir). Alttaşı (üstteki) yatay kesikli çizgi, 0,99 (0,97) doğruluk eşğini işaretler. Her çözüm için $1 - F^f$ gösterilir. Monotonik olarak en iyi ve en uygun çözümler koyu kırmızıyla işaretlenmiştir. 2323 başlangıç noktasından toplam 277'si $F = 0,99$ 'a optimize edilmiştir. Kuantum hız sınırı sınırı $T_{\text{QSL}}^f = 0,1377$ ms'dir.

Bu optimizasyon partisinde $T_{\text{QSL}}^f = 0,1377$ ms'dir.

Atomları doğru şekilde ayırmak için, atomlara daha hassas bir şekilde zit ivmeler sağlanmalıdır. Yukarıdakine benzer bir şema, başka bir çarpışma kapısı türü için Kaynaklar [41, 47]'de sunulmuştur. Bu tür stratejilerin daha iyi çözümler üretmede gerçekten etkili olup olmadığı, ancak daha ileri sayısal araştırmalarla doğrulanabilir ve gelecekteki çalışmalarla bırakılmıştır.

VI. SONUÇLAR

Soğuk atomlarda çarpışmalı SWAP kapısı uygulamasının ardından teoriyi ayrıntılı olarak sunduk ve tartıştık. Bu hususların başında, birleştirme sırasında elde edilen bağıl fazın doğru hesaplanması gelir. Ayrıca, aşamalı birleştirme-bekleme-ayırma dizisi yerine tam kapıya doğrudan optimize etmenin hem nihai doğruluk hem de Hilbert uzayında optimum yörüngeler açısından avantajlı olduğunu savunduk. Bağıl faz ve tam kapı optimizasyonu, genel kapı süresinin ayrı ayrı azaltılmasına olanak tanır. Her iki kavram da belirli bir geometriyi, atom türünü ve model boyutsallığını aşar. Bu nedenle, gelecekteki çalışmalarla önemli olabilirler.

Daha sonra bu iddiaları optik bir kafes geometrisinde doğruladık. Birleştirme alt problemi için, $T_m = 0,888$ ms'de $F_m = 0,99$ 'u buluyoruz; bu, QSL'ye göre bir iyileştirmedir.

$F_m = 0,97$ 'nin $T_m = 0,15$ ms'deki önceki benzer sonuçları. Bununla birlikte, çözümlerin alt düzeyde bir platosu,

Birleştirme alt probleminin çözülmesinin zor olduğu ve en iyi durumda bile karşılık gelen tam kapı sadakatının $T = 0,215$ ms'de $F = 0,983$ 'te f alt-optimal olduğu. Bunun yerine, birleştirme optimize edilmiş F çözümleri tam kapı problemi için tohum olarak kullanarak, alt-optimal plato ortadan kaldırılırken, aynı zamanda $= 0,1377$ ms kadar düşük sürelerle sahip önemli ölçüde daha fazla sayıda $F = 0,99$ optimum çözümü elde edilir.

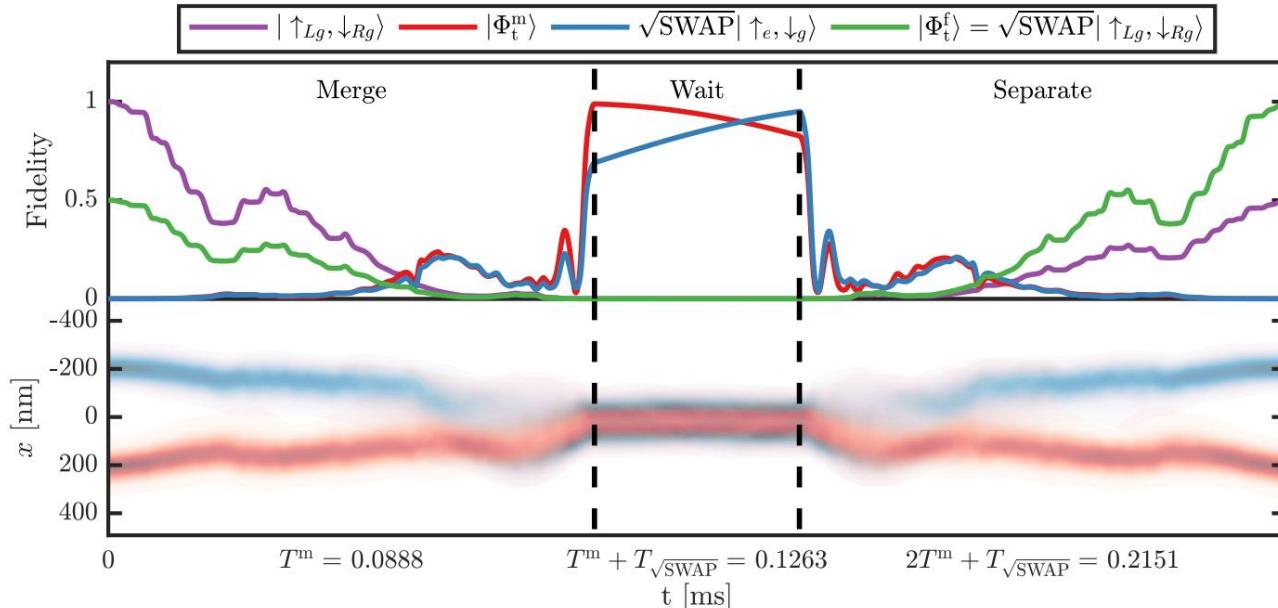
F
T F
QSL

VII. TEŞEKKÜRLER

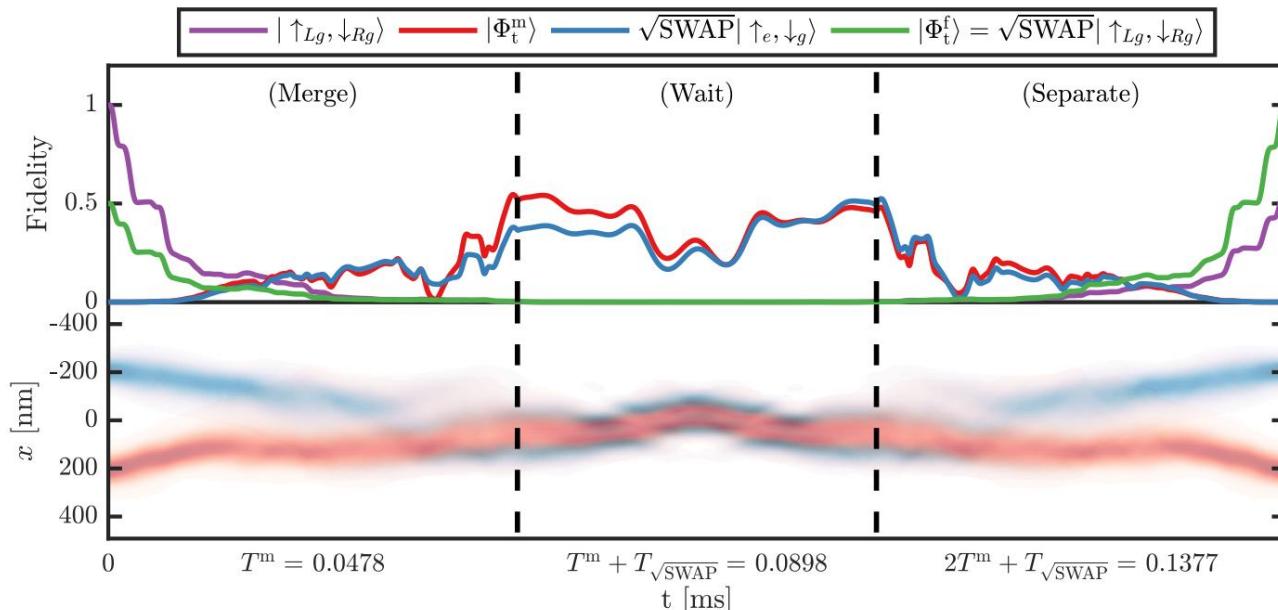
Bu çalışma Avrupa Araştırma Konseyi, John Templeton Vakfı ve Carlsberg Vakfı tarafından finanse edilmiştir. Çalışmada sunulan sayısal sonuçlar Aarhus Bilimsel Hesaplama Merkezi'nden (<http://phys.au.dk/forskning/cscaa/>) elde edilmiştir .

Tek parçacık f			İki parçacıklı				
F	M	Lg	F	Rg	Büyük	F	M
$ \uparrow_{Lg}, \downarrow_{Rg} \rangle$	$ \Phi_t^m\rangle$	$\sqrt{\text{SWAP}} \uparrow_e, \downarrow_g \rangle$	$ \Phi_t^f\rangle = \sqrt{\text{SWAP}} \uparrow_{Lg}, \downarrow_{Rg} \rangle$				
Birleştirme optimize edilmiş 0,994 Tam kapı optimize edilmiş 0,540	0,997 0,868	0,992 0,997	0,950 0,9886 0,996 0,570	0,990 0,983 0,473 0,498	0,0888 ms 0,215 ms 0,519 0,522 0,990 0,0478 ms 0,1377 ms		

TABLO I. Aynı optimize edilmiş kontroller boyunca farklı durumları yayarken elde edilen başarı rakamları, aşağıdakilere karşılık gelir: zaman açısından en uygun birleştirme kontrolü (üst sıra) veya zaman açısından en uygun tam kapı kontrolü (alt sıra).



ŞEKİL 8. Zaman açısından en uygun birleştirme kontrolüne dayalı tam SWAP kapı işlemi. Birleştirme-bekleme-ayırma aşamaları gösterilmiştir. Dikey kesikli çizgilerle. Üst: Çeşitli durumlara sahip anlık doğruluklar. Alt: Karşılık gelen bağımsız tek parçacık yoğunlukları. Hedef durum $|\Phi_t^m\rangle$ T'de elde edilir $T^m = 0.0888$. Sistem daha sonra iki seviyeli dinamikler sergiler $T^m + T_{\sqrt{\text{SWAP}}} = 0.1263$. $2T^m + T_{\sqrt{\text{SWAP}}} = 0.2151$. $|\Phi_t^f\rangle = \sqrt{\text{SWAP}} | \uparrow_{Lg}, \downarrow_{Rg} \rangle$ alt düzeyde nihai sadakat $F^m = 0,99$, $F^f = 0,983$. $|\Phi_t^m\rangle$ ile $|\Phi_t^f\rangle$ arasındaki ilk yapılandırılmaya ayrılmadan önce



ŞEKİL 9. Zaman açısından optimum tam kapı kontrolünden tam SWAP kapı işlemi. Başlangıç birleştirme-bekleme-ayır aşamaları Tohumlar dikey kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Üst: Çeşitli durumlara sahip anlık doğruluklar. Alt: Karşılık gelen bağımsız tek parçacık yoğunlukları. Birleşen hedef durumu $|\Phi_t^m\rangle$ en fazla F ile kısmen doldurulmuştur atomlar ayrılma başladan önce aynı fazda salınımlar sergiler ve $|\Phi_t^f\rangle$ girer $F^m = 0,99$, $F^f = 0,52$.

Ek A: Etkin 1D Açıklaması

(r_1, s_1) ile gösterilen, i'inci parçacığın uzaysal ve spin serbestlik dereceleri, iki etkileşimli spin parçacığını tanımlayan tam $3B_{\frac{1}{2}}$ Hamiltonyendir.

$$H_{\text{3boyutlu}} = T^{\wedge} + U(r_1) + U(r_2) + \text{Uint}(r_1 - r_2), \quad (\text{A1})$$

Burada T^{\wedge} , tüm parçacık koordinatları üzerindeki kinetik enerji operatörlerinin toplamı, $U(r)$ tek parçacık yakalama potansiyeli ve $\text{Uint} = g3D\delta(r_1 - r_2)$ etkileşim potansiyelidir. $\Phi(r_1, s_1, r_2, s_2, t)$ için ilişkili hareket denklemlerini tam olarak çözmek, çok kaba uzaysal ayırmalar için bile hesaplama açısından pahalıdır. Bu nedenle, spin durumlarının örtük olarak ele alındığı etkili bir $1B$ modelde yaklaşık dinamikleri tanımlamak arzu edilir. Bu, kalan uzaysal eksenlerdeki hareketin dondurulduğu ve Hamiltonyen'in spin terimlerinden yoksun olduğu varsayımlı altında yapılabilir. Bu yaklaşımmda, değişkenler ürün formuna ayrılır

$$\Psi(x)(x_1, x_2, t)\Psi(y)(y_1, y_2)\Psi(z)(z_1, z_2)\chi(s_1, s_2) \quad (\text{A2})$$

Burada $\Psi(x)(x_1, x_2, t)$, dalga fonksyonunun öneşiz bir fazdan farklı bir zaman evrimine sahip tek kismidir. y ve yönlerindeki hareketli dalga fonksyonları her zaman kendi temel durumlarında kalır ve spin dalga fonksiyonu değişmeden kalır. Daha sonra,

Dikkatimizi $\Phi = \Psi(x)$ durumunun öneşiz olmayan kısmına odaklayalım ve ana metin boyunca yaptığımız gibi üst simgeyi kaldırıyalım. Aşağıda (A2)'yi elde etmek için gereken adımları kısaca ele alacağız.

(A1) denkleminde spin bağımlılığı olmadığından spin serbestlik dereceleri tam olarak ayrırlar. Uint hepsini birleştirdiği için uzaysal koordinatlar hemen ayrılamaz. Devam etmek için, $x = (x, 0, 0)$ olmak üzere $V(x) = U(r)$ tanımlıyoruz ve y ve z 'deki potansiyelin _{$r=x$} yerel olarak harmonik olduğunu varsayıyoruz. Bu, parçacıklar arası bağlantının yaklaşık 1 boyutlu bir tanımına [48] olanak tanır.

$$g3D = \frac{4as\pi}{M} \quad g1D = 2as \quad \omega_{yz}, \quad (\text{A3})$$

$$\delta(r_1 - r_2) \quad \delta(x_1 - x_2). \quad (\text{A4})$$

Öneşili, $z^{\wedge}(y)$ yönündeki yerel harmonik frekans ω_z (ω_y), x 'te konuma bağlı hale gelebilir. Bu frekansları hesaplamak için $U(r)$, x noktası etrafında ikinci mertebeden Taylor'a genişletilir. x 'in y ve z 'de minimum olduğu varsayılarak,

$$U(r) = U(x) + \sum_{q=y,z} \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U(r)}{\partial q^2} q^2 \quad (\text{A5})$$

İki ifadeyi karşılaştırdığımızda frekansları $= \frac{\partial^2 U(x)}{\partial q^2}$ olarak elde ederiz. Optik için tam $3B$ potansiyel kafes [29, 43, 45] ve karşılık gelen frekanslar

$$U(r) = Vz \cos(kz) \quad V0 \cos(2) \quad \frac{\beta}{2} \cos(2ky) + \cos(2kx) \quad \frac{\pi}{2} + \text{günah}^2 \quad \frac{\beta}{2} \cos(ky) + \cos(kx) \quad \theta \quad \frac{\pi}{2}^2, \quad (\text{A6})$$

$$\omega_z = \frac{2Vzk}{M}^2, \quad \omega_y(x) = \frac{2V0k}{M}^2 \cos^2 \frac{\beta}{2} + \text{günah}^2 \quad \frac{\beta}{2} \quad 1 + \cos(kx) \quad \theta \quad \frac{\pi}{2}^2. \quad (\text{A7})$$

ω_z x 'e bağlı olmadığından, z -serbestlik dereceleri bu yaklaşımında tam olarak birbirinden ayrırlar. Bu eksen boyunca oluşan uyarımlar, ilişkili enerji aralıklarıyla yeterince büyük titreşim frekansları üretmek için bağımsız tuzak derinliği Vz seçilerek her zaman bastırılabilir.

Aksine, x ve y koordinatlarının ayrılması yalnızca yaklaşık bir değerdir, çünkü $\omega_y = \omega_y(x)$. Tam 2 boyutlu tek parçacık spektrumu hesaplamalarımız, x boyunca tuzaklanmanın y boyunca tuzaklanmadan yalnızca biraz daha zayıf olduğunu göstermektedir, çünkü $V0$ her iki eksende de ortaktır. Bu nedenle, y boyunca uyarımları bastırmak z 'den çok daha zordur. x ve y 'nin yaklaşık potansiyel ayrılabilirliğinden kaynaklanan hatalar, modelin temel sınırlamasıdır, çünkü bu kuplaj, parçacıklar arası kuplaj Uint 'den çok daha büyütür.

Yaklaşımın (A2) kalitesi böylece bağımsız parçacık düzeyinde değerlendirilebilir. Şekil 12'de

Parçacığı sol temel durumdan başlayarak T 'deki zaman-optimal kontrol üzerinde F yaymak ve başlangıç durumuyla QSL 1D ve 2D anlık sadakatlerini hesaplamak.

Aralarındaki fark, potansiyelin ayrılmazlığı nedeniyle y yönündeki temel durumdan sizintiya kabaca karşılık gelir. Etkiler, doğru temel durumda başlayan parçacık için daha az belirgindir. Aynısını, [43] numaralı Kaynaktan Şekil 7'de sunulan optimize edilmiş kontrol için de yaptık ve benzer sonuçlar bulduk.

Ek B: Yöntemler

1. Sayısal Bilgiler

Bu makalede sunulan simülasyonlar ve optimizasyon sonuçları, kuantum optimal kontrolü için son C++ yazılım paketimiz olan QEngine [49] ile üretilmiştir. $|\Psi\rangle$, tek düzeye sahip ayrık $|x_1, x_2\rangle$ gösteriminde sayısal[†] izgara aralığına diyagonalleştirme yoluyla elde edilen tekli ve üçlü durumlar $|\Phi\rangle$ dir. Laplasyen için 5 diyagonal yaklaşımı kullanılır. Yayılma, uzamsal izgara noktalarının sayısı 2'nin tam sayı kuvvetleri olduğunda en hızlı olan bölünmüş adımlı FFT kullanılarak gerçekleştirilir, örneğin $D = \{32, 64, 128, 256, 512, 1024\}$. Bölünmüş adımlı FFT yöntemi tarafından oluşturulan periyodik sınır koşullarının etkilerini en aza indirmek için izgara sınırlarına yakın bir durum emici sanal potansiyel kullanır. Etkileşim potansiyelindeki $\delta(x_1 - x_2)$, doğru dinamikleri güvenilir bir şekilde üretmek için çok yüksek bir zamansal çözünürlük gerektirir. Sayısal deneyler, $\delta t = 1,2 \cdot 10^{-5}$ 'in simülasyon için iyi bir değer olduğunu göstermektedir. Bu çok yüksek zamansal çözünürlükte, mekansal çözünürlüğün şartlı derecede geniş bir aralıktaki kararlı olduğu bulunmuştur. Binlerce farklı kontrolün propagasyonu yapıldığında, $D_{max} = 1024$ ve $D = 64$ ile üretilen doğruluklar arasında ölçülen ortalama ve standart sapma yaklaşık olarak $(2,2 \pm 2,7) \cdot 10^{-4}$ 'tür.

D 'yi artırmanın neredeyse hiçbir etkisi yoktur. Ancak, bu nispeten mütevazı D değerinde bile, zaman ayrıklığından, ilgi duyulan sürelerle ulaşmak için $O(104)$ adım gerektirir ve sonuç olarak bu parametrelerle optimizasyon yapmak çok yavaştır. Optimizasyon birkaç büyülü sırası kadar önemli ölçüde hızlandırmak için, giderek daha ince izgaralar kullanır. Bir izgara, $\{D, \delta t\}$ ikilisiyle tanımlanır. Birleştirme alt problemi için, izgaralar üzerinde sırayla $\{32, 5 \cdot 10^{-4}\}, \{64, 1 \cdot 10^{-4}\}, \{64, 1,2 \cdot 10^{-5}\}$ optimizasyon yaparız. Kontrol, izgaralar arasında hareket ederken yeni δt değerine doğrusal olarak eklenir. Bu, yaklaşık birkaç günlük zaman ölçüngünde geniş bir T aralığında büyük ölçüklü bir çoklu başlangıç optimizasyonu gerçekleştirmeyi sağlar. Bellek sorunları nedeniyle, yalnızca $\{32, 5 \cdot 10^{-4}\}, \{64, 1 \cdot 10^{-4}\}$ izgaralarındaki tam kapıyı optimize ediyoruz ve ardından sonuçları raporlarken yalnızca son izgara $\{64, 1,2 \cdot 10^{-5}\}$ üzerinde değerlendirme yapıyoruz.

2. Optimum Kontrol

Durum transfer problemini çözmek için $|\Phi\rangle$, maliyet fonksiyonelini en aza indirmek için l-bfgs arama yönüne sahip L gradyan tabanlı çözüm algoritmasını kullanırız

$$\begin{aligned} J[U] &= JF + Jy + J\sigma \\ &= \frac{1}{2} (1 - F) + \frac{k}{2} \sum_{i=1}^k \int_0^T u_i^2 dt + \frac{\sigma}{2} \int_0^T b(u_i) dt \end{aligned}$$

k kontrol alanı (protokol) kümesini yinelemeli olarak iyileştirek $U(t) = \{u_i(t)\}_{i=1}^k$ Gradyan, ek yöntem kullanılarak hesaplanır.

ek bir Lagrange çarpanı terimi.

JF'yi en

aza indirmek, sadakat en üst düzeye çıkarmaya karşılık gelir $F = |\Phi|$, $|\Phi(T)|^2 = |\Phi(U)|^2$ burada U , zaman evrimi operatörür. Jy , y kuvvetine sahip daha düzgün kontrollere öncelik ekler ve $J\sigma$, σ kuvvetine sahip belirtilen parametre sınırları $u(t)$ [umin, umax] içindeki kontrollere öncelik ekler. İkinci bağlamda, $b(u)$, sınırlara uyulduğunda sıfır olan ve aşıldığında parabolik olan bir fonksiyondur [49].

Ana metinde belirtildiği gibi, birleştirme alt problemi için transfer kalitesinin daha uygun bir ölçüsü, toplam nüfus $F = |\Phi^+ + e, g|\Phi(T)|^2 + |\Phi^- - e, g|\Phi(T)|^2$ dir. Bu, JF'yi aşağıdakilerle değiştirerek maliyet fonksiyonuna doğrudan dahil edilebilir:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{|\Phi^+ + e, g|\Phi(T)|^2}{2} + \frac{|\Phi^- - e, g|\Phi(T)|^2}{2} - 2$$

$|\Phi(T)$ 'nin $|\Phi^\pm$ durumlarında bağıl fazdan bağımsız olarak tam ve eşit olarak dağıtıldığı durumda en aza indirilen, bkz. Denklem (24). Bu değiştirme, yeni bir optimallik sistemi elde etmek için yeni Gâteaux türevlerinin hesaplanması gereklidir [49]. Bunu resmi olarak yapmak yerine, F'yi bir durdurma koşulu olarak kullanırız.

Kütlesi $mRb = 87$ amu olan rubidyum atomlarını simüle ediyoruz ve $aRb = 5,45$ nm $103a0$ [5, 50] durumundan bağımsız bir saçılma uzunluğu varsayıyoruz, burada $a0$ Bohr yarıçapıdır. Dikkatimizi $x \in [-1.0, +1.0] \times a$ içinde tanımlanan kafesin tek bir birim hücresına sınırlıyoruz, burada $a = 408 = \lambda/2$ [29] başlangıç konfigürasyonu için kafes yeri ayrılmıştır (Şekil 2(a)). Sayısal nedenlerden dolayı sınırları $x \in [-1.2, +1.2] \times a$ olacak şekilde hafifçe dolduruyoruz: sınır bölgesinde köşegenleştirmemi sabitlemek için sabit bir $V_{cst} = \text{maks } V(x)$ kullanılıyor. Dalga fonksiyonunun optimize edilmiş kontroller boyunca yayıldığından bu fiziksel olmayan bölgeye girmediğini doğruladık. Z yönündeki bağımsız kafesin mukavemeti $V_z = 186$ kHz · h 'dir [29].

Potansiyel Denklem (1)'in kontrol parametreleri, $U = \{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\} = \{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\} \times \{\text{Bölçek}, \text{Ölçek}, V_0, \text{Ölçek}\}$ değerleriyle yeniden ölçeklendirilir

$$\{\text{Bölçek}, \text{Ölçek}, V_0, \text{Ölçek}\} = \{0,52\pi, 0,474\pi, 122\text{kHz} \cdot h\}$$

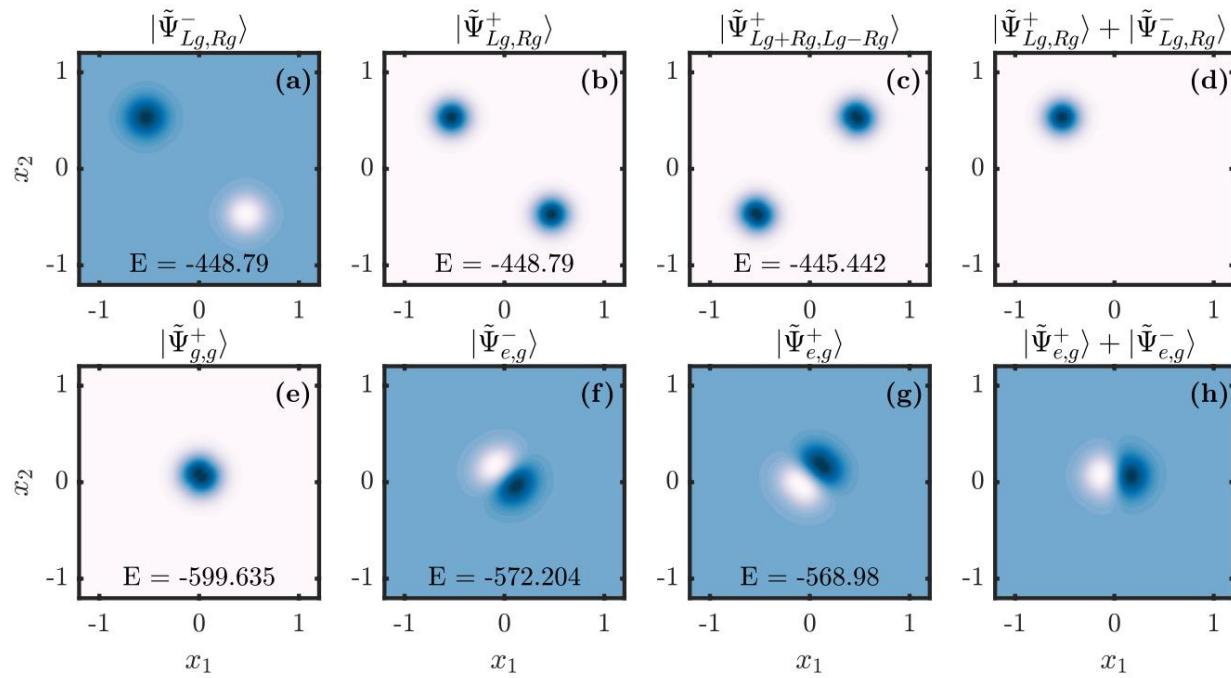
$$U(0) = \{\beta(0), \theta(0), V_0(0)\} = \{0, 1, 1\}$$

$$U(T) = \{\beta(T), \theta(T), V_0(T)\} = \{1, 1, 1\}$$

Birleştirme alt problemi için ölçeklendirilmemiş başlangıç ve son kontrol değerleri ($\beta = 0, 0,52\pi$, $\theta = 0,474\pi$, $V_0 = 122$ kHz · h), Kaynak [43]'te sonuçlarla karşılaştırılmaya olanak sağlamak için seçilmiştir. Kaynak [44]'te benzer değerler kullanılmıştır. Her iki makalede de yeniden ölçekleme tartışılmamaktadır. Tam kapı problemi için $U(T) = U(0)$.

Şekil 10'da birkaç seçilmiş iki parçacıklı uzaysal durum gösterilmektedir. Ayrılmış yapılandırma için Şekil 2(a), $|\Psi^+ - e, g|$ (tek işgal edilmiş kuyular) dejeneratifdir, etkileşim ise $|\Psi^- + e, g|$ (iki kat) enerjisini artırır

$Lg + Rg, Lg - Rg$



ŞEKİL 10. Başlangıç konfigürasyonunda (üst sıra) ve birleştirilmiş konfigürasyonda (alt sıra) sayısal iki parçacık durumları. Enerjiler $\text{kHz} \cdot \text{h}$ cinsindendir. (a)-(c) En düşük seviyedeki öz durumlar. Tek dolu kuyulara karşılık gelen (temel) durumlar $|\Psi^-\rangle$, $x_1 = x_2$ için her iki dalga fonksiyonu da sıfır olduğundan dejeneratiftir. Çift dolu kuyulara karşılık gelen uyarılmış durum $|\Psi^+\rangle$, etkileşim nedeniyle artmış bir enerjiye sahiptir. (d) Sayısal başlangıç durumu $|\Psi^0\rangle$. (e)-(g) En düşük seviyedeki öz durumlar.

Simetrik uyarılmış durum $|\Psi^+\rangle$, antisimetrik $|\Psi^-\rangle$ (h) ile karşılaştırıldığında daha fazla enerjiye sahiptir. Sayısal hedef durum $|\Psi^m\rangle$ (burada $m=0$).

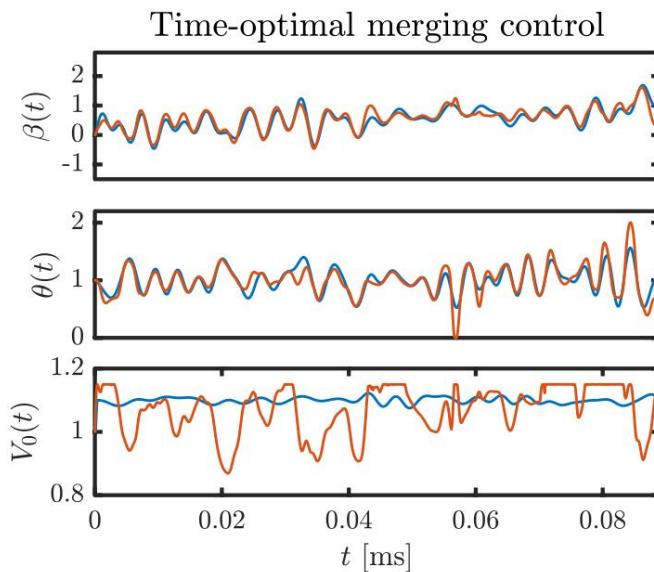
(işgal edilen kuyularda) 3 $\text{kHz} \cdot \text{h}$ 'ye kadar, Ref.'te de bildirildiği gibi. [43]. Sayısal başlangıç durumu $|\Psi^0\rangle$ ve hedef durumu $|\Psi^m\rangle$ 'nin doğrudan simetrik olmadığını, ancak uygun spin serbestlik derecesi örtük olarak dahil edildiğinden fiziksel olarak hala doğru olduğunu unutmayın.

Tüm kontroller için $y = 10 - 7$ olan bir düzenleme terimi ve $\{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\} = \{+, +, 2.1, 1.15\}$ 'i $\sigma = 105$ ile sınırlandırmak için bir sınır terimi ekliyoruz, böylece bitişik kafes birim hücreleri karışmıyor ve V_0, V_z 'den makul ölçüde düşük kalıyor (bkz. Ek A).

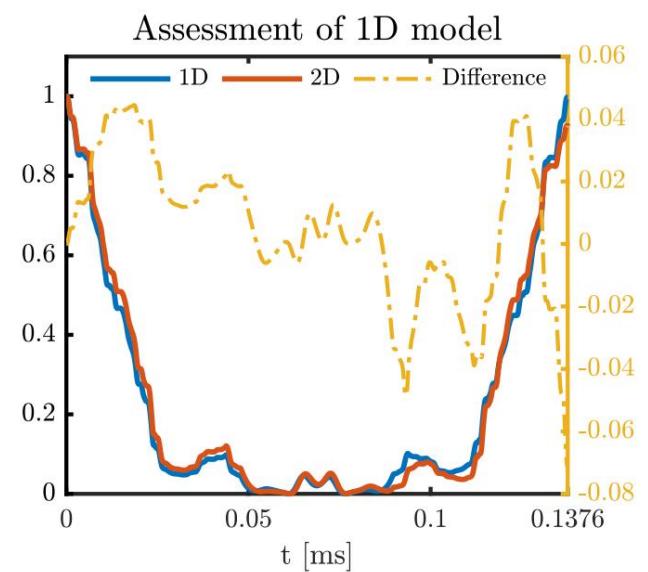
Birleştirme için optimizasyon tohumları üretiliyor

Artan harmonik frekansın $M = 40-60$ rastgele sinüsü ile bir referans kontrolünü rastgele ağırlıklandırma ve genel normalizasyonla bozarak. Referans kontrolü, başlangıç maliyetinin ortalama olarak azalacağı şekilde sezgisel olarak seçildi. Ana metinde tartışıldığı gibi, optimize edilmiş birleştirme kontrolleri, tam kapı optimizasyonu için başlangıç noktası olarak kullanılır. Her iki durumda da, başlangıç noktalarını, değer eşğini aşana, yerel bir minimuma yakınsayana veya 7 günlük bir duvar zaman sınırını aşana kadar optimize ediyoruz.

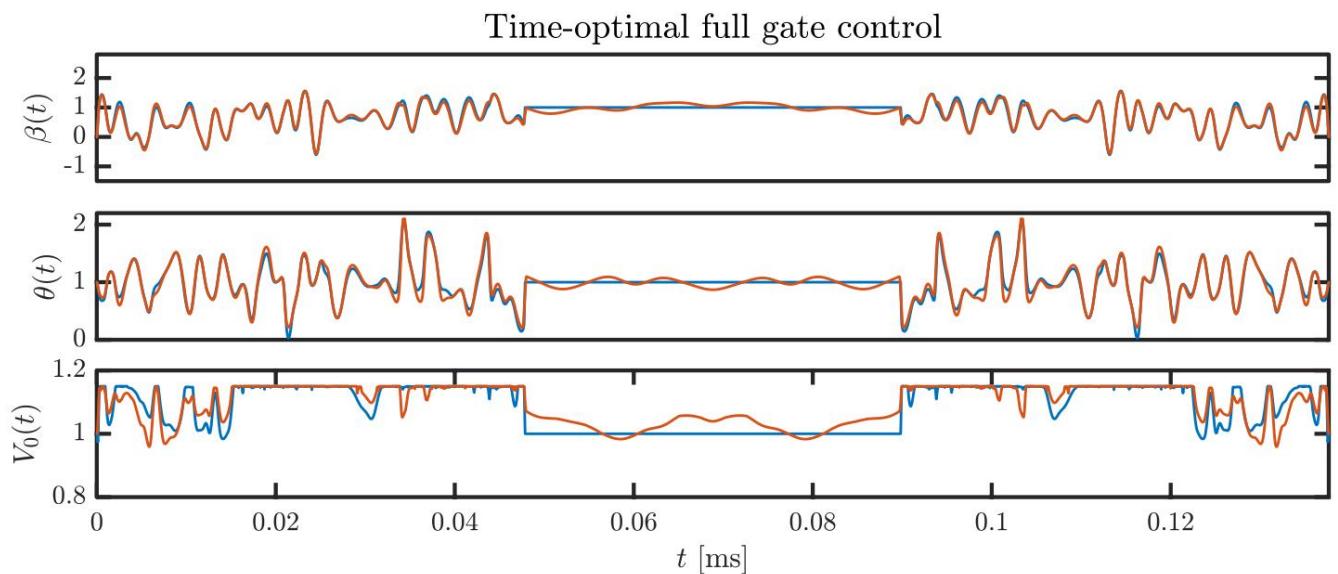
Şekil 11 ve 13, birleştirme ve tam kapı sorunları için sırasıyla zaman açısından en uygun kontrolleri göstermektedir [46].



ŞEKİL 11. (Çevrimiçi renk) Kuantum hız sınırı T sınırlındaki (ölçeklendirilmiş) optimal kontrollerin kümesi ve bunların tohumları $QSL^M = 0,0888$ ms. Mavi: İlk kontrol. Kırmızı: Optimize edilmiş kontrol.



ŞEKİL 12. (Çevrimiçi renkli) 1B ve 2B durumundaki başlangıç durumuyla anlık doğrulukların karşılaştırılması. Aralarındaki fark, kabaca yönündeki temel durumdan sizintiya karşılık gelir.



ŞEKİL 13. (Çevrimiçi renk) Kuantum hız sınırı T sınırlındaki (ölçeklendirilmiş) optimal kontrollerin kümesi ve tohumları Mavi: Başlangıç kontrolü. Kırmızı: Optimize edilmiş kontrol. $QSL^F = 0,1377$ ms.

Ek C: Spin Değişim Hamiltonyeni

Denklem (2) ile modellenen çarpışma etkileri tamamen uzaysaldır ve bu da spin durumlarını örtük olarak ele almamıza olanak tanır. Ancak, tuzaklama geometrisi statik ve spa-

İlk durum $|\Phi^{\sim} + a, b\rangle + |\Phi^{\sim} - a, b\rangle$ biçiminde bir süperpozisyondur^{a,b}. Biz Etkin bir Hamilton spinli dinamikleri tanımlayabiliriz. $H^{\sim} = J_{\text{ex}} \cdot S^z_1 \cdot S^z_2$ burada S^z_i spin operatörleri ve Jex değişim enerjisidir. H^2 spininin matris gösterimi $\{ | \ , \ , \rangle =$

$$\text{standart hesaplama temelinde } e1, | \ , \ , \rangle = e2, | \ , \ , \rangle = e3, | \ , \ , \rangle = e4 \}$$

$$\begin{array}{c} \text{Jex}^2 \\ \text{H}^{\sim} \text{. dönüş} \\ \hline 4 \end{array} \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}, \quad (\text{C1})$$

Burada ei standart birim vektörlerdir. Hesaplalı baz durumları, $J_{\text{ex}} = 0$ olmadığı sürece H^{\sim} 'nin öz durumları değildir. Denklem (C1)'in döndürmek köşegenleştirilmesi, enerjileri ve karşılık gelen durumları verir.

$$\begin{aligned} E &= \frac{3}{4} J_{\text{ex}}^2 : & X &= \frac{1}{2}(e2 - e3), \\ E + &= +4 \frac{1}{4} J_{\text{ex}}^2 + : e1, X &= \frac{2}{2}(e2 + e3), & e4, \end{aligned}$$

- [1] S. Chu, Doğa 416, 206 (2002).
- [2] I. Bloch, J. Dalibard ve W. Zwerger, Modern fizigin incelemeleri 80, 885 (2008).
- [3] JF Sheson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch ve S. Kuhr, Nature 467, 68 (2010).
- [4] C. Weitenberg, M. Endres, JF Sheson, M. Cheneau, P. Schauß, T. Fukuhara, I. Bloch ve S. Kuhr, Nature 471, 319 (2011).
- [5] A. Kaufman, B. Lester, C. Reynolds, M. Wall, M. Foss-Feig, K. Hazzard, A. Rey ve C. Regal, Science 345, 306 (2014).
- [6] Y. Wang, X. Zhang, TA Corcovilos, A. Kumar ve DS Weiss, Fiziksel inceleme mektupları 115, 043003 (2015).
- [7] H. Kim, W. Lee, H.-g. Lee, H. Jo, Y. Song ve J. Ahn, Nature communications 7, 13317 (2016).
- [8] M. Endres, H. Bernien, A. Keesling, H. Levine, ER Anschuetz, A. Krajenbrink, C. Senko, V. Vuletic, M. Greiner ve MD Lukin, Bilim 354, 1024 (2016).
- [9] D. Barredo, S. De L'es'eleuc, V. Lienhard, T. Lahaye ve A. Browaeys, Bilim 354, 1021 (2016).
- [10] W. Lee, H. Kim ve J. Ahn, Optik ifade 24, 9816 (2016).
- [11] A. Kumar, T.-Y. Wu, F. Giraldo ve DS Weiss, Nature 561, 83 (2018).
- [12] D. Barredo, V. Lienhard, S. de L'es'eleuc, T. Lahaye ve A. Browaeys, Nature 561, 79 (2018).
- [13] S. Saskin, J. Wilson, B. Grinkemeyer ve JD Thompson, Fiziksel inceleme mektupları 122, 143002 (2019).
- [14] M. Norcia, A. Young ve A. Kaufman, Physical Review X 8, 041054 (2018).

E^+ ya karşılık gelen üç dejenerasyon durumu vardır. \pm durumları tam olarak spin singlet ve triplet spin X 'dır
 $U^{\sim} = J_{\text{ex}} \text{ enerji farkına sahip durumlar, } X = e1 \text{ ve } X = e4 \text{ ise sıfır olmayan net spin değerine sahip kalan üçlü spin durumlarıdır. Bu etkin spin modelinde, örtük olarak ele alınan şey uzaysal serbestlik derecesidir.}$

Bu nedenle, başlangıçta hazırlanan durum için zaman evrimi $| a, b = |\Phi^{\sim} + a, b + |\Phi^{\sim} a, b \rangle$ dir

$$\begin{aligned} |\Phi(t) = e^{\frac{iH^{\sim}}{\hbar}t} |\Phi^{\sim} + & e^{\frac{iH^{\sim} \text{ spin}}{\hbar}t} | a, b = e^{\frac{iH^{\sim} \text{ spin}}{\hbar}t} |\Phi^{\sim} a, b + |\Phi^{\sim} a, b \\ & = |\Psi^{\sim} a, b e^{\frac{iE+t}{\hbar}t} |X + |\Psi^{\sim} a, b e^{\frac{iE-t}{\hbar}t} |X \\ & = e^{\frac{iE+t}{\hbar}t} |\Psi^{\sim} a, b |X + e^{\frac{iE-t}{\hbar}t} |\Psi^{\sim} a, b |X \\ & = |\Phi^{\sim} a, b + e^{\chi i\alpha(t)} |\Phi^{\sim} b \end{aligned}$$

Burada $\alpha(t) = J_{\text{ext}}$ ve küresel bir fazı göz ardı ettik. Bu model, (19) denklemindeki dinamikleri tam olarak yeniden üretir.

- [15] A. Cooper, JP Covey, IS Madjarov, SG Porsev, MS Safronova ve M. Endres, Physical Review X 8, 041055 (2018).
- [16] GK Brennen, CM Caves, PS Jessen ve IH Almanca, Fiziksel İnceleme Mektupları 82, 1060 (1999).
- [17] DP DiVincenzo, Fortschritte der Physik: Progress of Physics 48, 771 (2000).
- [18] D. Jaksch, JI Cirac, P. Zoller, SL Rolston, R. C'ot'e ve MD Lukin, Physical Review Letters 85, 2208 (2000).
- [19] M. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, L. Duan, D. Jaksch, J. Cirac ve P. Zoller, Fiziksel inceleme mektupları 87, 037901 (2001).
- [20] AJ Daley, MM Boyd, J. Ye ve P. Zoller, Fiziksel inceleme mektupları 101, 170504 (2008).
- [21] A. Negretti, P. Treutlein ve T. Calarco, Kuantum bilgi işleme 10, 721 (2011).
- [22] C. Weitenberg, S. Kuhr, K. Mølmer ve JF Sherson, Physical Review A 84, 032322 (2011).
- [23] P.-I. Schneider ve A. Saenz, Fiziksel İnceleme A 85, 050304 (2012).
- [24] NB Jørgensen, MG Bason ve JF Sheson, Phys. Rev. A 89, 032306 (2014).
- [25] G. Pagano, F. Scazza ve M. Foss-Feig, Advanced Quantum Technologies 2, 1800067 (2019).
- [26] T. Xia, M. Lichtman, K. Maller, A. Carr, M. Piotrowicz, L. Isenhower ve M. Saffman, Fiziksel inceleme mektupları 114, 100503 (2015).
- [27] Y. Wang, A. Kumar, T.-Y. Wu ve DS Weiss, Bilim 352, 1562 (2016).

- [28] O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, TW H\"ansch ve I. Bloch, *Nature* 425, 937 (2003).
- [29] M. Anderlini, PJ Lee, BL Brown, J. Sebby-Strabley, WD Phillips ve J. Porto, *Nature* 448, 452 (2007).
- [30] T. Wilk, A. Ga\"etan, C. Evellin, J. Wolters, Y. Miroshnychenko, P. Grangier ve A. Browaeys, *Physical Review Letters* 104, 010502 (2010).
- [31] X. Zhang, L. Isenhower, A. Gill, T. Walker ve M. Saffman, *Physical Review A* 82, 030306 (2010).
- [32] L. Isenhower, E. Urban, X. Zhang, A. Gill, T. Henage, TA Johnson, T. Walker ve M. Saffman, *Fiziksel inceleme mektupları* 104, 010503 (2010).
- [33] K. Maller, M. Lichtman, T. Xia, Y. Sun, M. Piotrowicz, A. Carr, L. Isenhower ve M. Saffman, *Physical Review A* 92, 022336 (2015).
- [34] A. Kaufman, B. Lester, M. Foss-Feig, M. Wall, A. Rey ve C. Regal, *Nature* 527, 208 (2015).
- [35] Y.-Y. Jau, A. Hankin, T. Keating, I. Deutsch ve G. Biedermann, *Doğa Fiziği* 12, 71 (2016).
- [36] H. Levine, A. Keesling, A. Omran, H. Bernien, S. Schwartz, AS Zibrov, M. Endres, M. Greiner, V. Vuletić ve MD Lukin, *Fiziksel inceleme mektupları* 121, 123603 (2018).
- [37] A. Browaeys, D. Barredo ve T. Lahaye, *Fizik Dergisi B: Atomik, Moleküler ve Optik Fizik* 49, 152001 (2016).
- [38] M. Saffman, TG Walker ve K. Mølmer, *Modern Fizik İncelemeleri* 82, 2313 (2010).
- [39] M. Saffman, *Fizik Dergisi B: Atomik, Moleküler ve Optik Fizik* 49, 202001 (2016).
- [40] D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. Cirac, C. Gardiner ve P. Zoller, *Physical Review Letters* 82, 1975 (1999).
- [41] T. Calarco, E. Hinds, D. Jaksch, J. Schmiedmayer, J. Cirac ve P. Zoller, *Physical Review A* 61, 022304 (2000).
- [42] D. Hayes, PS Julienne ve IH Deutsch, *Phys. Rev. Mekup* 98, 070501 (2007).
- [43] G. De Chiara, T. Calarco, M. Anderlini, S. Montangero, P. Lee, B. Brown, W. Phillips ve J. Porto, *Physical Review A* 77, 052333 (2008).
- [44] M. Mundt ve DJ Tannor, *Yeni Fizik Dergisi* 11, 105038 (2009).
- [45] M. Anderlini, J. Sebby-Strabley, J. Kruse, JV Porto ve WD Phillips, *Fizik Dergisi B: Atomik, Moleküler ve Optik Fizik* 39, S199 (2006).
- [46] Not1, https://www.quatomic.com/quatomic_publications/ adresini ziyaret edin tek parçalık yoğunluklarının animasyonları için.
- [47] P. Treutlein, TW Hansch, J. Reichel, A. Negretti, MA Cirone ve T. Calarco, *Fiziksel İnceleme A* 74, 022312 (2006).
- [48] M. Olshanii, *Fiziksel İnceleme Mektupları* 81, 938 (1998).
- [49] J. Sørensen, J. Jensen, T. Heinzel ve J. Sherson, *Bilgisayar Fiziği İletişimleri* 243, 135 (2019).
- [50] PS Julienne, F. Mies, E. Tiesinga ve CJ Williams, *Fiziksel inceleme mektupları* 78, 1880 (1997).