

Ultra Soğuk Atomik Sistemlerde Çarpışmalı SWAP Kapılarının Zaman-Optimum Kontrolü

Jesper Hasseriis Mohr Jensen, Jens Jakob Sørensen, Klaus Mølmer ve Jacob Friis Sheson

Fizik ve Astronomi Bölümü, Aarhus Üniversitesi, Ny Munkegade 120, 8000 Aarhus C, Danimarka

(Tarih: 22 Temmuz 2019)

Ultra soğuk atomlarda hızlı çarpışma tabanlı iki kubitli SWAP kapılarını belirlemek için kuantum optimal kontrol kullanıyoruz. Bunun yerine tam kapıyı optimize ederek önemli bir hız artışının elde edilebileceğini gösteriyoruz. Tuzaklama potansiyellerinin birleştirme-bekleme-ayır dizisini ayrı ayrı optimize etmek. Optimal çözümümüz strateji, birleşmiş potansiyelin en düşük öz durumlarını dolduran atomlara dayanmaz ve Potansiyeller tamamen birleşmeden önce kuantum fazlarının birikimini kritik bir şekilde içerir. Analizlerimiz belirli tuzaklama geometrisini aşar, ancak önceki çalışmalarla karşılaştırmak için şunları sunuyoruz: Optik bir kafes için sistematik sonuçlar elde edin ve kapı sürelerinin ve sadakatlerinin büyük ölçüde iyileştirildiğini bulun.

I. GİRİŞ

Optik olarak hapsedilmiş ultra soğuk atom sistemleri, son zamanlarda bu konuda etkileyici ilerlemeler kaydetmiştir. hem iç hem de dış serbestlik derecelerinin hazırlanması ve kontrolü [1–4]. Özellikle son gelişmeler [5–15] spin iç serbestlik derecelerinin uzun tutarlılık sürelerini kullanmanın uygulanabilirliğini artırdılar kuantum hesaplama [16–25]. 0,99'un üzerinde doğruluklara sahip tek kubitli işlemler gösterilmiş olsa da

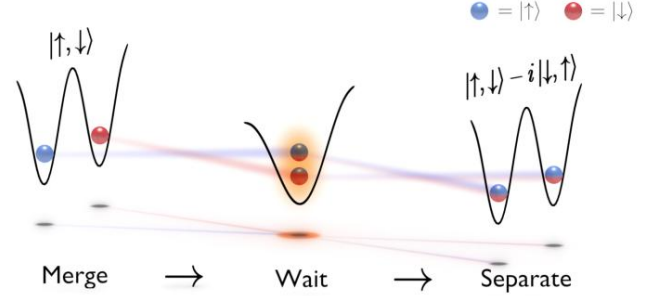
birden fazla deneyde [26, 27], karşılık gelen sadakatler iki kubitli dolanıklık işlemlerinin hala araştırma konusu olduğu [28–36]. İki kubitli kapıların dolanıklığı, Rydberg atomları arasındaki dipol-dipol etkileşimleri gibi uzun menzilli etkileşimler aracılığıyla sağlanabilir [18, 37–39].

Bu etkileşimlerin uzun menzilli doğası, potansiyel olarak hızlı işlemlere olanak tanır, bunların kullanımı yüksek derecede uyarılmış atomik devletler onları gelişmiş bağlantıya karşı savunmasız hale getiriyor çevre.

Kısa menzilli çarpışmalı (temaslı) etkileşimler sağlar nötr atom kuantum kapıları için bir alternatif [29, 34, 40–42]. Başlangıçta ayrılmış iki atomun birleştirilmesi Ortak tuzak, atomik dalga fonksiyonunun ve dolayısıyla atomların spin durumunun değişim simetrisine bağlı olarak çarpışmalı bir etkileşim başlatır.

etkileşimin gücü tarafından belirlenen süre Birleştirilmiş durumda, atomlar uzaysal olarak ayrılmıştır ve uygun koşullar altında, Şekil 1'de gösterilen basit üç aşamalı birleştirme-bekleme-ayır dizisi, dolaşıklık SWAP kapısı.

Çarpışmaların kısa menzilli karakteri, sadece istenen kubitler işleme katılır, diğer kubitlere olan zararlı bağlantıyı azaltır ve Çevre. Çarpışmalı etkileşime güvenmek, hassasiyet açısından güçlü gereklilikler getirir. atomların uzaysal serbestlik derecesi olmalıdır kontrollü. Mevcut deneysel kontrol protokolleri Bu dolaşıklık kapısını gerçekleştirenler doğası gereği adiabatiktir, ancak bu, toplam kapı sayısını ciddi şekilde sınırlar dekoherans etkileri önemli hale gelmeden önceki işlemler [29, 34].



Şekil 1.

(Çevrimiçi renkli) Şematik çizim

SWAP'ı uygulayan birleştirme-bekleme-ayır dizisi kapı. Dizinin tamamlanması başlangıçtaki bir durumu aktarır zıt spinler spin-dolaşık duruma geçer.

Hızlı ve karmaşık kontrol protokolleri bulmak, kuantum optimal kontrolü için oldukça uygun bir görevdir. Önceki çalışmalar [43, 44] böylece birleştirmenin süresini kısaltmıştır Optik geometrilerde adiabatik çözümlere kıyasla kat kat daha fazla aşama vardır. Ancak, şu anda en iyi Birleştirme aşamasına ilişkin sonuçlar şu ana kadar aşılmadı 0,99 eşiği. Bu özellikle zararlıdır çünkü Küçük birleştirme hataları, sonraki bekleme ve ayırma aşamalarının kalitesini de düşürür. Bildiğimiz kadarıyla, Tam kapının optimizasyonu yapılmamıştır.

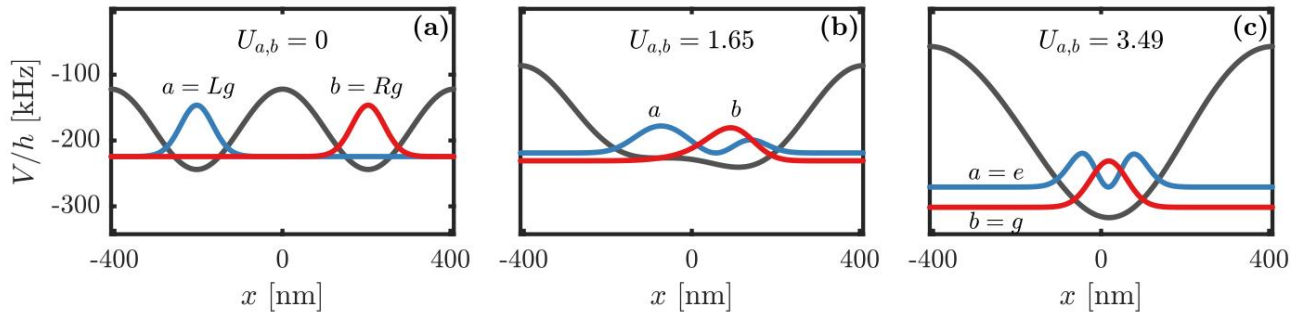
Bu makalede, SWAP kapısının nasıl dayandığını tartışıyoruz singlet ve arasındaki bağıl bir fazın evrimi üzerine üçlü spin durum bileşenleri ve bu fazın neden birleşme aşamasında kısmi birikimi zaten var Aşamalı protokollerin optimizasyonu için bir zorluktur. Bu zorluğu çözmek için araçlar geliştiriyoruz ve özel birleştirme-bekleme-ayır aşamaları olmayan bir protokolün, ultra soğuk 87Rb ile tam SWAP işlemi için daha hızlı performans ve 0,99 sadakat sağladığını göstermeye devam ediyoruz. atomlar. Birikmiş bağıl faz ve tam kapı optimizasyonu konusundaki değerlendirmelerimizin vurgulandığını belirtiyoruz. belirli fiziksel problem geometrisinden bağımsız olarak, atomik türler ve model boyutluluğu.

Makale şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm II'de

dikkate alınan tuzaklama geometrisini sunun

SWAP işlemi. Bölüm III'te teoriyi sunuyoruz

SWAP kapısının ultra soğuk atomlarda uygulanması için.



ŞEKİL 2. (Çevrimiçi renkli) Bağımsız parçacık resminde kafes birim hücrenin birleştirme aşaması ($\beta = 0,52\pi \times t/T$, $\theta = 0,474\pi$, $V_0/h = 122$ kHz). (a) $t = 0$: Atomlar başlangıçta ayrılmış çift kuyulu konfigürasyonda hazırlanır. (b) $t = 0,7T$: Birleştirme işleminin ara anlık görüntüsü. (c) $t = T$: Atomlar birleştirilmiş tek kuyulu konfigürasyonda ortogonal durumları işgal eder. Her birinde $|\Psi\rangle$ arasındaki enerji farkının anlık görüntüsü $\pm_{a,b}$ kHz $\cdot h$ birimleriyle gösterilir (bkz. Denklem (6)-(9)).

İki parçacıklı Hamiltonyen tanımlanmakta ve izin verilen durumların genel özellikleri tartışılmaktadır. Başlangıçta, hesaplamalı temel durumları oluşturmak için simetrik çarpım durumlarını kullanıyoruz. Bu durumları kullanarak, birleştirme dizisi sırasındaki önemli kümülatif bağıl fazı tanımlıyoruz. Sayısal optimizasyonumuzda, bağımsız parçacık yaklaşımına dayanmıyoruz, ancak etkileşen atomlar için gerçek iki parçacıklı dalga fonksiyonlarını yayıyoruz. Bölüm IV'te, Hilbert uzayında optimal yörüngeler açısından aşamalı birleştirme-bekleme-ayırılma yaklaşımı ile tam kapı yaklaşımı arasındaki farkı tartışıyoruz. Bölüm V'te sonuçları sunup tartışıyoruz. Bölüm VI'da ise makalenin temel sonuçlarını özetliyoruz.

II. TUZAK GEOMETRİSİ

Çarpışmalı SWAP işlemi için herhangi bir aday geometrinin gerekli bir özelliği, örneğin Şekil 1'de gösterildiği gibi ortak bir tuzakta birleştirerek, ayrılmış bir konfigürasyondaki iki atomu temas ettirme olasılığıdır. Birim doluluk Mott durumuyla yüklenmiş ve diğer her bir sitedeki atomların zıt spin durumlarıyla hazırlandığı bir optik kafes [29, 45] ile uygulamayı ele alıyoruz.

Ek A'da sunulan bir analiz, potansiyele sahip 1D tanımını haklı çıkarır.

$$V(x) = V_0 \cos^2 \left(\frac{\beta}{2} (1 + \cos(2kx - \theta)) \right) + g_{\text{ünah}}^2 \frac{\beta}{2} (1 + \cos(kx - \theta)) \quad (1)$$

Burada V_0 , genel kafes derinliğini sağlarken, β ve θ , bitişik kuyuların yüksekliğini ve eğimini ayarlar. $\{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\}$ kontrol edilerek, bitişik kuyu çiftleri, Şekil 2'de gösterildiği gibi çift kuyudan tek kuyulu bir konfigürasyona dönüştürülür. Bağımsız parçacık resminde, Sol (Sağ) kuyunun temel durumundaki atom, birleştirilmiş kuyunun ilk uyarılmış (temel) durumuna, $|Lg\rangle$ $|Rg\rangle$ $|Lg\rangle$ e $|Rg\rangle$ aktarılır.

III. SOĞUK ATOMLARLA TAKAS KAPISI

SWAP kapısı, kübitlerle, yani atomların spin serbestlik dereceleriyle ilgilidir ve en basit uygulaması, Şekil 1'deki üç aşamalı birleştirme-bekleme-ayır dizisidir. Bu bölümde, bu prosedürün arkasındaki teoriyi hatırlayacağız.

Sistem etkin Hamiltonyen ile tanımlanır

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^2 \hat{h}(x_i) + g_1 D \delta(x_1 - x_2). \quad (2)$$

Burada, x_i iki atomun koordinatlarıdır, $\hat{h}(x) = \frac{p^2}{2m} + V(x)$, tuzaklama potansiyeli V olan tek parçacık Hamiltonyenidir. Etkileşim teriminin biçimi ve bağlantı kuvveti $g_1 D$ 'nin değeri Ek A'da tartışılmaktadır.

Aynı bozonik atomları kullanırsanız ve böylece tam iki parçacıklı durum, aşağıdaki formdaki simetrik durumlara genişletilebilir:

$$|\Phi\rangle = |\Psi\rangle + |\chi\rangle, \quad |\Phi\rangle = |\Psi\rangle + |\chi\rangle, \quad (3)$$

$$|\Phi^\pm\rangle = |\Psi^\pm\rangle, \quad |\chi^\pm\rangle, \quad (4)$$

simetrik (+) spin üçlüsü ve antisimetrik (−) spin singlet durumlarıyla

$$|\chi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle \pm |2\rangle), \quad (5)$$

ve simetrik (+) ve anti-simetrik (−) uzaysal durumlar $|\Psi^\pm\rangle$, makalenin geri kalanında uygun normalizasyonun ima edildiği yer.

Hamiltonyen (2), spin serbestlik dereceleri bağımsızdır ve farklı toplam spinli durumlar arasında geçişlere neden olamaz. Etkileşim terimi $g_1 D \delta(x_1 - x_2)$, yapı itibarıyla $\Psi(x_1, x_2 = x_1) = 0$ olduğundan, yalnızca Ψ^+ bileşeni üzerinde etki eder. Bu, aksi takdirde dejener olan singlet ve triplet durum vektörü bileşenleri arasında bir enerji farkı oluşturur. Bu enerji farkı, SWAP kapısının arkasındaki temel mekanizmadır.

A. Simetrik Ürün Durumları

SWAP işlemine yol açan dinamikleri göstermek için simetrik ürün durumlarına sahip yaklaşık bir analiz ele alıyoruz, ancak sayısal optimizasyonumuzun tam iki parçacık etkileşim dinamikleriyle gerçekleştirildiğini vurguluyoruz.

Kübitleri, belirli uzaysal durumları işgal eden atomların spinleriyle ilişkilendiriyoruz. $|a\rangle$ ve $|b\rangle$, $h^*(x)$ 'in bu tür tek parçacık öz durumlarını gösteriyorsa, uzaysal olarak simetrik ürün durumları

$$|\Psi_{a,b}^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 \pm |b\rangle_1 |a\rangle_2). \quad (6)$$

H^* 'nin enerjileri $\Psi_{a,b}^{\pm} | H^* | \Psi_{a,b}^{\pm} = E_{a,b} | \Psi_{a,b}^{\pm} | \Psi_{a,b}^{\pm}$ olan yaklaşık

$$\langle \Psi_{a,b}^{\pm} | H^* | \Psi_{a,b}^{\pm} \rangle = E_a + E_b, \quad (7)$$

$$\langle \Psi_{a,b}^{\pm} | H^* | \Psi_{a,b}^{\pm} \rangle = E_a + E_b + U_{a,b}, \quad (8)$$

E_a ve E_b tek parçacık enerjileri ve

$$U_{a,b} = \int |\psi_a(x)|^2 |\psi_b(x)|^2 g(x) dx. \quad (9)$$

$|\Psi_{a,b}^{\pm}\rangle$ arasındaki enerji farkı açıkça iki atomun uzaysal örtüşmesine ve çarpımalı bağlanma kuvvetine bağlıdır.

(3)-(4)'teki (6)'yı kullanarak, simetrik hesaplamalı

SWAP işlemi için ulusal temel durumlar:

$$|a\rangle_1 |b\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 + |b\rangle_1 |a\rangle_2) + \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 - |b\rangle_1 |a\rangle_2) \quad (10)$$

$$|a\rangle_1 |b\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 + |b\rangle_1 |a\rangle_2) - \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 - |b\rangle_1 |a\rangle_2) \quad (11)$$

$$|a\rangle_1 |b\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 + |b\rangle_1 |a\rangle_2) \quad (12)$$

$$|a\rangle_1 |b\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 - |b\rangle_1 |a\rangle_2) \quad (13)$$

İlk iki satırda, üçlü ve tekli bileşenler arasındaki bağlı fazın, spinlerin atomların uzaysal durumlarıyla nasıl ilişkili olduğunu belirlemek için önemli olduğunu görüyoruz. Son iki satır, SWAP işleminden etkilenmeyen ve yalnızca ilk iki satırdaki (+) bileşenlerle aynı faz faktörünü elde eden durumları temsil ediyor.

SWAP kapısını (10)-(13) durumlarında şu şekilde tanımlıyoruz:

$$|a\rangle_1 |b\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 + |b\rangle_1 |a\rangle_2) + \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 - |b\rangle_1 |a\rangle_2) \quad (14)$$

$$|a\rangle_1 |b\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 + |b\rangle_1 |a\rangle_2) - \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 - |b\rangle_1 |a\rangle_2) \quad (15)$$

$$|a\rangle_1 |b\rangle_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|a\rangle_1 |b\rangle_2 + |b\rangle_1 |a\rangle_2) \quad (16)$$

Spinler başlangıçta zıt durumlardaysa, SWAP işlemi dolanık bir durum üretir. Spinler başlangıçta $\pi/4$ fazındaysa, $\pi/4$ uygulanır. Aşağıda, e odaklanıyor ve SWAP başlangıçta bir faz e'ye eşit olan eşleme (14)'ü kapısını uygulamak için gerekli koşulları bulmak üzere yaklaşık sistem dinamiklerini inceliyoruz.

Statik Tuzakta Zaman Evrimi

$|a\rangle$ ve $|b\rangle$, $h^*(x)$ 'in tek parçacık öz durumlarıysa, $|a\rangle$ 'nın zaman evrimi, $b = |a\rangle + |b\rangle$ yaklaşık olarak şu şekilde verilir:

$$|\Phi_{a,b}(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-iE_a t} |a\rangle + e^{-iE_b t} |b\rangle) \quad (18)$$

$$\text{çünkü } \frac{\alpha}{2} |a\rangle + \frac{\alpha}{2} |b\rangle \text{ isin } \frac{\alpha}{2} |a\rangle + \frac{\alpha}{2} |b\rangle \quad (19)$$

Sistemin dinamikleri ve atomlardaki spin dağılımı, durum bileşenleri arasındaki bağlı faz $\alpha(t) = U_{a,b}t$ ile tam olarak tanımlandığından, küresel fazları göz ardı ediyoruz. TSWAP = $\pi/U_{a,b}$ ($\alpha = \pi$) süresinden sonra spinler tamamen $|a\rangle$, $|b\rangle$ değiştirilirken, bu sürenin yarısı için etkileşim T SWAP = TSWAP/2 ($\alpha = \pi/2$), Şekil 3'te gösterildiği gibi istenen SWAP kapısını uygular.

Spin değiştirme oranı $\alpha = U_{a,b}$, yalnızca statik bir tuzaktaki evrim boyunca sabit kalan (9) denklemindeki etkileşim enerjisine bağlıdır. Dolayısıyla, sonlu bir T SWAP elde etmek için atomların yeterince örtüşmesi gerekir. Bu koşul, birleştirilmiş konfigürasyonda sağlanır, ancak başlangıç konfigürasyonunda açıkça sağlanmaz - bkz. Şekil 2(a) ve (c).

Adiyatik Olarak Dönüştürülmüş Tuzakta Zaman Evrimi

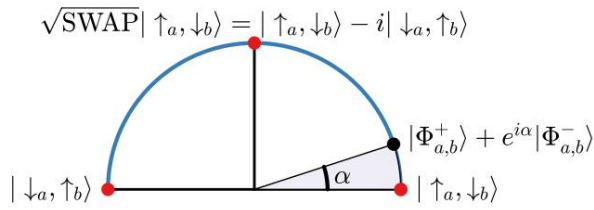
Tuzaklama potansiyelinin, $a = a(t)$ ve $b = b(t)$ 'nin $h^*(x)$ 'in anlık öz durumlarını takip edecek şekilde tek parçacık durumlarına göre adiyatik olarak dönüştürüldüğünü varsayalım. Bu durumda, Denklem (19) ile verilen zaman evrimi, $\alpha(t) = U_{a,b}(t)$ ile geçerliliğini korur. Spin değiştirme oranı $\alpha = U_{a,b}(t)$ $t=0$ zamana bağlıdır ve atomlar üst üste gelmeye başladığında sıfırdan farklı hale gelir.

Sonuç olarak, birleştirme sırasında biriken faz genel olarak $\alpha(T) = 0$ 'dır, bu da dolaşık durumun elde edilmesi için gereken bekleme aşaması süresini azaltır.

Bu, Şekil 3'te $\alpha = \alpha(T)$ alırsak açıkça görülür; birleştirme sırasında elde edilen faz durumu zaten SWAP $|a\rangle$, $|b\rangle$ 'ye yaklaştırmıştır. Ayrışma aşaması sırasında ek bir $\alpha(T)$ elde edilecektir. Basitlik için $\alpha(T) = \pi/4$ varsayıldığında, SWAP süresi $(\pi/2 - 2\alpha(T))/U_{a,b}(T)$ değerine düşürülür; burada $2T$ SWAP faktörü hem birleştirme hem de ayırma olarak aşamasını hesaba katar. Birleştirme süresini açıkça T m etiketlediğimizde, birleştirme-bekleme-ayır dizisini kullanan tam kapı işleminin toplam süresi $T + T$ SWAP olur.

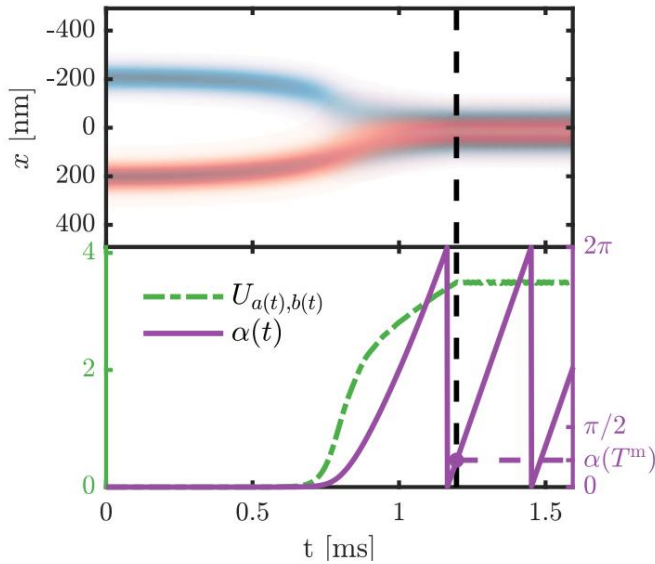
$$F = 2T m$$

Bu dizi, tek bir baz durumunun (14) eşlemesini açıkça uygular. Neysse ki, bu dizi kalan eşlemeleri de aynı anda gerçekleştirir. Eşleme (15), faz birikiminin yukarıdakiyle aynı şekilde ilerlediği $\alpha(0) = \pi$ noktasından başlamaya karşılık gelir. (16)-(17) eşlemeleri için, (14)'ün, herhangi bir kuplaj olmadığından, bireysel üçlü ve tekli bileşenlerin doğru ve eş zamanlı olarak hazırlanmasını gerektirdiğini unutmayın.



ŞEKİL 3. (Çevrimiçi renkli) İlk iki kadranda, göreceli faz nedeniyle spinlerin nasıl dağıldığının gösterimi.

Burada $\alpha = \pi/10$.



ŞEKİL 4. (Çevrimiçi renk) Şekil 2'deki gibi atomların tek kuyulu konfigürasyona adiyatik kafes birleşmesi. Üst: Tek parçacık durumlarının $|a(x, t)\rangle$ (mavi) ve $|b(x, t)\rangle$ (kırmızı) yoğunluk grafikleri | $a(0)\rangle |b(0)\rangle = |Lg\rangle |Rg\rangle$ ile. Birleşme süresi T

M kesikli çizgiyle işaretlenmiştir ve $t > T$ 'de M potansiyel statiktir. Alt: Etkileşim enerjisi $U_{a(t),b(t)}$ Denklem (9) (yeşil çizgi-nokta) ve toplam birikmiş bağıl faz $\alpha(t) = U_{a(t),b(t)}(t) dt$ (mor katı). Birleştirmenin sırasında elde edilen faz $\alpha(T)$ sıfırdan farklıdır.

Farklı simetri durumları arasında. Dolayısıyla, bu eşlemelerin de gerçekleşmesi garanti altına alınmıştır. Bu noktada, tersinin mutlaka doğru olmadığını belirtelim: (16)-(17) eşlemelerini uygulayan bir dizi, tekil bileşen bulunmadığından (14)-(15) eşlemelerini garanti etmez.

Bu bölümde geliştirilen fikirleri özetlemek için, Şekil 4'te nitel özellikleri göstermek üzere birikmiş fazın sayısal bir örneğini gösteriyoruz. Burada, Şekil 2'deki sistem adiyatik olarak birleştirilmiş ve statik son potansiyelde bir tutma süresi izlenmiştir [46]. Tek parçacık durumları, etkileşimin yalnızca bağıl fazı etkilemesi ve uzamsal dağılımı etkilememesiyle bağımsız olarak yayılır; bu, Denklem (18)'de yapılan yaklaşımdır. Her zaman noktasında $|\Psi\rangle$ oluşturur ve karşılık gelen $U_{a(t),b(t)}$ değerlerini hesaplarız. $a(t), b(t)$

Atomlar üst üste gelmeye başlar ve bağıl faz birikir ve bu da $\alpha(T)$ $\pi/4$ ile sonuçlanır. Birleşmenin ardından, yaklaşık 0,04 ms'lik kısa bir statik tutma süresinden sonra $|\text{SWAP}\rangle$ e, g durumu elde edilir. Atomlar hemen ayrılıyorsa, $2\alpha(T)$ $\pi/2$ olduğundan $|\text{SWAP}\rangle$ Lg, Rg durumu elde edilirdi.

Adiyatik transfer, yalnızca bir singlet ve triplet durumunun üst üste binmesinde kalmayı garantilediğimizden, $|\text{SWAP}\rangle$ kapısının yüksek doğrulukta uygulanmasını sağlar (Denklem (18)). Ancak, kuantum hesaplama amaçları için uygulamanın hızlı olması da gerekir. Hızlanma, birçok ara dolu uyarılmış durumun girişim etkilerinden yararlanılarak sağlanır. Bu oldukça karmaşık diyabatik transferlerin mühendisliğini mümkün kılmak için kuantum optimum kontrolüne yöneliyoruz. Bunu yapmadan önce, simetrik ürün durumlarını gerçek iki parçacık öz durumlarıyla değiştirerek bu bölümü kapatıyoruz.

B. İki Parçacıklı Öz Durumlar

Önceki bölümdeki dinamiklerin analizi tion simetrik ürün durumlarını yaklaşık olarak hesapladı $|\Psi\rangle_{a,b}^{\pm}$ Denklem (6), $|a\rangle$ ve $|b\rangle$ 'nin $\hat{h}(x)$ 'in öz durumları olmak üzere, $\hat{H}^+(x_1, x_2)$ 'nin öz durumlarıdır. Kaybolan etkileşimlerin sınırında (mekansal örtüşme veya sıfır eşleşme yok), bu yaklaşıklık kesindir. Bu, gerçek uzamsal iki parçacıklı öz durumlarla (ile işaretlenmiş) aşağıdaki şekilde ilişki kurmamızı sağlar:

$$|\Psi_{a,b}^{\pm}\rangle = |\Psi_{a,b}\rangle, \quad (20)$$

$$|\Psi_{a,b}^{\pm}\rangle = |\Psi_{a,b}^{\pm}\rangle, \quad (21)$$

bu bağlamda etkileşimlerin kaybolması anlamına gelir. Sistem, diyagonal $x_1 = x_2$ 'yi tüketerek enerjisini düşürebildiğinden, etkileşimden yalnızca üçlü durum etkilenir. Bu gösterim, sezgisel bağımsız parçacık resmine atıfta bulunduğumuz için oldukça kullanışlıdır. Özellikle, önceki bölümdeki Denklem (6)'yı izleyen analiz, tüm durum ve enerjilere $|\Psi\rangle$ eklendiğinde bile geçerlidir. Denklem (18)'de yapılan yaklaşım, farklı üçlü durumlar arasındaki küçük etkileşim matrisi elemanlarının (diğer diyagonal dışı elemanlar aynı şekilde kaybolur) göz ardı edilmesinden oluşuyordu; böylece simetrik çarpım durumları $|\Psi\rangle$, tam Hamiltonyen'in yaklaşık öz durumları oluyordu. Gerçek öz durumlar $|\Psi\rangle$ kullanıldığında $|\Psi\rangle_{a,b}^{\pm}$

sonuçlar kesindir.

Dinamikleri statik olarak tanımlamak da mümkündür Etkin bir spin Hamiltonyenine sahip olan $\hat{H}^+ \cdot \hat{S}^1 \cdot \hat{S}^2$ potansiyeli, spindeğişimi tamamen uzaysal etkilerden kaynaklansa bile geçerlidir (adiyatik duruma genişletilmesi kolaydır). Bu aynı zamanda değişim etkileşimi olarak da bilinir. Burada \hat{S}^i spin operatörleri ve $\hat{J} = U_{a,b}$ değişim enerjisidir. Bu sonucun kısa bir türevi için Ek C'ye bakın.

IV. ULTRA BÜKÜLMÜŞ ATOMLARDA TAKASLARININ KUANTUM OPTİMAL KONTROLÜ

Bölüm III'te, istenen SWAP işleminin $|L_g, R_g\rangle$ SWAP $|L_g, R_g\rangle$ tek bir temel durum eşleşmesine dayalı olarak uygulanabileceğini gösterdik. Bunu bir durum transferi kontrol problemi olarak formüle edersek, tam kapı için başlangıç ve hedef durumlar şunlardır:

$$|\Phi_0\rangle = |\Phi^- + \text{Büyük, Küçük}\rangle + |\Phi^- \text{Büyük, Küçük}\rangle \quad (22)$$

$$|\Phi_T\rangle = |\Phi^- + \text{Büyük, Küçük}\rangle + e^{i\pi/2} |\Phi^- \text{Büyük, Küçük}\rangle \quad (23)$$

Durumları tekli ve üçlü bileşenler cinsinden yazarak, atomların çarpışmasına izin vererek ayrılmış konfigürasyonda doğru bağıl fazı oluşturma hedefini vurguluyoruz. Yöntemlerin ve problem parametrelerinin açıklaması için Ek B'ye bakın.

$|\Phi_0\rangle$ $|\Phi$ kontrol problemini çözmenin basitleştirilmiş bir yaklaşımı birleştirme-bekleme-ayır dizisini kullanmaktır. Sorun daha sonra yalnızca birleştirme aşamasını optimize etmeye indirgenebilir, çünkü ilişkili optimum kontrollere tüm diziyi uygulayacak şekilde genişletilebilir: bekleme aşaması süresi, optimize edilmiş birleştirme aşaması sırasında elde edilen bağıl faz $\alpha(T)$ tarafından belirlenirken, ayırma aşaması, zaman-ters çevrilmiş optimize edilmiş birleştirme kontrolü boyunca yayılarak gerçekleştirilir. Birleştirme alt problemi için uygun bir hedef durum şudur:

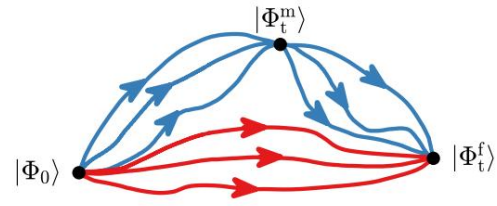
$$|\Phi_m\rangle = |\Phi^- + \text{örneğin}\rangle + e^{i\alpha(T)} |\Phi^- \text{örneğin}\rangle \quad (24)$$

Birleştirme alt problemi, bu nedenle $|\Phi_0\rangle$ $|\Phi_m\rangle$ 'yi gerçekleştirmekten oluşur. Bu hedef durum durağan değildir ve transfer başarılı olursa iki seviyeli çarpma dinamiği sergileyecektir. Hedef göreli faz $\alpha(T) = \pi/4$ 'ün dahil edildiğine dikkat edin. Bunun nedeni, $\alpha(t)$ 'nin $U^{-1} \partial U$ nedeniyle monotonik olarak artmasıdır. Hedef faz hariç tutulursa ($\alpha = 0$), bağımsız parçacık resminde, optimize edici transfer sırasında atomik durumlar arasındaki zamana entegre örtüşmeyi en aza indirmeye çalışacaktır. Bu, spin takasını sağlamak için atomları tam olarak örtüştürmek olan birleştirmenin genel amacıyla çelişir. Toplam birikmiş faz, genel SWAP işlemi için çok önemli değildir, çünkü bekleme aşamasının süresini ayarlamak yeterlidir. Bundan, $|\Phi^- \pm \text{'nin herhangi bir son süperpozisyonunun}, \alpha(T) = \pi/4$ olduğu sürece kabul edilebilir olduğu sonucu çıkar. Aslında, bu aralıktaki sıfır olmayan bir faz, genel kapının çalışmasını hızlandırdığı için faydalıdır, bkz. Şekil 3. Ancak, durum aktarım kalitesi için standart değer, sadakattir

$$F = |\langle \Phi_t | \Phi(T) \rangle|^2, \quad (25)$$

Birleştirme alt problemi için $|\Phi_t\rangle = |\Phi_m\rangle$, seçilen hedef faza bağlıdır. Bu durumda, göreceli faza duyarlı transfer kalitesinin daha uygun bir ölçüsü, $|\Phi^- \pm e, g\rangle$ 'deki toplam popülasyondur:

$$F = |\langle \Phi^- + e, g | \Phi(T) \rangle|^2 + |\langle \Phi^- - e, g | \Phi(T) \rangle|^2 = F, \quad (26)$$



ŞEKİL 5. (Çevrimiçi renkli) Hilbert uzayında, her ikisi de SWAP $|L_g, R_g\rangle$ 'ye giden farklı idealize edilmiş optimal yörüngelerin şematik gösterimi. Üst yörüngeler (mavi), basit birleştirme-bekleme-ayır dizisinin uygulanmasına karşılık gelir. Bu durumda, her yörünge $|\Phi$ ana metnine bağlanabileceği $|\Phi m'$ 'den geçmelidir. Alt yörüngeler ise, ayrı aşamalar olmadan tam kapının uygulanmasına karşılık gelir. Burada belirli bir t 'de açıklandığı gibi ara durumdan geçme zorunluluğu yoktur.

Burada $F = F$ yalnızca $\alpha(T) = \alpha t$ olduğunda geçerlidir. Bu nedenle, F 'yi optimize etmek, bağıl faz üzerindeki kısıtlamayı hafifletecektir.

Bunu yapmak yerine, F 'yi bir durdurma koşulu olarak kullanınız ve F 'yi F olacak şekilde uygun bir hedef faz ile optimize ederiz. $T = T_m$ süreleri için, sayısal araştırmalar tipik olarak $\alpha(T_m) \in [0,31, 0,44]$ $[\pi/10, \pi/7]$ değerlerini önermektedir. Bu, $\pi/4$ 'ün oldukça altındadır. Uygun bir hedef fazın $\alpha t = 0,33$ olduğunu bulduk.

Uygun maliyetli fonksiyonel değiştirme $J_F = J_F$ yapılarak ve ortaya çıkan eniyilik sistemi türetilerek optimizasyon iyileştirilebilir.

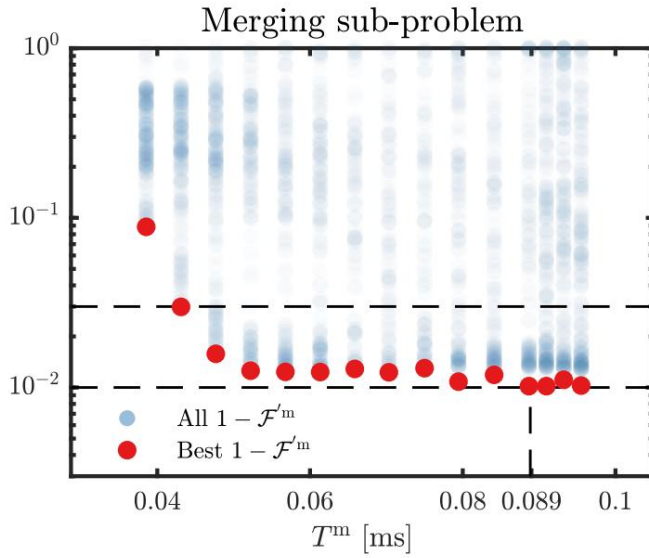
Önceki çalışmalar [43, 44] yalnızca birleştirme alt problemini ele almış ve başlangıç veya hedef durumundaki tekli bileşeni dahil etmemiş, yalnızca üçlü bileşeni kullanmıştır. Bu, daha önce belirtildiği gibi kalan eşlemelerin (14)-(15) eş zamanlı uygulanmasını garanti etmeyen ancak yine de bir yaklaşım olarak kabul edilebilecek olan (16)-(17) eşlemelerinin gerçekleştirilmesine karşılık gelir.

Ayrıca, singlet bileşeninin göz ardı edilmesi, optimizasyonun artık göreceli bir faza ulaşması gerekmeyen problemde zorluğunu azaltır.

Tam kontrol problemini birleştirme alt problemine indirgeyerek çözmenin avantajı, kavramsal basitliğidir. Sayısal bir bakış açısından, genellikle azaltılmış bir zaman aralığı entegrasyonu da içerir. Bu, etkileşim δ -fonksiyonunu doğru bir şekilde simüle etmek için gereken düşük zaman çözünürlüğü nedeniyle önemlidir. Bununla birlikte, bu yaklaşımın birkaç dezavantajı vardır.

İlk olarak, $|\Phi$ m'ye doğru optimizasyon yapay ve gereksiz yere katı bir koşuldur. Şekil 5'teki üst yörüngelerle gösterildiği gibi, optimal durum yörüngelerinin Hilbert uzayında belirli bir ara noktadan (veya F durumunda küçük bir hacimden) geçmesini zorlamak olarak anlaşılabilir. İkinci olarak, optimal kontrollere tam birleştirme-bekleme-ayır dizisini uygulamak için genişletmek, $|\Phi m'$ ile ilgili idealize edilmiş birim sadakat transferlerine dayanır. 0,99 sadakat çözümlerinin hataları bile bekleme ve ayırma aşamaları boyunca artacak ve nihayetinde elde etmekle ilgilendiğimiz durum olan $|\Phi'$ 'den uzaklaşan durum yörüngesinde değişikliklere neden olacaktır. Şekil 6'teki alt yörüngeler,

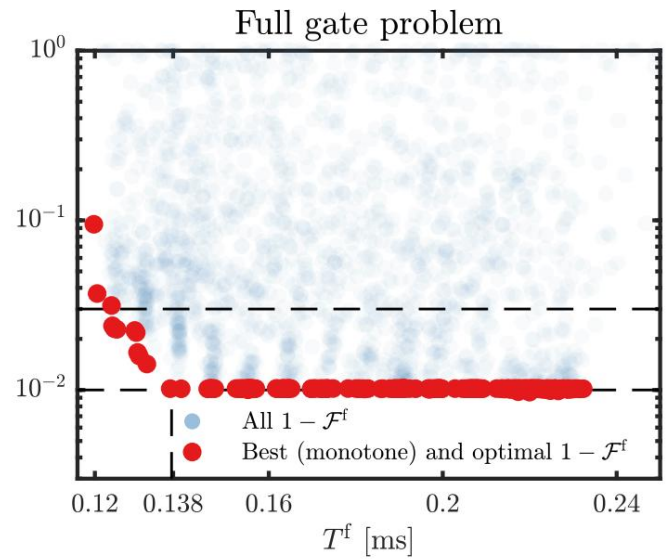
F
 T ,



ŞEKİL 6. (Çevrimiçi renk) Birleştirme alt problemi için optimizasyon sonuçları (daha düşük daha iyidir). Altta (üstteki) yatay kesikli çizgi, 0,99 (0,97) doğruluk eşliğini işaretler. $\alpha = 0,33$ için optimize edilmiş bir partideki her çözüm için $1 - F^m$ gösterilir. Dağıtım yoğunluğu, yarı sayımsal ile gösterilir. Her T için en iyi çözümler koyu kırmızı renkle işaretlenmiştir. 2544 tohumdan yalnızca 3'ü $F = 0,99$ 'a optimize edilmiştir. Bu optimizasyon grubundaki kuantum hız sınırı $T_{QSL} = 0,0888$ ms'dir.

Sayısal gözlemler, birleştirme-bekleme-ayır yaklaşımının getirdiği kısıtlamaların gerçekten gereksiz yere kısıtlayıcı olduğunu kanıtlıyor.

Şekil 6'daki plato, tohum sayısını artırarak ve daha ayrıntılı tohumlama stratejileri uygulayarak ortaya çıkarılabilecek, daha düşük sürelerde bile optimum birleşme kontrollerinin varlığını göstermektedir. Ancak, bu tür çözümlerin pratikte her zaman tam kapının daha sonra optimize edilmesiyle daha da iyileştirilebileceği gerçeği değişmez. Mevcut optimum çözümler en azından kısmen birleştirme-bekleme-ayırılma aşamalarını miras aldığından, tam kapıyı tamamen bağımsız olarak oluşturulmuş tohumlarla araştırmak daha ilginç olacaktır. Ayrıca, tek parçacık yoğunluklarının transferin başlangıcında ve sonunda düşük hızlara sahip olduğu görülmektedir. Tek kuyulu konfigürasyona hızla dönüştüğü düşünülebilir: her iki atom da birbirlerine doğru büyük bir ilk ivmeye maruz kalır ve harmonik bir osilatördeki tutarlı durumlara çok benzedikleri için şekillerini önemli ölçüde değiştirmeden evrimleşirler. Atomlar birbirine yaklaştıkça, atomların tuzak merkezi etrafında düşük genliklerde faz dışı salınım yapacak şekilde düşük momentlere yavaşlatılabileceğini varsayalım. Bu, özdeş şekiller etkileşim Denklemi (9) en üst düzeye çıkardığından hızlı bir dolanıklığa olanak tanır. Gerekli bağıl faz, tek bir veya birkaç salınım periyodundan biraz daha kısa bir sürede elde edilirse, her atom ayrılmanın başlangıcında zaten doğru yönlendirilmiş zıt momentumlara sahip olacaktır. Bu, Şekil 9'daki aynı fazdaki salınımlar durumundan farklıdır; burada her iki



ŞEKİL 7. (Çevrimiçi renk) Şekil 6'daki optimize edilmiş genişletilmiş çözümlerin başlangıç noktası olarak kullanıldığı tam kapı problemi için optimizasyon sonuçları (daha düşük daha iyidir). Altta (üstteki) yatay kesikli çizgi, 0,99 (0,97) doğruluk eşliğini işaretler. Her çözüm için $1 - F^f$ gösterilir. Monotonik olarak en iyi ve en uygun çözümler koyu kırmızıyla işaretlenmiştir. 2323 başlangıç noktasından toplam 277'si $F = 0,99$ 'a optimize edilmiştir. Kuantum hız sınırı $T_{QSL} = 0,1377$ ms'dir.

Atomları doğru şekilde ayırmak için, atomlara daha hassas bir şekilde zıt ivmeler sağlanmalıdır. Yukarıdakine benzer bir şema, başka bir çarpışma kapısı türü için Kaynaklar [41, 47]'de sunulmuştur. Bu tür stratejilerin daha iyi çözümler üretmede gerçekten etkili olup olmadığı, ancak daha ileri sayısal araştırmalarla doğrulanabilir ve gelecekteki çalışmalara bırakılmıştır.

VI. SONUÇLAR

Soğuk atomlarda çarpışmalı SWAP kapısı uygulamasının ardındaki teoriyi ayrıntılı olarak sunduk ve tartıştık. Bu hususların başında, birleştirme sırasında elde edilen bağıl fazın doğru hesaplanması gelir. Ayrıca, aşamalı birleştirme-bekleme-ayırılma dizisi yerine tam kapıyı doğrudan optimize etmenin hem nihai doğruluk hem de Hilbert uzayında optimum yörüngeler açısından avantajlı olduğunu savunduk. Bağıl faz ve tam kapı optimizasyonu, genel kapı süresinin ayrı ayrı azaltılmasına olanak tanır. Her iki kavram da belirli bir geometriyi, atom türünü ve model boyutsallığını aşar. Bu nedenle, gelecekteki çalışmalarda önemli olabilirler.

Daha sonra bu iddiaları optik bir kafes geometrisinde doğruladık. Birleştirme alt problemi için, $T^m = 0,888$ ms'de $F^m = 0,99$ 'u buluyoruz ; bu, QSL'ye göre bir iyileştirme değildir .

$F^m = 0,97$ 'nin $T^m = 0,15$ ms'deki önceki benzer sonuçları . Bununla birlikte, çözümlerin alt düzeyde bir platosu,

Birleştirme alt probleminin çözülmesinin zor olduğu ve en iyi durumda bile karşılık gelen tam kapı sadakatinin $T = 0,215$ ms'de $F = 0,983$ 'te f alt-optimal olduğu. Bunun yerine, birleştirme optimize edilmiş F çözümleri tam kapı problemi için tohum olarak kullanarak, alt-optimal plato ortadan kaldırılırken, aynı zamanda $= 0,1377$ ms kadar düşük sürelerle sahip önemli ölçüde daha fazla sayıda $F = 0,99$ optimum çözümü elde edilir.

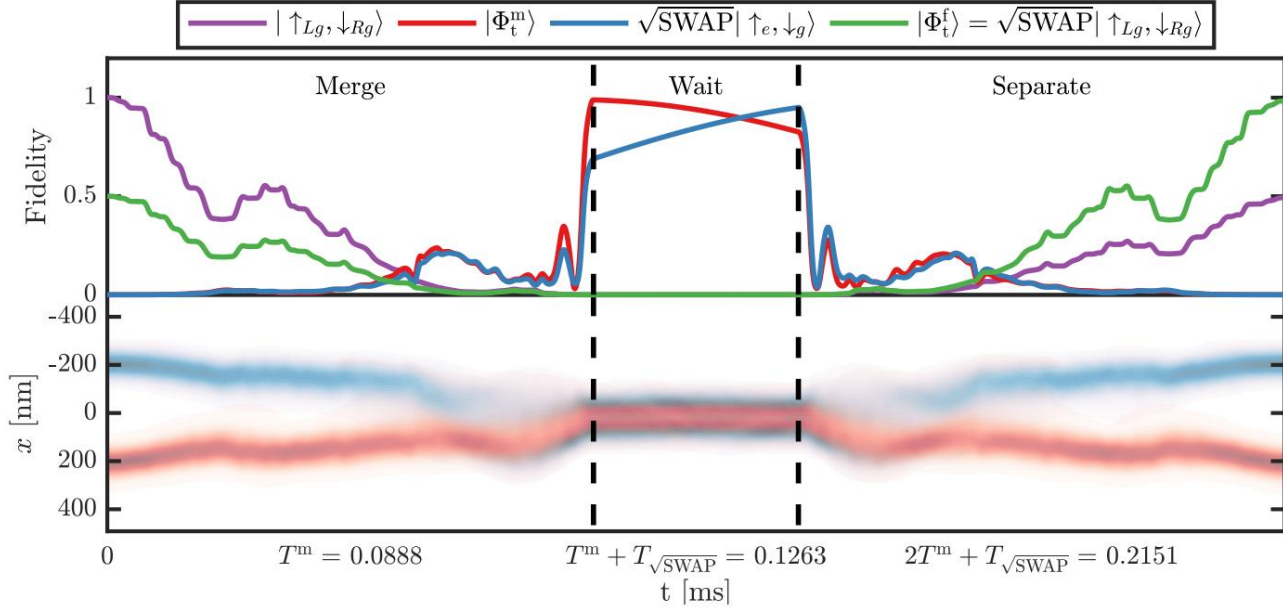
T^F_{QSL}

VII. TEŞEKKÜRLER

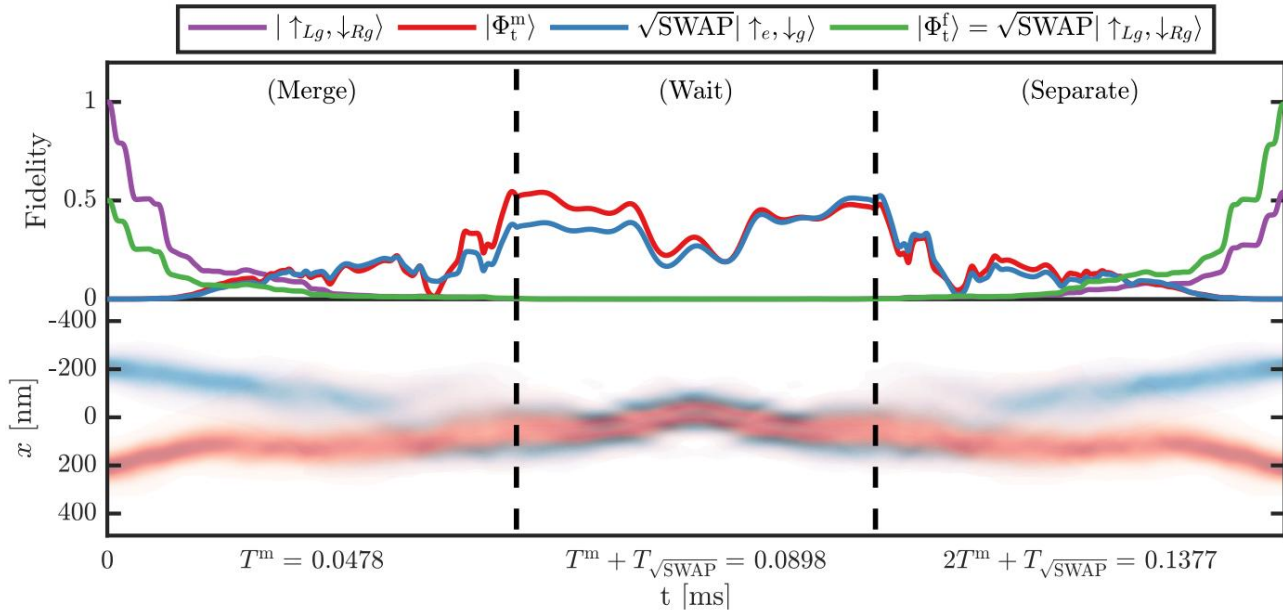
Bu çalışma Avrupa Araştırma Konseyi, John Templeton Vakfı ve Carlsberg Vakfı tarafından finanse edilmiştir. Çalışmada sunulan sayısal sonuçlar Aarhus Bilimsel Hesaplama Merkezi'nden (<http://phys.au.dk/forskning/cscaa/>) elde edilmiştir .

	Tek parçacık f				İki parçacıklı											
	F_{Lg}^M	F_{eg}^M	F_{Rg}^M	$F_{Bg}^{Büyük}$	F_{Rg}^F	$F_{Rg+0.992}^F$	$F_{0.992}^M$	$F_{0.992}^F$	$F_{0.988}^M$	$F_{0.988}^F$	$F_{0.988}^M$	$F_{0.988}^F$	$F_{0.988}^M$	$F_{0.988}^F$	T^M	T^F
Birleştirme optimize edilmiş	0,994	0,997	0,992		0,950	0,9886	0,990	0,983	0,0888	ms	0,215	ms				
Tam kapı optimize edilmiş	0,540	0,868	0,997		0,996	0,570	0,473	0,498	0,519	0,522	0,990	0,0478	ms	0,1377	ms	

TABLO I. Aynı optimize edilmiş kontrollere boyunca farklı durumları yayarken elde edilen başarı rakamları, aşağıdakilere karşılık gelir: zaman açısından en uygun birleştirme kontrolü (üst sıra) veya zaman açısından en uygun tam kapı kontrolü (alt sıra).



ŞEKİL 8. Zaman açısından en uygun birleştirme kontrolüne dayalı tam SWAP kapısı işlemi. Birleştirme-bekleme-ayrılma aşamaları gösterilmiştir. Dikey kesikli çizgilerle. Üst: Çeşitli durumlara sahip anlık doğruluklar. Alt: Karşılık gelen bağımsız tek parçacık yoğunlukları. Hedef durum $|\Phi^m\rangle$ T^m 'de elde edilir F^m ile $F^m = 0,99$. Sistem daha sonra iki seviyeli dinamikler sergiler $|\Phi^f\rangle$ 'ye ulaşan ilk yapılandırılmaya ayrılmadan önce F^f alt düzeyde nihai sadakat F ile $F = 0,983$.



ŞEKİL 9. Zaman açısından optimum tam kapı kontrolünden tam SWAP kapısı işlemi. Başlangıç birleştirme-bekleme-ayrılma aşamaları Tohumlar dikey kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Üst: Çeşitli durumlara sahip anlık doğruluklar. Alt: Karşılık gelen bağımsız tek parçacık yoğunlukları. Birleşen hedef durumu $|\Phi^m\rangle$ en fazla F ile kısmen doldurulmuştur $F^m = 0,52$. atomlar ayrılma başlamadan önce aynı fazda salınımlar sergiler ve $|\Phi^f\rangle$ 'ye girer F^f ile $F = 0,99$.

Ek A: Etkin 1D Açıklaması

(r_1 , s_1) ile gösterilen, i 'inci parçacığın uzaysal ve spin serbestlik dereceleri, iki etkileşimli spin parçacığını tanımlayan tam 3B Hamiltonyendir.

$$H_{3\text{ boyutlu}} = T^* + U(r_1) + U(r_2) + U_{\text{int}}(r_1, r_2), \quad (A1)$$

Burada T^* , tüm parçacık koordinatları üzerindeki kinetik enerji operatörlerinin toplamı, $U(r)$ tek parçacık yakalama potansiyeli ve $U_{\text{int}} = g_3 \delta(r_1 - r_2)$ etkileşim potansiyelidir. $\Phi(r_1, s_1, r_2, s_2, t)$ için ilişkili hareket denklemlerini tam olarak çözmek, çok kaba uzaysal ayrıklaştırmalar için bile hesaplama açısından pahalıdır. Bu nedenle, spin durumlarının örtük olarak ele alındığı etkili bir 1B modelde yaklaşık dinamikleri tanımlamak arzu edilir. Bu, kalan uzaysal eksenlerdeki hareketin dondurulduğu ve Hamiltonyen'in spin terimlerinden yoksun olduğu varsayımı altında yapılabilir. Bu yaklaşımda, değişkenler ürün formuna ayrılır

$$\Psi(x)(x_1, x_2, t) \Psi(y)(y_1, y_2, t) \Psi(z)(z_1, z_2) \chi(s_1, s_2) \quad (A2)$$

Burada $\Psi(x)(x_1, x_2, t)$, dalga fonksiyonunun önemsiz bir fazdan farklı bir zaman evrimine sahip tek kısmıdır. Y ve z yönlerindeki hareketli dalga fonksiyonları her zaman kendi temel durumlarında kalır ve spin dalga fonksiyonu değişmeden kalır. Daha sonra,

Dikkatimizi $\Phi = \Psi(x)$ durumunun önemsiz olmayan kısmına odaklayalım ve ana metin boyunca yaptığımız gibi üst simgeyi kaldıralım. Aşağıda (A2)'yi elde etmek için gereken adımları kısaca ele alacağız.

(A1) denkleminde spin bağımlılığı olmadığından spin serbestlik dereceleri tam olarak ayrılır. Üint hepsini birleştirdiği için uzaysal koordinatlar hemen ayrılmaz. Devam etmek için, $x = (x, 0, 0)$ olmak üzere $V(x) = U(r)$ tanımlıyoruz ve y ve z 'deki potansiyelin $r=x$ yerel olarak harmonik olduğunu varsayıyoruz. Bu, parçacıklar arası bağlantanın yaklaşık 1 boyutlu bir tanımına [48] olanak tanır.

$$g_3 D = \frac{4as\pi}{M} \quad g_1 D = 2as \quad \omega y \omega z, \quad (A3)$$

$$\delta(r_1 - r_2) \delta(x_1 - x_2). \quad (A4)$$

Önemlisi, $z^*(y)$ yönündeki yerel harmonik frekans $\omega z (\omega y)$, x 'te konuma bağlı hale gelebilir. Bu frekansları hesaplamak için $U(r)$, x noktası etrafında ikinci mertebeden Taylor'a genişletilir. x 'in y ve z 'de minimum olduğu varsayılarak,

$$\begin{aligned} U(r) &= U(x) + \frac{1}{2} \sum_{q=y,z} \frac{\partial^2 U}{\partial q^2} \bigg|_{r=x} q^2 \\ &= V(x) + \frac{1}{2} m \omega^2 q^2. \end{aligned} \quad (A5)$$

İki ifadeyi karşılaştırdığımızda frekansları $\omega_q^2 = \frac{1}{m} \frac{\partial^2 U}{\partial q^2} \bigg|_{r=x}$ olarak elde ederiz. Optik için tam 3B potansiyel kafes [29, 43, 45] ve karşılık gelen frekanslar

$$\begin{aligned} U(r) &= V_z \cos^2 kz - V_0 \cos^2 \frac{\beta}{2} \cos^2(ky) + \cos^2(kx) \left(\frac{\pi}{2} + \text{günah}^2 \frac{\beta}{2} \cos(ky) + \cos(kx) \theta \right) \frac{\pi}{2}^2, \quad (A6) \\ \omega z &= \frac{2V_z k^2}{M}, \quad \omega y(x) = \frac{2V_0 k^2}{M} \cos^2 \frac{\beta}{2} + \text{günah}^2 \frac{\beta}{2} \left(1 + \cos(kx) \theta \right) \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (A7)$$

ωz x 'e bağlı olmadığından, z -serbestlik dereceleri bu yaklaşımlarda tam olarak birbirinden ayrılır. Bu eksen boyunca oluşan uyarımlar, ilişkili enerji aralıklarıyla yeterince büyük titreşim frekansları üretmek için bağımsız tuzak derinliği V_z seçilerek her zaman bastırılabilir.

Aksine, x ve y koordinatlarının ayrılması yalnızca yaklaşık bir değerdir, çünkü $\omega y = \omega y(x)$. Tam 2 boyutlu tek parçacık spektrumu hesaplamalarımız, x boyunca tuzaklanmanın y boyunca tuzaklanmadan yalnızca biraz daha zayıf olduğunu göstermektedir, çünkü V_0 her iki ekseninde de ortaktır. Bu nedenle, y boyunca uyarımları bastırmak z 'den çok daha zordur. x ve y 'nin yaklaşık potansiyel ayrılabilirliğinden kaynaklanan hatalar, modelin temel sınırlamasıdır, çünkü bu kuplaj, parçacıklar arası kuplaj U_{int} 'den çok daha büyüktür.

Yaklaşımın (A2) kalitesi böylece bağımsız parçacık düzeyinde değerlendirilebilir. Şekil 12'de

Parçacığı sol temel durumdan başlayarak T 'deki zaman-optimal kontrol üzerinde yaymak ve başlangıç durumuyla QSL 1D ve 2D anlık sadakatlerini hesaplamak.

Aralarındaki fark, potansiyelin ayrılmazlığı nedeniyle y yönündeki temel durumdan sızıntıya kabaca karşılık gelir. Etkiler, doğru temel durumda başlayan parçacık için daha az belirgindir. Aynısını, [43] numaralı Kaynaktan Şekil 7'de sunulan optimize edilmiş kontrol için de yaptık ve benzer sonuçlar bulduk.

Ek B: Yöntemler

1. Sayısal Bilgiler

Bu makalede sunulan simülasyonlar ve optimizasyon sonuçları, kuantum optimal kontrolü için son C++ yazılım paketimiz olan QEngine [49] ile üretilmiştir. $|\Psi_{\pm}\rangle$, tekdüze sahip ayrık $|x_1, x_2\rangle$ gösteriminde sayısal[±] ızgara aralığına diyagonalleştirme yoluyla elde edilen tekli ve üçlü durumlar $|\Phi\rangle$ 'dir. Laplasyen için 5 diyagonal yaklaşımı kullanılır. Yayılma, uzamsal ızgara noktalarının sayısı 2'nin tam sayı kuvvetleri olduğunda en hızlı olan bölünmüş adımlı FFT kullanılarak gerçekleştirilir, örneğin D = {32, 64, 128, 256, 512, 1024}. Bölünmüş adımlı FFT yöntemi tarafından oluşturulan periyodik sınır koşullarının etkilerini en aza indirmek için ızgara sınırlarına yakın bir durum emici sanal potansiyel kullanılır. Etkileşim potansiyelindeki $\delta(x_1 - x_2)$, doğru dinamikleri güvenilir bir şekilde üretmek için çok yüksek bir zamansal çözünürlük gerektirir. Sayısal deneyler, $\delta t = 1,2 \cdot 10^{-5}$ 'in simülasyon için iyi bir değer olduğunu göstermektedir. Bu çok yüksek zamansal çözünürlükte, mekansal çözünürlüğün şaşırtıcı derecede geniş bir aralıkta kararlı olduğu bulunmuştur. Binlerce farklı kontrolün propagasyonu yapıldığında, Dmax = 1024 ve D = 64 ile üretilen doğruluklar arasında ölçülen ortalama ve standart sapma yaklaşık olarak $(2,2 \pm 2,7) \cdot 10^{-4}$ 'tür.

D'yi artırmanın neredeyse hiçbir etkisi yoktur. Ancak, bu nispeten mütevazı D değerinde bile, zaman ayrıklaştırması, ilgi duyulan sürelemlere ulaşmak için O(104) adım gerektirir ve sonuç olarak bu parametrelerle optimizasyon yapmak çok yavaştır. Optimizasyonu birkaç büyüklük sırası kadar önemli ölçüde hızlandırmak için, giderek daha ince ızgaralar kullanılır. Bir ızgara, {D, δt } ikilisiyle tanımlanır. Birleştirme alt problemi için, ızgaralar üzerinde sırayla {32, $5 \cdot 10^{-4}$ } {64, $1 \cdot 10^{-4}$ } {64, $1,2 \cdot 10^{-5}$ } optimizasyon yaparız. Kontrol, ızgaralar arasında hareket ederken yeni δt değerine doğrusal olarak eklenir. Bu, yaklaşık birkaç günlük zaman ölçeğinde geniş bir T aralığında büyük ölçekli bir çoklu başlangıç optimizasyonu gerçekleştirmeyi sağlar. Bellek sorunları nedeniyle, yalnızca {32, $5 \cdot 10^{-4}$ } {64, $1 \cdot 10^{-4}$ } ızgaralarındaki tam kapıyı optimize ediyoruz ve ardından sonuçları raporlarken yalnızca son ızgara {64, $1,2 \cdot 10^{-5}$ } üzerinde değerlendirme yapıyoruz.

2. Optimum Kontrol

Durum transfer problemini çözmek için $|\Phi_0\rangle$ $|\Phi_T\rangle$, maliyet fonksiyonelini en aza² indirmek için l-bfgs arama yönüne sahip L gradyan tabanlı çözüm algoritmasını kullanırız

$$J[U] = J_F + J_y + J_\sigma$$

$$= \frac{1}{2} (1 - F) + 2 \sum_{i=1}^k \frac{y_i}{2} \int_0^T u_i^2 dt + \frac{\sigma}{2} \int_0^T b(u) dt$$

k kontrol alanı (protokol) kümesini yinelemeli olarak iyileştirerek $U(t) = \{u_i(t)\}_{i=1}^k$ Gradyan, ek yöntem kullanılarak hesaplanır.

ek bir Lagrange çarpanı terimi.

JF'yi en

aza indirmek, sadakati en üst düzeye çıkarmaya karşılık gelir $F = |\Phi_T| \langle \Phi(T) | 2 = |\Phi_T| \langle U^\dagger(U) | \Phi_0 | 2$ burada U^\dagger , zaman evrimi operatörüdür. J_y , y kuvvetine sahip daha düzgün kontrollere öncelik ekler ve J_σ , σ kuvvetine sahip belirtilen parametre sınırları $u(t)$ [u_{\min} , u_{\max}] içindeki kontrollere öncelik ekler. İkinci bağlamda, $b(u)$, sınırlara uyulduğunda sıfır olan ve aşıldığında parabolik olan bir fonksiyondur [49].

Ana metinde belirtildiği gibi, birleştirme alt problemi için transfer kalitesinin daha uygun bir ölçüsü, toplam nüfus $F = |\Phi^+ + e.g|\Phi(T)|^2 + |\Phi^- - e.g|\Phi(T)|^2$ 'dir. Bu, JF'yi aşağıdakilerle değiştirerek maliyet fonksiyonuna doğrudan dahil edilebilir:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{|\Phi^+ + e.g|\Phi(T)|^2}{2} \quad \frac{|\Phi^- - e.g|\Phi(T)|^2}{2} \quad 2$$

$$1 \quad F +$$

$|\Phi(T)\rangle$ 'nin $|\Phi^\pm\rangle$ durumlarında bağıl fazdan bağımsız olarak tam ve eşit olarak dağıtıldığı durumda en aza indirilen, bkz. Denklem (24). Bu değiştirme, yeni bir optimalite sistemi elde etmek için yeni G^{ateaux} türevlerinin hesaplanmasını gerektirir [49]. Bunu resmi olarak yapmak yerine, F'yi bir durdurma koşulu olarak kullanırız.

Kütlesi $m_{\text{Rb}} = 87$ amu olan rubidyum atomlarını simüle ediyoruz ve $a_{\text{Rb}} = 5,45$ nm 103a0 [5, 50] durumundan bağımsız bir saçılma uzunluğu varsayıyoruz, burada a_0 Bohr yarıçapıdır. Dikkatimizi $x \in [1.0, +1.0] \times a$ içinde tanımlanan kafesin tek bir birim hücreğine sınırlandırıyoruz, burada $a = 408 = \lambda/2$ [29] başlangıç konfigürasyonu için kafes yeri ayırımıdır (Şekil 2(a)). Sayısal nedenlerden dolayı sınırları $x \in [1.2, +1.2] \times a$ olacak şekilde hafifçe dolduruyoruz: sınır bölgesinde köşegenleştirmeyi sabitlemek için sabit bir $V_{\text{cst}} = \text{maks } V(x)$ kullanılıyor. Dalga fonksiyonunun optimize edilmiş kontrollere boyunca yayıldığında bu fiziksel olmayan bölgeye girmediğini doğruladık. Z yönündeki bağımsız kafesin mukavemeti $V_z = 186$ kHz $\cdot h$ 'dir [29].

Potansiyel Denklem (1)'in kontrol parametreleri, $U = \{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\} = \{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\} \times \{\text{ölçek}, \theta\text{ölçek}, V_0\text{ölçek}\}$ değerleriyle yeniden ölçeklendirilir

$$\{\beta\text{ölçeği}, \theta\text{ölçeği}, V_0\text{ölçek}\} = \{0,52\pi, 0,474\pi, 122\text{kHz} \cdot h\}$$

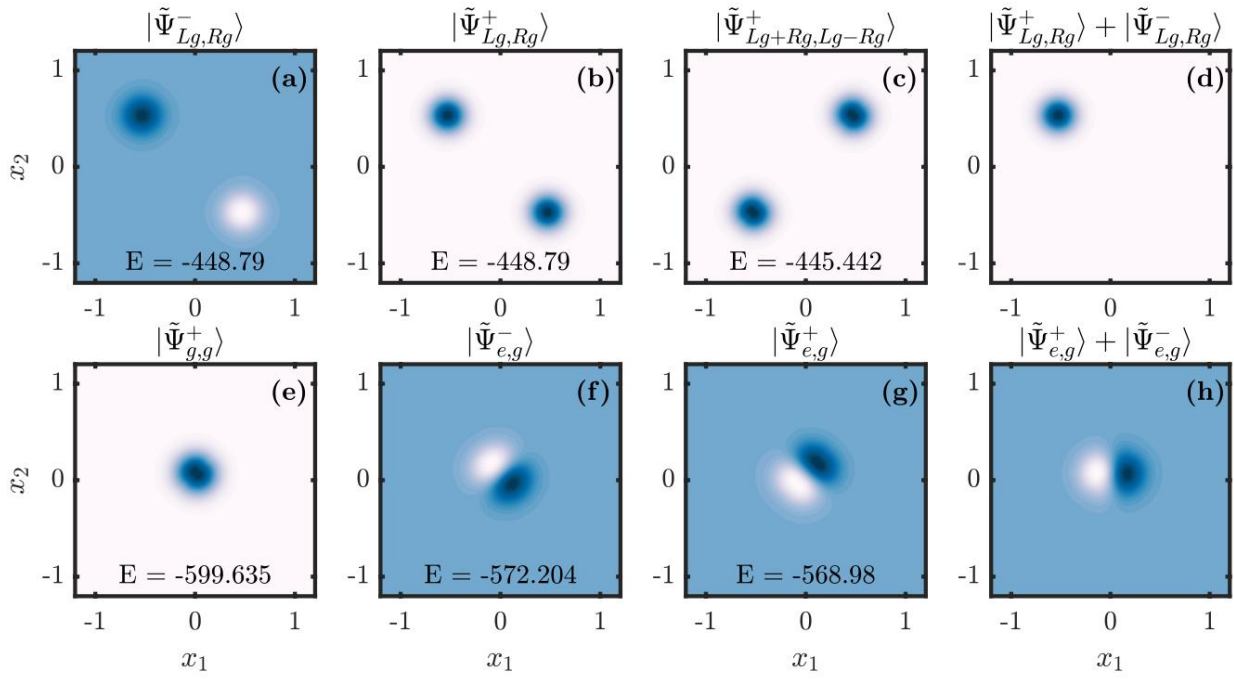
$$U(0) = \{\beta(0), \theta(0), V_0(0)\} = \{0, 1, 1\}$$

$$U(T) = \{\beta(T), \theta(T), V_0(T)\} = \{1, 1, 1\}$$

Birleştirme alt problemi için ölçeklendirilmemiş başlangıç ve son kontrol değerleri ($\beta = 0$ 0,52 π , $\theta = 0$, 474 π , $V_0 = 122$ kHz $\cdot h$), Kaynak [43]'teki sonuçlarla karşılaştırmaya olanak sağlamak için seçilmiştir. Kaynak [44]'te benzer değerler kullanılmıştır. Her iki makalede de yeniden ölçekleme tartışılmamaktadır. Tam kapı problemi için $U(T) = U(0)$.

Şekil 10'da birkaç seçilmiş iki parçacıklı uzaysal durum gösterilmektedir. Ayrılmış yapılandırma için Şekil 2(a), $|\Psi^{\pm}\rangle$ (tek işgal edilmiş kuyular) dejeneratiftir, etkileşim ise $|\Psi^+ + \text{(iki kat)}\rangle$ enerjisini artırır

$$L_g + R_g, L_g - R_g$$



ŞEKİL 10. Başlangıç konfigürasyonunda (üst sıra) ve birleştirilmiş konfigürasyonda (alt sıra) sayısal iki parçacık durumları. Enerjiler $\text{kHz} \cdot \hbar$ cinsindendir. (a)-(c) En düşük seviyedeki öz durumlar. Tek dolu kuyulara karşılık gelen (temel) durumlar $|\Psi^{\pm}, x_1 = x_2 = 0\rangle$ için her iki dalga fonksiyonu da sıfır olduğundan dejeneratiftir. Çift dolu kuyulara karşılık gelen uyarılmış durum $|\Psi^{\pm}\rangle$, etkileşim nedeniyle artmış bir enerjiye sahiptir. (d) Sayısal başlangıç durumu $|\Psi_0\rangle$. (e)-(g) En düşük seviyedeki öz durumlar.

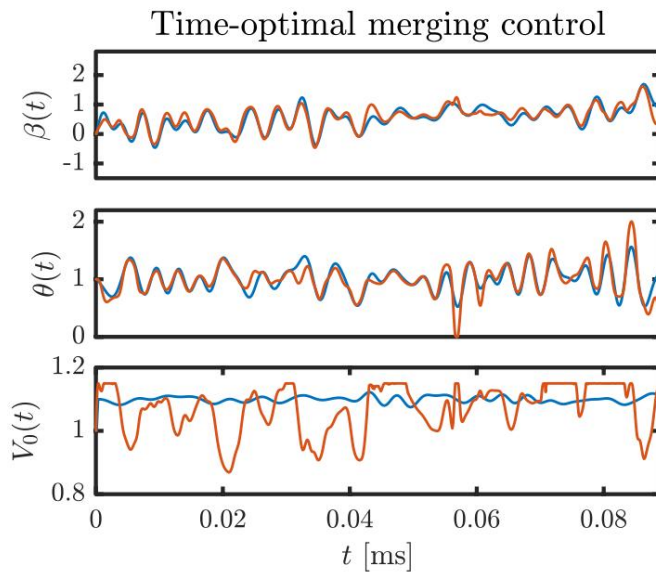
Simetrik uyarılmış durum $|\Psi^+\rangle$, antisimetrik $|\Psi^-\rangle$ (h) ile karşılaştırıldığında daha fazla enerjiye sahiptir. Sayısal hedef durum $|\Psi_{\text{mt}}\rangle$ (burada $\alpha = 0$).

(işgal edilen kuyularda) $3 \text{ kHz} \cdot \hbar$ 'ye kadar, Ref.'te de bildirildiği gibi. [43]. Sayısal başlangıç durumu $|\Psi_0\rangle$ ve hedef durumu $|\Psi_m\rangle$ 'nin doğrudan simetrik olmadığını, ancak uygun spin serbestlik derecesi örtük olarak dahil edildiğinden fiziksel olarak hala doğru olduğunu unutmayın.

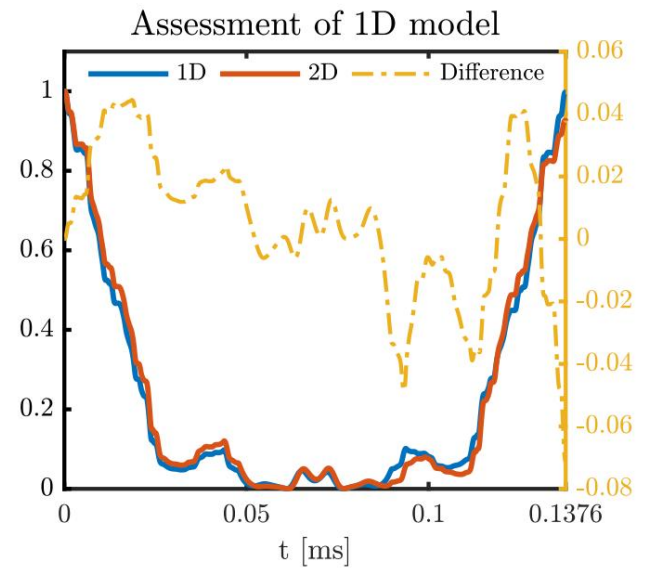
Tüm kontroller için $\gamma = 10^{-7}$ olan bir düzenleme terimi ve $\{\beta(t), \theta(t), V_0(t)\} = \{+0.2, 2.1, 1.15\}$ 'i $\sigma = 105$ ile sınırlandırmak için bir sınır terimi ekliyoruz, böylece bitişik kafes birim hücreleri karışmıyor ve V_0, V_z 'den makul ölçüde düşük kalıyor (bkz. Ek A). Birleştirme için optimizasyon tohumları üretiliyor

Artan harmonik frekansın $M = 40-60$ rastgele sinüsü ile bir referans kontrolünü rastgele ağırlıklandırma ve genel normalizasyonla bozarak. Referans kontrolü, başlangıç maliyetinin ortalama olarak azalacağı şekilde sezgisel olarak seçildi. Ana metinde tartışıldığı gibi, optimize edilmiş birleştirme kontrolleri, tam kapı optimizasyonu için başlangıç noktası olarak kullanılır. Her iki durumda da, başlangıç noktalarını, değer eşiğini aşana, yerel bir minimuma yakınsayana veya 7 günlük bir duvar zaman sınırını aşana kadar optimize ediyoruz.

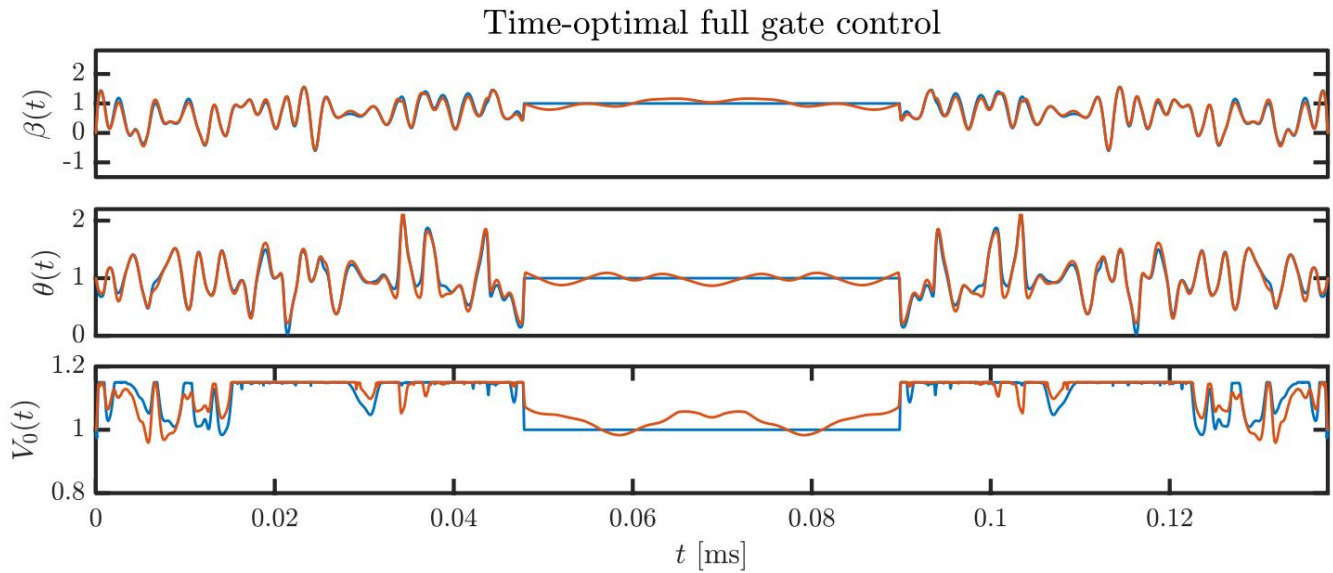
Şekil 11 ve 13, birleştirme ve tam kapı sorunları için sırasıyla zaman açısından en uygun kontrolleri göstermektedir [46].



ŞEKİL 11. (Çevrimiçi renk) Kuantum hız sınırı T sınırındaki (ölçeklendirilmiş) optimal kontrollere kümesi ve bunların tohumları $t_{QSL}^M = 0,0888$ ms. Mavi: İlk kontrol. Kırmızı: Optimize edilmiş kontrol.



ŞEKİL 12. (Çevrimiçi renkli) 1B ve 2B durumundaki başlangıç durumuyla anlık doğrulukların karşılaştırılması. Aralarındaki fark, kabaca y yönündeki temel durumdan sızıntıya karşılık gelir.



ŞEKİL 13. (Çevrimiçi renk) Kuantum hız sınırı T sınırındaki (ölçeklendirilmiş) optimal kontrollere kümesi ve tohumları Mavi: Başlangıç kontrolü. Kırmızı: Optimize edilmiş kontrol.

$t_{QSL}^F = 0,1377$ ms.

Ek C: Spin Değişim Hamiltoniyeni

Denklem (2) ile modellenen çarpışma etkileri tamamen uzaysaldır ve bu da spin durumlarını örtük olarak ele almamıza olanak tanır. Ancak, tuzaklama geometrisi statik ve spa-

İlk durum $|\Phi^+ + a, b\rangle$ biçiminde bir süperpozisyondu^{a,b} Biz Etkin bir Hamilton spinli dinamikleri tanımlayabiliriz. $H^+ = J_{ex} \cdot S^+ \cdot 1^-$ burada S^+ i spin operatörleri ve J_{ex} değişim enerjisidir. H^2 spininin matris gösterimi $\{ | \rangle, \dots \}$ =

$$\text{standart hesaplama temelinde } e1, | \rangle, \dots = e4 \}$$

$$H^+ \text{ dönüş } \frac{J_{ex}}{4} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (C1)$$

Burada e_i standart birim vektörlerdir. Hesaplamalı baz durumları, $J_{ex} = 0$ olmadığı sürece H^+ 'nin öz durumları değildir. Denklem (C1)'in ^{dönüş} köşegenleştirilmesi, enerjileri ve karşılık gelen durumları verir.

$$E^- = \frac{3}{4} J_{ex}^2 : \quad \chi = \frac{1}{2} (e2 - e3),$$

$$E^+ = + \frac{1}{4} J_{ex}^2 + e1, \chi = \frac{21}{2} (e2 + e3), \quad e4,$$

E^+ ya karşılık gelen üç dejenerasyon durumu vardır. \pm durumları tam olarak spin singlet ve triplet spin χ 'dir

$U^- = J_{ex}$ enerji farkına sahip durumlar, $\chi = e1$ ve $\chi = e4$ ise sıfır olmayan net spin değerine sahip kalan üçlü spin durumlarıdır. Bu etkin spin modelinde, örtük olarak ele alınan şey uzaysal serbestlik derecesidir.

Bu nedenle, başlangıçta hazırlanan durum için zaman evrimi $| \rangle, b = |\Phi^- + a, b\rangle + |\Phi^+ a, b\rangle$ dir

$$\begin{aligned} |\Phi(t)\rangle &= e^{-\frac{iH^+}{\hbar} t} |\Phi^+ a, b\rangle + e^{-\frac{iH^+}{\hbar} t} |\Phi^- a, b\rangle \\ &= |\Psi^+ a, b\rangle e^{-\frac{iH^+}{\hbar} t} + |\Psi^- a, b\rangle e^{-\frac{iH^+}{\hbar} t} \\ &= e^{-\frac{iE^+}{\hbar} t} |\Psi^+ a, b\rangle + e^{-\frac{iE^-}{\hbar} t} |\Psi^- a, b\rangle \\ &= |\Phi^+ a, b\rangle + e^{-\chi} \alpha(t) |\Phi^- a, b\rangle \end{aligned}$$

Burada $\alpha(t) = J_{ex} t / \hbar$ ve küresel bir fazı göz ardı ettik. Bu model, (19) denklemindeki dinamikleri tam olarak yeniden üretir.

- [1] S. Chu, Doğa 416, 206 (2002).
- [2] I. Bloch, J. Dalibard ve W. Zwerger, Modern fiziğin incelemeleri 80, 885 (2008).
- [3] JF Sheson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch ve S. Kuhr, Nature 467, 68 (2010).
- [4] C. Weitenberg, M. Endres, JF Sheson, M. Cheneau, P. Schauß, T. Fukuhara, I. Bloch ve S. Kuhr, Nature 471, 319 (2011).
- [5] A. Kaufman, B. Lester, C. Reynolds, M. Wall, M. Foss-Feig, K. Hazzard, A. Rey ve C. Regal, Science 345, 306 (2014).
- [6] Y. Wang, X. Zhang, TA Corcovilos, A. Kumar ve DS Weiss, Fiziksel inceleme mektupları 115, 043003 (2015).
- [7] H. Kim, W. Lee, H.-g. Lee, H. Jo, Y. Song ve J. Ahn, Nature communications 7, 13317 (2016).
- [8] M. Endres, H. Bernien, A. Keesling, H. Levine, ER Anschuetz, A. Krajenbrink, C. Senko, V. Vuletic, M. Greiner ve MD Lukin, Bilim 354, 1024 (2016).
- [9] D. Barredo, S. De L'es'eleuc, V. Lienhard, T. Lahaye ve A. Browaeys, Bilim 354, 1021 (2016).
- [10] W. Lee, H. Kim ve J. Ahn, Optik ifade 24, 9816 (2016).
- [11] A. Kumar, T.-Y. Wu, F. Giraldo ve DS Weiss, Nature 561, 83 (2018).
- [12] D. Barredo, V. Lienhard, S. de L'es'eleuc, T. Lahaye ve A. Browaeys, Nature 561, 79 (2018).
- [13] S. Saskin, J. Wilson, B. Grinkemeyer ve JD Thomp-son, Fiziksel inceleme mektupları 122, 143002 (2019).
- [14] M. Norcia, A. Young ve A. Kaufman, Physical Review X 8, 041054 (2018).
- [15] A. Cooper, JP Covey, IS Madjarov, SG Porsev, MS Safronova ve M. Endres, Physical Review X 8, 041055 (2018).
- [16] GK Brennen, CM Caves, PS Jessen ve IH Almanca, Fiziksel İnceleme Mektupları 82, 1060 (1999).
- [17] DP DiVincenzo, Fortschritte der Physik: Progress of Physics 48, 771 (2000).
- [18] D. Jaksch, JI Cirac, P. Zoller, SL Rolston, R. Côté ve MD Lukin, Physical Review Letters 85, 2208 (2000).
- [19] M. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, L. Duan, D. Jaksch, J. Cirac ve P. Zoller, Fiziksel inceleme mektupları 87, 037901 (2001).
- [20] AJ Daley, MM Boyd, J. Ye ve P. Zoller, Fiziksel inceleme mektupları 101, 170504 (2008).
- [21] A. Negretti, P. Treutlein ve T. Calarco, Kuantum bilgi işleme 10, 721 (2011).
- [22] C. Weitenberg, S. Kuhr, K. Mølmer ve JF Sherson, Physical Review A 84, 032322 (2011).
- [23] P.-I. Schneider ve A. Saenz, Fiziksel İnceleme A 85, 050304 (2012).
- [24] NB Jørgensen, MG Bason ve JF Sheson, Phys. Rev. A 89, 032306 (2014).
- [25] G. Pagano, F. Scazza ve M. Foss-Feig, Advanced Quantum Technologies 2, 1800067 (2019).
- [26] T. Xia, M. Lichtman, K. Maller, A. Carr, M. Piotrowicz, L. Isenhowe ve M. Saffman, Fiziksel inceleme mektupları 114, 100503 (2015).
- [27] Y. Wang, A. Kumar, T.-Y. Wu ve DS Weiss, Bilim 352, 1562 (2016).

- [28] O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, TW Hansch ve I. Bloch, Nature 425, 937 (2003).
- [29] M. Anderlini, PJ Lee, BL Brown, J. Sebby-Strabley, WD Phillips ve J. Porto, Nature 448, 452 (2007).
- [30] T. Wilk, A. Gaetan, C. Evellin, J. Wolters, Y. Miroshnychenko, P. Grangier ve A. Browaeys, Physical Review Letters 104, 010502 (2010).
- [31] X. Zhang, L. Isenhowe, A. Gill, T. Walker ve M. Saffman, Physical Review A 82, 030306 (2010).
- [32] L. Isenhowe, E. Urban, X. Zhang, A. Gill, T. Henage, TA Johnson, T. Walker ve M. Saffman, Fiziksel inceleme mektupları 104, 010503 (2010).
- [33] K. Maller, M. Lichtman, T. Xia, Y. Sun, M. Piotrowicz, A. Carr, L. Isenhowe ve M. Saffman, Physical Review A 92, 022336 (2015).
- [34] A. Kaufman, B. Lester, M. Foss-Feig, M. Wall, A. Rey ve C. Regal, Nature 527, 208 (2015).
- [35] Y.-Y. Jau, A. Hankin, T. Keating, I. Deutsch ve G. Biedermann, Doğa Fiziği 12, 71 (2016).
- [36] H. Levine, A. Keesling, A. Omer, H. Bernien, S. Schwartz, AS Zibrov, M. Endres, M. Greiner, V. Vuletić ve MD Lukin, Fiziksel inceleme mektupları 121, 123603 (2018).
- [37] A. Browaeys, D. Barredo ve T. Lahaye, Fizik Dergisi B: Atomik, Moleküler ve Optik Fizik 49, 152001 (2016).
- [38] M. Saffman, TG Walker ve K. Mølmer, Modern Fizik İncelemeleri 82, 2313 (2010).
- [39] M. Saffman, Fizik Dergisi B: Atomik, Moleküler ve Optik Fizik 49, 202001 (2016).
- [40] D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. Cirac, C. Gardiner ve P. Zoller, Physical Review Letters 82, 1975 (1999).
- [41] T. Calarco, E. Hinds, D. Jaksch, J. Schmiedmayer, J. Cirac ve P. Zoller, Physical Review A 61, 022304 (2000).
- [42] D. Hayes, PS Julienne ve IH Deutsch, Phys. Rev. Mektup 98, 070501 (2007).
- [43] G. De Chiara, T. Calarco, M. Anderlini, S. Montangero, P. Lee, B. Brown, W. Phillips ve J. Porto, Physical Review A 77, 052333 (2008).
- [44] M. Mundt ve DJ Tannor, Yeni Fizik Dergisi 11, 105038 (2009).
- [45] M. Anderlini, J. Sebby-Strabley, J. Kruse, JV Porto ve WD Phillips, Fizik Dergisi B: Atomik, Moleküler ve Optik Fizik 39, S199 (2006).
- [46] Not1, https://www.quatomic.com/quatomic_publications/ adresini ziyaret edin tek parçacık yoğunluklarının animasyonları için.
- [47] P. Treutlein, TW Hansch, J. Reichel, A. Negretti, MA Cirone ve T. Calarco, Fiziksel İnceleme A 74, 022312 (2006).
- [48] M. Olshanii, Fiziksel İnceleme Mektupları 81, 938 (1998).
- [49] J. Sørensen, J. Jensen, T. Heinzel ve J. Sherson, Bilgisayar Fiziği İletişimleri 243, 135 (2019).
- [50] PS Julienne, F. Mies, E. Tiesinga ve CJ Williams, Fiziksel inceleme mektupları 78, 1880 (1997).