

Aşırı durumlarda otomatik eşik seçimi için L-momentleri değer analizi

Jessica Silva Lomba¹, ve Maria Isabel Fraga Alves¹

¹CEAUL ve DEIO, Fen Fakültesi, Lizbon Üniversitesi

Soyut

Ekstrem değer analizinde, çıkarımın ekstrem olay tanımına duyarlılığı en önemli konudur. Eşik üstü tepeler (POT) yaklaşımı altında bu, uygun bir seviyenin üzerindeki gözlemlere, tahminlerin sapması ile varyansı arasında denge kuran Genelleştirilmiş Pareto dağılımının uygulanması ihtiyacına doğrudan dönüsür. Literatürde yer alan seçim metodolojileri, içsel öznellik veya yüksek hesaplama yoğunluğu gibi tekrarlayan zorluklarla karşı karşıyadır. Zaman verimliliğini ve öznel yargıların ortadan kaldırılmasını hedefleyen, eşik tespiti için gerçekten otomatik bir yöntem öneriyoruz. İyi bilinen L-momentler teorisine dayanan bu çok yönlü veri odaklı teknik, büyük ekstrem veri koleksiyonlarının toplu işlenmesini halledebilirken, küçük örneklemelerde de iyi performans gösterebilir.

Tekniğin performansı, kapsamlı bir simülasyon çalışmásında değerlendirilmiş ve literatürden önemli dalga yükseliği veri kümeleriyle gösterilmiştir. Eşik değeri seçimi, ilişkili parametre tahmini ve hesaplama açısından verimli geri dönüş seviyesi tahmininin nihai hedefi açısından, diğer son teknoloji yöntemlerle karşılaştırıldığında olumlu bir performans gösterdiğini tespit etti.

Anahtar Kelimeler: Aşırı Değer Teorisi, L-moment Teorisi, Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı, POT, Eşik, Otomatik.

1 Giriş

Aşırı Değer Teorisi (EVT), belirli bir olguya ait verilerin merkezi kütlesinden en uzaktaki gözlemlerin davranışını açıklamaya odaklanan istatistiksel bir çerçeve sunar. Sismik büyüklükler, deniz veya yağış seviyeleri, finansal varlıkların fiyatları, en büyük ilgi ve en büyük riskin en nadir ve aşırı olaylarda yattığı geleneksel aşırı değer analizi (EVA) konularına örnektir. Bu süreçlerin doğası göz önüne alındığında, doğru çıkarımlar yapmak mümkündür.

ciddi sonuçların önlenmesine yardımcı olur, ancak bu aşırı olanın ne olduğunun uygun şekilde tanımlanmasını gerektirir gözlemler.

Yaygın bir yaklaşım, önceden seçilmiş bir seviyenin üzerindeki gözlemleri kullanarak tahmin yapmaktadır; parametrik bir bakış açısından bu, eşik üstü tepe (POT) yaklaşımına karşılık gelir.

Yazışma yazarı. E-posta: jslomba@fc.ul.pt

Metodoloji, $Y := X - u$ 'nun Genelleştirilmiş Pareto dağılımına (GPd) asimptotik yaklaşımı, uygun derecede yüksek bir seviye u 'nun üzerindeki yeniden ölçeklendirilmiş fazlalıklara, dejenere olmayan sınırlayıcı dağılım mevcutsa dayanır – Pickands (1975).

GPd'nin kümülatif dağılım fonksiyonu, şekil parametresi $\xi \in R$ ile – şu şekilde bilinir:

Aşırı Değer Endeksi (EVI) –, eşik bağımlı ölçek parametresi $\sigma_u > 0$ ve kökendeki konum şu formu alır:

$$\begin{aligned} F(y|1+\sigma_u) &= \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{y}{\sigma_u}\right)}^{\frac{1}{\xi}}, \quad y \in (0, \infty), \xi > 0 \\ H\xi(y|\sigma_u) &:= \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{y}{\sigma_u}\right)}^{\frac{1}{\xi}}, \quad y \in (0, \infty), \xi = 0 \\ &\quad 1 + \frac{\xi y}{\sigma_u}, \quad \xi, y \in (0, \infty), \xi < 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Uygulamada, POT analizindeki ilk adım, uygun bir eşik seçmektir.

Herhangi bir çıkarım türü, bu nedenle u 'nun üzerindeki fazlalıklara GPd uyumu altında (ξ, σ_u) yu tahmin etmek için rastgele bir örneklem X_1, \dots, X_n 'den gözlenen değerler kümesini kullanabiliriz. Bu noktadan sonra gerçekleştirilen her çıkarımın seçilen kesme noktasına karşı oldukça hassas olduğu açıktır: çok düşük eşik değerleri tahminde önyargiya neden olur, çünkü GPd'ye yaklaşım geçerli olmayıpabilir; diğer yandan, seçilen seviye çok yüksek olduğunda tahmin edicilerin yüksek varyansı beklenir, çünkü bu fazlalıklar örneğinin boyutunu önemli ölçüde azaltır. Bu iki konu arasındaki dengeyi bulmak bugün hala tartışılan bir görevdir ve literatürde farklı bakış açılarından birçok öneri ortaya çıkmıştır - Scarrott ve MacDonald (2012) ve Langousis ve ark. (2016) yöntemlerden bazılarını incelemektedir. Şimdi hem klasik hem de Bayes istatistiklerinin her iki çerçevesinden gelen çeşitli katkılardan kısaca bahsedeceğiz.

Eşigi seçmenin en hızlı ve en doğrudan yolları, sabit sayıda gözlemin kullanıldığı (örneğin Ferreira ve ark., 2003, [n]) sözde pratik kuralları; ancak örneklem büyülüğüne oldukça bağımlı olduğundan, bu, her bir veri kümesi için uygunluk garantisini sunmaz. Diğer metodolojiler, parametreler için tahmin edicilerin asimptotik özelliklerine dayanır, örneğin kuyruk indeksi ξ için Hill tahmin edicisinin asimptotik ortalama karesel hatası - yarı parametrik yaklaşım altında karşılaştırmalı bir çalışma için Danielsson ve ark. (2001), Beirlant ve ark. (2002), Schneider ve ark. (2019) veya Um ve ark. (2010)'a bakın; ancak, küçük örneklemelerle çalışırken asimptotik argümanlar tatmin edici bir şekilde karşılanmayabilir ve önyükleme yaklaşımlarıyla birleştirme genellikle çok yoğun bir hesaplama çabasıyla gelir. Bazı yazarlar, örneğin GPd kuyruk uyumunun esnekliğini eşik değerinin altındaki veriler için uygun başka bir dağılımla bireleşiren karma modeller sunarak, eşik değerinin belirlenmesi için daha merkezi verilerin büyük kısmından gelen bilgileri dahil etmeyi alternatif olarak değerlendirmiştir; Scarrott ve MacDonald (2012) bazı örnekleri analiz etmiştir. Farklı bir yöntem grubu, empirik dağılım fonksiyonunun, Kolmogorov-Smirnov istatistiği gibi mesafe ölçümleri aracılığıyla, uydurulan kuyruk modeline ne kadar yakın olduğunu değerlendirmeye dayanmaktadır - iki farklı katkı için bkz. Clauset vd. (2009) ve Danielsson vd. (2016).

QQ-grafığı veya GPd parametre tahminleri kararlılık grafikleri gibi görsel tanılama araçları,

Geleneksel bir eşik seçimi yöntemi - Coles (2001)'da kısa bir açıklama bulabiliriz. Son zamanlarda, yeni tanılama grafikleri tanıtıldı: Wadsworth ve Tawn'ın (2012) çalışmasını takiben, Northrop ve Coleman (2014), her aday eşik değerinin üzerindeki şekil sabitliği hipotezlerinin puan testinden p-değerlerinin grafiğinin oluşturulmasına olanak tanıyan, parça parça sabit şekil parametresine sahip yeni bir çok eşikli GP modeli türetmiştir - yazarlar, seçilen eşliğin ilişkili p-değerlerinde belirgin bir artışa karşılık gelmesi gerektiğini öne sürmektedir; Wadsworth (2016), homojen olmayan Poisson Süreci gösterimi altında, maksimum olabilirlik (ML) tahmin edicilerinin bağımsız artışı yapısını, tanılama grafikleri üretmek için incelemiştir

Geleneksel parametre kararlılık grafiklerinden daha doğrudan yorumlanabilirlik; alandan katkılar Bayes istatistiklerinin çalışmaları arasında, tek ve çok değişkenli veri kümeleri için eşikleri seçmek amacıyla farklı adaylarda sürpriz ölçümlerini çizen Lee ve ark. (2015) (son uygulaması Manurung ve ark., 2018) ve hem bir seviye seçmek hem de tek eşik seçimine karşı çıkmaya sahiplik sağlamak için çapraz doğrulama ve model ortalamasını kullanan Northrop ve ark. (2017) bulunmaktadır.

Birkaç yazar, bu tür doğası gereği öznel görsel araçlara nesnellik kazandırmak ve nihayetinde büyük veri kümesi gruplarının eş zamanlı olarak işlenmesine olanak sağlamak amacıyla otomatik seçim yöntemleri geliştirmeye çalışmıştır. Thompson vd. (2009), çeşitli eşik değerlerindeki parametre tahminlerinin farklılıklarının yaklaşık normal dağılımına dayalı otomatik bir yöntem geliştirmiştir. Langousis vd. (2016), geleneksel ortalama artık عمر grafiğindeki (MRLP) her bir gözlemin üzerindeki noktalara doğrusal modeller uydurmak için ağırlıklı en küçük kareler (WLS) yöntemini kullanır; eşik değeri daha sonra doğrusal uyumun ağırlıklı ortalama kare hatasının (WMSE) yerel minimumuna karşılık gelen en düşük seviye olarak seçilir. Bader vd. (2018), Choulakian ve Stephens'in (2001) GPd hipotezi altında uyum iyiliği (GoF) testi üzerine çalışmalarını, G'Sell vd.'nin (2016) sıralı hipotezinin yanlış keşif oranının kontrolü için durdurma kurallarıyla birleştirerek otomatik bir seçim yöntemi oluşturmuştur.

Bu makalede, tek bir veri toplama yöntemi için yeni bir otomatik ve hesaplamalı olarak etkili yöntem sunuyoruz. POT-GPd metodolojisi altında eşik seçimi. Bu yaklaşım, aşağıdakilerle motive edilir, ancak bunlarla sınırlı değildir: L-momentlerinin iyi geliştirilmiş teorisinden, alternatif bir çarpıklık/basıklık GPd karakterizasyonu kullanan görsel bir teşhis aracı. Amacımız, uygulayıcının analizdeki öznelliğini tamamen ortadan kaldırarak, hızlı ve kolay uygulanabilen bir prosedür sunmak, büyük veri kümeleri için anında ve eş zamanlı eşik seçimine olanak tanırken, küçük örneklerle çalışırken iyi özellikler.

Bölüm 2'de, önerilen seçim yöntemimizi açıklayıp gereklendirmeden önce, L-moment teorisine kısa bir giriş yapıyoruz. Bölüm 3, metodolojiyi daha önce bahsedilen iki ileri düzey otomatik prosedürle doğrulamak için gerçekleştirilen büyük ölçekli karşılaştırmalı simülasyon çalışmasını açıklamaktadır. Bölüm 4'te, literatürden iki önemli dalga yüksekliği veri setini analiz ederek, seçilen eşik değerinin parametre ve geri dönüş seviyesi tahminindeki çeşitli yöntemler üzerindeki etkisini karşılaştırıyoruz. Bölüm 5, bu çalışmayı bazı son değerlendirmelerle sonlandırarak, daha fazla araştırma için ilgi çekici bazı konulara işaret etmektedir.

2 Otomatik Eşik Seçimi

Şimdi, önerdiğimiz eşik seçim prosedürünün temellerini atıyoruz. Amaç, Aday kümesinden en düşük nokta, ardından GP yaklaşımının aşırılık örneğine uygulanması Yeterince iyi olduğu değerlendirilmektedir. Ribatet (2011) tarafından açıklanan ve Hidroloji ve Bölgesel Frekans Analizi (RFA) alanında bölgesel veriler için aday dağılımlar arasında ayrılmak amacıyla yaygın olarak kullanılan bilinen bir görsel teşhis aracının sezgisel, otomatik ve nesnel bir uyarlamasını sunuyoruz. Metodolojinin temelini oluşturan köklü temel L-moment teorisi Hosking (1986) tarafından kapsamlı bir şekilde incelenmiş ve RFA'ya uygulanmasına ilişkin bir kılavuz Hosking ve Wallis (1997) tarafından derlenmiştir.

2.1 L-moment Teorisi

Olasılık ağırlıklı momentler (PWM), Greenwood ve arkadaşları (1979) tarafından, olasılık dağılımlarını özetlemek, parametre tahmini yapmak ve hipotez testleri yapmak için bir yol sağlayan geleneksel momentlere paralel bir teori olarak sunulmuştur. Ancak, bu nicelikleri dağılımsal özellikler açısından yorumlamak zordur. Hosking (1986), PWM'nin belirli doğrusal kombinasyonlarının, yani L-momentlerinin, bu sorunu aşabileceğini ve olasılık dağılımlarının konum, ölçek ve şeklinin ölçülerini olarak okunabileceğini ve PWM'nin iyi özelliklerini koruyabileceğini bulmuştur.

Dağılım fonksiyonu F olan bir rastgele değişken X 'i ele alalım: L-momentleri bir alternatif temsil eder. PWM tabanlı analizleri daha yüksek doğruluk ve yorumlanabilirlikle gerçekleştirmenin etkili bir yolu, dağılımların daha kolay tanımlanmasına ve tanımlanmasına ve parametrelerinin tahmin edilmesine olanak tanır. X 'in L-momentlerinin tüm kümesinin var olması ve dağılımını benzersiz bir şekilde tanımlaması yeterlidir. $E|X| < \infty$, bu nedenle geleneksel momentlerden daha geniş bir olasılık dağılımı aralığını tanımlar - bu özellik hakkındaki yorumlar Hosking'de (2006) bulunabilir. Belirli PWM $\alpha_0 = M_1, \alpha_1 = E[X] - F(X)$ r verildiğinde, ilk dört L-momentini şu şekilde yazabilirim:

$\lambda_1 = \alpha_0$	L-konumu	beklenen değer
$\lambda_2 = \alpha_0 + 2\alpha_1$	L ölçüği	
$\lambda_3 = \alpha_0 + 6\alpha_1 + 6\alpha_2$	Üçüncü L ani	
$\lambda_4 = \alpha_0 + 12\alpha_1 + 30\alpha_2 + 20\alpha_3$	dördüncü L ani	

ve boyutsuz versiyonlarda, L-moment oranları, $\tau_r = \lambda_r / \lambda_2$, $r = 3, 4, \dots$ Bu oranlar $|\tau_r| < 1$ 'i sağlar ve ölçekten bağımsız olarak dağılım şeklinin ölçülerini verir. Bu nedenle,

$$\begin{aligned}\tau_3 &= \frac{\lambda_3}{\lambda_2} && \text{L-eğikliği} \\ \tau_4 &= \frac{\lambda_4}{\lambda_2} && \text{L-kurtozis.}\end{aligned}$$

Sonlu beklenen değere sahip herhangi bir dağılım için L-kurtozis için alternatif bir genel sınır L-eğiklik cinsinden verilebilir:

$$\frac{1}{4} - 5\tau_3^2 \quad 1 \quad \tau_4 < 1. \quad (2)$$

Bu miktarlar, bir dizi yararlı dağıtım açısından açıkça hesaplanmıştır.
parametreleri – Hosking'de (1986) dağıtımımız da dahil olmak üzere 16 özel vakanın bir listesini bulabiliyoruz
ilgi çekici olan, GPd. Dağılım fonksiyonu (1) olan bir rastgele değişken için L-momentler kümeleri
 $\xi < 1$ için tanımlanmıştır,

$$\lambda_1 = \frac{\sigma u}{1 - \xi}, \quad \lambda_2 = \frac{\sigma u}{(1 - \xi)(2 - \xi)}, \quad \tau_3 = \frac{1 + \xi}{3 - \xi} \quad (3)$$

ve L-eğikliği ile L-kurtozis arasındaki özel ilişki

$$\tau_4 = \tau_3 \cdot \frac{1 + 5\tau_3}{5 + \tau_3}. \quad (4)$$

Genelleştirilmiş Pareto dağılıminin parametrelerinin doğrudan tahmini için alternatif bir yol şudur:

Bu ifadelerin önerdiği gibi - bkz. Hosking ve Wallis (1987). Ayrıca,

Sıfır olmayan konuma sahip GPd: Eğer $X = \mu + X$ (kökenden μ 'ye konumda bir kayma) ise L-momentleri
 X için, L-konumu λ 'nın tek istisnası dışında X için olanlarla aynıdır $\lambda_1 = \mu + \lambda_1$.

L-momentlerinin tahmini basit ve anlaşılır; tahmin ediciler, $x_{1:n} - x_{2:n} - \dots - x_{n:n}$ örneğinin sıralı
elemanlarının doğrusal kombinasyonları olarak verilir. Hosking ve Wallis (1987)

Bu tahmin edicilerin (L istatistikleri) teorik avantajlarından birkaçını, diğerleriyle karşılaştırıldığında belirtin.
geleneksel örnek anları, yani tahmin yanılığına daha az maruz kalmaları ve ayrıca
aşırı veri değerlerinde örneklemde değişkenliğinin veya ölçüm hatalarının etkilerine karşı daha az savunmasızdır.
Ayrıca, sınıflarıyla karşılaşıldığında küçük örneklerden daha güvenli çıkarımlara izin verirler.
sical muadillerine ve hatta bazı pratik durumlarda maksimum olabilirlik tahlimcilerine bile. Verilen
ar PWM'nin tarafsız tahmin edicileri

$$a_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \frac{n-i}{R} x_{i:n} - \frac{n-1}{R}, \quad r = 0, 1, \dots, n-1,$$

İlk dört L-moment için aşağıdaki tarafsız tahmin edici kümelerini oluşturuyoruz:

$a_1 = a_0$	örnek ortalaması
$a_2 = a_0 - 2a_1$	örnek L ölçüği
$a_3 = a_0 - 6a_1 + 6a_2$	üçüncü L istatistiği
$a_4 = a_0 - 12a_1 + 30a_2 - 20a_3$	dördüncü L istatistiği

– Hosking ve Balakrishnan (2015) bu istatistiklerin benzersizliğini ve hesaplanmasını ele aldı.

Ek olarak, ilk iki L-moment oranı için asimptotik olarak tarafsız tahmin ediciler şu şekilde verilmiştir:

$$t_3 = \frac{3}{2} \quad \text{örnek L-eğikliği}$$

$$t_4 = \frac{4}{2} \quad \text{örnek L-kurtozis.}$$

Klasik örnek çarpıklığı ve basıklığının aksine, bu oranlar cebirsel olarak ilişkili olarak sınırlanmamıştır
Örneklem büyüğünü. Verilerden hesaplanan (t_3, t_4) değerleri genel teorik sınırları zorlayabilir
(2)'de, ancak bu pratik durumlarda nadiren gerçekleşir.

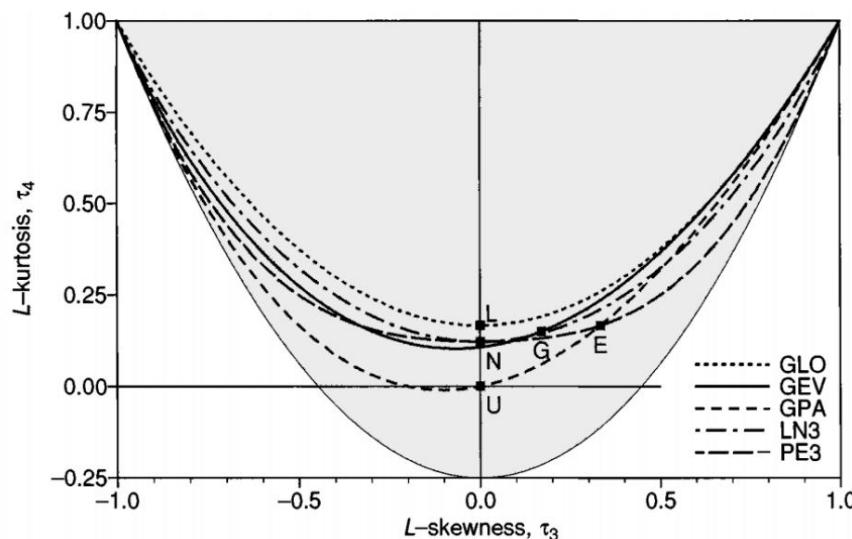
Altta yatan dağılım sonlu varyansa sahipse, \bar{X} , r ve tr tahmin edicilerinin asimptotik normalliğini göstermek ve buna karşılık gelen asimptotik sapmayı ve varyansı hesaplamak mümkündür. Aslında, küçük örneklerde bu tahmin edicilerin deneyel olarak asimptotik normalliklerini geleneksel örnek anılarından daha yakından tahmin ederler ve Bu yaklaşım genellikle $n = 20$ kadar küçük boyutlu örnekler için iyidir (Hosking, 1986).

L-moment Oranı Diyagramı (LMRD)

L-moment oran diyagramı, çeşitli dağılımlardan L-momentlerinin gösterimi için kullanışlı bir görsel araçtır. Bu çalışmada, en sık kullanılan τ_3 ve τ_4 oranlarını, L-çarpıklığının bir fonksiyonu olarak L-kurtozinin grafiksel bir görselleştirmesini çiziyoruz. Konum ve

ölçük parametreleri tek bir nokta olarak görünür - simetrik dağılımlar sıfır tek oranlara sahiptir ve

Bu, τ_4 ekseninde çizilecektir. Üç parametreli dağılımlar bir çizgi olarak çizilir: şekil parametresinin farklı değerleri, bu çizgi üzerindeki farklı noktalara karşılık gelir. Belirli bir şekil- ξ değeri, yalnızca tek bir noktaya $(\tau_3, \tau_4) = (\tau_3, g(\tau_3))$ karşılık gelir ve ξ , hangi konum- μ ve ölçek- σ dikkate alınırsa alınsın, modelin özgül eğrisi $H\xi(y|\mu, \sigma)$ içinde çalışır. Bu gösterim için, τ_4 'ün τ_3 'ün bir fonksiyonu olarak açık ifadelerini bulmak daha uygun olacaktır, örneğin (4), GPd'ye özgü ve Şekil 1'de kesikli çizgi olarak çizilmiştir.



Şekil 1: L-moment oranı diyagramı. Şekil 2.5, Hosking ve Wallis (1997)'in 25. sayfası. Gölgeli bölge , (2)'ye göre τ_3 ve τ_4 üzerindeki genel sınırlara karşılık gelir .

Hem Üstel dağılımın ($E - \xi = 0$ 'a karşılık gelir) hem de Tekdüze dağılımın ($U - \xi = -1$ 'e karşılık gelir) GPd doğrusuna çizildiğine dikkat edin; bu, ikincisinin özel durumları olduğu için beklentiği gibidir. Dahası, Tekdüze dağılımın sabit ve simetrik olması nedeniyle, orijinde çizildiğini görüyoruz; bu da Genelleştirilmiş Pareto ailesinin tek simetrik üyesi olduğu anlamına gelir. (3)'ten, τ^3 'ün negatif değerlerinin, pratikte nadiren görülen son derece hafif kuyruklara karşılık gelen, alta yatan şekil parametresi değerleri $\xi < -1$ ile ilişkili olduğunu görüyoruz.

Bu nedenle, GPd LMRD'nin yalnızca pozitif yarı eksenini temsil etmek yaygındır.

Bu grafiksel araç, RFA'da, diğer amaçların yanı sıra, bir tahmin çiftini (t_3, t_4) çizerek ve önerilen teorik çizgilere yakınlığını değerlendirerek, bir veya daha fazla aday dağılıma ilişkin bir örneğin uyumluluğunu tartışmak için görsel bir yöntem olarak kullanılmıştır.

Otomatik eşik seçme prosedürümüzün dayandığı genel kavram budur.

2.2 Seçim Prosedürü

LMRD, daha önce eşik tanılama bağlamında kullanılmıştır. Imomplot fonksiyonu Ribatet (2011) tarafından açıklanan R paketi POT, görsel metodolojiyi uygular: verilen bir veri dizisi x için, u üzerindeki fazlalıkların örneği için tahminler (t_3, u, t_4, u), $u \in u.\text{range}$ olan bir nt aday eşik kümesi için GPd'ye özgü LMRD'de hesaplanır ve çizilir; varsayılan olarak, işlev orijinal veri x 'in aralığını kapsayan en az 50 eşit aralıklı adayı dikkate alır. Kod ayrıca, her tahmin noktasıyla ilişkili eşinin çiziminde doğrudan tanımlamaya olanak tanıyan bir Boole tanımlama seçeneği de içerir. Daha sonra kullanıcının görevi, L istatistik çiftlerinden hangisinin (4) ile verilen GPd teorik çizgisine daha yakın olduğuna görsel olarak karar vermektedir, yani bu tahmincilerin davranışının GPd için beklenen yaklaşık olarak aynı kabul edilebileceği eşiği seçmektir. Yazara göre, bu teknik gerçek verilerde genellikle kötü performans göstermiştir.

Bu prosedürü, uygulayıcılar tarafından herhangi bir veri kümesine öznel yargıda bulunmaya gerek kalmadan otomatik ve kolayca uygulanabilir hale getirmek için birkaç değişiklik öneriyoruz. n boyutunda bir x_n örnekleminde, x_1, \dots, x_n , Otomatik L-Moment Oranı Seçim Yöntemi (ALRSM) şu şekilde çalışır:

1. Aday eşikler kümesini tanımlayın $\{u_i\}$

$i=1^{\text{ben}}$ iki makul alternatiften biri olarak:

$$\bullet I = 10 \text{ örnek kantil, } \%25'ten başlayarak \%7,5'lük adımlarla; \quad (5)$$

$$\bullet I = 20 \text{ örnek kantil, } \%25'ten başlayarak \%3,7'lük adımlarla; \quad (6)$$

2. Her aday eşik değeri (t_3, u_i, t_4, u_i) üzerindeki fazlalıklar için örnek L-eğikliğini ve L-kurtozunu hesaplayın ve her nokta ile GPd teorik eğrisi arasındaki en düşük Öklid uzaklığı olan d_{ui} 'yi belirleyin (4):

$$d_{ui} = dk_{\tau_3} \sqrt{(t_3, u_i - \tau_3)^2 + (t_4, u_i - g(\tau_3))^2}, \quad i = 1 \text{ için, } \dots, n, \text{ BEN.}$$

ile

$$(\tau_3) := \tau_3 : 5 + \tau_3 \frac{1 + 5\tau_3 g}{1 + 5\tau_3 g}$$

3. Altta yatan dağıtımın kuyruğunun davranışının belirlenebileceği eşik değeri

Genelleştirilmiş Pareto daha sonra otomatik olarak şu şekilde seçilir:

$$\text{sen } \arg \min_{1 \leq i \leq I} u_i, \quad \{d_{ui}\}, = \quad (7)$$

yani, ilgili L-istatistiklerinin eğriye en yakın olduğu seviye.

Bu yöntemin daha önce bahsedilen Imomplot fonksiyonuyla karşılaştırılmasındaki temel farklar, aday kümesinin tanımında ve tahminlerin teorik değerlere yakınlığının matematiksel (dolayısıyla otomatik) değerlendirilmesinde yattmaktadır. Bölüm 1'de atifta bulunulan referanslarda yalnızca 10 veya 20 aday içeren daha küçük bir kümenin seçilmesi yaygındır; ayrıca, yalnızca %25 örneklem yüzdeliklerinden daha yüksek eşikleri değerlendirerek, çoğu durumda GPd'ye iyi bir yaklaşım için çok düşük olan seviyeleri seçmekten kaçınırız; %92,5/%95,3 örneklem yüzdeliklerinin üzerindeki çok yüksek seviyeler de (5) ve (6)'daki aday seçimine göre değerlendirmeden çıkarılır ve bu da kabul edilebilir bir tahmin için yeterli miktarda aşırılık garanti altına alınmaya çalışılır.

L-istatistikleri.

Bu prosedür özünde sezgisel bir yapıya sahip olsa da, seçilen eşik değerinin doğruluğu ve buna bağlı olarak parametre ve geri dönüş seviyesi tahmininin kalitesini açısından, hem simüle edilmiş örnekler hem de gerçek veri kümeleri için performansının genellikle tatmin edici olduğunu gördük. İlgili hesaplama süreçlerinin basitliği göz önüne alındığında, yöntem neredeyse anında bir seviye seçer ve bu da onu birden fazla veri kümesinin toplu analizini veya herhangi bir Büyük Veri senaryosunu gerçekleştirmek için oldukça kullanışlı hale getirir.

Seçim metodolojisinin, LMRD ve örnek L-eğiklik/L-basıklık çiftlerinin açıkça çizilmesine gerek kalmadan gerçekleştirilebileceğini unutmayın. Ancak, sıralı tahminin davranışının görselleştirilmesi isteniyorsa, sürecin grafiksel gösterimi kolayca talep edilebilir.

Örneklenirme amacıyla, Northrop ve Coleman (2014) tarafından tanıtılan bir hibrit dağılımdan $n = 500$ noktalık simüle edilmiş bir örneklem için eşik seçimi sürecini grafiksel olarak göstereceğiz.

Bir Hibritin (u, ξ) yoğunluğu, gerçek eşik $u \in (0, 1)$ 'e kadar pozitif gerçek değerler için sürekli olarak sabit bir fonksiyon olarak tanımlanır; yani, $u \times 100$ kantil değerine kadar Tekdüze $(0, 1)$ yoğunluk $-ve 1 < \xi < 1$ şeklinde ve $\sigma_u = 1 - u$ ölçüünde bir GP yoğunluğu, u 'nın üzerindeki fazlalıklar için; bu olasılık yoğunluk fonksiyonu daha sonra şu şekilde yazılabilir

$$\text{Hibrit}(x | u, \xi) = \begin{cases} 1, & 0 < x < u \\ \frac{x-u}{1-u}, & \frac{1}{\xi} - 1, & u \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sonuç} \end{cases} \quad (8)$$

x 'in olduğu yerde dağılımin (sonlu veya sonsuz) sağ uç noktasıdır, yani

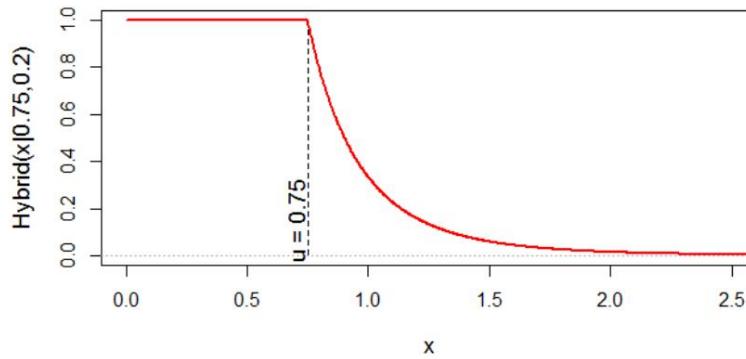
$$\begin{aligned} &:= \sup\{x : \text{Hibrit}(x) < 1\} = x \\ &\quad \begin{cases} \frac{(1+\xi)u - 1}{\xi}, & \xi < 0 \text{ için} \\ +, & \xi > 0 \text{ için.} \end{cases} \end{aligned}$$

Bu bağlamda böyle bir dağıtımın kullanılmasının önemli bir avantajı vardır: eşik değerinin gerçek değeri yöntemin geri dönmesi gerektiği biliniyor, çünkü aşırılıklar için bir GPd dağılımı hipotezi Yukarıdaki u doğrudur. Bu özelliğin, yöntemimizin geçerliliğini değerlendirmede ne kadar yararlı olduğu görülecektir.

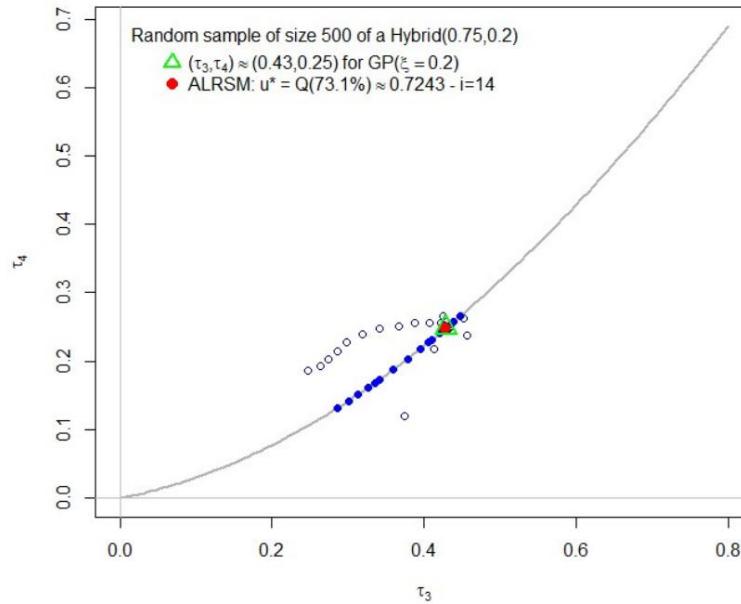
Şekil 2, şekil parametresi $\xi = 0,2$ ve gerçek eşik değeri $u = 0,75$ olan Hibrit dağılımin olasılık yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir; bu dağılım, Şekil 3'teki örneğin altında yatan dağılımdir.

Bu örnek için, ALRSM için en büyük 20 aday seviye kümesi kullanıldı. Seçilen eşik, 14. aday olan %73,1'lik örneklem yüzdeligine, yani $u_{14} = 0,7243$ değerine karşılık gelir ve bu değer, gözlemlerin gerçekten GPd(0,2)'den geldiği gerçek seviye $u = 0,75$ 'e yakındır.

– önerilen GPd için gerçek şekli $\xi = 0,2$ olan ilişkili L istatistiklerinin teorik (τ_3, τ_4) $(0,43, 0,25)$ değerine çok yakın olduğunu görebiliriz .



Şekil 2: Hibrit(0.75, 0.2) dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu.



Şekil 3: Aynı $\xi = 0,2$ değerine sahip GPd için örnek kantil eşik adayları $\{u_i\}$ başlığı içi boş üçgen olarak çizilmiş, örnek tahminleri (t_3, u_i, t_4, u_i) , $i = 1, \dots, 20$ içi boş daireler olarak²⁰ (6)'da olduğu gibi. Teorik L-eğikliği ve L- çizilmiş, eğri üzerindeki karşılık gelen minimum mesafe noktaları dolu daireler olarak çizilmiş; seçilen eşik için (t_3, u^*, t_4, u^*) dolu kırmızı olarak gösterilmiştir.

Bir sonraki bölümde, sunulan metodolojinin daha önceki önerilere göre değerlendirilmesini ve doğrulanmasını amaçlayan kapsamlı bir simülasyon çalışması sunacağız. referanslı literatür.

3 Karşılaştırmalı Simülasyon Çalışması

Önerilen yöntemimizin geçerliliğini değerlendirmek ve performansını ölçmek için, metodolojimizin iki alternatif yöntemle karşılaştırılmasını da içeren kapsamlı bir simülasyon çalışması yürütülmüştür.

ve son literatürde bulunan rekabetçi prosedürler: tarafından tasarlanan iyileştirilmiş tanı grafikleri Northrop ve Coleman (2014) ve Bader ve diğerleri (2018) tarafından sunulan sıralı GoF testleri aracılığıyla otomatik eşik seçimi. Bu metodolojileri karşılaştırma isteği olmasına rağmen Lee ve diğerleri (2015) tarafından sunulan Bayes teknigi, hesaplama çabasını gerektirir İkincisi, bunu otomatikleştirmenin net ve doğrudan bir yolunun olmaması, süreci pratik olmaktan çıkarıyor Aşağıda anlatılacak olan gibi geniş çaplı bir çalışmada uygulama için. Çalışmayı tekrar gözden geçiriceğiz Bu yazarlar tarafından Bölüm 4'te.

Karşılaştırılan üç yöntemin hepsi aynı ilkeye dayanır: belirli bir aday eşik kümesi $u_1 \dots u_I$, GPd-POT analizi için en uygun olanını seçmek için Aşırı uç veriler. Simülasyon sonuçlarını sunmadan önce, temel farklılıkların daha iyi anlamak için rekabet eden seçim prosedürlerine biraz daha yakından bakalım. metodolojiler.

3.1 Northrop ve Coleman (2014) Hakkında Açıklamalar – Puan Testi Seçim Yöntemi (STSM)

Wadsworth ve Tawn'ın (2012) çalışmasını takip ederek ve daha yüksek yorumlanabilirlik sağlamak amacıyla Geleneksel parametre kararlılık grafiklerine ek olarak, Northrop ve Coleman (2014) görsel bir tanılama tasarladı Çoklu eşikli bir GP modelinden alınan grafik. Parça parça sabit bir temsili dikkate alarak şekil parametresi, I aday eşik kümesine bağlıdır,

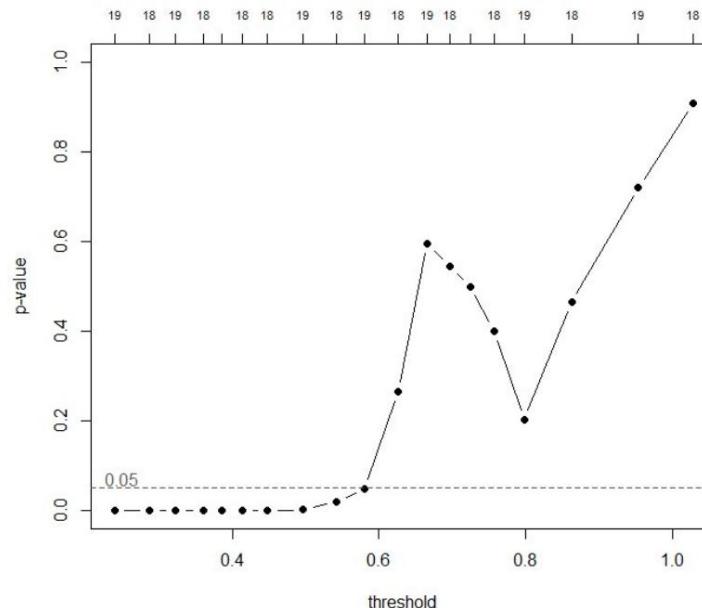
$$\xi(x) = \begin{cases} \text{ben}, & u_i < x < u_{i+1}, & i = 1 \text{ için}, \dots, I - 1, \\ \xi_I, & x > \text{kullanıcı arayüzü}, \end{cases}$$

Bu yazarlar, Genelleştirilmiş Pareto modelinin bir çeşidine ulaştılar ve bunun için Şekil parametresi kararlılığı için bir puan testi istatistiği oluşturun. Dolayısıyla, sıfır hipotez kümesi göz önüne alındığında MERHABA : $\xi = 0 \dots = \xi_I$, $i = 1, \dots, I - 1$ için, ilişkili p değerlerinin bir grafiği çizilerek gösterilebilir EVI'nin sabitliğinin varsayılabileceği seviye. Açıklayıcı amaçlar için, Şekil 4, yazarlar tarafından nazikçe kullanımına sunulan R fonksiyonu skoru.fitrange'in çıktısını gösterir . aynı n = 500 simüle edilmiş gözlem örneğine uygulandığında bu metodolojiyi uygular Şekil 3'te ALRSM'nin gösterimi için daha önce kullanılan Hibrit(0.75, 0.2) dağılımından; (6)'daki aynı I = 20 örnek kantil aday eşikleri kümesi dikkate alındı.

Sorun, bu p-değerlerinin grafiğinin yorumlanması yatkınlığı: yazarlar şu öneriyi sunmaktadır: p-değerlerini veriler ile sıfır hipotezleri arasındaki uyuşmazlığın ölçüsü olarak görmek, eşliğin yaklaşık olarak dengeye ulaştığı noktada ayarlanması gerektiği p-değerlerinin veya keskin bir artışın görüldüğü bir noktada. Şekil 4 örneği için, bu önerilen eşliğin ne olduğu açık - belki de 12. aday u12 = 0,6662 civarında bir seçim (

Grafikteki ilk tepe noktasına karşılık gelen %65,7 örneklem yüzdesi). Ancak, örneğin, önceden belirlenmiş %5'lük bir boyutta olağan testler için p değerlerini kullanırsak, sıfır hipotezinin reddedilmemesi daha düşük eşiklerde gerçekleşir ve bu da 10. (sınırda karar) veya 11. adayın seçilmesine yol açar.

Bu adaylar sırasıyla %58,3 ve %62,0 örneklem kantilene, yani $u_{10} = 0,5805$ ve $u_{11} = 0,6258$ eşik değerlerine karşılık gelmektedir ve bunlar gerçek seviye $u = 0,75$ 'in bir miktar altındadır.



Şekil 4: R fonksiyonu skorunun çıktısı. `fitrange: n = 500` simüle edilmiş çoklu eşikli tanılama grafiği

Örneklem kantil eşik adayları $\{u_i\}$ önem düzeyi $\alpha = 0,05$ olan hibrit $(0,75, 0,2)$ gözlemler .
 i=1; noktalı yatay çizgi

Bu nedenle, bu metodolojinin kullanımı temelde özneldir ve otomatik bir seçim Simülasyon ortamımız için uygulama gereklidir. Yazarların önerisi üzerine, Wadsworth (2016) tarafından kullanılan aynı seçim kriterini uygulayın: p değerinin 0,05'ten büyük olduğu ve tüm daha yüksek eşiklerde 0,05'ten büyük kaldığı en düşük eşik. Bu kurala otomatikleştirilmiş STSM (aSTSM) diyeceğiz. Şekil 4'te gösterilen örnekte, aSTSM, u11 = 0,6258 seçimine yol açar . Diğer bir alternatif ise, p değerinin 0,05'ten büyük olduğu ilk seviyeyi seçmektir.

p değeri 0,05'ten büyüktür, ancak bu daha yüksek bir eşikte sıfır hipotezinin reddedilmesine karşı koruma sağlanamaz.

3.2 Bader ve diğerleri (2018) Hakkında Açıklamalar – Sıralı Uyum İviliği Seçim Yöntemi (SGFSM)

Choulakian ve Stephens'in (2001) GPd hipotezi için Anderson-Darling (AD) GoF test istatistiğinin asimptotik dağılımına ilişkin sonuçlarından ve G'Sell ve ark. (2016) tarafından geliştirilen durdurma kurallarından ilham alan Bader ve ark. (2018) tarafından yapılan çalışma, çoklu sıralı bir test senaryosunda hata kontrolü için ayarlama ile bir dizi GoF testi üzerine kurulu otomatik bir eşik seçme yöntemi önermektedir.

Sıralı sıfır hipotezlerinin dizisini göz önünde bulundurarak H_i : $\pi_i \leq \alpha$ ni fazlalıklarının dağılımı yukarıdaki $i = 1, \dots, I$ için GPD'yi takip eder, dönüştürülmüş diziye dayalı bir reddetme kuralı AD GoF testlerinden p değerleri uygulanır – ForwardStop kuralı, şu şekilde verilir:

$$\hat{k}_F = \max k \quad \{1, \dots, I\} : \quad \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log(1 - \pi_i) \leq \alpha \quad (9)$$

{ π_i } nerede $\sum_{i=1}^n$ Sıralı hipotezlerin ham p-değerlerinin dizisidir. Önceden belirlenmiş α seviyesi, (burada ihlal edilen) bağımsızlık varsayıımı altında Yanlış Keşif Oranını kontrol etmek için kullanılır Çoklu testler. (9) tarafından döndürülen kesme değeri \hat{k}_F , tüm hipotezlerin reddedilmesi olarak yorumlanmalıdır. $H_0, \dots, H_{\hat{k}_F}$.

Bu seçim prosedürü tam olarak atıfta bulunulan makalede açıklandığı gibi uygulamak için, Bader ve Yan (2016) tarafından R paketlerinde uygulanan gpdSeqTests ve pSeqStop işlevleri eva. Şekil 3 ve 4'teki grafikler için kullanılan aynı örnek için bu işlevleri çalıştırarak, ForwardStop'taki dönüşümü göre ham ve ayarlanmış p-değerlerinin dizisi aşağıda verilmiştir Tablo 1.

	n _i	Reklam ham p değerleri	İleriDurdur		n _i	Reklam ham p değerleri	İleriDurdur
1	0,2388 375	0,000000	0,000000	11	0,6258 190	0,107317 0,010877	
2	0,2867 356	0,000000	0,000000	12	0,6662 172	0,621147	0,090855
3	0,3225 338	0,000000	0,000000	13	0,6963 153	0,261141	0,107147
4	0,3597 319	0,000016	0,000004	14	0,7243 135	0,533314	0,153929
5	0,3859 301	0,000003	0,000004	15	0,7572 116	0,387592	0,176358
6	0,4133 282	0,000001	0,000004	16	0,7982 98	0,115800	0,173027
7	0,4477 264	0,000000	0,000003	17	0,8629 79	0,482245	0,201570
8	0,4963 246	0,000018	0,000005	18	0,9539 61	0,271928	0,208002
9	0,5420 227	0,001318	0,000151	19	1,0283 42	0,212107	0,209602
10	0,5805 209	0,004759	0,000613	20	1,2263 24	0,031952	0,200746

Tablo 1: gpdSeqTests ve pSeqStop fonksiyonlarının çıktısı : sıralı AD için ham ve ayarlanmış p değerleri

$n = 500$ simülasyonlu Hibrit (0,75, 0,2) gözlem örneğine, örnek kantil eşiği ile GoF testleri

adalar $\{\pi_i\}_{i=1}^{20}$ ile tanımlanmıştır; kalın yazılmış $\hat{k}_F = 11$ kesme değeri, $u_{12} = 0,6662$ 'ye yol açar.

(9)'u doğrudan uygulayarak, bu yöntemle seçilen eşinin 12. aday olduğunu buluyoruz . %65,7'lik örneklem yüzdesine karşılık gelen, öznel tarafından önerilenlere benzer bir seçim STSM kullanımı. Yine, bu seviye $u_{12} = 0,6662$, gerçek $u = 0,75$ 'in altındadır. Şuna dikkat edin ki, ham AD p-değerleri göz önüne alındığında, daha düşük aday $u_{11} = 0,6258$ 'in seçilmesi savunulabilir %5 anlamlılık düzeyinde; ancak, ForwardStop bu daha yüksek p değerini, önceki adalar, H_{11} 'in açıkça reddedilmesine yol açtı Bu öneme binaen.

Cıktıları kullanarak seçimi gerçekten otomatikleştirmek için küçük bir kodlama müdahalesi gereklidi Bahsedilen fonksiyonların tümünün sağlanması, sürecin simülasyon çalışmamız için uygun hale gelmesini sağlamaktadır.

3.3 Simülasyon Şeması

Üç rekabet eden yöntemin performansı, esas olarak (8)'de daha önce açıklanan Hibrit dağılımdan simüle edilen rastgele örnekler üzerinde değerlendirilmiştir. Bu, seçilen eşliğin ortalama sapması ve kök ortalama kare hatası (RMSE) açısından yöntemlerin, diğer tahmini parametreler ve yüzdelikler ile karşılaştırılmasına olanak tanır; çünkü, belirtildiği gibi, gerçek değer

Bu dağılım için seçim yöntemlerinin döndürmesi gereken eşik değeri bilinmektedir. Paralel çalışmalar

(bu çalışmada sunulmayan) saf GPd ve Fr'echet dağılımdan elde edilen örnekler üzerinde yürütülmüştür, ancak bu modeller için gerçek bir sınır değerinin bulunmaması nedeniyle, seçim sonuçlarının yorumlanabilirliği ve değerlendirilmesi çok daha zordur. Bu nedenle, çabalarımız, sunduğu avantajlarla birlikte açıklanan Hibrit dağılıma odaklanmıştır.

Her numune için üç seçim prosedürü de uygulandı. "Optimum" seviyenin seçilmesinin ardından tipik bir POT analizi ^{sen}, gerçekleştirildi; olağan prosedürün özet bir açıklaması şu şekilde olabilir:

Silva Lomba (2016)'nın 3. Bölümünde ve içindeki referanslarda bulunabilir. Aşırılık örneklerine uygun GPd parametrelerinin tahmini, karşılaştırmaların yalnızca eşik seçimiyle ilgili olmasını ve parametre tahmin yöntemiyle ilgili olmamasını sağlamak için üç metodoloji genelinde maksimum olabilirlik (ML) ile gerçekleştirildi. Ancak, daha önce de belirtildiği gibi, (3) ve (4)'teki ifadeler, L-moment çerçevesinde GP parametrelerinin doğrudan tahminine olanak tanır. ML tahminleri $\hat{\xi}$ ve \hat{u} daha sonra, $p = 0,01$ ve $p = 0,001$ 'lik aşma olasılıklarının üç yüzdelik değerlerini (geri dönüş seviyelerini) tahmin etmek için kullanıldı ve bu da şu şekilde verildi:

$$\chi p = u + \frac{\sigma^u}{\hat{\xi}} - \frac{n \times p}{n} \quad \hat{\xi} > 1 , \quad (10)$$

burada n tam örneklem büyüklüğüdür ve n

seçilen u 'nun üzerindeki aşırılıkların örneklememin boyutu

Seçilen eşik ve tahmini varlıklar için ortalama önyargı ve RMSE, bir

Önerilen birkaç senaryonun her bir kombinasyonuna göre oluşturulan 1500 örnek kümesi:

- GP kuyruk şekli parametresi: $\xi = -0,2$; $\xi = 0,2$; $\xi = 0,5$;
- Gerçek eşik: $u = 0,75$; $u = 0,5$;
- Örneklem büyülüğu: $n = 1000$; $n = 500$; $n = 200$.

Ayrıca, Bölüm 2.2'de belirtildiği gibi, farklı boyutlarda iki aday eşik kümelerini (sırasıyla (5) ve (6)'ya uygun olarak belirlenen 10 veya 20 aday) ele aldık.

Bu sayede, metodolojilerin performansını örneklem büyülüği, aday sayısı ve dağılım biçimi açısından değerlendirebiliyoruz. Hem yoğun hem de hafif kuyruklu senaryoların kullanıldığına dikkat edin.

3.4 Ana Sonuçlar

Bu bölümde, sunumun kolaylığı açısından, gerçek eşik değeri $u = 0,75$ ile ilgili senaryolardan elde edilen sonuçlarla sınırlıyoruz.

Dağıtımın medyanı gerçek eşik değeri ($u = 0,5$) olarak kullanıldığında, Otomatik L-momentinin karşılaştırmalı performansının

Hem aSTSM hem de SGFSM'ye karşı Oran Seçim Yöntemi, bundan sonra sunulan $u = 0,75$ durumuna benzer veya daha elverişlidir.

Bu simülasyon çalışmasının sonuçlarını Şekil 5a'dan 8b'ye kadar olan çubuk grafiklerinde özetliyoruz; burada renk şeması ALRSM için yeşil, aSTSM için kırmızı ve SGFSM için sarıdır.

Bu yöntemlerin performansını, eşik seçimi ve EVI tahmininin ortalama sapması ve RMSE'si ile %99 ve %99,9 dağılımsal yüzdeliklerin gerçek değerlerine göre tahminlerinin ortalama oranı açısından değerlendirip karşılaştırıyoruz. Ayrıca, her 1500 örneklem kümesinde eşik seçimi veya model uyumundaki zaman verimliliğini ve hata sayısını inceliyoruz.

Eşik Seçimi: Şekil 5a'ya baktığımızda, ξ 'nin tüm dikkate alınan değerleri için, ALRSM'nin çoğu senaryoda ortalama sapma açısından her iki alternatif de geride bıraktığını görüyoruz; SGFSM doğrudan rekabettir, aSTSM'nin hemen hemen her dikkate alınan durumda en büyük sapmayı sunduğu göz önüne alındığında; yoğun kuyruklar ve kullanılan en büyük örneklem boyutu için, SGFSM, aSTSM'den daha küçük sapma sunar

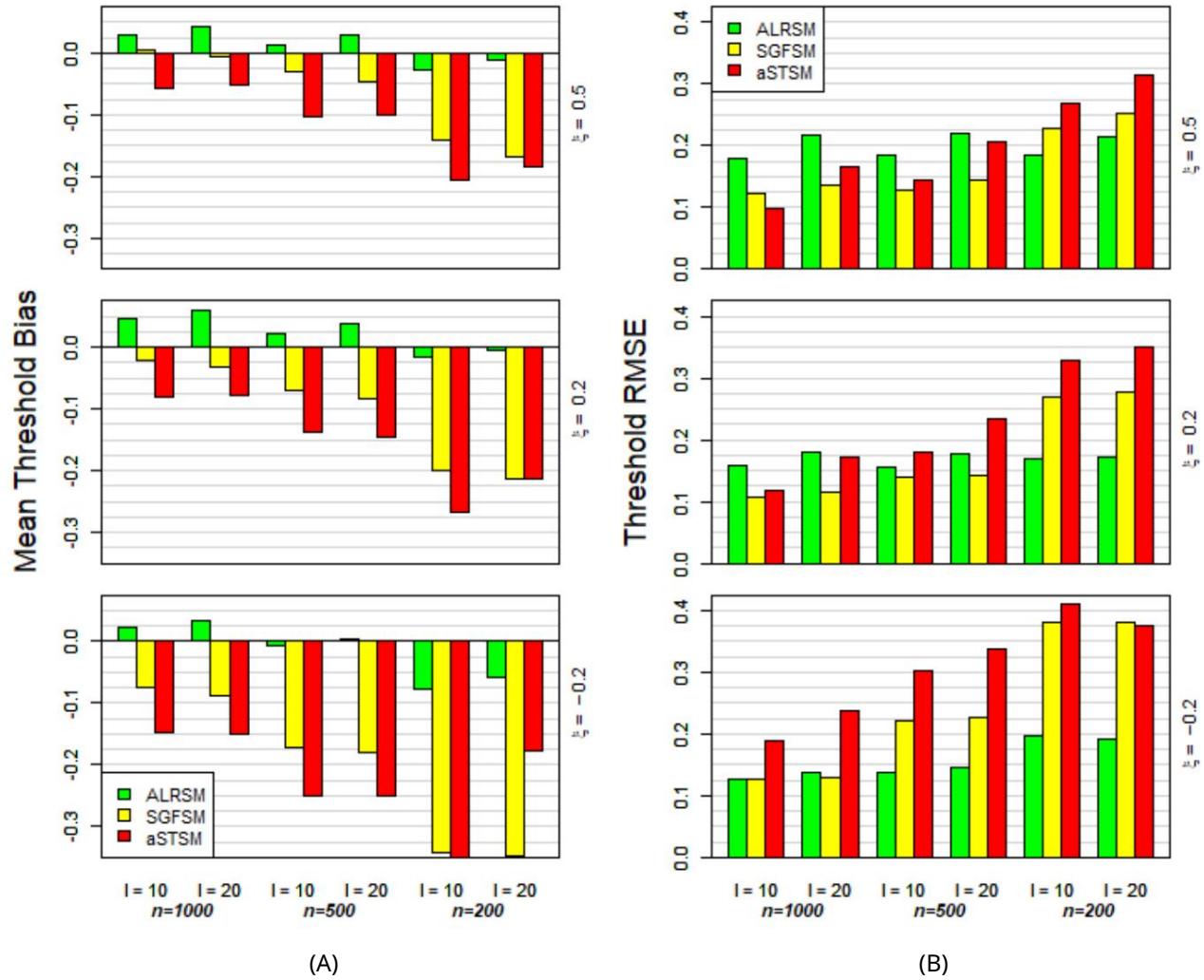
L-moment tabanlı metodoloji, ancak örneklem boyutu azaltıldığında veya hafif bir kuyruk düşünüldüğünde bu durum değişir. Şekil 5a'nın genel bir değerlendirmesi, ALRSM'nin genel olarak tercih edilebilir olduğunu, en büyük ortalama sapmanın (mutlak değerde) yaklaşık 0,075 olduğunu, her iki alternatif için de mutlak değerde 0,3'ten büyük ortalama sapmanın olduğu en kötü senaryolara kıyasla, eşliğin gerçek değerinin neredeyse yarısı olduğunu göstermektedir; ayrıca, örneklem büyülüğündeki azalmanın yöntemimiz üzerinde daha az etkisi olduğunu görüyoruz - yoğun kuyruklar için, daha küçük örnek boyutları seçim yanılılığında azalma bile gösterdi -, SGFSM ve aSTSM için ortalama eşik sapması önemli ölçüde artarken, son olarak, değerlendirilen aday sayısının performanslardan hiçbirini önemli ölçüde etkilemediği görülmektedir.

Şekil 5b, eşik seçiminin RMSE'sini göstermektedir. Bu göstergeyle ilgili olarak, yöntemler genel olarak daha karşılaştırılabilir bir performans göstermektedir: ALRSM, EVI'nin üç değeri için de $n = 200$ için daha düşük RMSE değerleri vermektedir; hafif kuyruklu dağılım için, yöntemimiz en büyük örneklem büyülüğü ve aday kümesi için SGFSM'den yalnızca biraz daha iyi performans göstermektedir; en küçük örneklem büyülüğü senaryolarında ise alternatiflerin yaklaşık yarısı kadar RMSE değerleri göstermektedir;

Ağır kuyruklu dağılımlarda, SGFSM'nin yanı sıra aSTSM tarafından da geride bırakılıyor.

en büyük örneklem büyülükleri kullanılır.

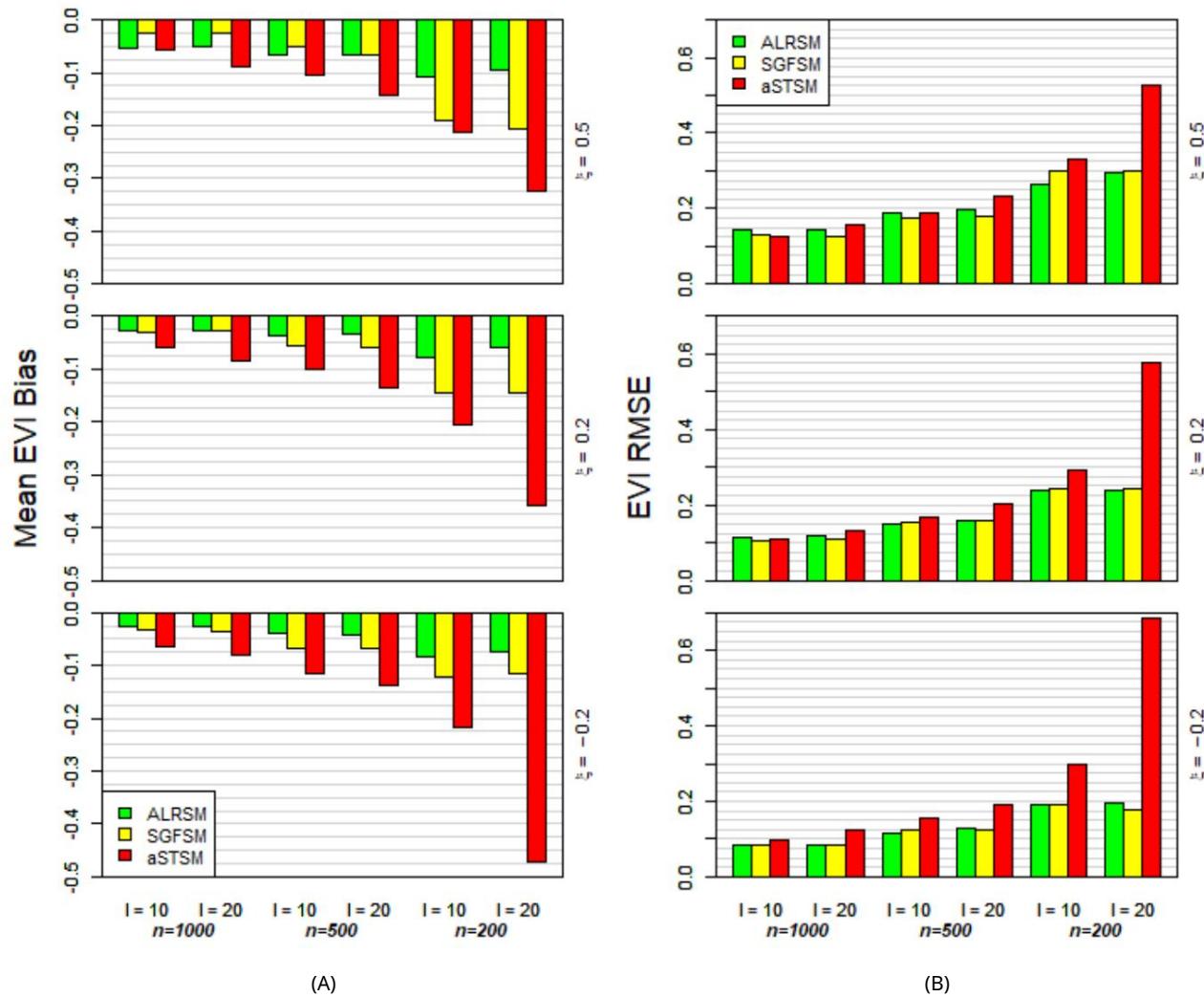
EVI tahmini: EVI tahmininin, mevcut metodolojiler tarafından her örnek için seçilen seviyenin üzerindeki GPd uyumuna göre ML tarafından gerçekleştirildiğini hatırlayın. Şekil 6a'da gösterildiği gibi, ξ için ortalama tahmin sapması her zaman negatiftir; tüm yöntemlerde kuyruk ağırlığının düşük tahmini söz konusudur. Bu grafikten çıkarabileceğimiz en çarpıcı bilgi, aSTSM'den EVI tahmininin her zaman alternatiflerden önemli ölçüde daha sapmalı olmasına rağmen, ALRSM'nin eşik değerine göre gerçekleştirilen tahmin, özellikle daha hafif kuyruklar ve daha küçük örneklem büyülükleri için, genellikle üç yöntem arasında daha az sapmalı olmalıdır; bir kez daha, yalnızca üç ağır kuyruklu/büyük örneklem örneğinde SGFSM seçimi tarafından geride bırakılmıştır. EVI'nin bilinmediği pratik bir durum için, bu durum ALRSM'nin tercih edilebilir olduğunu göstermektedir.



Şekil 5: (a) Ortalama eşik seçimi sapması ve (b) 1500 simülasyon için eşik seçiminin RMSE'si: $n = 1000, 500, 200$ gözlem, bir Hibritten ($0,75, \xi$), $\xi = -0,2, 0,2, 0,5$ ve örnek kantili eşik adayları $\{u_i\}$

$$\sum_{i=1}^m u_i = 10, 20.$$

Şekil 6b'de, üç yöntem ve neredeyse tüm simülasyon senaryoları arasında oldukça tutarlı görünen EVI tahmininden elde edilen RMSE değerlerini görebiliyoruz. Beklendiği gibi, daha küçük örneklemelerin tüm yöntemler için daha büyük RMSE değerleriyle ilişkili olduğunu unutmayın. Ancak aSTSM burada son derece kötü bir davranış sergiliyor ve $n = 200$ gözlemlilik örneklerde test edilen $I = 20$ adayı için çok yüksek bir RMSE sunuyor. Bunun dışında, ALRSM ve SGFSM arasında, hiçbir yöntem EVI tahmini için diğerinden açıkça daha düşük bir RMSE sunmuyor.

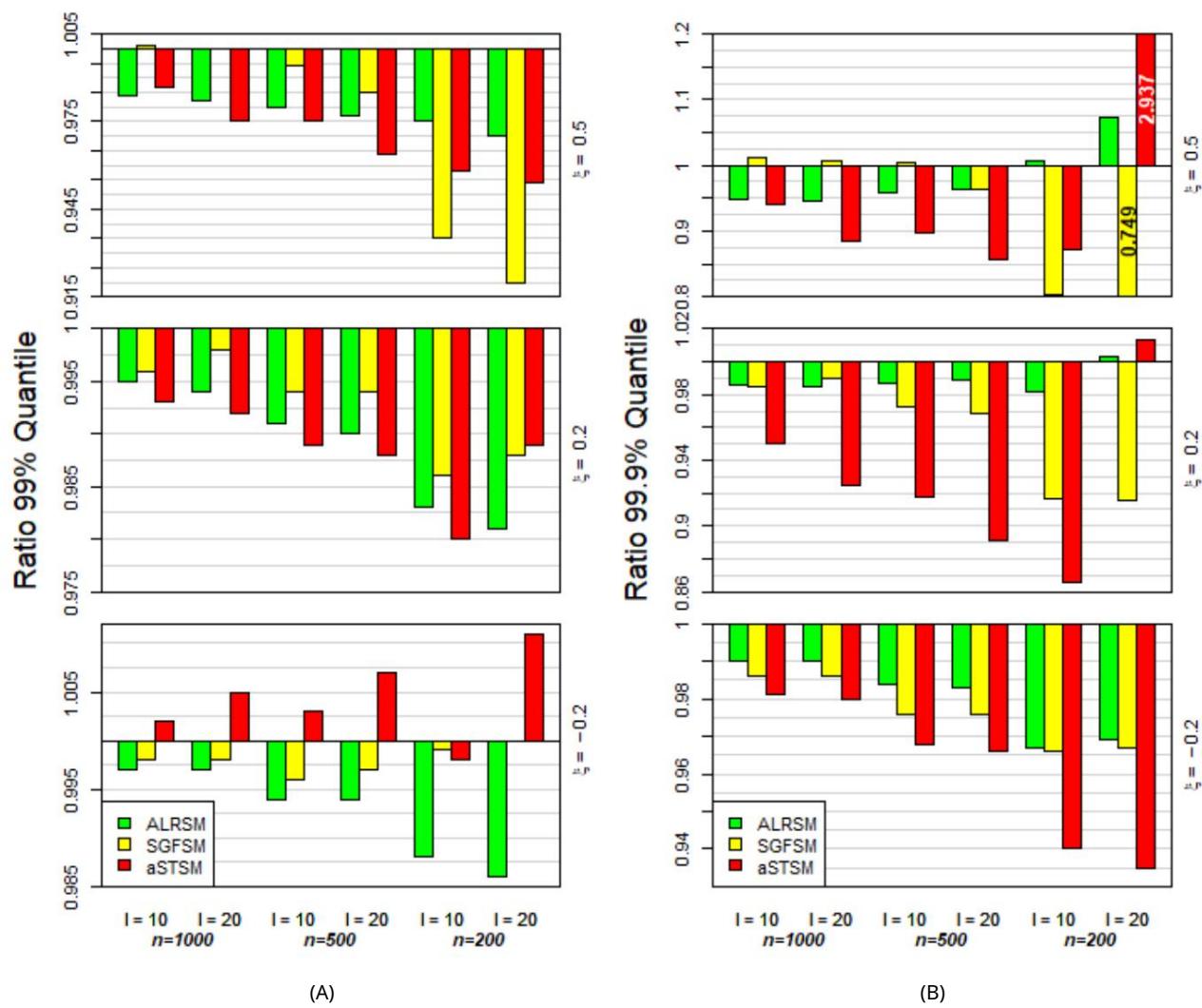


Şekil 6: (a) Ortalama sapma ve (b) 1500 simülasyon için EVI tahmininin RMSE'si: $n = 1000, 500, 200$ gözlem, $\xi = 0,2, 0,5$ ve örnek kantil eşik adayları $\{\bar{u}_i\}$ ile Hibrit $(0,75, \xi)$

$\text{Ben} = 10, 20$.

Aşırı kantil tahmini: Varsayılan GPd'ye göre, aşım olasılığı p kantilleri (10) ile verilir - bundan sonra sunulan sonuçlar, her yöntem tarafından seçilen eşik değeri ve dağılım şekli ve ölçek parametrelerinin ilişkili ML tahminleri ile bu ifadeden hesaplanmıştır. Gerçek kantil değerleri üzerinden tahminlerin ortalama oranlarına ve GPd kuyruk kantilleri $\chi 0,01$ ve $\chi 0,001$ 'in tahmininin RMSE'sine bakalım. Kantillerin gerçek değerleri, temel EVI'deki değişikliklere göre büyük ölçüde farklılık gösterdiğinden, farklı kuyruk ağırlıklarından elde edilen sonuçların daha iyi karşılaştırılabilirliği için burada oran göstergesini tahmin ortalaması önyargısı aleyhine sunmayı tercih etti.

Şekil 7a ve 7b, sırasıyla $\chi 0,01$ ve $\chi 0,001$ için gerçek yüzdelik dilime göre tahminlerin ortalama oran değerlerini göstermektedir. Genel bir değerlendirme, ortalama oran değerlerinin çoğunlukla hedef değer 1'in altında kalması göz önüne alındığında, bir küümseme eğilimi göstermektedir. Bu yorumu görsel olarak bariz istisnalar, aSTSM ile ilişkili tahminlerden kaynaklanmaktadır; bu tahminler, ortalama olarak gerçek değerlerden daha da uzaklaştığı anlamında, alternatifler tarafından çoğunlukla geride bırakılmaktadır.



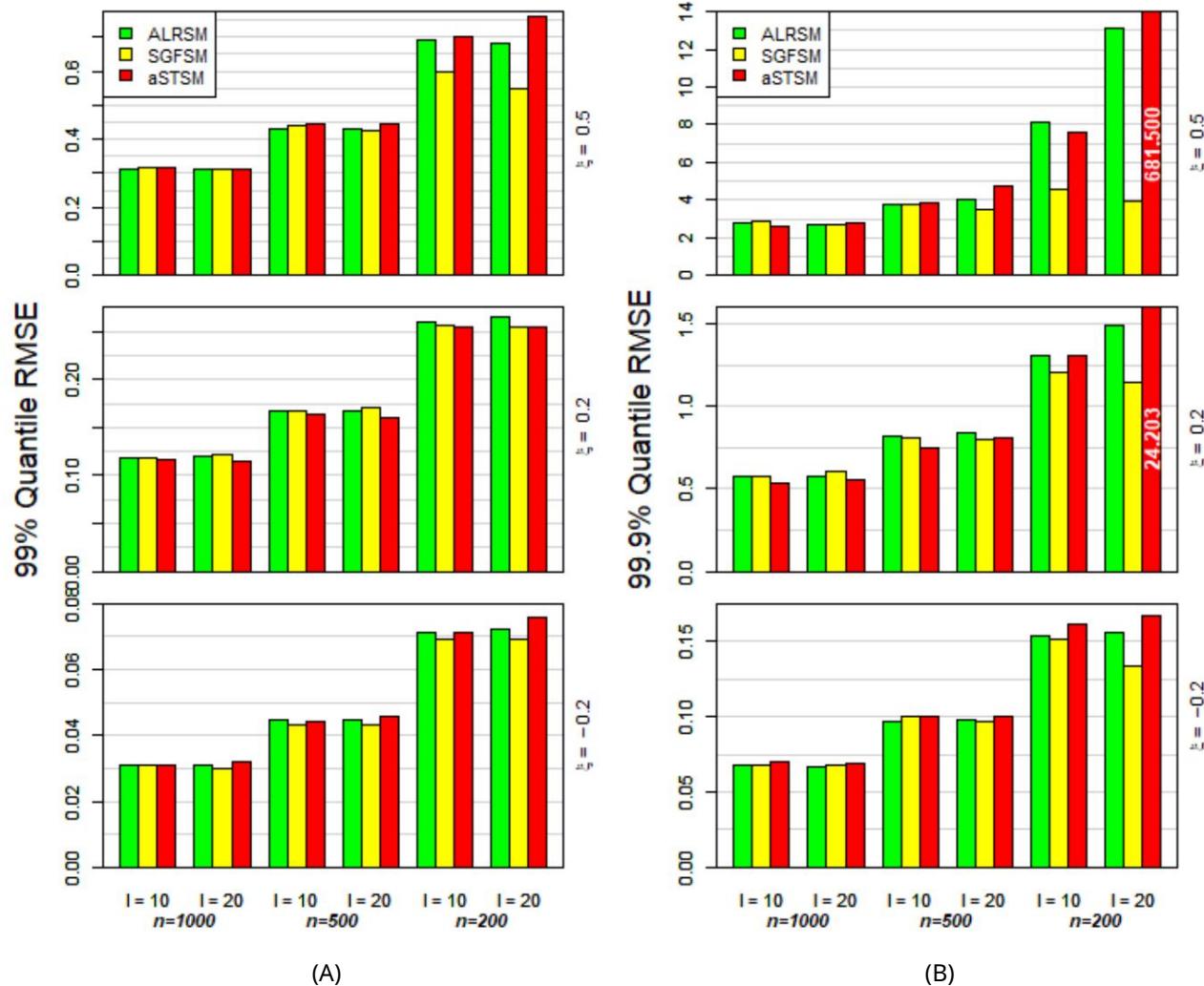
Şekil 7: (a) gerçek %99 kantil ($\chi_0,01/\chi_0,01$) ve (b) gerçek %99,9 kantil ($\chi_0,001/\chi_0,001$) için 1500 simülasyon için tahminlerin ortalama oranı: $n = 1000, 500, 200$ gözlem, $\xi = -0,2, 0,2, 0,5$ ve örnek kantil eşik adayları ile Hibrit (0,75, ξ)

^{BBN}
 $i=1, \quad Ben = 10, 20.$

$\chi_0,01$ tahminiyle ilgili olarak, Şekil 7a, SGFSM'nin çoğu durumda önerilen ALRSM'den daha doğru tahminler sağladığını göstermektedir. Ancak, Şekil 7b'ye baktığımızda, daha uç değer olan $\chi_0,001$ 'in dikkate alınmasıyla sonucumuz değişmektedir; ALRSM seçenekinden elde edilen tahmin, çoğu senaryo için %99,9'luk değerin gerçek değerine her iki alternatiften de daha yakındır.

Önerilen seçim metodolojimizin performansı genellikle daha küçük değerler için en iyisidir.

EVI. Bununla birlikte, diğer yöntemlerle ilişkili tahmin sonuçlarındaki farklılıklar, burada ele alınan en küçük örneklem büyüklüğü için daha belirgindir. Özellikle, Şekil 7b'de, $n = 200$ ve $I = 20$ aday eşik değerlerinden oluşan örneklemelerde $\xi = 0,5$ 'lik alitta yatan 0,001'lik aşma olasılığı yüzdelik dilimini tahmin ederken, ALRSM'ye alternatif her iki metodolojinin de önemli ölçüde hatalı tahminler verdiğilığını görebiliriz (ortalama oranlar grafiğin sınırlarının dışında kalmaktadır). Dahası, aSTSM ve SGFSM sonuçları, yüzdelik dilimin aşma olasılığındaki ve kuyruk indeksi değerindeki azalmaya karşı daha hassas görünümlerdir.



Şekil 8: 1500 simülasyon için (a) %99 kantil ve (b) %99,9 kantil tahmininin RMSE'si: $n = 1000, 500, 200$ gözlem, $\xi = -0,2, 0,2, 0,5$ ve örnek kantil eşik adayları $\{\bar{u}_i\}$

$$\sum_{i=1}^n \text{Ben} = 10, 20.$$

Şekil 8a ve 8b, her iki kantilin tahmininin RMSE'sini çizer ve üçünün de

Süreçler, senaryoların çoğu birbirlerine oldukça benzer ve karşılaştırılabilir performanslar göstermektedir. RMSE değerleri, bekleniği gibi, daha kalın kuyruklar, daha büyük yüzdelikler ve daha küçük örneklem büyüklükleri için daha yüksektir. Bu gösterge, tercih edilen bir metodolojiye işaret etmek için pek bir şey ifade etmemektedir.

Hesaplama verimliliği: Ana hedeflerimizden birinin toplu analiz bağlamında hızlı ve doğru tahminleri nesnel olarak gerçekleştirebilmek olduğu göz önüne alındığında, çalışma zamanını analiz etmek önemlidir. ve burada sunulan rekabet eden yöntemlerin işlem hatası sayısı.

Zaman verimliliği açısından, önerdiğimiz L-moment tabanlı yöntem açıkça daha iyidir.

Alternatifler – Tablo 2'ye baktığımızda, her senaryodaki 1500 simülle edilmiş örnek için eşik seçimi ve parametre/kantil tahmininin saniye cinsinden süresini görüyoruz ve ALRSM ile alternatifler arasındaki fark dikkat çekici. Yöntemin tamamlanması en fazla 13 saniye sürdü.

1500 simülasyonun tam analizi. SGFSM'nin en iyi olduğu sonucuna varmış olsak da Eşik seçimi ve parametre tahmin önyargısı açısından ALRSM'ye benzer bir yöntem ve RMSE'de, burada onun en büyük dezavantajlarından biriyle karşı karşıyayız: en az zaman verimli olanıdır Üçünün yöntemi, aynı senaryo için 1500 simülasyonu çalışıtmak için 479 saniyeye kadar zaman alıyor Hibrit (0,75, -0,2) ve test edilen 10 aday eşikten $n = 200$ gözlem örneği, ALRSM ve aSTSM'nin 1500 simülasyonu çalışıtması 12 saniye ve 275 saniye sürüyor).

		n = 1000		n = 500		n = 200	
		Ben = 10	Ben = 20	Ben = 10	Ben = 20	Ben = 10	Ben = 20
$\xi = 0,5$	ALRSM 8	12		7	11	6	10
	SGFSM 213	442		215	416	224	454
	aSTSM 84	334		69	295	57	262
$\xi = 0,2$	ALRSM 8	13		7	11	6	10
	SGFSM 206	341		199	354	232	433
	aSTSM 99	339		76	304	61	271
$\xi = 0,2$	ALRSM 8	12		6	11	7	12
	SGFSM 239	478		233	456	245	479
	aSTSM 110	362		77	305	63	275

Tablo 2: 1500 simüle edilmiş eşik seçimi ve parametre tahmininin toplam çalışma süresi (saniye cinsinden)

$\xi = 0,2, 0,2, 0,5$ ve örnek kantiliyle Hibrit (0,75, ξ)'den $n = 1000, 500, 200$ büyülüğünde örnekler eşik adayları $\{u_i\}_{i=1}^m$, Ben = 10, 20.

Tablo 3, açıklanan her bir senaryodaki 1500 simülasyondan başarısız olan analiz sayısını göstermektedir. SGFSM'nin alternatiflere kıyasla çok daha fazla başarısızlık oranına sahip olduğu açıktır. Bu, kuyruğun hafifliği (EVI'nin azalması), dikkate alınan eşik adaylarının sayısı ve örneklem boyutunun azalmasıyla artar. SGFSM için bu başarısızlıklar, temel başarısızlığa karşılık gelir eşik seçiminin, gpdSeqTests fonksiyonunun ham dizisi üretemediği anlamına gelir AD GoF testlerinden p değerleri. Bu sorun, fonksiyona dahil edilen önyükleme seçeneğinin kullanılmasıyla çözülebilir, ancak bu kesinlikle daha yüksek hesaplama maliyetlerine yol açacaktır. Zaten yeterince rekabetçi olmayan zamanlar ALRSM ile karşı karşıya kalır. Öte yandan, başarısızlık ALRSM için sayılm, eşik seçiminden sonra GPd uyumunun başarısızlığına karşılık gelir - biz Başarısızlığın önlenmesi için en uygun eşik değeri hakkında bilgi edinilebilmesi Farklı bir uyum süreci göz önünde bulundurularak. Parametrelerin ML tahmininin yaptığı göz önüne alındığında, aSTSM'nin tüm çalışmada kesinlikle hiçbir başarısızlık göstermemesinin nedeni de budur. özünde score.fitrange tarafından ve harici olarak bir GPd uyurma fonksiyonu tarafından değil.

Özetle sunulan çalışmadan şu genel gözlemleri çıkarabiliriz:

- aSTSM en az kabul edilebilir yöntem olarak kendini göstermektedir ve tavsiye edilmemektedir. düşünülen alternatiflere karşı;

		n = 1000		n = 500		n = 200	
		Ben = 10	Ben = 20	Ben = 10	Ben = 20	Ben = 10	Ben = 20
$\xi = 0,5$	ALRSM 0	0		0	0	1	0
	SGFSM 55	98		85	197	341	678
	aSTSM	0	0	0	0	0	0
$\xi = 0,2$	ALRSM 0	0		0	0	6	2
	SGFSM 232	442		186	326	216	511
	aSTSM	0	0	0	0	0	0
$\xi = 0,2$	ALRSM 13	6		16	12	53	37
	SGFSM 70	100		111	206	584	869
	aSTSM	0	0	0	0	0	0

Tablo 3: Hibrit (0,75, ξ)'den n = 1000, 500, 200 boyutunda 1500 simüle edilmiş numune için toplam arıza sayısı
 $\xi = 0,2, 0,2, 0,5$ ve örnek kantil eşik adayları {ui}

$\sum_{i=1}^{1500} \text{Ben}_i = 10, 20.$

- Önerilen ALRSM, hesaplamalı açıdan alternatiflere göre açıkça öne çıkmıyor
 Verimlilik, büyük veri koleksiyonlarının toplu analizi için en uygun yöntemdir
 örnekler – 1500 simüle edilmiş örneğin tam analizi yaklaşık 10 saniye sürer;
 büyük miktardaki veriler için hesaplama verimliliği ve doğruluğu, iyi tahmin
 ALRSM büyük bireysel örneklem büyülüklükleri gerektirmez;
- Önerilen metodoloji, saf eşik seçimi açısından en iyi genel sonuçları sunmaktadır.
 EVI ve %99,9 GPd kantilinin belirlenmesi ve tahmini; genel olarak tatmin edici bir performans sergiliyor
 daha küçük örneklerden elde edilen sonuçlara vurgu yapılarak en çok düşünülen senaryolar;
- Tahmin doğruluğu açısından ALRSM'ye en rekabetçi alternatif,
 SGFSM, zaman zaman öncekinden daha iyi performans gösterir; ancak, bu gibi durumlarda çoğu zaman yalnızca bir
 performanslarda ufak bir fark vardır ve bu, daha ağır hesaplama ile ağırlıklılandırılmalıdır
 SGFSM'nin yoğunluğu ve daha yüksek arıza oranı.

4 Örnek: Önemli Dalga Yüksekliği Veri Kümeleri

Şimdi, önerilen eşik seçim teknliğimizin davranışını, daha önce ele alınan iki gerçek dünya veri setinde diğer mevcut klasik araçlar ve kıyaslama metodolojilerine göre göstereceğiz.

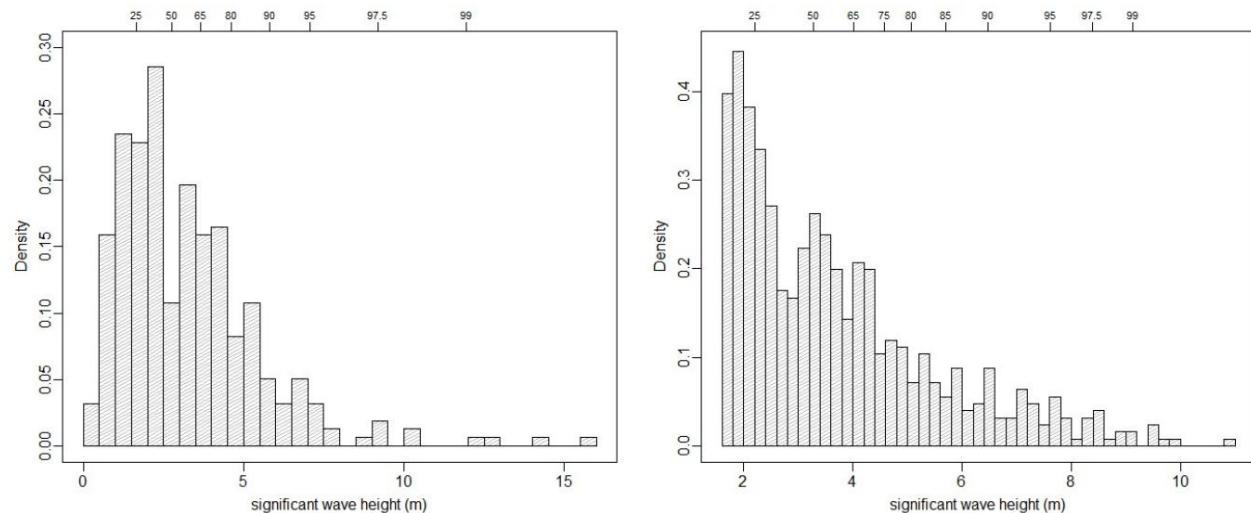
Northrop ve diğerleri (2017) – bundan sonra temel referansımız. Fırtına zirvesinin geçmiş tahminleri dizisi Meksika Körfezi'ndeki (GoM) ve adı açıklanmayan iki noktadan önemli dalga yükseklikleri Kuzey Denizi (NS), Northrop ve Attalides (2017) tarafından hazırlanan R paketi threshr'de kamuya açıktır. ve gözlemlerin adil bir şekilde bağımsız ve özdeş olarak değerlendirilebilmesi için ele alınmıştır dağıtıldı.

Her iki veri serisinin de beklenen davranışları farklıdır, çünkü bu durum doğal koşulların sonucu olarak ortaya çıkar. Bu tür kayıtlı fırtına zirveleri doğası gereği farklıdır. Her kış onlarca fırtına denizi etkiler.

Kuzey Denizi'ndeki koşullar, Meksika Körfezi'ndeki şiddetli deniz durumlarına genellikle Atlantik Okyanusu'nda oluşan ve daha nadir görülen kasırgalar neden olur. Dolayısıyla, Kuzey Denizi konumu için kaydedilen olay sayısının daha fazla olmasına rağmen, GoM'deki fırtınalar sırasında potansiyel olarak daha yüksek önemli dalga yüksekliklerinin (swh) görülmesi beklenmektedir. Bu nedenle, bir aşırı değer analizinin bu temel farklılıklarını tespit edebileceğini ve parametreler hakkında uygun çıkarımlar sağlayabileceğini umuyoruz.

ve her ortam için geri dönüş seviyeleri.

Şekil 9, her iki önemli dalga yüksekliği setinin (metre cinsinden) histogramını göstermektedir: soldaki grafikte, Eylül 1900'den Eylül 1900'e kadar GoM'deki bir konumda kaydedilen 315 fırtına tepesi swh 2005 yılında, ortalama 3 yıllık gözlemlerle; sağda, 628 fırtına zirvesi SWH kaydedildi Ekim 1964'ten Mart 1995'e kadar olan kış dönemleri (Ekim'den Mart'a kadar) Kuzey Kuzey'de bir konumda, yılda ortalama 20.26 giriş.



Şekil 9: Üst eksen ölçüğinde örnek yüzdeliklerinin belirtildiği fırtına zirveleri ve önemli dalga yükseklikleri veri kümelerinin geçmiş tahminlerine ait histogram; Sol: GoM'den 315 gözlem; Sağ: NS'den 628 gözlem.

Aşağıdaki bölümlerde, bu örnekler üzerinde gerçekleştirilen GPd-POT analizi özetlenerek, çeşitli yöntemlerle eşik seçiminin karşılaştırılması ve 100, 1000 ve 10 000 yıllık dönüş seviyeleri (metre cinsinden) hakkında çıkarımlar yapılması amaçlanmaktadır.

4.1 Meksika Körfezi

Northrop ve diğerleri (2017), GoM veri setindeki 315 gözlemin analizinde bazı

Eşik seçime ilişkin hususlar:

- Örneğin histogramından, verilerin görünen modunun, ilk örnek dörtte biri, GPd'nin orijinde bir modu olduğu göz önüne alındığında, bu seviyenin altındaki eşiklerin uygunsuz olduğu değerlendirilir;
- Referansın Şekil 2.(c)'sında görülen ξ 'nin eşik değerine göre ML tahminlerinin kararlılık grafiğinden, yaklaşık kararlılığın %70 örnek kantilinin etrafında gerçekleştiği yargısına varılmıştır;

- STSM tarafından verilen p-değeri grafiğinden (0 ila %90 arasında 20 aday eşik kullanılarak)

Referansın Şekil 2.(d)'inde görülen %5'lük adımlarla örnek kantilleri, keskin bir artış p-değerleri, %55 örneklem kantilinin etrafında bir eşik seçimini gösterir;

- Önerilen Bayesçi tek eşikli seçim metodolojisinden, bölgedeki eşikler

%60-70 örneklem yüzdeliklerinin önerildiği, %95 örneklem yüzdeliklerinin üzerindeki adayların ise istenmeyen olduğu doğrulandı (bu seviyenin üzerinde çok az aşırılık sayılabilir).

Bu veri seti için uygun bir eşik seçmek üzere kendi ALRSM'mizi kullanmadan önce, araştırma yapıyoruz.

Bu görevde bilinen diğer 5 metodolojinin nasıl performans gösterdiğini kontrol ederek, ilgili seçili olanları kaydetti eşikler ve alta yatan kuyruk endeksinin ve 100, 1000 ve 10000 yıllık getiri seviyelerinin tahmini

- Bu veri setinde yılda ortalama 3 gözlem verildiğinde, bu getiri düzeyleri şuna karşılık gelir:

Aşma olasılıklarının üç yüzdelikleri sırasıyla 1/300, 1/3000 ve 1/30000'dir . Analiz

Sonuçlar Tablo 4'te özetlenmiştir.

		Örnek					
Yöntem	I kantil (%) u	N	$\hat{\xi}_{ML}$	RL100	RL1000	RL10000	
MRLP WLS 295	35,5	2.135 203	-0.027 13.24	17.63	25.64		
GPd QQ-grafığı 305	72	4.136 89	0.195 14.85	25.35	41.80		
Sürpriz Komplot	10	70	3.976 95	0.146 14.40	23.06	35.18	
	20	73.1	4.182 85	0.173 14.65	24.26	38.58	
aSTSM	10	55	3.160 23	0.075 13.85	20.40	28.20	
	20	25	1.660 236	-0,062 13,05	16.85	20.15	
SGFSM	10	55	3.160 142	0.075 13.85	20.40	28.20	
	20	54.6	3.124 143	0.063 13.75	19,99	27.19	
ALRSM	10	70	3.976 95	0.146 14.40	23.06	35.18	
	20	73.1	4.182 85	0.173 14.65	24.26	38.58	
	305	73	4.170 86	0.179 14.70	24.53	39.37	

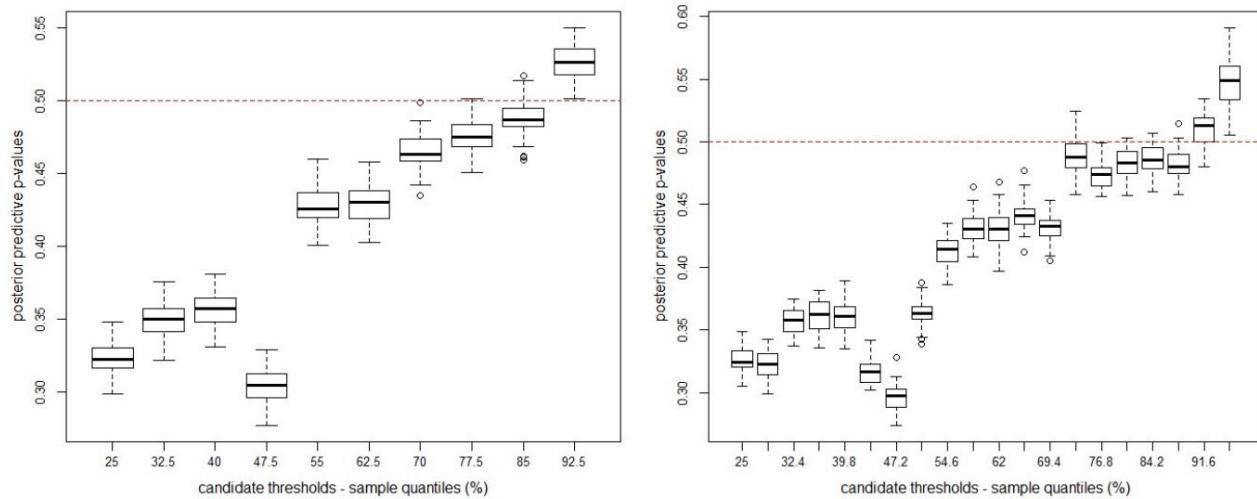
Tablo 4: Altı dikkate alınan bölge kapsamında Meksika Körfezi veri kümesi için eşik seçimi ve çıkışım sonuçları seçim metodolojileri.

Langousis ve ark. (2016) tarafından ayrıntılı olarak açıklanan MRLP prosedürüne WLS uyumunun uygulanması (ve (Bölüm 1'de daha önce revize edilmiştir), her örnek noktası olası bir aday olarak kabul edilir, en büyük 20 gözlem (yazarların önerdiği gibi, en az 10 gözlem olmasını sağlıyoruz) ortalama fazlalık fonksiyonunu hesaplamak için kullanılan fazlalıklar ve hesaplamak için en az 10 puan daha (Son uygulanabilir adayın üstündeki uyum) İlk yerel olarak uygun olana karşılık gelen seçilen eşik WLS uyumlarının minimum MSE'si, %35,5'lük örnek kantilinin etrafındadır ve bununla ilişkili olarak biraz EVI'nin negatif tahmini. Öte yandan, ilk sıradaki eşik değerini ararsak

305 örneklem noktası (en büyük 10 nokta hariç), GPd QQ grafiğine doğrusal uyumun maksimum korelasyonunu sağlar; bizim seçimimiz çok daha yüksektir, %72 örneklem yüzdesi civarındadır. Dahası, ilişkili EVI tahmini de çok daha büyük ve açıkça pozitiftir. Bu seçimlerden tahmin edilen getiri seviyeleri çarpıcı biçimde farklıdır ve bu da onları kesin olmaktan çıkarır.

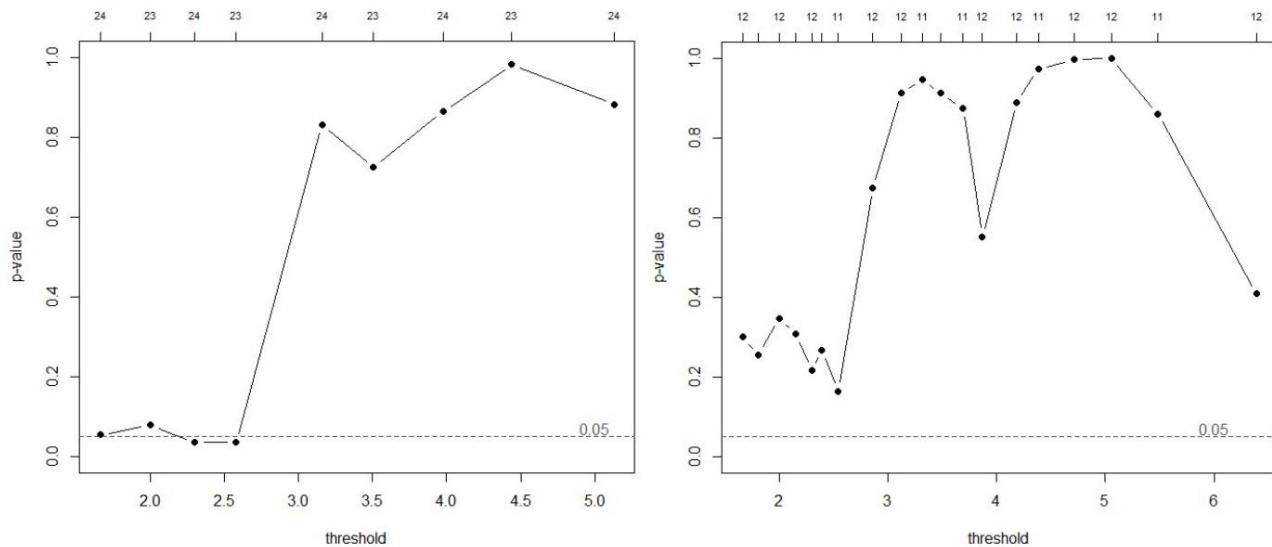
Lee ve diğerleri (2015) tarafından daha önce bahsedilen Bayesçi sürpriz ölçümleri çizim yöntemi, yazarların bilgisayar kodunun nazik izni sayesinde bu veri kümesinde de kullanıldı - ortaya çıkan çizimler, Şekil 10'da görülebilir; burada karşılıklı olabilirlik test istatistiği için arka tahmini p-değerleri (sürpriz ölçümü) her aday eşik için temsil edilmektedir.

Yazarlara göre, 0,5 civarındaki p değerleri, sıfır modelle uyumluluk olarak yorumlanmalıdır. Bu yöntem gibi Bayesçi MCMC metodolojileri hesaplama açısından oldukça yoğun olduğundan, yalnızca $I = 10$ ve $I = 20$ örnek kantil adaylarının temel kümeleri dikkate alınmıştır (bu örnek için sırasıyla 11 ve 22 dakikalık çalışma süreleriyle). Bu aday kümeleri için, çizimlerin öznel görsel analizinden önerilen seviyeler %70 ve %73,1 örnek kantilleridir ve bu da RL10000 için en fazla 3,4 metrede farklılık gösteren getiri seviyeleri için tahminler üretir.



Şekil 10: Meksika Körfezi veri kümesi için sürpriz ve eşik adaylarının ölçümleri, iki küme örneklem kantil aday eşikleri için; Sol: $I = 10$ aday; Sağ: $I = 20$ aday.

Simülasyon çalışmasında kullanılan metodolojiler olan sTSTM ve SGFSM, 20 örnek kantil adayı test etmek için uygulanan sTSTM haricinde, bu veri seti için yakın sonuçlar sunmaktadır. Bir kez daha, verimlilik endişeleri göz önüne alındığında, yalnızca iki olağan $I = 10$ ve $I = 20$ örnek kantil adayı seti kullanılmıştır. aSTSM için üretilen p-değeri grafikleri Şekil 11'de görülebilir. 10 aday düşünüldüğünde, aSTSM tarafından önerilen seçim, aynı koşullarda SGFSM tarafından seçilen %55 örnek kantilidir; 20 aday düşünüldüğünde, SGFSM, $I = 20$ durumuna benzer şekilde, %54,6 örnek kantilinin kabul edilebilir seviyesini verirken, aSTSM bu normdan sapmaktadır ve nominal seviye $\alpha = 0,05$ 'in üzerindeki tüm p-değerleri dolayısıyla %25 örnek kantilinin seçimine işaret etmektedir (ki bunun çok düşük olduğundan şüpheleniyoruz). Son istisna dışında getiri düzeylerinin tahmini önemli ölçüde farklılık göstermemektedir.



Şekil 11: Meksika Körfezi veri kümesi için aSTSM'nin eşik adaylarına karşı p-değeri çizimleri, iki küme örnek kantil aday eşiği için; Sol: $I = 10$ aday; Sağ: $I = 20$ aday.

Son olarak, ALRSM uygulamamızın sonuçlarına bakıyoruz: dikkate alınan adaylar olağan $I = 10$ ve $I = 20$ örneklem yüzdelikleri olduğunda, sonuçlar Lee ve ark. (2015) tarafından yapılan sürpriz grafiklerinden yapılan seçimle (ve dolayısıyla parametre tahminiyle) mükemmel bir şekilde örtüşüyor. Ancak, ALRSM'den elde edilen sonuçlar neredeyse anında görünürken, rakip yöntem önemli ölçüde zaman alıyor.

Bahsedildiği gibi, sürpriz olay örgülerini üretmek için gereken zaman miktarları. Ayrıca, seçim yöntemimiz, Verimli yapısı sayesinde, parametre kararlılık grafikleri, WLS MRLP ve maksimum korelasyon GPd QQ grafiklerinden elde edilen seçimlerle doğrudan karşılaştırılabilirlik için tüm örnek noktalarının aday olarak kabul edildiği naif bir analiz gerçekleştirmemize olanak tanır. Diğer metodolojiler için durum böyle değildir: yalnızca aSTSM, tüm örnek adaylarıyla karşı karşıya kaldığında performans gösterebilmiştir (tekrarlanan örnek değerlerinin aday kümesinden çıkarılması gerekmıştır) ve yine de, 15 dakikalık bir çalışma süresinden sonra önerilen eşik değerinin %95 örnek yüzdelik diliminin üzerinde olması göz önüne alındığında, seçim tatmin edici olmamıştır. GPd QQ-grafikleri için kullanılan aynı 305 aday verildiğinde, ALRSM bize sadece birkaç saniye içinde %73 örneklem yüzdesi civarında seçilmiş bir eşik değeri sağlıyor; bu nedenle bu genel yöntemi kullanarak yapılan seçim, dikkate alınan aday sayısına çok duyarlı görünmüyör.

Bu veri kümesiyle ilgili genel sonuçlara varmak bu nedenle zordur, çünkü %55'ten %73'e kadar örneklem kantilinde yer alan seçilmiş eşik değerlerinin her biri çeşitli metodolojiler tarafından desteklenmektedir; bu, dikkate alınan en uç kantil için tahminlerde önemli farklılıklara dönüşür - RL10000 için en iyi ve en kötü durum senaryoları arasında yaklaşık 13 metre. Bu ayrıca, tahmin edilen ilişkili kuyruk ağırlıkları aralığını da dönüştürür, $\hat{\xi} = 0,063$ 'ten 0,2'ye yakın $\hat{\xi}$ 'a kadar, yani oldukça ağır bir kuyruk. Ancak, Northrop ve ark. (2017) tarafından yapılan Bayes yönteminin sonuçlarına daha yakın görünen şey, ALRSM'mizden yaptığımız seçimdir (sürpriz grafiklerin seçimi ve maksimum korelasyon QQ-grafik seçimiyle desteklenmektedir).

4.2 Kuzey Denizi

Bu veri setine yönelik kapsamlı yaklaşım, her adımda Meksika Körfezi veri seti için yukarıda sunulan yaklaşma benzerdir. Bu nedenle, bundan sonra daha kısa bir açıklama stili kullanılacaktır.

Northrop ve diğerleri (2017), NS veri setindeki 628 gözlemin analizinde bazı Eşik seçimine ilişkin hususlar:

- Daha önce sunulan veri setine benzer şekilde, ilk örnek dörtte birinin altındaki eşik değerleri, örneğin histogramının analizinden gerçekçi olmadığı sonucuna varılmıştır;
- Referansın Şekil 2.(a)'sında görülen ξ 'nin eşik değerine göre ML tahminlerinin kararlılık grafiği, bir kez daha %70 örnek yüzdelik dilimindeki eşik değerlerinde yaklaşıklık kararlılığı işaret ediyor;
- Referansın Şekil 2.(b)'sında görülen STSM tarafından verilen p-değeri grafiğinden (0'dan %90'a kadar örnek kantillerinden 5'lük adımlarla 20 aday eşik kullanılarak), p-değerlerindeki keskin bir artış, %70 örnek kantil bölgesinde bir eşik seçimi gösterir;
- Önerilen Bayesçi tek eşikli seçim metodolojisinden, bölgedeki eşikler %25-35'lük örneklem yüzdeliklerinin önerilmesi.

Elimizdeki veriler için, 100, 1000 ve 10000 yıllık geri dönüş seviyeleri, yılda ortalama 20,26 gözlem verildiğinde, sırasıyla 1/2026, 1/20260 ve 1/202600'lük aşırı aşma olasılıklarının yüzdelik dilimlerine karşılık gelmektedir. Ele alınan 6 metodoloji için tam analiz sonuçları Tablo'da özetlenmiştir.

5.

MRLP prosedürüne göre WLS uyumunun minimum MSE'si burada 608 adayı dikkate alır ve seçilen eşik, EVI'nin -0,2'den biraz daha küçük bir tahminiyle birlikte %13'lük örneklem kantili civarındadır. Buna karşılık, ilk 618 örneklem noktası arasında (en büyük 10 nokta hariç), GPd QQ-grafигine doğrusal uyumun maksimum korelasyonunu sağlayan eşik, %71'lük örneklem kantili civarındadır ve ilgili EVI tahmini daha da küçüktür (-0,32'nin biraz altında). Bu farklılıklara bakılmaksızın, bu seçimlerden tahmin edilen getiri düzeyleri, kuyruğun hafifliği nedeniyle çok farklı değildir.

Bayesçi sürpriz ölçümleri metodolojisinin ortaya çıkan grafikleri Şekil 12'de görülebilir.

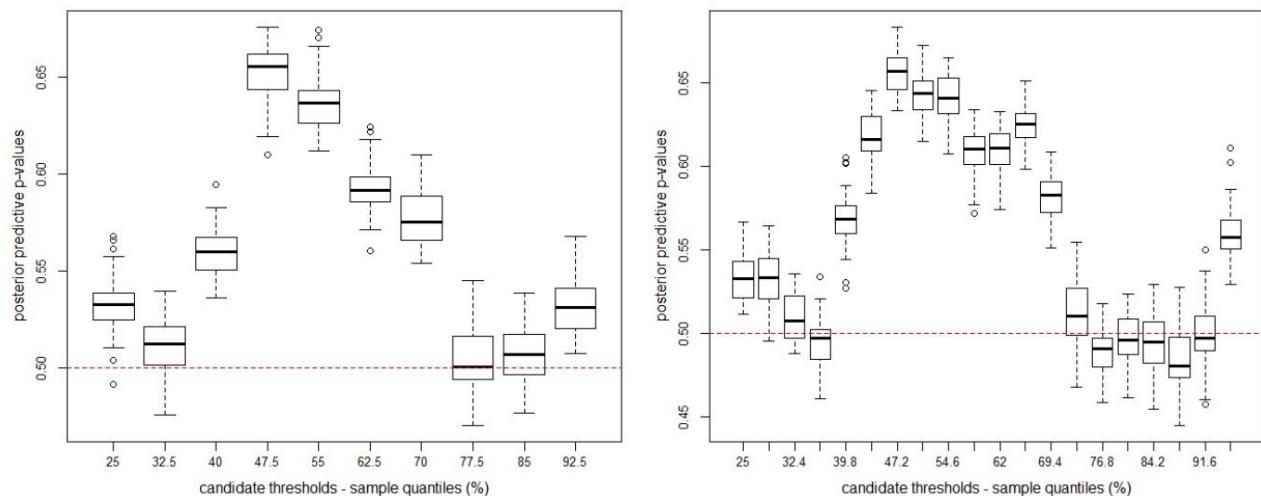
Bu örneklem için $I = 10$ ve $I = 20$ örnek kantil adaylarının temel kümeleri için, sürpriz grafikleri çizmek için 17 ve 32 dakikalık çalışma süreleri gerekmıştır. Bu aday kümeleri için önerilen seviyeler, %77,5 ve %73,1 örnek kantilleridir ve bu da çok az farklılık gösteren getiri seviyesi tahminleri üretir; en büyük fark, RL10000 tahminleri için 0,4 metredir.

EVI'nin her iki durumda da -0,33'ün altında, negatif olduğu tahmin ediliyor.

GoM örneğine benzer şekilde, sTSTM ve SGFSM, 20 örneklem yüzdelik adayını test etmek için uygulanan sTSTM hariç, bu veri seti için yakın sonuçlar sunmaktadır. Verimlilik endişeleri göz önüne alındığında, bu daha büyük veri seti için daha da önemli olan, yalnızca $I = 10$ ve $I = 20$ örneklem yüzdelik adaylarından oluşan iki olağan set kullanılmıştır. aSTSM için oluşturulan p-değeri grafikleri Şekil 13'te görülebilir. 10 aday göz önüne alındığında, önerilen seçim

Yöntem	I kantil (%) u	N	Örnek				
			$\hat{\xi}$	ML	RL100	RL1000	RL10000
MRLP WLS 608	13	1.907 457 -0.219 10.61			11.80	12.52	
GPD QQ-grafığı 618	71	4.300 180 -0.328 10.76			11.25	11.47	
Sürpriz Komple	10	77.5	4.809 142 -0.346 10.72		11.17	11.37	
	20	73.1	4.421 169 -0.338 10.73		11.20	11.41	
aSTSM	10	25	2.204 470 -0.256 11.02		11.73	12.13	
	20	58.3	3.623 262 -0.256 11.04		11.75	12.15	
SGFSM	10	25	2.204 470 -0.256 11.02		11.73	12.13	
	20	25	2.204 470 -0.256 11.02		11.73	12.13	
ALRSM	10	77.5	4.809 142 -0.346 10.72		11.17	11.37	
	20	80.5	5.113 123 -0.355 10.71		11.14	11.33	
	618	11	1.870 557 -0.215 11.38		12.31	12.87	

Tablo 5: Altı dikkate alınan Kuzey Denizi veri kümesi için eşik seçimi ve çıkarım sonuçları
seçim metodolojileri.

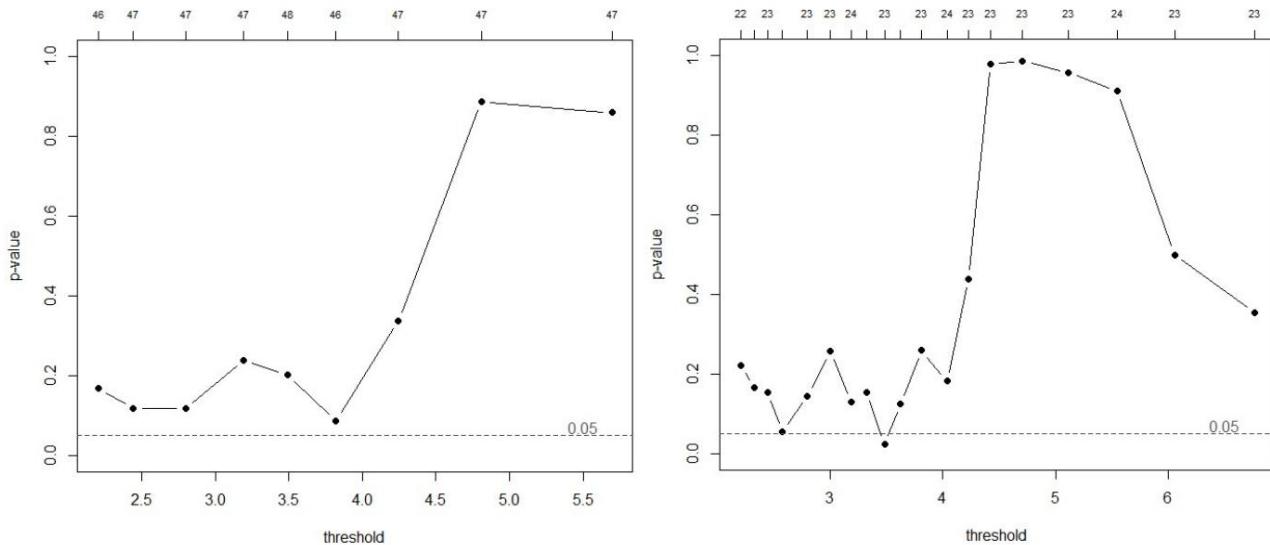


Şekil 12: Kuzey Denizi veri seti için sürpriz ve eşik adayları ölçümleri, iki set içün
örnek kantil aday eşikleri; Sol: I = 10 aday; Sağ: I = 20 aday.

aSTSM en düşük adaydır, %25 örneklem yüzdesidir ve aynı seçim şu şekilde gösterilir:

her iki aday grubu için de SGFSM; 20 aday dikkate alındığında, aSTSM farklılaşıyor

Bu norm, %58,3'lük örneklem yüzdesinin seçimine işaret ediyor. İkinci istisnadan bağımsız olarak,
getiri seviyelerinin tahmini ilk ondalık basamağa kadar farklılık göstermez (tahminler aynıdır)
(desimetre mertebesinde).



Şekil 13: Kuzey Denizi veri kümesi için aSTSM'nin eşik adaylarına karşı p-değeri çizimleri, iki küme örnek kantil aday eşiği için; Sol: I = 10 aday; Sağ: I = 20 aday.

Son olarak, ALRSM uygulamamızın sonuçlarına bakıyoruz: dikkate alınan adaylar olağan I = 10 örneklem yüzdelikleri olduğunda, sonuçlar aynı koşullar altında Lee ve ark. (2015) tarafından yapılan sürpriz grafiklerinden elde edilen seçimle (ve dolayısıyla parametre tahminiyle) mükemmel bir şekilde örtüşmektedir. Bir kez daha, ALRSM neredeyse anında sonuç elde etme avantajına sahiptir. I = 20 adayın dikkate alındığı durumda, ALRSM %80,5 örneklem yüzdeliginde (sunulan yöntemler arasında en yüksek seçim) daha yüksek bir eşik değeri seçer, ancak bu, çıkarımı büyük ölçüde değiştirmez.

sonuçlar: geri dönüş seviyesi tahminleri, ilişkili olanlarla aynı desimetre mertebesindedir %77,5 örneklem kantil eşiği. Klasik görsel tekniklerle doğrudan karşılaştırılabilirlik için, gözlemlerin tamamından bir eşik değeri seçmeye bir kez daha naifçe çalışırsak, ALRSM bize %11 örneklem kantil değeri civarında, daha küçük aday kümelerinden seçilenlerden çok daha düşük bir eşik değeri sağlar. Bu, daha yüksek getiri seviyesi tahminleri sağlar, ancak yine de en düşük karşılık gelen tahminden 1,6 metreden fazla sapmaz. Bu koşullar altında, sürpriz grafiği, aSTSM veya SGFSM'nin hiçbir makul bir sürede performans gösteremedi.

GoM verilerinde olduğu gibi, pratik uygulamalarda nadiren görüldüğü gibi, benzersiz bir fikir birliğine dayalı eşik seçimi dair bir gösterge yoktur. %25 civarında veya %75 civarında örneklem yüzdeliklerine yönelik seçimlere yönelik çeşitli yöntemlerden bir miktar destek mevcuttur. Bu iki akım, Northrop ve ark. (2017) tarafından önerilen iki sonuçla, p-değeri grafiklerinin öznel analizinden ve önerilen Bayes metodolojisinin uygulanmasından yansıtılmaktadır. Ancak, getiri düzeyi tahmininin daha genel amacı göz önüne alındığında, düzey seçimindeki farklılıkların tahrime önceki veri setindeki kadar belirgin bir şekilde yansımadığı sonucuna varıyoruz. Yine, ALRSM ve sürpriz grafik metodolojisi arasında bir miktar uyum var gibi görünmektedir; ancak her zaman ikincisinin çok daha fazla hesaplama yoğunluğuna sahip olması ve görsel öznel yorumlama gerektirmesi gibi ALRSM'yi tasarlarken ortadan kaldırılmayı hedeflediğimiz sorunlar göz önünde bulundurulmalıdır. Dahası, diğer iki otomatik yöntem olan aSTSM ve SGFSM de büyük ölçüde uyum içinde görülmektedir.

5 Sonuç Açıklamaları

GPD-POT çerçevesi altında, herhangi bir çıkarımdan önce atılması gereken ilk adım, aşırılıkların örnekleminin yaklaşık olarak GP olarak kabul edilebileceği uygun bir eşik değeri seçmektir. Bu seçimin etkisi POT analizinin tüm bölümlerine yansındığından, dikkatlice değerlendirilmelidir. hitap etti.

Nesnellik, otomasyon ve verimliliği hedefleyerek, iyi geliştirilmiş L-moment teorisine dayanan sabit eşikli bir seçim prosedürüne sezgisel bir bakış açısı sunduk - Otomatik L-moment Oranı Seçim Yöntemi. Amacımız, kullanıcılarından önemli bir girdi almadan iyi performans gösteren, hem küçük örneklemlerde hem de büyük veri kümelerinde kullanışlı ve görsel incelemeye ihtiyaç duymayan sezgisel ve güvenilir bir metodoloji bulmaktır.

Kapsamlı bir simülasyon çalışması yürütülmüş ve bu makalede sunulan özel sonuçlar, bilinen bir gerçek eşik değerinin altında yanlış belirlenmiş ve bu seviyenin üzerinde gerçek anlamda GP dağılımlı, kullanışlı bir dağılım ailesinden elde edilen verilerle elde edilmiştir. Daha sonra metodolojinin geçerliliği, önemli dalga yüksekliklerine sahip iki gerçek dünya veri kümesi üzerinde test edilmiştir. Karşılaştırmalar, literatürdeki öne çıkan ve rekabetçi yöntemlerle yapılmış ve mümkün olduğunda, otomatikleştirilmiş formlarında.

Bu çalışmada önerilen ARLSM'nin hem simülasyon bağlamında hem de Gerçek verilere uygulandığında, literatürde ele alınan diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında, standart Eşik seçimi doğruluğu ve çok istenen hesaplama verimliliği açısından, Birkça saniye içinde sonuç verir. Bazı parametre tahminleriyle ilişkili nispeten yüksek RMSE, bazı endişelere yol açmaktadır. Yöntem, örneklem büyülüğüne ve dikkate alınan aday eşik sayısına karşı dayanıklılık göstermektedir. Ayrıca, daha küçük kuyruk indeksi değerleri (daha açık kuyruklar) için de performansın iyileştiği görülsel de, yine de kabul edilebilir sonuçlar sağlamaktadır.

$\xi = 0,5$ olan simülasyonların sonuçları - çoğu için alışılmadık derecede ağır bir kuyruk olarak kabul edilir pratik durumlar (Clause et al., 2009). ARLSM için geliştirilen bilgisayar kodu, makul talep üzerine ilgili yazardan temin edilebilir.

Elbette, yöntemin geliştirilmesi ve bu düzenek altında daha fazla çalışmaya yer var. Bu makalenin kapsamı dışında kalsa da, aşağıdaki yaklaşımlar incelenmeye olup, yazarlar tarafından planlanan gelecekteki çalışmalarda ele alınacaktır:

- asimptotik özellikler biliniyor ve L-momentleri bağlamında inceleniyor (Hosking, 1986; Hosking ve Wallis, 1987), muhtemelen seçim prosedürünün matematiksel olarak daha titiz bir şekilde tasarılanmasına olanak sağlıyor;
- Withers ve Nadarajah'ın (2011) tahminin önyargı azaltılmasına ilişkin çalışmasının incelenmesi L-eğikliği ve L-kurtozis eşik seçimlerinin iyileştirilmesine yol açabilir;
- GPD altında tahminde bilinen bir sorun, veri nicelemesinin etkisidir (bkz. örneğin Deidda ve Puliga, 2009); bu konu, Bader ve diğerleri (2018) ve Langousis ve diğerleri (2016) tarafından kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır; verileri eşik değerine ulaşmadan önce titreme sürecine tabi tutmak

Bu metodolojiyi geliştirmenin bir yolu olarak seçim araştırılmalıdır.

Tek bir eşik seçmenin bir dezavantajının, muhtemelen önemli bir sorunun ortadan kaldırılması olduğu bilinmektedir. Tüm analizi kısıtlayacak sabit bir seviye belirleme söz konusu olduğunda ağırlıklandırılması gereken belirsizlik. Ancak bu, diğer bilim alanlarındaki uygulayıcılara, EVT'nin çok geniş bir konusu hakkında daha derin bir anlayış gerektirmeden, ancak yine de (umarız) yeterince titiz ve doğru bir şekilde aşırı değer analizi araçlarının nasıl uygulanacağı konusunda eğitim vermenin en basit yoludur.

Teşekkürler

Funda, c̄ao para a Cīencia ea Tecnologia, IP'ye SFRH/BD/130764/2017 (JSL) doktora bursu ve UID/MAT/00006/2019 (JSL ve MIFA) projesi kapsamında sağlanan kısmi destek için minnettarız. Ayrıca, bahsi geçen alternatif metodolojiler için bilgisayar kodlarını bize sağladıkları için Dr. Kate JE Lee ve Dr. Paul J. Northrop'a teşekkür etmek isteriz.

Referanslar

- Bader, B. ve Yan, J. (2016). eva: Uyum iyiliği testi ile aşırı değer analizi. R paketi sürümü 0.2.4. <https://CRAN.R-project.org/package=eva> adresinden alındı.
- Bader, B., Yan, J. ve Zhang, X. (2018). Yanlış keşif oranı için ayarlama ile sıralı uyum iyiliği testleri yoluyla aşırı değer analizi için otomatik eşik seçimi. Uygulamalı İstatistik Yıllıkları, 12(1):310–329.
- Beirlant, J., Dierckx, G., Guillou, A. ve St̄aric̄a, C. (2002). Ekstrem dereceli istatistiklerin logaritmik aralıklarının üstel gösterimleri üzerine. Ekstremler, 5:157–180.
- Choulakian, V. ve Stephens, MA (2001). Genelleştirilmiş Pareto dağılımı için uyum iyiliği testleri. Teknometri, 43(4):478–484.
- Clauset, A., Shalizi, CR ve Newman, MEJ (2009). Ampirik verilerdeki güç yasası dağılımları. SIAM inceleme, 51:661–703.
- Coles, S. (2001). Aşırı Değerlerin İstatistiksel Modellemesine Giriş. Springer, Londra.
- Danielsson, J., de Haan, L., Peng, L. ve de Vries, CG (2001). Önyükleme yöntemini kullanarak Kuyruk indeksi tahmininde örnek kesri. Çok Değişkenli Analiz Dergisi, 76:226–248.
- Danielsson, J., Ergun, LM, de Haan, L. ve De Vries, C. (2016). Kuyruk endeksi tahmini: Kantil odaklı Eşik seçimi. SSRN Elektronik Dergisi.
- Deidda, R. ve Puliga, . (2009). Genelleştirilmiş Pareto denkleminin bazı parametre tahmin edicilerinin performansları yuvarlatılmış örnekler üzerindeki dağılım. Dünya Fiziği ve Kimyası, 34:626 – 634.
- Ferreira, A., de Haan, L. ve Peng, L. (2003). Bir olasılığın yüksek yüzdeliklerinin tahmininin optimize edilmesi üzerine Dağıtım. İstatistik: Teorik ve Uygulamalı İstatistik Dergisi, 37(5):401–434.
- Greenwood, JA, Landwehr, JM, Matalas, NC ve Wallis, JR (1979). Olasılık ağırlıklı momentler: Ters formda ifade edilebilen çeşitli dağılımların tanımı ve parametreleriyle ilişkisi. Su Kaynakları Araştırması, 15(5):1049–1054.
- G'Sell, MG, Wager, S., Chouldechova, A. ve Tibshirani, R. (2016). Sıralı seçim prosedürleri ve yanlış keşif oranı kontrolü. Kralliyet İstatistik Derneği Dergisi: Seri B, 78(2):423–444.

- Hosking, JRM (1986). Olasılık ağırlıklı momentler teorisi. Araştırma Raporu RC12210 – IBM Araştırma.
- Hosking, JRM (2006). Dağılımların L-momentlerine göre karakterizasyonu üzerine. İstatistik Dergisi Planlama ve Çıkarım, 136:193–198.
- Hosking, JRM ve Balakrishnan, N. (2015). L-tahmin edicileri için benzersiz bir sonuç, uygulamalarla birlikte L-anları. İstatistiksel Metodoloji, 24:69–80.
- Hosking, JRM ve Wallis, JR (1987). Genelleştirilmiş Pareto dağılımı için parametre ve yüzdelik tahmin tahmini. Technometrics, 29(3):339–349.
- Hosking, JRM ve Wallis, JR (1997). Bölgesel frekans analizi: L-momentlere dayalı bir yaklaşım. Cambridge Üniversitesi Yayınları.
- Langousis, A., Mamalakis, A., Puliga, M. ve Deidda, R. (2016). Genelleştirilmiş Pareto dağılımı için eşik tespiti: Temsili yöntemlerin incelenmesi ve NOAA NCDC günlük yağış veritabanına uygulanması. Su Kaynakları Araştırması, 52:2659–2681.
- Lee, J., Fan, Y. ve Sisson, SA (2015). Ölçümler kullanılarak ekstrem modeller için Bayes eşik seçimi sürpriz. Hesaplamalı İstatistik ve Veri Analizi, 85:84–99.
- Manurung, A., Wigena, AH ve Djuraidah, A. (2018). GPD eşik tahmini, ölçüm kullanılarak sürpriz. Uluslararası Bilim Dergisi: Temel ve Uygulamalı Araştırma, 44(3):16–25.
- Northrop, PJ ve Attalides, N. (2017). threshr: Aşırı değer analizi için eşik seçimi ve belirsizlik. R paketi sürüm 1.0.0. <https://CRAN.R-project.org/package=threshr> adresinden alındı.
- Northrop, PJ, Attalides, N. ve Jonathan, P. (2017). Okyanus fırtınası şiddetine uygulanabilen çapraz doğrulamalı aşırı değer eşigi seçimi ve belirsizlik. Kraliyet İstatistik Derneği Dergisi, Seri C: Uygulamalı İstatistik, 66(1):93–120.
- Northrop, PJ ve Coleman, CL (2014). Aşırı değer analizleri için geliştirilmiş eşik tanılama grafikleri. Aşırılıklar, 17:289–303.
- Pickands, J. (1975). Aşırı sıralı istatistikler kullanılarak istatistiksel çıkarım. İstatistik Yıllıkları, 3:119–131.
- Ribatet, MA (2011). POT paketine yönelik bir kullanıcı kılavuzu (sürüm 1.4). <http://cran> adresinden alınmıştır. r-project.org/paket=POT.
- Scarrott, C. ve MacDonald, A. (2012). Aşırı değer eşigi tahmini ve belirsizliğin bir incelemesi niceleme. REVSTAT – İstatistik Dergisi, 10(1):33–60.
- Schneider, LF, Krajina, A. ve Krivobokova, T. (2019). Tek değişkenli üç değerde eşik seçimi analiz. arXiv: 1903.02517.
- Silva Lomba, J. (2016). Rekabetçi serbest dalış rekorlarının aşırı değer analizi. Yüksek lisans tezi, Fakülte Lizbon Üniversitesi, Bilimler Fakültesi. <http://hdl.handle.net/10451/24672>.
- Thompson, P., Cai, Y., Reeve, D. ve Stander, J. (2009). Otomatik eşik seçim yöntemleri aşırı dalga analizi. Kıyı Mühendisliği, 56:1013–1021.
- Um, M., Cho, W. ve Heo, J. (2010). Aşırı hidrolojik olaylarda eşiklerin uyarlanabilir seçimine ilişkin karşılaştırmalı bir çalışma. Stokastik Çevresel Araştırma ve Risk Değerlendirmesi, 24(5):611–623.
- Wadsworth, J. (2016). Aşırı Değer Eşiği için Maksimum Olasılık Tahmin Edicilerinin Yapısından Yararlanma Seçim. Teknometri, 58(1):116–126.
- Wadsworth, J. ve Tawn, J. (2012). Aşırı değer modellemesinde eşik tanılama ve belirsizlik için olasılık tabanlı prosedürler. Kraliyet İstatistik Derneği Dergisi: Seri B (İstatistiksel Metodoloji), 74:543–567.
- Withers, CS ve Nadarajah, S. (2011). Eğiklik, basıklık, L-eğiklik ve L-kurtozis. İstatistiksel Planlama ve Çıkarım Dergisi, 141:3839–3861.