

# **ZADACI IZ FIZIKE**

**Riješeni ispitni zadaci, riješeni primjeri  
i zadaci za vježbu**

**(2. dio)  
(2. izdanje)**

1. Potrebno je napraviti splav od hrastovih balvana, a svaki od njih ima težinu 1200 N. Ako se na splav stavi teret od 6000 N splav potone. Odrediti minimalni broj balvana potrebnih da se napravi takav splav (Gustoća vode je  $10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ; a drveta  $800 \text{ kgm}^{-3}$ ).

### Rješenje

Splav će početi tonuti kad je sila uzgona jednaka težini splava i tereta.

$$F_U = Nm_B g + m_T g$$

$N$  – broj balvana

$$N\rho_V V_B g = Nm_B g + m_T g$$

Kako je

$$V_B = \frac{m_B}{\rho_B}$$

Dobivamo da je minimalan broj balvana

$$N = \frac{m_T}{m_B \left( \frac{\rho_V}{\rho_B} - 1 \right)} = 20$$

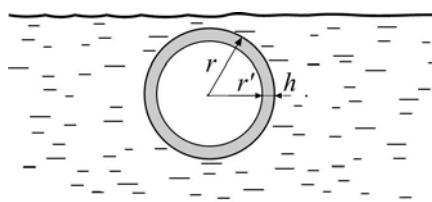
2. Od 20 g aluminija treba napraviti šuplju kuglu koja će lebdjeti u vodi. Odrediti debljinu zida kugle. Gustoća aluminija je  $2710 \text{ kg/m}^3$ , a gustoća vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

### Rješenje

Da bi šuplja kugla lebdjela u vodi treba vrijediti

$$F_G = F_U$$

$$mg = \rho g V$$



Tako da je volumen šuplje kugle

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{4r^3\pi}{3} = 20 \text{ cm}^3$$

Od toga je volumen šupljine

$$V' = V - V_{Al} = m \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_{Al}} \right) = 12,62 \text{ cm}^3$$

Odavde određujemo radijuse kugle i šupljine, a iz toga debljinu zida.

$$V = \frac{4}{3} r^3 \pi \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V} = 1,68 \text{ cm}$$

$$V' = \frac{4}{3} r'^3 \pi \quad \Rightarrow \quad r' = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V'} = 1,44 \text{ cm}$$

Debljina zida kugle je

$$h = r - r' = 0,24 \text{ cm}$$

3. Željezni splav, mase 6 t, ima vanjski volumen  $56 \text{ m}^3$ . Koliko ljudi, prosječne mase 70 kg može primiti ovaj splav, pod uvjetom da je dozvoljeno potapanje splava samo do polovine njegovog volumena?

### Rješenje

Težina splava zajedno s  $N$  ljudi treba biti jednaka sili uzgona

$$mg + Nm_c g = \rho \frac{V}{2} g$$

$$N = \frac{\rho \frac{V}{2} - m}{m_c} = 314,29$$

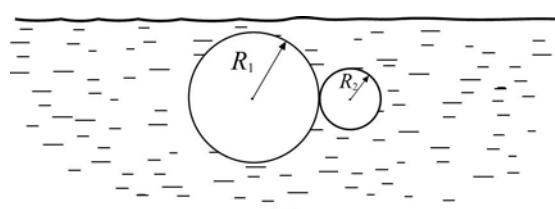
Splav može primiti 314 ljudi.

4. U kojem odnosu moraju biti polumjeri lopte od čelika i lopte od pluta da bi spojene lebjdjele u vodi? Gustoća vode je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , gustoća čelika  $7850 \text{ kg/m}^3$  i gustoća pluta  $300 \text{ kg/m}^3$ .

### Rješenje

Težina lopti treba biti jednaka sili uzgona

$$m_p g + m_c g = F_u$$



$$\rho_p g V_1 + \rho_c g V_2 = \rho_v g (V_1 + V_2)$$

$$\rho_p \frac{4\pi}{3} R_1^3 + \rho_c \frac{4\pi}{3} R_2^3 = \rho_v \frac{4\pi}{3} (R_1^3 + R_2^3)$$

$$R_1^3 (\rho_v - \rho_p) = R_2^3 (\rho_c - \rho_v)$$

$$\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{(\rho_c - \rho_v)}{(\rho_v - \rho_p)} = \frac{6850 \text{ kg/m}^3}{700 \text{ kg/m}^3} = 9,785$$

Polumjeri lopti imaju odnos

$$\frac{R_1}{R_2} = 2,14$$

5. Željezna bačva, bez poklopca, mase  $m_1 = 4 \text{ kg}$ , ima vanjski volumen  $V_1 = 0,4 \text{ m}^3$ . Koliko je pjeska, gustoće  $\rho = 3000 \text{ kgm}^{-3}$ , potrebno usuti u bačvu da bi potonula u vodi?

### **Rješenje**

Da bi bačva potonula težina bačve s pjeskom mora biti veća ili jednaka sili uzgona. Dakle minimalna težina bačve jednaka je sili uzgona

$$m_1 g + mg = \rho_v V_1 g$$

$$m = \rho_v V_1 - m_1$$

Minimalan volumen pjeska kojeg treba usuti u bačvu je

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{\rho_v V_1 - m_1}{\rho} = 0,132 \text{ m}^3$$

6. Loptica, mase  $m$  i polumjera  $R$  zagnjurena je u vodu do dubine  $h$  i puštena. Do koje visine  $h_0$  će loptica “iskočiti” prilikom izlaska iz vode?

### **Rješenje**

Na lopticu djeluje sila

$$F_u - mg = F$$

Ova sila, ako zanemarimo trenje ubrzava lopticu ubrzanjem

$$a = \frac{F_u - mg}{m} = \frac{\rho g V}{m} - g$$

Tako loptica na površini vode ima brzinu

$$v = \sqrt{2ah} = \sqrt{2h \left( \frac{\rho g V}{m} - g \right)}$$

Visina do koje će loptica uspjeti “iskočiti” je

$$h' = \frac{v^2}{2g} = \left( \frac{\rho V}{m} - 1 \right) h = \left( \frac{\rho 4\pi R^3}{3m} - 1 \right) h$$

7. Kroz horizontalnu cijev teče tekućina gustoće  $0,9 \text{ g/cm}^3$ . Ako je brzina tekućine u užem dijelu cijevi  $5 \text{ m/s}$ , a razlika tlakova šireg i užeg dijela iznosi  $5 \text{ kPa}$ , za koliko je potrebno podići širi dio cijevi da bi se brzina smanjila  $50\%$ ? Brzina u užem dijelu ostaje stalna.

### Rješenje

Po Bernoullijevoj jednadžbi imamo

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

Zadatkom je zadano

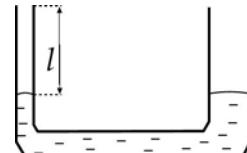
$$v_2 = \frac{v_1}{2}$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 5 \text{ kPa}$$

Iz ovih izraza dobivamo visinu na koju treba podići širi dio cijevi

$$h = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \frac{\Delta p}{\rho g} = 0,39 \text{ m}$$

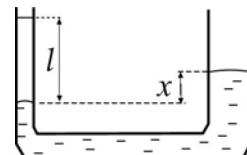
8. U vertikalnoj "U" cijevi površina unutarnjeg presjeka jednog kraka je  $S_1$ , a drugog  $3S_1$ . U cijev je nasuta živa (gustoća  $13,6 \text{ g/cm}^3$ ) tako da je  $l = 30 \text{ cm}$ . Za koliko će se povisiti nivo žive u širem dijelu cijevi ako se u uži dio nalije voda do vrha (gustoća  $1 \text{ g/cm}^3$ )?



### Rješenje

Težina ulivene vode u uži krak cijevi treba biti jednaka težini žive koja se podigla u širem kraku cijevi

$$\rho_v g S_1 l = \rho_z g 3S_1 x$$



Tako je visina za koju se povisio nivo žive u širem kraku

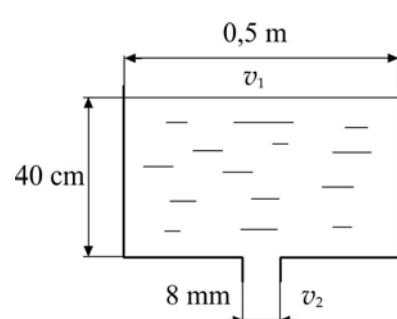
$$x = \frac{\rho_v}{3\rho_z} l = 0,735 \text{ cm}$$

9. Cilindrična posuda promjera  $0,5 \text{ m}$  ima na dnu kružni otvor promjera  $8 \text{ mm}$ . Odrediti brzinu opadanja nivoa vode u posudi u trenutku kada je visina stuba vode  $40 \text{ cm}$ .

### Rješenje

Po Bernoullijevoj jednadžbi imamo

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2}$$



Preko jednadžbe kontinuiteta izrazimo  $v_2$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$$

Uvrstivši izraz za  $v_2$  u prvu jednadžbu dobijemo brzinu istjecanja tekućine na visini  $h$ , tj. brzinu opadanja nivoa vode

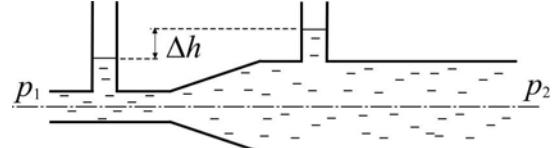
$$v_1 = d_2^2 \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4 - d_2^4}} = 7,168 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

10. Kroz horizontalnu cijev protječe voda. Na mjestima gdje su presjeci cijevi  $S_1 = 1 \text{ cm}^2$  i  $S_2 = 3 \text{ cm}^2$  vertikalno su spojene dvije manometarske cijevi. Neka se odredi protok vode kroz horizontalnu cijev ako je razlika nivoa vode u manometrima  $\Delta h = 10 \text{ cm}$ .

### Rješenje:

Prema Bernoullijevoj jednadžbi možemo pisati

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$



Razlika nivoa vode u manometrima je  $\Delta h$ , stoga bi oni pokazali razliku pritisaka  $\Delta p$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho g \Delta h$$

Napomena: Promjeri cijevi nisu na visinskoj razlici, već samo nivoi vode u manometrima koji su pokazatelji veličine pritiska.

Protok kroz cijev je očuvan:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_2 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

Ako ove izraze uvrstimo u Bernoullijevu jednadžbu dobijemo

$$\Delta p = \frac{\rho v_2^2}{2} \left( 1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \right)$$

Tako imamo

$$v_2 = S_1 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}} = 0,5 \text{ ms}^{-1}$$

Traženi protok je

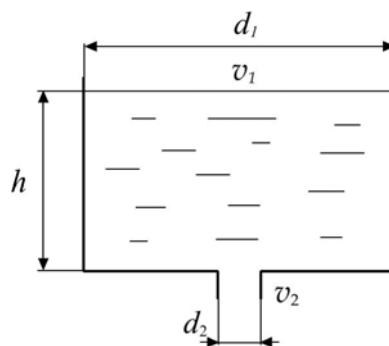
$$Q = v_2 S_2 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{s}^{-1}$$

11. Na dnu cilindrične posude promjera 0,4 m nalazi se kružni otvor promjera 0,01 m. Odrediti brzinu opadanja nivoa vode u trenutku kada je visina stupa vode 0,3 m.

### Rješenje

Po Bernoullijevoj jednadžbi imamo

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2} \quad (1)$$



Iz jednadžbe kontinuiteta izrazimo  $v_2$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$$

Uvrstivši izraz za  $v_2$  u (1) dobijemo brzinu istjecanja tekućine na visini  $h$

$$v_1 = d_2^2 \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4 - d_2^4}} = 1,516 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

12. Kroz cijev AB struji zrak tako da je protok  $Q = 5 \text{ L/min}$ . Površina poprečnog presjeka cijevi na širem dijelu je  $S_1 = 2 \text{ cm}^2$ , a na užem dijelu  $S_2 = 0,5 \text{ cm}^2$ . Treba odrediti razliku nivoa vode  $\Delta h$  u dijelu cijevi abc. Gustoća zraka je  $1,32 \text{ kg/m}^3$ , gustoća vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

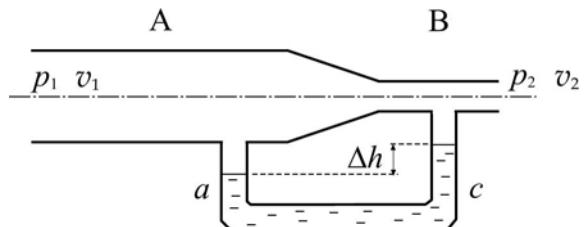
### Rješenje

Bernoullijeva jednadžba za ovaj slučaj je

$$p_1 + \rho_z \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho_z \frac{v_2^2}{2}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho_z}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

(1)



Razlika nivoa vode u dijelu cijevi abc (koja predstavlja manometar) pokazuje razliku tlakova  $p_1$  i  $p_2$ .

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \rho g \Delta h \quad (2)$$

Preko jednadžbe kontinuiteta izrazimo  $v_2$

$$v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2 \quad (3)$$

Izraze (2) i (3) uvrstimo u (1) i dobivamo

$$\Delta h = \frac{\rho_z}{2\rho g} v_2^2 \left( 1 - \frac{S_2^2}{S_1^2} \right) = 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

13. Dva štapa od istog metala imaju duljine  $l_1 = 200 \text{ cm}$  i  $l_2 = 200,2 \text{ cm}$  na temperaturi  $T = 20^\circ\text{C}$ . Ako se kraći štap zagrije, a dulji ohladi za istu razliku temperatura  $\Delta T$ , njihove duljine se izjednače. Kolike su tada temperature štapova? Temperaturni koeficijent linearog rastezanja metala je  $\alpha = 23 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ .

### **Rješenje**

Poslije zagrijavanja prvog štapa i hlađenja drugog štapa njihove duljine su iste.

$$l_1' = l_2'$$

$$l_1(1 + \alpha \Delta T_1) = l_2(1 + \alpha \Delta T_2)$$

$$\Delta T_1 = \Delta T; \Delta T_2 = -\Delta T$$

$$l_1(1 + \alpha \Delta T) = l_2(1 - \alpha \Delta T)$$

$$\Delta T = \frac{l_2 - l_1}{\alpha(l_1 + l_2)} = 21,73 \text{ K}$$

Temperatura prvog štapa  $41,73^\circ\text{C}$ , a drugog  $-1,73^\circ\text{C}$ .

14. Staklena posuda, volumena  $V = 10 \text{ L}$ , napunjena je sumpornom kiselinom na temperaturi  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ . Koliko će kiseline isteći iz posude ako se ostavi na suncu, pri čemu se zagrije do temperature  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ ? Temperaturni koeficijent linearog rastezanja stakla je  $\alpha = 8,1 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ , a temperaturni koeficijent volumnog rastezanja sumporne kiseline je  $\gamma = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ .

### **Rješenje**

Pri porastu temperature za  $\Delta T$  volumen sumporne kiseline će porasti za  $\Delta V_S$

$$V_S = V_{S0} + \Delta V_S = V_{S0}(1 + \gamma \Delta T)$$

Pri porastu temperature za  $\Delta T$  volumen posude će porasti za  $\Delta V_P$

$$V_P = V_{P0} + \Delta V_P = V_{P0}(1 + 3\alpha \Delta T)$$

$$V_{S0} = V_{P0} = V_0$$

Razlika  $\Delta V_S - \Delta V_P$  predstavlja višak sumporne kiseline koja će isteći iz posude.

$$\Delta V = V_S - V_P = V_0 (\gamma \Delta T - 3\alpha \Delta T) = 214,3 \text{ cm}^3$$

15. Na čeonim sastavcima željezničkih tračnica, dužine  $l = 25 \text{ m}$  i površine poprečnog presjeka  $S = 80 \text{ cm}^2$ , ostavljen je razmak od  $\Delta l = 10 \text{ mm}$  na temperaturi  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ . Temperaturni koeficijent linearne rastezanja tvari od koje su načinjene tračnice iznosi  $\alpha = 10 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/\text{ } ^\circ\text{C}$ , a njen Youngov modul elastičnosti  $E_y = 200 \text{ GPa}$ . Odrediti temperaturu na kojoj će se tračnice sastaviti.

### Rješenje

Produženje tračnica povećanjem temperature je

$$\Delta l = l\alpha\Delta t$$

Potrebno povećanje temperature je

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{l\alpha}$$

Temperatura na kojoj će se sastaviti tračnice je

$$t_2 = t_1 + \Delta t = t_1 + \frac{\Delta l}{l\alpha} = 60^\circ\text{C}$$

16. U posudi, mase  $m = 150 \text{ g}$  i specifičnog toplinskog kapaciteta  $c = 837 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ , nalazi se količina vode, mase  $m_1 = 1300 \text{ g}$ , na temperaturi  $t_1 = 18^\circ\text{C}$ . Za koliko će se povisiti temperatura vode ako se u posudi kondenzira količina vodene pare, mase  $m_2 = 30 \text{ g}$  na standardnom tlaku? Latentna toplina kondenziranja vodene pare je  $L_K = 2,26 \text{ MJ/kg}$ .

### Rješenje

Količina topline koju prima posuda i voda jednaka je količini topline koju preda vodena para kondenzacijom i nakon toga hlađenjem od  $100^\circ\text{C}$  do temperature  $t'$ .

$$Q_1 = Q_2$$

$$mc(t' - t_1) + m_1 c_1(t' - t_1) = m_2 c_1(t_K - t') + m_2 L_K$$

$t'$  - temperatura smjese nakon izmjene toplina;

$c_1$  - specifični toplinski kapacitet vode,  $c_1 = 4,19 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ ;

$mc(t' - t_1)$  - količina topline koju prima posuda;

$m_1 c_1(t' - t_1)$  - količina topline koju prima voda;

$m_2 c_1(t' - t_K)$  - količina topline koja se oslobađa hlađenjem vode mase  $m_2$  s  $100^\circ\text{C}$  na  $0^\circ\text{C}$ ;

$Q_4 = m_2 L_K$  - količina topline koja se oslobađa kondenziranjem vodene pare mase  $m_2$ .

Temperatura vode će se povisiti za  $\Delta t = t' - t_1$ .

U prethodnu jednadžbu uvrstimo izraz za  $t'$  pa dobivamo

$$\Delta t = \frac{m_2 c_1 (t_K - t_1) + m_2 L_K}{mc + m_1 c_1 + m_2 c_1} = 13,7^\circ$$

17. U cilindričnom spremniku, visine 10 m, nalazi se nafta na temperaturi  $0^\circ\text{C}$ . Spremnik je ispunjen do nivoa 20 cm ispod vrha, kao što je prikazano na slici. Ukoliko se temperatura poveća na  $30^\circ\text{C}$  odrediti da li će se nafta preliti preko vrha i u kojoj količini:

- i. ako zanemarimo širenje cilindričnog spremnika, te
- ii. ako uzmemu u obzir širenje cilindričnog spremnika?

Temperaturni koeficijent linearog rastezanja željeza je  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ , a temperaturni koeficijent volumnog širenja nafte je  $\gamma = 10^{-3} \text{ 1/K}$ .

### Rješenje

- a) Volumen nafte nakon zagrijavanja je

$$V_N = V_{N0}(1 + \gamma \Delta T) = R^2 \pi \cdot 9,80 \text{ m} (1 + 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot 30 \text{ K}) = 10,094 \text{ m} \cdot R^2 \pi$$

$$V_N - V_S = 10,094 \text{ m} \cdot R^2 \pi - 10 \text{ m} \cdot R^2 \pi = R^2 \pi \cdot 0,094 \text{ m}$$

Nafta će se preliti u količini  $R^2 \pi \cdot 0,094 \text{ m}$ .

- b) U ovom slučaju se i spremnik širi

$$V_S = V_{S0}(1 + 3\alpha \Delta T) = R^2 \pi \cdot 10 \text{ m} (1 + 3 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot 30 \text{ K}) = 10,001 \text{ m} \cdot R^2 \pi$$

$$V_N - V_S = 10,094 \text{ m} \cdot R^2 \pi - 10,001 \text{ m} \cdot R^2 \pi = R^2 \pi \cdot 0,093 \text{ m}$$

Nafta će se i u ovom slučaju preliti u količini  $R^2 \pi \cdot 0,093 \text{ m}$ .

18. Kolika je potrebna količina vodene pare na temperaturi  $100^\circ\text{C}$  i na atmosferskom tlaku 1013,25 mbar za topljenje komada leda, mase  $m = 50 \text{ g}$ , čija je temperatura  $t = -4^\circ\text{C}$ ? Specifični toplinski kapacitet leda je  $c = 2 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ , latentna toplina topljenja leda  $L_t = 335 \text{ kJ/kg}$ , a latentna toplina kondenziranja vodene pare je  $L_k = 2,26 \text{ MJ/kg}$ .

### Rješenje

Količina topline koju primi led za zagrijavanje i topljenje jednaka je količini topline koju pređa vodena para kondenzacijom i nakon toga hlađenjem od  $100^\circ\text{C}$  do  $0^\circ\text{C}$ .

$$Q_1 = Q_2$$

$$mc(t_t - t) + mL_t = m_1 c(t_k - t_t) + m_1 L_k$$

$mc(t_t - t)$  - količina topline koju treba dovesti ledu da mu se poveća temperatura na  $0^\circ\text{C}$ ;

$mL_t$  - količina topline potrebna za topljenje leda mase  $m$ ;

$m_1 c(t_k - t_t)$  - količina topline koju oslobađa voda mase  $m_1$  hlađeći se s  $100^\circ\text{C}$  na  $0^\circ\text{C}$ ;

$m_1 L_k$  - količina topline koja se oslobađa kondenziranjem vodene pare mase  $m_1$ .

Tako je masa potrebne količine vodene pare

$$m_1 = \frac{mc(t_t - t) + mL_t}{L_k + c(t_k - t_t)} = 6,97 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \approx 7 \text{ g}$$

19. Imamo posudu koja je podijeljena pregradom na dva dijela. Tlak plina u jednom dijelu posude je  $p_1 = 0,2 \text{ MPa}$ , a u drugom dijelu  $p_2 = 0,4 \text{ MPa}$ . Iste količine plina se nalaze u jednom i drugom dijelu posude. Koliki će biti tlak u posudi ako uklonimo pregradu?

### Rješenje

Stanje plina u jednom i drugom dijelu izražavamo jednadžbom stanja idealnog plina

$$p_1 V_1 = n_1 R T$$

$$p_2 V_2 = n_2 R T$$

Nakon što uklonimo pregradu imamo

$$p(V_1 + V_2) = (n_1 + n_2) R T$$

Broj molekula možemo izraziti preko mase i molarne mase.

$$n_1 = \frac{m}{M} = n_2$$

Na osnovi ovih izraza imamo

$$p = \frac{2p_1 p_2}{p_1 + p_2} = 0,27 \text{ MPa}$$

20. Posuda s helijem ima masu  $21 \text{ kg}$  na temperaturi od  $-3^\circ\text{C}$  i pri tlaku  $6,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ . Na toj istoj temperaturi, ali uz tlak od  $2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$  masa posude s helijem iznosi  $20 \text{ kg}$ . Kolika se masa helija nalazi u posudi uz tlak od  $1,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$  i na temperaturi  $27^\circ\text{C}$ ?

### Rješenje

Koristeći jednadžbu stanja idealnog plina imamo

$$p_1 V = n_1 R T_1; \quad n_1 = \frac{m_1}{M_{He}}$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{M_{He}} R T_1$$

gdje je  $m_1$  masa helija u posudi pri temperaturi  $-3^\circ\text{C}$  i pri tlaku  $6,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ,  $m_2$  masa helija u posudi pri istoj temperaturi i pri tlaku  $2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ,  $M_{He}$  molna masa helija.

Iz ove dvije jednadžbe dobivamo

$$m_1 = m_2 \frac{p_1}{p_2}$$

U zadatku su zadane mase posuda zajedno s helijem

$$\dot{m}_1 = m_1 + m$$

$$\dot{m}_2 = m_2 + m$$

Oduzmemmo li ove dvije jednadžbe i uvrstimo li gornji izraz za  $\dot{m}_1$  dobivamo masu  $m_2$

$$m_2 = \frac{\dot{m}_1 - \dot{m}_2}{\left( \frac{p_1}{p_2} - 1 \right)} = 0,44 \text{ kg}$$

Koristeći ponovo jednadžbu stanja idealnog plina imamo

$$p_2 V = \frac{m_2}{M_{He}} R T_1$$

$$p_3 V = \frac{m_3}{M_{He}} R T_2$$

Iz ovih jednadžbi dobivamo rješenje

$$m_3 = m_2 \frac{p_3}{p_2} \frac{T_1}{T_2} = 2,97 \text{ kg}$$

21. Dušik pri temperaturi  $27^\circ\text{C}$  ima volumen 10 L. Koliki će imati volumen ako ga zagrijemo do temperature  $127^\circ\text{C}$  pri čemu tlak ostaje konstantan?

### Rješenje

Jednadžbu stanja idealnog plina

$$pV = nRT$$

možemo izraziti u obliku

$$\frac{pV}{T} = nR = \text{const.}$$

Tako je

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{pV_2}{T_2}$$

Odakle je

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1 = 13,33 \text{ L}$$

22. U prostoriji volumena  $60 \text{ m}^3$  temperatura se povisi od  $17^\circ\text{C}$  do  $27^\circ\text{C}$ . Pri tome se tlak zraka promijeni od  $p_1 = 1030 \text{ mbar}$  na  $p_2 = 1060 \text{ mbar}$ . Kolika je promjena mase zraka u prostoriji? Molna masa zraka je  $0,029 \text{ kg/mol}$ .

### Rješenje

Iz jednadžbe stanja idealnog plina masa je

$$m = \frac{MVp_1}{RT_1}$$

Tako je promjena mase

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{MV}{R} \left( \frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \approx 384 \text{ g}$$

23. Dvije jednake metalne kuglice, svaka mase  $1,2 \text{ g}$ , obješene su u istoj točki na svilenim nitima dugačkim  $l = 1 \text{ m}$  tako da se upravo dotiču. Kuglice se nalaze u zraku. Dotaknemo li jednu od njih nabijenim staklenim štapom, kuglice se odbiju tako da niti međusobno zatvaraju kut  $\alpha = 20^\circ$ .

- a) Kolika je kulonska sila između kuglica?
- b) Koliki je naboj na svakoj kuglici?

### Rješenje

a) Na svaku kuglicu djeluje Coulombova sila  $\vec{F}_C$  i sila teže  $\vec{F}_G$

$$\vec{F}_G + \vec{F}_C = \vec{F}$$

Zbroj tih dviju sila daje silu  $\vec{F}$  čiji je iznos jednak iznosu sile zatezanja  $\vec{F}_z$

$$F = F_z$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{F_C}{F_G}$$

Iznos Coulombove sile je

$$F_C = F_G \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = m g \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 2,076 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

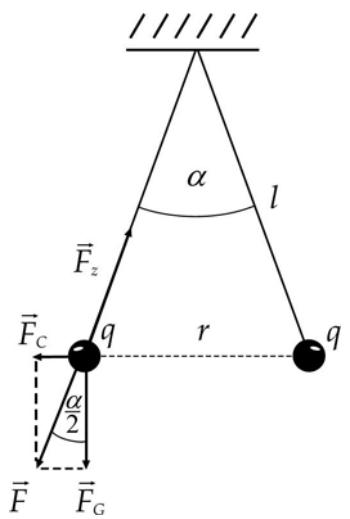
b) Izraz za iznos Coulombove sile je

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$$

Odakle je

$$q = r \sqrt{4\pi\epsilon_0 \cdot F_C}$$

$$r = 2l \sin \frac{\alpha}{2}$$



Naboj na jednoj kuglici je

$$q = 2l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{4\pi\epsilon_0 \cdot F_C} = 1,67 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

24. Rastojanje između dva točkasta naboja  $q_1 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  i  $q_2 = -3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  iznosi 8 cm. Odrediti jačinu električnog polja u točki koja je od pozitivnog naboja udaljena 7 cm, a od negativnog naboja 5 cm (za vakuum  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ).

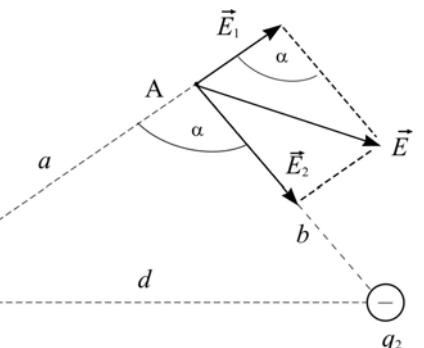
### Rješenje

Iznosi električnih polja  $E_1$  i  $E_2$  su

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{a^2} = 36,685 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{b^2} = 107,853 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

Iznos rezultirajućeg polja  $E$  možemo dobiti uz pomoć kosinusnog poučka.



$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos \alpha} = 108,84 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

Kosimus kuta  $\alpha$  smo također dobili pomoću kosinusovog poučka

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - d^2}{2ab} = 0,143$$

25. Na kružnici polumjera 4 cm, na jednakom rastojanju jedan od drugog nalaze se tri naboja  $q_1 = q_2 = +\frac{2}{3} \cdot 10^{-8}$  C i  $q_3 = -\frac{2}{3} \cdot 10^{-8}$  C. Odrediti jakost električnog polja u centru kružnice. Naboji se nalaze u zraku ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  F/m.)

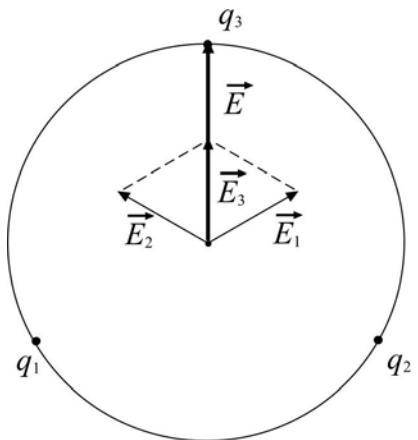
### Rješenje

Iznosi električnih polja su jednaki.

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_1^2} = 37645,625 \text{ V/m}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_2^2} = 37645,625 \text{ V/m}$$

$$E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_3}{r_3^2} = 37645,625 \text{ V/m}$$



Koristeći kosinusov poučak zbrajamo  $E_1$  i  $E_2$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 120^\circ} = 37645,625 \text{ V/m}$$

$$E_{1,2} = 37645,625 \text{ V/m}$$

Iznos rezultirajućeg polja u središtu kružnice je

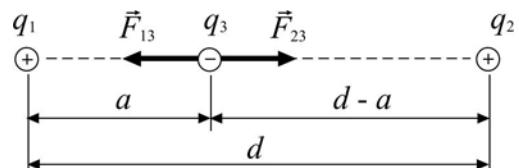
$$E = E_{1,2} + E_3 = 75291,25 \text{ V/m}$$

26. Dva točkasta naboja  $q_1 = 1 \mu\text{C}$  i  $q_2 = 9 \mu\text{C}$  međusobno su udaljena  $d = 10 \text{ cm}$ . Na kojem mjestu na spojnici ova dva naboja treba staviti negativni naboј  $q_3$  da bi električna sila koja djeluje na njega isčezla?

### Rješenje

Ukupna električna sila na naboј  $q_3$  treba biti jednaka nuli.

$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \text{ dakle } \vec{F}_{13} = -\vec{F}_{23}$$



Iznosi sila od međudjelovanja s naboјima  $q_1$  i  $q_2$  moraju biti jednaki.

$$F_{13} = F_{23}$$

$$F_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{a^2}$$

$$F_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{(d-a)^2}$$

Izjednačivši ova dva izraza dobivamo

$$a = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}} = 2,5 \text{ cm}$$

27. Količine naboja,  $q_1 = q$  i  $q_2 = -q$ , nalaze se na udaljenosti  $l$ . Kolika je jakost rezultirajućeg električnog polja u točki A (slika), koja se nalazi na udaljenosti  $r$  od količine naboja  $q_1$ ?

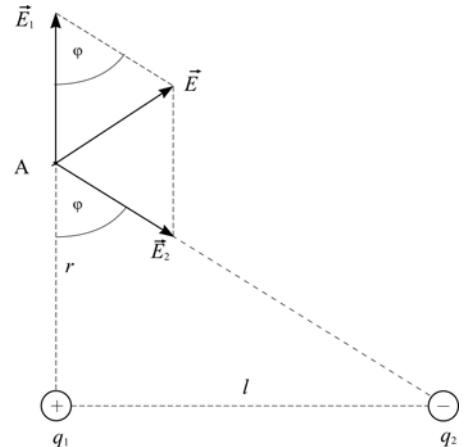
### Rješenje

Ukupno električno polje je

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Iznosi električnih polja  $E_1$  i  $E_2$  su

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2}$$



Iznos ukupnog električnog polja možemo dobiti koristeći kosinusov poučak

$$E = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \varphi$$

Gdje je

$$\cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + l^2}}$$

Tako je

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q^2}{r^4} + \frac{q^2}{(r^2 + l^2)^2} - 2 \frac{q^2}{r(r^2 + l^2)^{\frac{3}{2}}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

28. Kolika je razlika potencijala između dvije točke u Coulombovom polju točkastog naboja  $q = 30 \text{ nC}$ , koje su na udaljenosti  $r_1 = 5 \text{ cm}$  i  $r_2 = 3 \text{ cm}$  od središta tog polja? Točke se nalaze u zraku ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$ ).

### Rješenje:

Razlika potencijala u prvoj i drugoj točki je:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -3597 \text{ V}$$

Negativan predznak pokazuje da je prva točka na nižem potencijalu od druge točke. Ako bi htjeli neki naboj pomaknuti iz prve točke u drugu točku trebamo izvršiti rad. (Radi se o oba pozitivna naboja.)

29. U vrhovima kvadrata stranice  $a = 0,1$  m nalaze se četiri jednaka pozitivna naboja  $q = 0,1$  nC. Izračunati iznos Coulombove sile koja djeluje na svaki od naboja i naći smjer tih sila. Naboji se nalaze u zraku ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>).

### Rješenje

Coulombova sila na naboju  $q_1$  jednaka je zbroju međudjelovanja s nabojima  $q_2$ ,  $q_3$  i  $q_4$

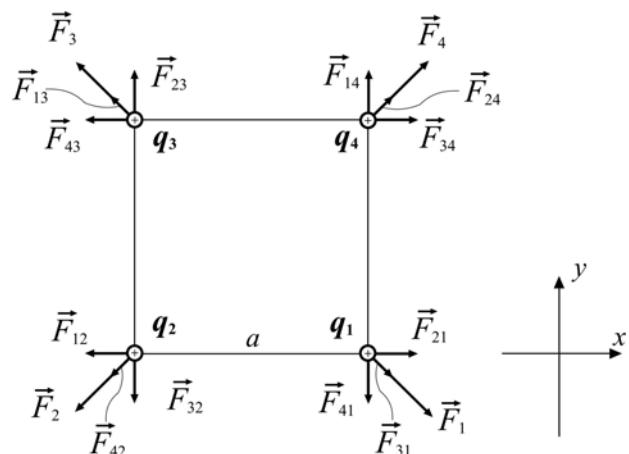
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

Analogno vrijedi i za  $q_2$ ,  $q_3$  i  $q_4$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_{42}$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43}$$

$$\vec{F}_4 = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$$



Iznos Coulombove sile na naboju  $q_1$  je

$$F_1 = \sqrt{F_{21}^2 + F_{41}^2} + F_{31} = 1,723 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

Iznosi ostalih sila su isti

$$F_2 = F_3 = F_4 = F_1 = 1,723 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

30. Metalna lopta, polumjera  $R = 1$  cm, nanelektrizirana je količinom naboja  $q = 40$  nC. Lopta se nalazi u ulju relativne električne permitivnosti  $\epsilon_r = 4$ . Koliki je potencijal električnog polja u točki koja se nalazi na udaljenosti  $d = 2$  cm od površine lopte? ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  C<sup>2</sup>N<sup>-1</sup>m<sup>-2</sup>)

### Rješenje

Potencijal u nekoj točki izvan metalne lopte nabijene nabojem  $q$  je isti kao potencijal od iste količine naboja skoncentrirane u točki u središtu lopte.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q}{R+d} = 3000 \text{ V}$$

31. Kuglica mase 0,5 g, nabijena nabojem  $2 \cdot 10^{-6}$  C, premjesti se iz točke A, u kojoj je potencijal 600 V, u točku B, u kojoj je potencijal 100 V. Kolika je brzina kuglice u točki B ako je iz točke A kuglica krenula iz mirovanja?

**Rješenje**

Razlika potencijala, tj. napon ubrzava kuglicu do brzine  $v$ . Kinetička energija kuglice jednaka je, dakle, radu kojeg izvrši Coulombova sila.

$$\frac{mv^2}{2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$$

Odavde dobivamo brzinu kuglice

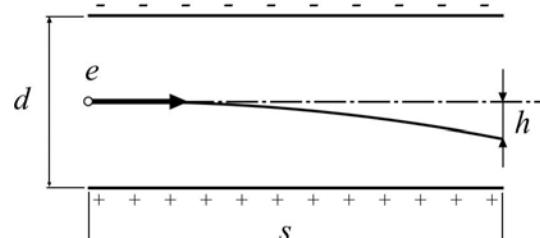
$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = 2 \text{ ms}^{-1}$$

32. Elektron ulijeće u prostor između ploča kondenzatora s pravcem gibanja paralelnim pločama kondenzatora, a izlazi pomaknut za  $h = 1 \text{ mm}$ . Duljina ploča je  $s = 5 \text{ cm}$ , a međusobna udaljenost  $d = 1 \text{ cm}$ . Između ploča vlada napon  $U = 250 \text{ V}$ . Odrediti srednju brzinu kretanja elektrona između ploča kondenzatora. Masa elektrona je  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , a električni naboj  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

**Rješenje**

Električno polje između ploča kondenzatora ubrzava elektron duž osi  $y$  ubrzanjem:

$$a_y = \frac{F}{m_e} = \frac{eE}{m_e} = \frac{eU}{m_e d}$$



Pomak duž osi  $y$  je

$$h = a_y \frac{t^2}{2} = \frac{eU}{m_e d} \frac{t^2}{2}$$

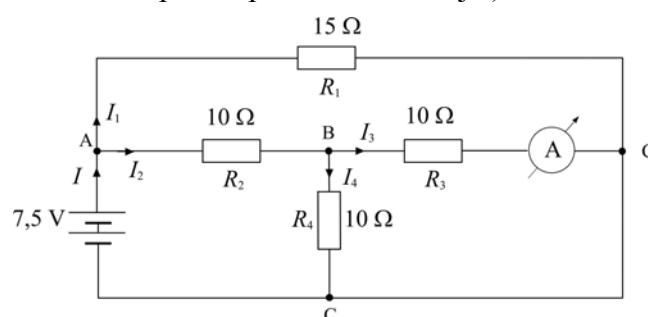
Odavde možemo odrediti vrijeme za koje elektron prođe između ploča kondenzatora

$$t = \sqrt{\frac{2hm_e d}{eU}}$$

Srednja brzina kretanja elektrona između ploča kondenzatora je

$$\bar{v}_x = \frac{s}{t} = s \sqrt{\frac{eU}{2hm_e d}} = 7,4 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

33. Kolika struja teče kroz ampermetar? (Zanemariti otpor ampermetra i baterije.)



**Rješenje**

Trebamo odrediti ukupni električni otpor da bismo izračunali jakost struje kroz strujni krug. Najprije odredimo ekvivalentni otpor paralelno spojenih otpornika  $R_3$  i  $R_4$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 5 \Omega$$

Ekvivalentni otpor serijski spojenih otpornika  $R_2$  i  $R_{34}$

$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 15 \Omega$$

Ukupni otpor je

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{234}} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_{234}}{R_1 + R_{234}} = 7,5 \Omega$$

Jakost struje kroz strujni krug

$$I = \frac{U}{R} = 1 \text{ A}$$

Jakost struje koja teče kroz otpornik  $R_1$  je

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{7,5 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

Koristeći prvo Kirchhoffovo pravilo dobivamo struju  $I_2$

$$I_2 = I - I_1 = 1 \text{ A} - 0,5 \text{ A} = 0,5 \text{ A}$$

Napon u grani BC je

$$U_{BC} = U - U_{AC} = U - I_2 R_2 = 2,5 \text{ V}$$

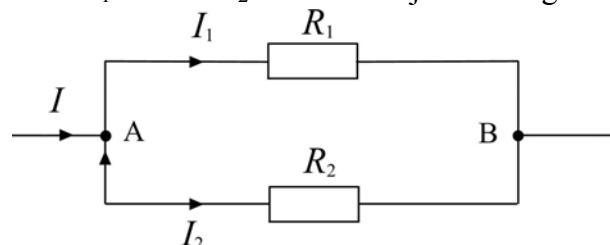
Struja kroz ampermetar je:

$$I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3} = \frac{2,5 \text{ V}}{10 \Omega} = 0,25 \text{ A}$$

34. Kolike su jakost struje i snaga struje kroz otpornike  $R_1 = 1 \Omega$  i  $R_2 = 9 \Omega$  u strujnom krugu na slici, ako je ukupna jakost struje  $I = 1 \text{ A}$ ?

**Rješenje**

Za čvor A vrijedi



$$I = I_1 + I_2$$

$R_1$  i  $R_2$  spojeni su na isti napon, stoga vrijedi

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

Odavde slijedi

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,9 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,1 \text{ A}$$

$$P_1 = U_{AB} I_1 = R_1 I_1^2 = 0,81 \text{ W}$$

$$P_2 = U_{AB} I_2 = R_2 I_2^2$$

35. Proton, ubrzan razlikom potencijala od 9kV, uleti u homogeno magnetsko polje jakosti 1T, u smjeru okomitom na smjer magnetskog polja. Odrediti polumjer zakrivljenosti putanje i moment količine gibanja protona.

### Rješenje

Razlika potencijala, tj. napon ubrzava kuglicu do brzine  $\vec{v}$ . Kinetička energija kuglice jednaka je, dakle, radu kojeg izvrši Coulombova sila.

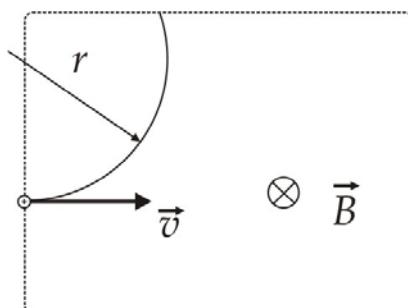
$$\frac{m_p v^2}{2} = eU$$

Proton se u magnetskom polju počinje rotirati jer magnetska sila, pošto djeluje u smjeru okomitom na smjer gibanja protona, predstavlja centripetalnu silu

$$\frac{m_p v^2}{r} = evB$$

Iz ove dvije relacije dobivamo radijus zakrivljenosti putanje

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_p U}{e}} = 1,37 \text{ cm}$$



Masa protona iznosi  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

Moment količine gibanja protona iznosi

$$L = m_p v r = r \sqrt{2m_p e U} = 3,005 \cdot 10^{-21} \text{ kgm}^2/\text{s}$$

36. Dva beskonačno duga ravna vodiča, kroz koje protječe jednakih jakosti od  $10\text{ A}$ , križaju se pod pravim kutom. Smjerovi struja označeni su na slici. Kolika je jakost magnetskog polja u točkama A i B koje su udaljene od oba vodiča 1 m.

### Rješenje

Jakost magnetskog polja u točki A je

$$B_A = \sqrt{B_{A1}^2 + B_{A2}^2}$$

Jakost magnetskog polja u točki B je

$$B_B = \sqrt{B_{B1}^2 + B_{B2}^2}$$

Pošto su jakosti struje

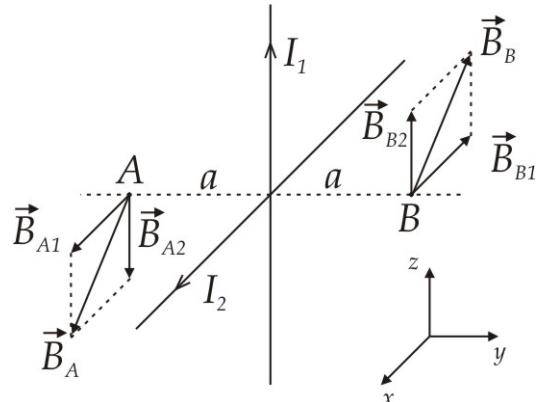
$$I_1 = I_2 = I$$

jakosti pojedinih magnetskih polja su

$$B_{A1} = B_{B1} = B_{A2} = B_{B2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Tako je

$$B_A = B_B = \sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = 14,1 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$



1. Željezni splav, mase 8 t, ima vanjski volumen  $40 \text{ m}^3$ . Koliko ljudi, prosječne mase 60 kg može primiti ovaj splav, pod uvjetom da je dozvoljeno potapanje splava samo do polovine njegovog volumena? (Rješenje: 200 ljudi)
2. Koliki rad je potrebno uložiti da bi se kocka, stranica  $a = 20 \text{ cm}$ , izrađena od drveta gustoće  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ , potopila u vodu?  
(Rješenje:  $W = 0,31 \text{ J}$ )
3. U moru pliva santa leda tako da joj iznad površine viri volumen  $195 \text{ m}^3$ . Koliki je ukupan volumen sante leda ako je gustoća morske vode  $\rho_v = 1,03 \text{ g/cm}^3$ , a gustoća leda  $\rho_{\text{led}} = 0,9 \text{ g/cm}^3$ ?  
(Rješenje:  $V = 1349,4 \text{ m}^3$ )
4. Tijelo od pluta privezano je nekom niti za dno jezera tako da je 60 % volumena tijela ispod površine vode. Odrediti silu zatezanja niti ako je težina tijela G.  
(Rješenje:  $F_z = 0,6G \frac{\rho_v}{\rho_p} - G = G(0,6 \frac{\rho_v}{\rho_p} - 1)$ )
5. Odrediti apsolutni tlak na morskom dnu na dubini od 30 m ako je atmosferski tlak jednak tlaku od 720 mm žive. Gustoća žive iznosi  $13600 \text{ kg/m}^3$ , a gustoća morske vode je  $1020 \text{ kg/m}^3$ .  
(Rješenje:  $p = 396,245 \text{ kPa}$ )
6. Na dnu cilindrične posude promjera  $d = 0,4 \text{ m}$  nalazi se kružni otvor promjera  $d_1 = 0,01 \text{ m}$ . Odrediti brzinu opadanja nivoa vode u trenutku kad je visina vode u posudi  $h = 0,3 \text{ m}$ .  
(Rješenje:  $v = 1,516 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$ )
7. Na temperaturi  $t_1 = 10^\circ\text{C}$  u metalni spremnik može se uliti količina nafte čija masa je  $m_1 = 10525 \text{ kg}$ , a na temperaturi  $t_2 = 30^\circ\text{C}$  masa ulivenе količine nafte je  $m_2 = 10575 \text{ kg}$ . Koliki je linearni koeficijent toplinskog rastezanja metala od kojeg je načinjen spremnik? Volumni koeficijent toplinskog širenja nafte je  $\gamma = 9 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$ . (Rješenje:  $\alpha = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ )
8. U posudu, u kojoj se nalazi 10 kg vode na temperaturi  $10^\circ\text{C}$ , stavi se komad leda ohlađen na temperaturu  $-50^\circ\text{C}$ . Temperatura smjese nakon izjednačenja je  $-4^\circ\text{C}$ . Kolika je masa leda stavljena u posudu? Specifični toplinski kapacitet vode je  $c_1 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ , a specifični toplinski kapacitet leda je  $c_2 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ . Latentna toplina taljenja leda je  $L_t = 3,36 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ .  
(Rješenje:  $m = 40,9 \text{ kg}$ )
9. Koliku je količinu topline potrebno dovesti količini leda, mase  $m = 1 \text{ kg}$ , koji se nalazi na temperaturi  $t = -10^\circ\text{C}$ , da bi se pretvorio u paru? Promjena agregatnog stanja vrši se na standardnom tlaku. Specifični toplinski kapacitet leda je  $c_1 = 0,2 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ , a specifični toplinski kapacitet vode je  $c_2 = 4,19 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$ . Latentna toplina topljenja (očvršćivanja) leda je  $L_t = 335 \text{ kJ/kg}$ , a latentna toplina kondenziranja (isparavanja) vodene pare je  $L_K = 2,26 \text{ MJ/kg}$ .  
(Rješenje:  $Q = 3,016 \text{ MJ}$ )
10. Na sredini diska nalazi se kružni otvor promjera  $D = 12,15 \text{ mm}$  na temperaturi  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ . Do koje temperature je potrebno zagrijati disk kako bi kroz ovaj otvor mogla proći metalna

kuglica promjera  $d = 12,18 \text{ mm}$ ? Linearni koeficijent toplinskog rastezanja metala od kojeg je načinjen disk je  $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ .

(Rješenje:  $t_2 = 157^\circ\text{C}$ )

11. Dužina šipke je 1000 mm na temperaturi  $0^\circ\text{C}$ , a 1002 mm pri temperaturi  $100^\circ\text{C}$ . Odrediti pri kojoj temperaturi će dužina šipke biti 1011,6 mm.

(Rješenje:  $T = 580^\circ\text{C}$ )

12. Metalna lopta ima promjer  $d_1 = 15 \text{ cm}$  na temperaturi  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ . Za koliko se poveća površina lopte kad se ona zagrije do temperature  $t_2 = 80^\circ\text{C}$ ? Linearni koeficijent toplinskog rastezanja metala od kojeg je načinjena lopta je  $\alpha = 15 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ .

(Rješenje:  $\Delta S = 1,48 \text{ cm}^2$ )

13. U bakarnoj posudi, mase  $m = 100 \text{ g}$ , nalazi se količina vode, mase  $m_1 = 200 \text{ g}$ , na temperaturi  $t_1 = 4^\circ\text{C}$ . U posudu se unese bakarno tijelo, mase  $m_2 = 300 \text{ g}$ , čija je temperatura  $t_2 = -20^\circ\text{C}$ . Kolika je krajnja temperatura u posudi?

(Rješenje:  $t_S = 1,1^\circ\text{C}$ )

14. Posuda, volumena  $V = 10 \text{ cm}^3$ , sadrži  $N = 5,4 \cdot 10^{20}$  molekula nekog plina na temperaturi  $t = 0^\circ\text{C}$ . Koliki je tlak plina u posudi?

(Rješenje:  $p = 204 \text{ kPa}$ )

15. Kolika je promjena temperature plina ako se volumen poveća dva puta, a tlak smanji tri puta?

(Rješenje:  $T_2 = (2/3) \cdot T_1; \Delta T = T_2 - T_1 = -T_1/3$ )

16. Kolika masa kisika se nalazi u balonu, volumena  $V = 50 \text{ L}$ , u kojem je tlak  $p = 0,2 \text{ MPa}$ , a temperatura  $t = 27^\circ\text{C}$ ?

(Rješenje:  $m = 128 \text{ g}$ )

17. Kolika je masa zraka koji se nalazi u prostoriji dimenzija  $4 \times 4 \times 3 \text{ m}^3$ , na temperaturi  $t = 27^\circ\text{C}$  i tlaku  $p = 1013,25 \text{ mbar}$ ? Molarna masa suhog zraka je  $M = 0,029 \text{ kg/mol}$ .

(Rješenje:  $m = 56,7 \text{ kg}$ )

18. Koliki je tlak potrebno ostvariti na temperaturi  $t = 0^\circ\text{C}$  u posudi, volumena  $V = 5 \text{ L}$ , kako bi se u njoj nalazila količina helija čija je masa  $m = 10 \text{ g}$ ? Promatrati kao idealni plin. Molarna masa helija je  $M = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ .

(Rješenje:  $p = 1,13 \text{ MPa}$ )

19. Dva balona su međusobno spojena preko jedne slavine. U prvom balonu volumena  $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  nalazi se plin pod tlakom  $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , a u drugom balonu volumena  $10^{-3} \text{ m}^3$  nalazi se isti plin pod tlakom  $0,9 \cdot 10^5 \text{ m}^3$ . Koliki će tlak biti u balonima pri otvaranju slavine? Temperatura u balonima je jednaka i ne mijenja se poslije otvaranja slavine.

(Rješenje:  $p = 1,125 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ )

20. U vrhovima kvadrata, stranice  $a = 2 \text{ cm}$ , nalaze se točkasta tijela s količinom naboja  $q = 2 \text{ nC}$ . Kolika Coulombova sila djeluje na svako tijelo? Tijela se nalaze u zraku.

(Rješenje:  $F = 172 \mu\text{N}$ )

21. Dva točkasta tijela nabijena količinom naboja  $q_1 = 10 \text{ nC}$  i  $q_2 = -20 \text{ nC}$  nalaze se na udaljenosti  $2d = 0,1 \text{ m}$ , u prostoru ispunjenom tvari čija je relativna permitivnost  $\epsilon_r = 5$ .

- Kolika je jakost električnog polja u točki A, koja je jednakoj udaljenoj od ovih tijela, a nalazi se na spojnici koja ih spaja?
- Koliki je potencijal električnog polja u točki A?
- Koliku bi potencijalnu energiju imalo tijelo naboja  $q_3 = 1 \text{ nC}$  kada bi se našlo u točki A?

(Rješenje: a.  $E_A = 27 \text{ kN/C}$ ; b.  $\phi_A = -900 \text{ V}$ ; c.  $E_p = -0,9 \mu\text{J}$ )

22. Dva iznosom jednakana naboja, ali suprotnog predznaka, međusobno su udaljena  $20 \text{ cm}$ . Koliki su naboji ako je jakost električnog polja u točki na sredini spojnice ova dva naboja  $E = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Vm}^{-1}$ ? Kolika bi sila djelovala na proton u toj točki? Elementarna količina električnog naboja je  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

(Rješenje:  $F = 2,88 \cdot 10^{-16} \text{ Vm}^{-1}$ )

23. Kolika je razlika potencijala između dvije točke električnog polja točkastog naboja  $q = 30 \text{ nC}$ , koje su na udaljenosti  $r_1 = 5 \text{ cm}$  i  $r_2 = 3 \text{ cm}$  od njegovog središta? Točke se nalaze u zraku.

(Rješenje:  $\Delta\phi = -3600 \text{ V}$ )

24. Elektron uleti brzinom  $v_0$  u homogeno električno polje, krećući se okomito na pravac silnica ovog polja. Napon između ploča je  $U = 300 \text{ V}$ , a njihova međusobna udaljenost  $d = 2 \text{ cm}$ . Koliku najmanju brzinu treba imati elektron kako bi izašao iz polja, a da ne udari u ploču?

(Rješenje:  $v_0 = 37 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ )

25. Potencijal električnog polja u točkama A i B iznosi  $\phi_A = 300 \text{ V}$  i  $\phi_B = 1200 \text{ V}$ . Koliki rad treba izvršiti da bi se naboј  $q = 30 \text{ nC}$  premjestio iz točke A u točku B?

(Rješenje:  $W = 27 \mu\text{J}$ )

26. Elektron čija je kinetička energija  $E_k = 120 \text{ eV}$  ulijeće u homogeno električno polje okomito na pravac polja. To homogeno polje stvaraju dvije paralelne ploče čije su duljine  $l = 9 \text{ cm}$ , a međusobna udaljenost  $d = 1,5 \text{ cm}$ . Između ploča vlada napon  $U = 10 \text{ V}$ . Za koliki kut skrene elektron sa svog pravca pri izlasku iz tog električnog polja?

(Rješenje:  $\alpha = 14^\circ 2' 10''$ )

27. Dva iznosom jednakana naboja, ali suprotnog predznaka, međusobno su udaljena  $20 \text{ cm}$ . Koliki su naboji ako je jakost električnog polja u točki na sredini spojnice ova dva naboja  $E = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Vm}^{-1}$ ? Kolika bi sila djelovala na proton u toj točki?

(Rješenje:  $q_1 = 1 \text{ nC}$ ,  $q_2 = 1 \text{ nC}$ ,  $F = 2,88 \cdot 10^{-16} \text{ N}$ )

28. U električnom polju metalne lopte, nabijene količinom naboja  $q_1 = 420 \text{ nC}$ , nalazi se točasti naboј  $q_2 = 2 \text{ nC}$ , koji se pomakne s udaljenosti  $r_1 = 0,4 \text{ m}$  na udaljenost  $r_2 = 0,5 \text{ m}$  od središta sfere. Koliki rad se izvrši pri ovom pomicanju? Lopta i naboј se nalaze u zraku.

(Rješenje:  $W = 3,78 \mu\text{J}$ )

29. Kroz vodič poprečnog presjeka  $0,5 \text{ mm}^2$  prolazi struja jakosti  $0,2 \text{ A}$ . Na krajevima vodiča vlada napon od  $1,6 \text{ V}$ . Treba odrediti masu vodiča. Specifični otpor materijala od kojeg je načinjen vodič je  $0,42 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$ , gustoća tog materijala je  $8,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

(Rješenje:  $m = 40,48 \text{ g}$ )

30. Elektroni i protoni ubrzaju se istom razlikom potencijala  $U = 0,1 \text{ MV}$ . Ovako ubrzani, oni ulijeću u homogeno magnetsko polje jakosti  $B = 10 \text{ mT}$ , i to u smjeru okomitom na smjer magnetskog polja. Odrediti radijus zakrivljenosti putanja elektrona i protona.

(Rješenje:  $r_e = 0,106 \text{ m}$ ;  $r_p = 4,56 \text{ m}$ )

31. Proton i elektron, ubrzani jednakom razlikom potencijala, ulete u homogeno magnetsko polje, u smjeru okomitom na smjer magnetskog polja. Koliki je odnos polumjera zakrivljenosti njihovih putanja u magnetskom polju?

(Rješenje:  $r_p/r_e = \sqrt{m_p/m_e} \approx 43$ )

32. Dva ravna beskonačno duga vodiča kroz koje protječu struje jednakih jakosti  $I_1 = I_2 = 10\text{A}$ , križaju se pod pravim kutom. Smjerovi ovih struja označeni su na slici. Kolika je jakost magnetskog polja u točkama A i B koje se nalaze na rastojanju  $a = 40 \text{ cm}$  od oba vodiča? Vodiči se nalaze u zraku.

(Rješenje:  $B_A = 10^{-5} \text{ T}$ ;  $B_B = 0 \text{ T}$ )

