

Univerzitet u Tuzli
Fakultet elektrotehnike
Predmet: Matematika I
Linija 1
Pitanja za završni dio ispita
Ak. 2020/2021

Algebra iskaza. Skupovi. Relacije. Funkcije.

1. Definirati pojam iskaza i istinitosne vrijednosti iskaza.
2. Definirati konjukciju dva iskaza. Konjukcija iskaza p i q je netačan iskaz
 - (a) ako su oba iskaza iste istinitosne vrijednosti
 - (b) ako su iskazi suprotnih istinitosnih vrijednosti
 - (c) ako je bar jedan iskaz netačan
 - (d) ako i samo ako su oba iskaza netačna.
3. Definirati disjunkciju dva iskaza. Konjukcija iskaza p i q je tačan iskaz
 - (a) ako je bar jedan od iskaza tačan
 - (b) samo ako su oba iskaza tačna
 - (c) ako su iskazi suprotnih istinitosnih vrijednosti.
4. Definirati implikaciju dva iskaza. Implikacija iskaza q i p je tačan iskaz
 - (a) ako su oba iskaza tačna
 - (b) ako su iskazi suprotnih istinitosnih vrijednosti
 - (c) ako su iskazi istih istinitosnih vrijednosti
 - (d) ako iz q slijedi p .
5. Definirati ekvivalenciju dva iskaza. Implikacija iskaza p i q je netačan iskaz
 - (a) ako iz p ne slijedi q
 - (b) ako su iskazi suprotni
 - (c) ako su iskazi isti
 - (d) ako je iskaz $\neg p$ tačan i iskaz q tačan.
6. Navesti i dokazati zakon kontrapozicije.
7. Šta je to tautologija i za šta se može koristiti. Navesti primjer neke tautologije.
Skupovi, relacije, preslikavanja.
8. Za skupove A i B kažemo da su jednaki
 - (a) ako su svi elementi skupa A ujedno i elementi skupa B
 - (b) ako vrijedi $A \subset B \wedge B \subset A$
 - (c) ako imaju iste lemente na odgovarajućim mjestima

- (d) ako vrijedi $(\forall x)(a \in A \Leftrightarrow x \in B)$.
9. Definirati uniju, presjek i razliku skupova A i B .
 10. Definirati komplement skupa i partitivni skup nekog skupa.
 11. Definirati direktni proizvod skupova A i B ($A, B \neq \emptyset$), a na njemu definirati binarnu operaciju ρ .
 12. Kada za binarnu operaciju ρ na nepraznom skupu X kažemo da je relacija ekvivalencije/relacija poretka?
 13. Neka je na S definirana relacija ekvivalencije " \sim ".
 - (a) Definirati klasu ekvivalencije relacije " \sim ".
 - (b) Šta je unija, a šta presjek svih klasa ekvivalencije relacije " \sim "?
 14. Objasniti pojam uređenog skupa. Definirati gornje ograničenje skupa i supremum skupa $A \subset \mathbb{R}$.
 15. Definirati donje ograničenje skupa i infimum skupa $A \subset \mathbb{R}$. Odrediti supremum, infimum, minimum, maksimum (ako postoje) skupova $\left\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$, $\{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 2\}$.
 16. Definirati pojam funkcije ili preslikavanja.
 17. Definirati kompoziciju dva preslikavanja. Neka su zadata preslikavanja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definirana sa $f(x) = 3x + 2$ i $g(x) = x(x - 1)$, formirati ako je moguće preslikavanja $f \circ g$ i $g \circ f$.
 18. Za preslikavanje $f : X \rightarrow Y$ kazemo da je surjektivno ako
 - (a) svaki element iz skupa Y ima svoj original u skupu X
 - (b) se svaki element skupa X preslikava u tačno jedan element skupa Y
 - (c) vrijedi $f(X) = Y$
 - (d) vrijedi $f^{-1}(Y) \subset Y$.
 19. Za preslikavanje $f : X \rightarrow Y$ kazemo da je injektivno ako
 - (a) $(\forall x, y \in X)(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y)$
 - (b) jednaki originali imaju jednake slike
 - (c) jednakim slikama odgovaraju jednakci originali
 - (d) $(\forall x, y \in X)(x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y))$.
 20. Definirati bijektivno preslikavanje uz objašnjenje svih pojmove koji se javljaju u toj definiciji. Da li je preslikavanje $f(x) = |x|$ bijekcija?
 21. Koja je najvažnija osobina bijektivnih preslikavanja?
 22. Ako $f : A \rightarrow B$ bijekcija čemu su jednake kompozicije $f \circ f^{-1}$ i $f^{-1} \circ f$?
 23. Definirati graf funkcije $y = f(x)$.

Skupovi realnih i kompleksnih brojeva

24. Kada za algebarsku strukturu (S, \circ) kažemo da je grupa? Da li su $(\mathbb{N}, +)$, $(\mathbb{Z}, +)$, $(\mathbb{R}, +)$ (\mathbb{N}, \cdot) , (\mathbb{Z}, \cdot) , (\mathbb{R}, \cdot) grupe? Obrazložiti!
25. Kada za algebarsku strukturu $(S, +, \cdot)$ kažemo da je polje? Da li su $(\mathbb{N}, +, \cdot)$, $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$, $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ polja? Obrazložiti!
26. Dokazati da $\sqrt{2}$ nije racionalan broj.
27. Šta je otvorena okolina realnog broja a , a šta ε -okolina realnog broja? Kako još možemo zapisati činjenicu da $x \in (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$? Obrazložiti!
28. Koji od sljedećih iskaza nisu tačni?
- (a) $|ab| = |a| \cdot |b|$
 - (b) $\sqrt{x^2} = x$
 - (c) $(\forall x, a \in \mathbb{R}, a > 0) (|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a)$
 - (d) $(\forall a, b \in \mathbb{R}) |a| + |b| \leq |a + b|$
29. Navesti i dokazat tzv. nejednakost trougla.
30. Navesti princip matematičke indukcije i objasniti kako ga primjenjujemo.
31. Navesti i dokazati tzv. Bernulijevu nejednakost.
32. Navesti opću definiciju skupa kompleksnih brojeva sa operacijama sabiranja i množenja.
Da li je $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ polje?
33. Objasniti prelaz iz općeg u algebarski oblik kompleksnog broja?
34. Uvodeći pojam modula i argumenta kompleksnog broja izvesti trigonometrijski oblik kompleksnog broja.
35. Navesti Moavrovu formulu. Ako je $z = 1 + i$ izračunati z^{20} .
36. Izvesti formulu za korjenovanje kompleksnih brojeva u trigonometrijskom obliku.
Izračunati $\sqrt[3]{-1 + i}$.
37. Koja je zajednička osobina kompleksnih brojeva koje dobijamo u izračunavanju n -tog korijena nekog kompleksnog broja. Koji položaj zauzimaju u kompleksnoj ravni?
38. Definirati prirodni logaritam kompleksnog broja. Izračinati $\ln(\sqrt{3} - i)$.
- Vektorski prostor. Algebra matrica.
39. Navesti definiciju vektorskog prostora.
40. Skup svih matrica formata $m \times n$ sa operacijama sabiranja matrica i množenja skalarom čini vektorski prostor:
- samo ako je $m = n$
 - samo ako je $m = 1$,
 - za sve prirodne brojeve m i n .
41. Kada za vektore a_1, a_2, \dots, a_n kažemo da su linearne nezavisane?

42. Kada za vektore a_1, a_2, \dots, a_n kažemo da su linearne zavisane?
43. Kada za vektore a_1, a_2, \dots, a_n iz vektorskog prostora V kažemo da čine bazu vektorskog prostora V ?
44. Linearan vektorski prostor je konačno dimenzionalan ako
- u njemu postoji baza.
 - u njemu postoji konačan linearne nezavisani sistem vektora.
 - u njemu postoji konačan sistem linearne nezavisnih vektora koji ima osobinu da ako mu dodamo bilo koji novi vektor on postaje linearne zavisni.
 - u njemu sve baze uvijek imaju isti broj vektora.
45. a) Navesti kriterij za ispitivanje linearne zavisnosti/nezavisnosti vektora.
 b) Ispitati linearnu zavisnost vektora: $a_1 = (1, 2, -1)$, $a_2 = (-2, 4, 2)$, $a_3 = (3, 1, 2)$.
46. Definirati pojam matrice i njene osnovne elemente.
47. Ako je matrica formata $m \times n$, kako glase elementi njene pretposljednje vrste i treće kolone?
48. Definirati operaciju sabiranja nad matricama. Navesti osnovne osobine sabiranja matrica.
49. Definirati množenje matrice skalarom. Navesti osnovne osobine ovog množenja.
50. U definiciji proizvoda koje tipove matrica množimo i kako definiramo to množenje?
 Šta je bitno u navedenom množenju i šta je njegov rezultat?
51. Definirati operaciju množenja nad matricama i navesti osnovne osobine množenja matrica.
52. Kod kojih matrica možemo govoriti o tragu matrice? Definirati tragu matrice.
53. Definirati pojmove dijagonalne, skalarne, jedinične i nula matrice.
54. Definirati determinantu matrice formata 2×2 . Iskazati Stav *Laplaceov razvoj determinante*.
55. Za koje determinante navodimo Sarrusovo pravilo i kako to pravilo glasi?
56. Navesti osobine determinanti.
57. Koji od sljedećih iskaza su osobine determinanti?
- Ako u matrici izvršimo zamjenu mesta ma koje vrste i kolone, determinanta ne mijenja vrijednost.
 - Ako matrica ima dvije jednake vrste, vrijednost determinante je 0.
 - Ako matrica ima dvije jednake kolone, vrijednost determinante je 0.
 - Determinantu množimo brojem tako da joj bilo koju vrstu ili kolonu pomnožimo tim brojem.
 - $\det(A) = \det(A^{-1})$.

58. Definirati minor matrice formata $m \times n$.
59. Definirati rang matrice formata $m \times n$. Koje su moguće vrijednosti ranga ovakve matrice?
60. Pri nalaženju ranga matrice služimo se elementarnim transformacijama. Navesti ih.
61. Elementarne trasformacije nad matricama su (zaokruži):
- Zamjena mjesta dvjema kolonama (vrstama).
 - Brisanje jednakih vrsta (kolona).
 - Množenje kolone (vrste) proizvoljnim brojem.
 - Dodavanje jednoj koloni (vrsti) neke druge vrste (kolone).
62. Ako na matricu A primjenimo neku elementarnu transformaciju, dobijamo matricu B . Kako nazivamo takve matrice i koja je veza izmedju njih?
63. Matrica A , formata $n \times n$ je regularna ako i samo ako je $\text{rang}(A) = 1$.
- Da.
 - Ne.
 - Samo ako je A kvadratna matrica.
 - Samo ako je $n = 1$.
64. Šta znače pojmovi regularna i singularna matrica.
65. Koje matrice imaju inverznu matricu i kako računamo inverznu matricu (objasniti formulu).
66. Dokazati da proizvoljna kvadratna regularna matrica ima jedinstvenu inverznu matricu.
67. Svaka dijagonalna matrica ima inverznu matricu. DA NE (zaokružiti)

Sustini linearnih jednačina

68. Zapisati opći sistem linearnih algebarskih jednačina. U zavisnosti od slobodnih članova sistema, kako dijelimo ove sisteme? (objasniti)
69. Zapisati opći sistem linearnih algebarskih jednačina. Šta podrazumijevamo pod rješenjem ovog sistema. U zavisnosti od rješenja, kako dijelimo sisteme? (objasniti)
70. Za koje sisteme kažemo da su ekvivalentni? Navesti elementarne transformacije sistema. Ako na neki sistem primjenimo neke elementarne transformacije, kakva je veza izmedju polaznog i novog sistema jednačina?
71. Primjeniti Gaussov algoritam na sistem

$$\begin{aligned} by + cz &= d \\ ex + fy + gz &= h \\ ix + kz &= l. \end{aligned}$$

72. Za sistem sa nepoznatima x , y i z , čija je proširena matrica jednaka

$$\left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 4 \end{array} \right]$$

vrijedi

- (a) $x = 1$
- (b) $x = \frac{-3}{4}$
- (c) $x = \frac{4}{3}$
- (d) $x = -1.$

73. Iskazati i dokazati Kronecker-Capellijev stav.

74. Šta nam govori Kronecker-Capellijev stav ako ga primjenimo na homogeni sistem jednačina?

75. Iskazati Cramerovo pravilo.

76. Izvesti Cramerove formule.

77. Koliko rješenja ima homogeni sistem jednačina ako je rang matrice homogenog sistema sa n nepoznatih i n jednačina jednak n ?

78. Sistem čija je proširena matrica

$$A|B = \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & \alpha & 0 \end{array} \right]$$

ima netrivijalno rješenje ako je

- (a) $\alpha = 1$
- (b) $\alpha = -1$
- (c) $\alpha = 2$
- (d) $\alpha = 3.$

79. Sistem čija je proširena matrica

$$A|B = \left[\begin{array}{cccc} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & a \end{array} \right]$$

ima jedinstveno rješenje ako je $a \neq 0.$ DA NE.

80. Za kvadratni homogeni sistem jednačina vrijedi (zaokružiti tačno):

- (a) On uvijek ima bar jedno rješenje.
- (b) On neće imati rješenje ako je determinanta matrice sistema različita od 0.
- (c) Sistem je saglasan ako je rang matrice sistema jednak rangu proširene matrice.
- (d) On neće imati rješenje ako je determinanta matrice sistema jednaka 0.

81. Sistem

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- (a) ima samo trivijalno rješenje
- (b) nema rješenja
- (c) ima beskonačno mnogo rješenja.

82. Definirati pojmove karakteristične jednačine i sopstvenih vrijednosti matrice. Odrediti spektar matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

83. Ako matrica proizvoljnog kvadratnog sistema ima neku sopstvenu vrijednost jednaku 0, šta to znači za taj sistem? (Objasniti!)

84. Spektar matrice A

- (a) je veličina koja nam pokazuje koliko je matrica široka.
- (b) je broj svih rješenja karakteristične jednačine date matrice.
- (c) je skup svih sopstvenih vrijednosti date matrice.
- (d) su brojevi $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ za koje vrijedi $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n = \det A$.

Vektori u prostoru

85. Šta je to usmjerena duž u prostoru, a šta vektor?

86. Kada su vektori kolinearni, a kada komplanarni?

87. Vektori su kolinearni ako

- (a) su im nosači paralelne prave.
- (b) imaju iste intenzitete i smjerove.
- (c) su linearно zavisni.
- (d) su linearно nezavisni.

88. Vektori su komplanarni ako

- (a) su kolinearni i nezavisni.
- (b) im nosači leže u istoj ravni.
- (c) su svi ortogonalni na istu ravan.
- (d) svi imaju istu početnu tačku.

89. Dva vektora su jednaka samo ako

- (a) imaju iste pravce smjerove i intenzitete.
- (b) imaju iste intenzitete i komplanarni su.
- (c) se poklapaju.
- (d) su kolinearni i imaju jednake intenzitete i smjerove.

90. Definirati skalarni proizvod vektora \vec{a} i \vec{b} .
91. Objasniti vezu izmedju $\text{Pr}_{\vec{b}} \vec{a}$ i skalarnog proizvoda vektora \vec{a} i \vec{b} .
92. Kako glasi uslov okomitosti dva vektora?
93. Ako su dati vektori $\vec{x} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{y} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + a\vec{k}$ koliko mora biti a da bi vektori bili ortogonalni?
94. Navesti formulu za intenzitet vektora $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$. Izračunati udaljenost izmedju tačaka $A(1, 3, -5)$ i $B(0, -1, 3)$.
95. Navesti formulu za izračunavanje ugla izmedju dva vektora. Koliki je ugao izmedju vektora $\vec{x} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ i $\vec{y} = -2a\vec{i} - 2b\vec{j} - 2c\vec{k}$?
96. Koji od sljedećih iskaza je tačan:
- (a) $(\vec{a})^2 = |\vec{a}|^2$
 - (b) $(\vec{a})^3 = |\vec{a}|^3$
 - (c) $(\vec{a})^n = |\vec{a}|^n$, za sve $n \in \mathbb{N}$.
97. Navesti osnovne osobine funkcije sa $V^3 \times V^3 \rightarrow R$ definirane sa $(\vec{a}, \vec{b}) \mapsto \vec{a} \cdot \vec{b}$.
98. Izvesti formulu za izračunavanje skalarnog proizvoda za vektore date u standardnoj kanonskoj bazi.
99. Definirati vektorski proizvod vektora \vec{a} i \vec{b} .
100. Navesti uslov kolinearnosti dva vektora.
101. Navesti osnovne osobine funkcije sa $V^3 \times V^3 \rightarrow V^3$ definirane sa $(\vec{a}, \vec{b}) \mapsto \vec{a} \times \vec{b}$.
102. Napisati uslov kolinearnosti vektora $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ i $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$.
103. Objasniti kako dolazimo do formule za izračunavanje vektorskog proizvoda za vektore date u standardnoj kanonskoj bazi.
104. Objasniti vezu komplanarnosti tri vektora i njihovog mješovitog produkta.
105. Kako glasi uslov komplanarnosti vektora $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ i $\vec{c} = (c_x, c_y, c_z)$?
106. Mješoviti produkt $(\vec{x} \times \vec{y}) \cdot \vec{z}$ jednak je
- (a) $(\vec{y} \times \vec{z}) \cdot \vec{x}$
 - (b) $-\vec{z} \cdot (\vec{x} \times \vec{y})$
 - (c) $(\vec{z} \times \vec{x}) \cdot \vec{y}$
 - (d) $(\vec{y} \cdot \vec{z}) \times \vec{x}$

Prava i ravan

107. Nacrtati sliku i objasniti kako dolazimo do kanonskog oblika jednačine prave.

108. Kako glasi parametarski oblik jednačine prave. Napraviti prelaz iz parametarskog u kanonski oblik.
109. Napisati jednačinu ravni kroz tačke $A(x_1, y_1, z_1)$ i $B(x_2, y_2, z_2)$.
110. Kako glasi opći oblik jednačine prave? Napraviti prelaz iz općeg u kanonski oblik jednačine ravni (u općem slučaju).
111. Kako glasi jednačina prave u kanonskom obliku, ako su njene dvije tačke $A(1, -1, 2)$ i $B(0, -1, -4)$?
112. Kako glasi jednačina prave u parametarskom obliku, ako su njene dvije tačke $A(1, -1, 2)$ i $B(0, -1, -4)$?
113. Može li prava imati vektor pravca $\vec{p} = (a, 0, 0)$ i koja je to prava?
114. Kako glasi uslov presjeka dvije prave?
115. Napisati uslove paralelnosti i okomitosti pravih: $(p_1) : \frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$ i $(p_2) :$

$$\begin{cases} x = x_2 + \lambda l_2 \\ y = y_2 + \lambda m_2 \quad (\lambda \in \mathbb{R}) \\ z = z_2 + \lambda n_2 \end{cases}$$
116. Nacrtati sliku i objasniti kako dolazimo do općeg oblika jednačine ravni.
117. Šta predstavlja jednačina $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ i šta predstavljaju uvedene oznake. Objasnit!
118. Ravan $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ prevesti u segmentni oblik.
119. Kako glasi jednačina ravni koja prolazi kroz tačku $M(2, -1, 3)$ i čiji je vektor normale $\vec{n} = (3, -1, 2)$?
120. Date su ravni $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ i $(\beta) : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Napisati uslove paralelnosti i okomitosti.
121. Date su prava (p) i ravan (α) jednačinama: $(p) : \frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ i $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$. Napisati uvjet paralelnosti i okomitosti prave i ravnii
122. Napisati formulu za ugao izmedju date prave $(p) : \frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ i ravnii $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$. Kako dolazimo do te formule?
123. Neka je data ravan $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$. Ako je $C = 0$ i $D = 0$ to znači da je ravan:
 - paralelna x -osi,
 - sadrži x -osu,
 - sadrži z -osu,
 - paralelna ravni xOz .
124. Zaokružiti tačna tvrdjenja:
 - Ravan čija je jednačina $x = 0$ paralelna je x -osi.
 - Ravan čija je jednačina $Ax + By + 1 = 0$ ne sadrži niti jednu tačku z -ose.
 - Ravan čija je jednačina $Ax + By + Cz = 0$ sadrži tačku koordinatnog početka.

- (d) Ravan čija je jednačina $By + Cz + D = 0$ paralelna je x -osi.
125. Napisati formulu za udaljenost tačke $A(x_0, y_0, z_0)$ od ravni $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$.
126. Dvije ravni su normalne jedna na drugu
- ako su im karakteristični vektori ortogonalni.
 - ako se sijeku u jednoj tački.
 - ako im je vektorski produkt karakterističnih vektora jednak 0.
 - ako su im karakteristični vektori kolinearni.
127. Kako glase uslovi ortogonalnosti i paralelnosti dvije ravni. Kako te uslove dobijemo iz formule za ugao izmedju dvije ravni?
128. Ravan $Ax + By + Cz + D = 0$ i prava $\frac{x-x_0}{2A} = \frac{y-y_0}{2B} = \frac{z-z_0}{2C}$
- su ortogonalne.
 - su paralelne.
 - su mimoilazne.
 - imaju tačno jednu presječnu tačku.
129. Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ će prava $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{\alpha}$ biti paralelna ravni $x + y + 2z = 1$?
130. Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ će prava $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}$ biti paralelna ravni $x + y + 2z = 1$?
- Osnovne osobine realne funkcije realne promjenjive
131. Nabrojati načine zadavanja funkcija i za svaki način dati odgovarajući primjer.
132. Definirati graf funkcije. Šta je graf funkcije $y = \sqrt{x^2 - 1}$.
133. Definirati parnost funkcije i slikom objasniti geometrijski smisao parnosti. Navesti primjer parne funkcije.
134. Definirati neparnost funkcije i slikom objasniti geometrijski smisao neparnosti. Navesti primjer neparne funkcije.
135. Definirati osobinu periodičnosti funkcije. Kakva je razlika izmedju perioda i osnovnog perioda funkcije?
136. Definirati nul-tačke (nule) funkcija. Koje je njihovo geometrijsko značenje?
137. Navesti definiciju ograničenosti funkcije sa gornje (donje) strane.
138. Da li funkcija može biti neograničena na ograničenom skupu? DA NE
139. Definirati pojmove rastuće i strogo rastuće funkcije. Kakva je razlika izmedju ovih pojmova?
140. Definirati pojam tačke nagomilavanja skupa.

141. Neka su $a, b \in \mathbb{R}$ i a tačka nagomilavanja domena funkcije f . Definirati $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$.
142. Izraz $(\forall M > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x \in D_f)(0 < |x - a| < \delta \Rightarrow f(x) > M)$ predstavlja
- (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$
 - (b) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$
 - (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -a$
 - (d) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$.
143. Dati definiciju granične vrijednosti $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Dati geometrijsko tumačenje ovog limesa!
144. Definirati lijevu i desnu graničnu vrijednost funkcije u tački. Navesti njihovu vezu sa postojanjem granične vrijednosti funkcije u toj tački.
145. Navesti teorem koji govori o operacijama nad limesima funkcija.
146. Kako glase teoremi o dvije i tri funkcije.
147. Dokazati da je $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
148. Definirati neprekidnost funkcije u tački i na skupu.
149. Prekid prve vrste u tački nastaje zato što
- (a) funkcija nema graničnu vrijednost u toj tački.
 - (b) funkcija nije definirana u toj tački.
 - (c) postoje ali različiti su lijeva i desna granična vrijednost u toj tački.
 - (d) limes funkcije u toj tački nije jednak vrijednosti funkcije u toj tački.
150. Koje vrste su otklonjivi prekidi? Objasniti!
151. Zaokružiti tačna tvrđenja:
- (a) Ako neprekidna funkcija na krajevima intervala prima vrijednosti različitog znaka onda u unutrašnjosti tog intervala ima bar jednu nul-tačku.
 - (b) Neprekidna funkcija na (a, b) na tom intervalu dostiže svoj maksimum i minimum.
 - (c) Kompozicija dvije neprekidne funkcije je neprekidna funkcija.
152. Kako se definišu asimptote funkcije?
153. Kada postoji horizontalna a kada kosa asimptota funkcije? Da li funkcija definirana na skupu $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ može imati horizontalnu asimptotu?
154. Kada postoji vertikalna asimptota funkcije? Da li funkcija definirana na skupu $(1, +\infty)$ može imati vertikalnu asimptotu?
155. Ako je $y = kx + n$ kosa asimptota funkcije izvesti formule za k i n .

Diferencijalni račun

156. Definirati izvod funkcije u tački, navesti oznake koje koristimo za izvod funkcije.
157. Definirati lijevi i desni izvod funkcije u tački.
158. Kada za funkciju kažemo da je diferencijabilna u nekoj tački?
159. Iskazati i dokazati stav o vezi neprekidnosti i diferencijabilnosti funkcije u tački.
Primjerom pokazati da je diferencijabilnost jača osobina od neprekidnosti.
160. Navesti osnovna pravila diferenciranja.
161. Navesti i dokazati pravilo o diferenciranju proizvoda dvije funkcije.
162. Navesti i dokazati pravilo o diferenciranju količnika dvije funkcije.
163. Navesti stav o derivaciji inverzne funkcije. Primjeniti ovo pravilo na izračunavanje izvoda funkcije $y = \ln x$.
164. Kako glasi pravilo za nalaženje izvoda parametarski zadate funkcije?
165. Slikom objasniti geometrijsko tumačenje izvoda. Kako glase jednačine normnale i tangente na krivu u tački?
166. Objasniti pojam linearizacije funkcije?
167. Definirati diferencijal funkcije u tački i dati njegovu geometrijsku interpretaciju.
168. Izvršiti komparaciju diferencijala i priraštaja funkcije u tački. Šta se dobija kao posljedica toga?
169. Koji od sljedećih izraza predstavljaju pravila za diferencijal funkcije:
- (a) $d(f + g) = df + dg$.
 - (b) $d\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
 - (c) $df(x) = f'(x)dx$.
 - (d) $d(f \cdot g) = gdf + fdg$.
170. Kako definišemo n -ti izvod i n -ti diferencijal funkcije jedne varijable?
171. Izvesti pravilo logaritamskog izvoda i primjeniti ga na izvod funkcije $y = x \ln x$.
172. Iskazati i dokazati Fermatov teorem.
173. Pod stacionarnom tačkom funkcije podrazumijevamo
- (a) tačku u kojoj je prvi izvod jednak nuli.
 - (b) tačku u kojoj je prvi diferencijal funkcije jednak 0.
 - (c) tačku u kojoj funkcija ima ekstrem.
174. Iskazati i dokazati Rolleov teorem.
175. Iskazati i dokazati Lagrangeov teorem.
176. Za šta se koriste L'Hospitaleove teoreme? Kada ih možemo primijeniti i kako?
Objasnit!

177. Navesti i dokazati teorem o primjeni izvoda u ispitivanju monotonosti funkcije. Kako ga koristimo u određivanju ekstrema funkcije?
178. Navesti teorem za određivanje ekstrema funkcija koji koristi izvode višeg reda i primjeniti ga za funkciju $f(x) = x^2 \ln x$.
179. Funkcija $f(x)$ ima lokalni ekstrem u tački $c \in D_f$
- ako je c stacionarna tačka i $f''(c) > 0$.
 - ako je $f'(c) = f''(c) = f'''(c) = 0$ i $f^{(IV)}(c) \neq 0$.
 - ako je $f'(c) = 0$ i $f''(c) \neq 0$.
 - ako je $f'^{(8)}(c) = 0$ i $f^{(9)}(c) < 0$.

180. Kada za funkciju kažemo da je konveksna?
181. Navesti teorem o primjeni diferencijalnog računa u ispitivanju konveksnosti funkcije.
Odrediti intervale konveksnosti za funkciju $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

182. Definirati prevojnu tačku (tačku infleksije) funkcije. Ispitati prevojne tačke funkcije $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

Integralacija

183. Za neprekidnu funkciju $\Phi(x)$ kažemo da je primitivna funkcija funkcije $\phi(x)$ na nekom segmentu ako i samo ako na tom segmentu vrijedi
- $\int \phi(x)dx = \Phi(x)$
 - $\Phi'(x) = \phi(x)$
 - $\frac{d\Phi(x)}{dx} = \phi(x)$
 - $d\Phi(x) = \phi(x)dx$.

184. Koja od sljedećih tvrdjenja nisu tačna:
- Svaka funkcija ima bar jednu primitivnu funkciju.
 - Ako funkcija ima jednu primitivnu funkciju, onda ih ima beskonačno mnogo.
 - Svaka funkcija ima beskonačno mnogo primitivnih funkcija.
 - Svaka ograničena funkcija ima primitivnu funkciju.

185. Objasniti zašto ako za neku funkciju znamo jednu primitivnu funkciju, onda znamo sve njene primitivne funkcije!

186. Neka su $F(x)$ i $G(x)$ primitivne funkcije funkcija $f(x)$ i $g(x)$ respektivno. Tada su $F(x) + G(x)$ i $F(x) \cdot G(x)$ redom primitivne funkcije funkcija $f(x) + g(x)$ i $f(x) \cdot g(x)$.
DA NE

187. Neka su $F(x)$ i $G(x)$ primitivne funkcije funkcija $f(x)$ i $g(x)$ respektivno. Tada vrijedi

- $\int(f(x) \pm g(x))dx = F(x) \pm G(x) + C$

- (b) $(\int f(x)dx)' = f(x)dx$
(c) $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{F(x)}{G(x)} + C$, ako je $G(x) \neq 0$
(d) $\int d(F(x)G(x))dx = F(x)G(x) + C$
(e) $\int d(f(x) + g(x))dx = F(x) + G(x) + C$

188. Dokazati pravilo za neodredjeni integral: $\frac{d}{dx} \left(\int f(x)dx \right) = f(x).$
189. Dokazati pravilo za neodredjeni integral: $\int dF(x) = F(x) + C.$
190. Navesti teorem o smjeni promjenljive kod neodredjenog integrala.
191. Navesti i dokazati formulu parcijalne integracije za neodredjeni integral.
192. Izvesti rekurentnu formulu za rješavanje integrala $\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^n}$, $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$.
193. Kanoniziranjem kvadratnog trinoma i odgovarajućim smjenama integral $\int \frac{dx}{x^2 + px + q}$ svesti na jednostavniji oblik, a zatim ga riješiti.
194. Riješiti integral $\int \frac{Mx + N}{x^2 + px + q} dx$, $p^2 - 4q < 0$.
195. Riješiti integral $\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx.$
196. Objasniti smjenu koju primjenjujemo na rješavanje integrala oblika $\int R(\sin x, \cos x)dx.$
197. U zavisnosti od $n \in \mathbb{N}$, imamo dva načina rješavanja integrala oblika $\int \sin^n x dx$.
Koja je zavisnost i objasniti načine rješavanja.
198. Pod dijometrom podjeli segmenta podrazumijevamo najveće rastojanje izmedju proizvoljne dvije susjedne tačke podjeli.
DA NE
199. Definirati integralnu sumu sa objašnjenjem pojmove koje koristimo u ovoj definiciji.
200. Definirati Riemann-integrabilnost funkcije na segmentu.
201. Definirati donju Darbouxovu sumu i objasniti njenu vezu sa integralnom sumom.
202. Definirati gornju Darbouxovu sumu i objasniti njenu vezu sa integralnom sumom.
203. Navesti teorem koji daje porebne i dovoljne uvjete da funkcija $y = f(x)$ bude R-integrabilna na intervalu $[a, b]$.
204. Navesti važnije osobine R-integrala.
205. Iskazati vezu integrabilnosti i neprekidnosti.

206. Neka je za integrabilnu funkciju f definirana funkcija $F(x) = \int_a^x f(t)dt$. Kojim stavovima obrazlažemo činjenicu da funkcija F ima bolje osobine od funkcije f ?
207. Izvesti Newton-Leibnitzovu formulu!
208. Navesti formulu za izračunavanje površine ravnih likova. Koristeći odredjeni integral dokazati da je površina kruga poluprečnika r jednaka $r^2\pi$.
209. Navesti formulu za izračunavanje površine ravnih likova. Koristeći odredjeni integral dokazati da je površina pravouglog trougla jednaka polovini proizvoda kateta.
210. Navesti formulu za izračunavanje površine ravnih likova. Koristeći odredjeni integral dokazati da je površina jednakostaničnog trougla stranice a jednaka $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
211. Navesti formulu za računanje zapremine rotacionog tijela (rotacija oko x -ose). Koristeći odredjeni integral dokazati da je zapremina lopte poluprečnika R jednaka $\frac{4}{3}R^3\pi$.