

UNIVERZITET U TUZLI
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE
Šk.godina: 2021/2022
USMJERENJE: svi
God.studija: I

JEDNOSMJERNE STRUJE

- Džulov zakon
- Električna otpornost, superprovodnost
- Omov zakon, Omov zakon u lokalnom obliku
- EMS generatora, el.rad i snaga generatora
- Vezivanje otpornika

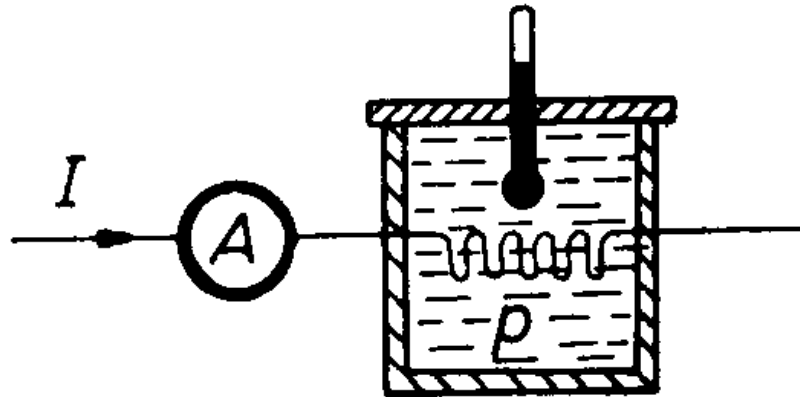
Tuzla, 30.11.2021.g.

Džulov zakon

- Džulov zakon predstavlja eksperimentalnu potvrdu i empirijski iskaz pratećeg efekta električne struje pri proticanju kroz provodnik, poznati Džulov efekat i/ili zakona o održanju energije. Rad električnih sila polja posredstvom slobodnih elektrona u pokretu transformiše se u toplotnu energiju provodnika.
- Kako je već objašnjeno, slobodno pokretljiva naelektrisanja u provodnicima se kreću i kada nema djelovanja vanjskog polja. Njihovo kretanje je haotično i predstavlja tzv. termičko kretanje slobodno pokretljivih naelektrisanja, čija je brzina u metalnim provodnicima vrlo velika. Slobodno pokretljiva naelektrisanja nalaze se u vrlo živom i termičkom haotičnom kretanju, pri čemu se neprekidno sudaraju sa nepokretnim mikročesticama, obrazujući složene cik-cak putanje. Međutim, kada se posmatra mnoštvo ovakvih elementarnih naelektrisanja sadržanih u fizički malom elementu zapremine, *srednja brzina* njihovog termičkog kretanja, vektorski posmatrana, *jednaka je nuli*. Zbog toga ovo termičko kretanje ne može prozrokovati makroskopski organizovano, usmjereno kretanje slobodnih naelektrisanja, odnosno pojavu električne struje.

- Kada se u provodniku uspostavi vanjsko električno polje, na haotično termičko kretanje slobodnih elektrona *superponira* se kretanje pod djelovanjem električnog polja, koje je i samo složeno kada se posmatra u mikrorazmjeri.
- Kretanje slobodnih elektrona postaje organizovano, pomjerajući se u smjeru djelovanja električne sile. Slobodni elektroni se sistematski pomjeraju, ali se na svom putu međusobno, ali i sa kristalnom strukturom materije sudaraju.
- Još jednom treba istaći, da se ovdje ne radi o stvarnom sudaru, nego se pod sudarom podrazumijeva da je u jednom kratkom vremenskom intervalu elektron bio u sastavu atoma i predao mu tom prilikom u cjelosti ili djelimično svoju stečenu kinetičku energiju. U tom trenutku brzina elektrona se značajno smanji, pa se čak elektron i zaustavi.
- Međutim, pod djelovanjem električnih sila polja elektron se zatim ubrzava i ponovo povećava svoju kinetičku energiju
- Pojednostavljeno gledano, smatra se da se u prosjeku između dva sudara elektron provodnosti u provodniku kreće ubrzano pod dejstvom sila polja u toku srednjeg vremenskog intervala između dva sudara. Za ponovno ubrzavanje elektrona nakon sudara, gubitak energije elektrona se nadoknađuje energijom električnog polja, odnosno strujnim izvorom koji održava električno polje, a time i električnu struju u provodniku.

- Prema tome, usljed proticanja električne struje kroz provodnik dolazi do njegovog zagrijavanja, jer se dio energije generatora pretvara u toplotnu energiju i provodnik se zagrijava. Kvantitativni zakon za ovu pojavu ustanovio je engleski naučnik Džul, te je zakonitost odvijanja procesa poznata kao Džulov zakon



Džul je izolovani provodnik kroz koji je propustio električnu struju postavio u kalorimetar i mjerio oslobođenu količinu toplote pri različitim vrijednostima stalne jednosmjerne (stacionarne) struje. U nekom vremenskom intervalu t kroz provodnik protekne količina naelektrisanja $Q = I t$. Ovo naelektrisanje su kroz provodnik prenijele električne sile, pri čemu se određena energije električnog polja pretvorila u toplotnu energiju u provodniku. Ova toplotna energija zagrijava tečnost u sudu.

- Ponavljajući eksperiment sa različitim provodnicima Džul je ustanovio da je “oslobođena” toplotna energija u provodniku uvijek srazmjerna vremenu trajanja pojave i kvadratu intenziteta struje, a da se sa promjenom provodnika mijenja samo koeficijent srazmjernosti, koji zavisi od geometrijskih dimenzija i vrste provodnika sa kojim se izvodi eksperiment.

Eksperimentalnu potvrdu ovog zakon, Džul je izrazio empirijski, jednačinom:

$$W = R \cdot I^2 \cdot t$$

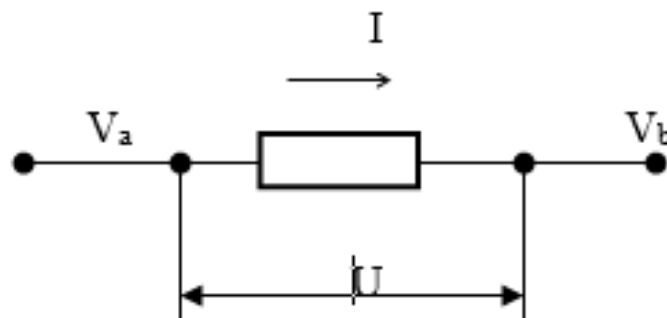
Prema definiciji napona, električne sile pomjerajući naelektrisanje kroz provodnik izvrše rad:

$$A_{el.sila} = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t \quad (3.17)$$

Po zakonu održanja energije, enrgija koja je jednaka ovom radu transformisala se u provodniku u toplotnu energiju, prema tome:

$$A_{el.sila} = W = U \cdot I \cdot t = R \cdot I^2 \cdot t$$

- Dakle, električne osobine provodnika karakteriše upravo koeficijent srazmjernosti (proporcionalnosti) R , koji se naziva električna otpornost provodnika. Uostalom, Džulov efekat i odgovarajući zakon mogu se predvidjeti, odnosno kvantitativno formulisati, polazeći od pratećeg efekta proticanja električne struje kroz provodnik i zakona o održanju energije. Kako je već objašnjeno, rad sila polja posredstvom elektrona u pokretu transformiše se u toplotnu energiju provodnika. Ne ulazeći detaljnije u objašnjene mikročecese u provodniku cilj je da se kvantitativno analizira ova pojava. Posmatrajmo dio stacionarnog strujnog kola predstavljen na slici.



Ovaj dio električnog kola može biti bilo kakav linearni ili nelinearni provodnik. Potencijale krajeva a i b , preko kojih je posmatrani element uključen uzatvoreno električno kolo, označeni su sa V_a i V_b . Prema načinu obilježavanja pretpostaviti je da je $V_a > V_b$. U ovom slučaju fizički, referentni smjer struje je od kraja a ka kraju b .

Neka u intervalu vremena dt kroz kraj a u posmatrani element kola uđe količina naelektrisanja $dq = I dt$, u istom intervalu vremena kroz kraj b mora izaći ista količina naelektrisanja dq . Posmatrajući cjelokupni proces, to znači da se količina naelektrisanja dq pomjerila iz tačke gdje je potencijal V_a u tačku sa potencijalom V_b . Imajući u vidu definiciju potencijala može se zaključiti da su sile električnog polja prilikom ovog pomjeranja izvršile rad:

$$dA = dq (V_a - V_b) = I U dt ,$$

gdje je $U = V_a - V_b$ napon između krajeva a i b , a $I = \frac{dq}{dt}$ jačina struje kroz posmatrani

element. Za izvršenje ovog rada ista količina energije mora biti dovedena posmatranom elementu iz ostalih dijelova električnog kola.

Posmatrani element kola je provodnik ili otpornik, te se cjelokupan rad sila polja transformiše naprijed opisanim fizikalnim procesom u toplotnu energiju dW :

$$dW = dA = I U dt$$

Brzina kojom se električni rad pretvara u toplotu predstavlja snagu te energetske transformacije:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{dW}{dt} = UI \quad (3.18)$$

Navedeni izrazi vrijede i za linearne i za nelinearne provodnike.

Ako je provodnik linearan i ima otpornost R , za njega vrijedi Ohmov zakon i za električno kolo stalne jednosmjerne struje vrijedi:

$$P = RI^2 \quad (3.19)$$

Ova snaga često se naziva i *snaga otpornika* i ima smisao da je to *najveća snaga koja se u otporniku može pretvoriti u toplotu, a da pri tome ne dođe do oštećenja otpornika*.

Ako se izraz (3.19) pomnoži sa t dobije se rad električne koji se u provodniku ili otporniku transformiše u toplotu:

$$A = RI^2 t$$

$$[P] = \left[\frac{A}{t} \right] = \left[\frac{J}{s} \right] = [W] \quad (3.20)$$

S obzirom na (3.18), vatu ekvivalentna jedinica je voltamper $[VA]$. U tehničkoj praksi često se koriste multipli vata: kilovat ($kW=10^3W$), megavat ($MW=10^6W$), zatim milivat ($mW=10^{-3}W$), mikrovat ($\mu W=10^{-6}W$) i pikovat ($pW=10^{-12}W$).

Jedinica rada i energije je džul ili vatsekunda:

$$A=W \quad ([J] = [Ws])$$

U praktičnim primjenama, za potrošnju električne energije koristi se jedinica kilovatsat:

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Kilovatsat je jednak energiji što je prijemnik-potrošač snage $1kW$ transformiše u toplotu, ili neki drugi oblik energije u toku jednog sata.

Za toplotnu energiju ili količinu toplote često je u upotrebi jedinica *kalorija cal*. Po definiciji, kalorija je ona količina toplote potrebna da se *1 gram vode zagrije za 1° C*. Eksperimentalno je utvrđen odnos između kalorije i džula, koji iznosi:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J} , \text{ odnosno } 1J = 0,239 \text{ cal}$$

Električna otpornost. Zavisnost od temperature

- Koeficijent srazmjernosti (proporcionalnosti) R dat u jednačini (3.17) karakteriše električne osobine provodnika i predstavlja pokazatelj unutrašnjih opiranja provodnika proticanju električne struje. Makroskopski gledano, kretanje elektrona kroz provodnik povezano je sa nekom vrstom "električnog trenja" koje drži dinamičku ravnotežu potisnim silama električnog polja. Ova osobina provodnika (i uopšte i drugih materijala) da se silama trenja suprotstavljaju proticanju električne struje naziva se *otpornost provodnika*. Električna otpornost R zavisi od oblika, vrste provodnika i temperature provodnika.
- Provodnik od homogenog materijala koji ima konstantan poprečni presjek i dužinu znatno veću od dimenzija presjeka naziva se linearni ili linijski provodnik. Otpornost takvog provodnika, koji se nalazi na standardnoj temperaturi (20°C) srazmjerna je dužini l provodnika, a obrnuto srazmjerna poprečnom presjeku provodnika S

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

- Ovaj zakon za linijske provodnike izveo je Ohm, a može se provjeriti pomoću kalorimetra, mjerenjem količine toplote koja se razvija pri proticanju stalne jačine struje u provodnicima različitih dužina i poprečnih presjeka:

$$R = \frac{A}{I^2 t}$$

Povećanjem temperature provodnika povećava se brzina toplotnih kretanja elektrona, što dovodi do češćih sudara i smanjenja pokretljivosti elektrona odnosno povećanja opiranja provodnika ovoj pojavi. Dakle, sa porastom temperature smanjuje se usmjereno kretanje elektrona tj. raste opiranje sredine ovoj pojavi (porast R).

Pod uticajem električnog polja E, slobodni elektroni dobivaju ubrzanje tj. haotično kretanje prelazi u usmjereno. Elektroni se ubrzavaju sve dok ne dođe do sudara sa jonima kristalne rešetke, poslije čega se proces ponavlja.

Neka je poznato vrijeme τ između dva sudara, tada je maksimalna brzina između dva sudara

$$v_m = a\tau = \frac{F\tau}{m} = \frac{eE\tau}{m}$$

$$v_{sr} = \frac{0 + v_m}{2} = \frac{eE\tau}{2m}$$

Za dugi linijski provodnik poprečnog presjeka S i dužine l , pri koncentraciji elektrona N_v u posmatranom prostoru je:

$$Q = N_v e S l$$

$$I = \frac{Q}{\tau} = \frac{N_v e S l}{\tau} = N_v e S v_{sr}$$

$$J = \frac{I}{S} = \frac{N_v e S v_{sr}}{S} = N_v e v_{sr} = N_v e \frac{e E \tau}{2m} = N_v e^2 \frac{E \tau}{2m}$$

Vektori jačine električnog polja u nekoj tački provodnika i gustine struje u istoj tački (u čvrstim i tečnim provodnicima) su proporcionalni, istog su pravca i smjera, te između njih postoji slijedeća relacija:

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

Koeficijent proporcionalnosti σ za različite provodnike je različit i naziva se *specifična provodnost*. Jedinica za specifičnu provodnost je $\left[\frac{S}{m} \right]$

Koeficijent srazmjernosti ρ u jednačini (3.21) fizička je veličina koja zavisi od vrste materijala i temperature provodnika i naziva se *specifična otpornost provodnika*.

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad \text{Jedinica za specifičnu otpornost je} \quad [\Omega \cdot m]$$

S druge strane, specifična provodnost i otpornost u značajnoj mjeri *zavise od temperature provodnika*. Za malo temperaturno područje specifična otpornost nekog provodnika ρ_{θ} na nekoj temperaturi θ [$^{\circ}C$] može se sa dovoljnom tačnošću izraziti preko specifične otpornosti ρ_0 istog provodnika na temperaturi 0 [$^{\circ}C$], kao:

$$\rho_{\theta} = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Theta)$$

Koeficijent α naziva se *temperaturni koeficijent* i određuje se eksperimentalno. Za čiste metale, na običnim temperaturama, koeficijenti α se međusobno malo razlikuju i približno su konstantni, dok se na višim temperaturama mijenjaju.

Za većinu metala $\alpha = 0,004$, za neke legure (manganin, konstantan) približno je nula, za grafit (ugljenik) $\alpha < 0$, isto je sa elektrolitima.

Temperaturni koeficijent α može biti pozitivan, što znači da se specifična otpornost povećava sa povišenjem temperature. Ovo se može objasniti tako, da je na višim temperaturama termičko kretanje elektrona provodnosti u provodnicima složenije, pa ih je teže dovesti u organizovano usmjereno kretanje pod djelovanjem električnog polja. Povećanjem temperature provodnika povećava se brzina toplotnih kretanja elektrona, što dovodi do češćih sudara i smanjenja pokretljivosti elektrona, odnosno povećana opiranja provodnika ovoj pojavi.

Temperaturni koeficijent α može biti i negativan, tada se vrijednost specifične otpornosti smanjuje sa porastom temperature. U takve materijale spada amorfni ugalj, u temperaturnom području $(-50 \text{ do } +1000)^{\circ}\text{C}$, koji ima specifičnu otpornost u opsegu od $(3000 \text{ do } 6000) \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, a temperaturni koeficijent $\alpha = -0,0008$.

U slučaju većeg temperaturnog područja, ili za određivanje specifične otpornosti sa većom tačnosti, koristi se jednačina:

$$\rho_{\Theta} = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Theta + \beta \cdot \Theta^2 + \gamma \cdot \Theta^3)$$

U ovoj jednačini α, β , i γ su temperaturni koeficijenti, čija se vrijednost određuje eksperimentalnim putem. Vrijednosti ovih koeficijenata za neke materijale, metale i legure mogu se naći u tablicama.

Kada se zanemare promjene dimenzija provodnika sa temperaturom, uzima se da se na običnim temperaturama, otpornosti provodnika mijenjaju linearno sa temperaturom, na isti način kao specifična otpornost provodnika. Na osnovu toga može se pisati:

$$R_{\Theta} = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Theta)$$

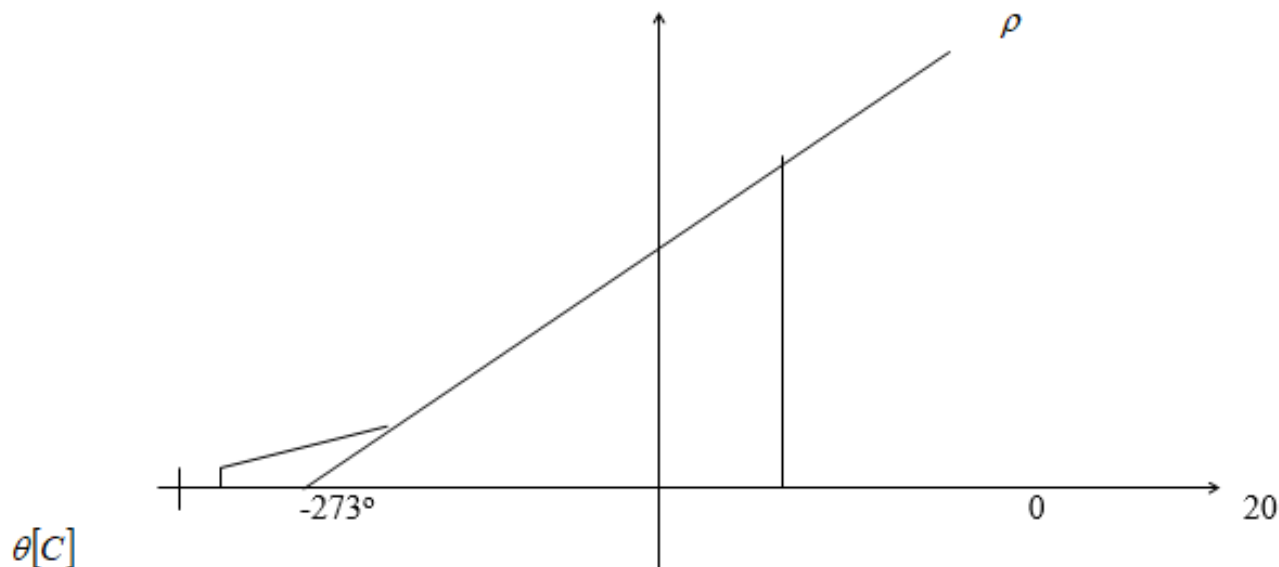
Ova jednačina vrijedi za manji temperaturni opseg.

Za veći temperaturni opseg vrijedi: $R_{\Theta} = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Theta + \beta \cdot \Theta^2 + \gamma \cdot \Theta^3)$

Gornje jednačine vrijede za provodnik načinjen od linearnog i homogenog materijala.

Na osnovu jednačine (3.22) može se izvesti jedinica za električnu otpornost: $[R] = \left[\frac{J}{A^2 s} \right] = [\Omega]$

superprovodnost



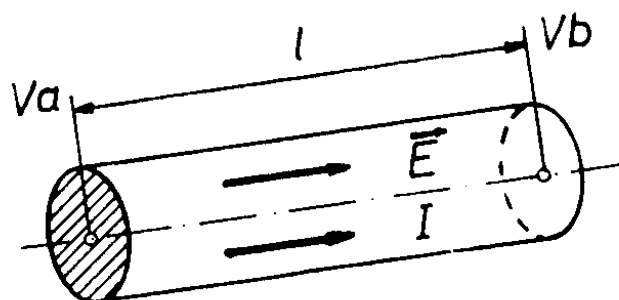
Eksperimentalno je utvrđeno da na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli (= -273°C ili 0K) otpornost provodnika naglo opada, tako da se u blizini apsolutne nule može praktično zanemariti.

Ustvari, u vrlo širokom opsegu temperatura, specifična otpornost linearno opada sa temperaturom, da bi poslije primjetnijeg zastoja, u blizini apsolutne nule došlo do naglog pada specifične otpornosti na beznačajnu vrijednost. Provodnici koji imaju ovu osobinu kaže se da su postali idealni provodnici ili superprovodnici. Ova pojava naziva se superprovodnost.

- Tako npr. olovo postaje superprovodnik na temperaturi od $7,3^{\circ}\text{K}$, tantal na $4,38^{\circ}\text{K}$, živa na $4,2^{\circ}\text{K}$, kalaj na $3,7^{\circ}\text{K}$, aluminijum na $1,14^{\circ}\text{K}$, cink na $0,79^{\circ}\text{K}$, itd. Hlađenje do temperature $4,2^{\circ}\text{K}$ vrši se pomoću tečnog helijuma i danas ne predstavlja tehničku poteškoću.
- Pojavu superprovodnosti otkrio je 1911. g. holandski fizičar Heike Kamerlingh Onnes. Zahvaljujući superprovodnosti, indukcijom izazvana električna struja u prstenu od olova na temperaturi bliskoj apsolutnoj nuli može se satima održavati. U superprovodnicima malih dimenzija moguće je održavati struje velike jačine praktično bez utroška energije. Ove struje ne mogu se ostvariti u običnim provodnicima. Isto tako, moguće je ostvariti velike vrijednosti magnetnog polja. U novije vrijeme rade se eksperimenti sa duboko ohlađenim provodnicima u svrhe prijenosa električne energije sa veoma malim gubicima.
- Proučavanje superprovodnosti je veoma važno, posebno što se rezultati ovih istraživanja koriste za detaljnije upoznavanje strukture materije.

Ohmov zakon

- Neka je dat veoma dug pravolinijski provodnik proizvoljnog, ali konstantnog poprečnog presjeka površine S . Provodnik je homogen, specifične otpornosti ρ . Kroz njega protiče struja intenziteta I . Kako se slobodna naelektrisanja makroskopski kreću paralelno osi provodnika, to znači da je u svim tačkama unutar provodnika vektor jačine električnog polja takođe paralelan osi provodnika. Pošto ovo polje ima sve osobine elektrostatičkog polja, to će intenzitet vektora jačine polja biti isti u svim tačkama presjeka provodnika. Na osnovu ovoga slijedi da je polje unutar ovog provodnika *homogeno*. Isto tako, svaki poprečni presjek provodnika predstavlja jednu ekvipotencijalnu površinu, tj. tačke provodnika koje ne pripadaju istom poprečnom presjeku provodnika *nalaze se na različitim potencijalima*



Posmatrajmo odsječak provodnika na slici dužine l , ograničenog sa dva proizvoljna poprečna presjeka, obilježena sa a i b , kroz koji protiče struja jačine I . Električno polje unutar provodnika je homogeno, te se integracija vrši duž ose, pa je napon između tačaka a i b :

$$U_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E \cdot dl = E \cdot l$$

Već je pokazano da je $\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}$. Kako je intenzitet vektora jačine polja konstantan po presjeku provodnika, to je konstantan i intenzitet vektora gustine struje $J = \frac{I}{S}$.

Gornja jednačina za napon postaje:

$$U_{ab} = V_a - V_b = \rho \cdot \frac{l}{S} \cdot I$$

Dobijena jednačina daje važan rezultat da je *napon između bilo koje dvije tačke provodnika proporcionalan jačini struje kroz njega*:

$$U_{ab} = R \cdot I$$

Ova jednačina daje jednu od osnovnih zakonitosti elektrotehnike, poznatu kao Ohmov zakon (Georg Simon Ohm, 1787-1854.) i najranije je otkriven zakon (1826. g.) eksperimentalnim putem i tiče se stacionarnih (vremenski konstantnih) električnih struja u provodnicima:

jačina električne struje kroz provodnik direktno je proporcionalna naponu na krajevima provodnika, a obrnuto otpornosti provodnika.

Koeficijent proporcionalnosti R u Ohmovom zakonu je otpornost pravog homogenog provodnika konstantnog presjeka S :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Ohmov zakon vrijedi i za linearne provodnike koji nisu od homogenog materijala, tj. ne mora se pretpostaviti da je specifična otpornost ista u svim tačkama provodnika.

Posmatrajmo odsječak l provodnika na slici, kroz koji protiče jačina struje I i uočimo jednu elementarnu strujnu tubu poprečnog presjeka dS , koji je u opštem slučaju promjenljiv duž tube.

Ako su ekvipotencijalni presjeci (S_1 i S_2) koji ograničavaju strujnu tubu, izabrani tako da je $V_a > V_b$, fizički smjer struje i vektora \vec{J} će biti takav da je orijentisan od presjeka $S_1(a)$ ka presjeku $S_2(b)$, na osnovu definicije potencijala, napona može se pisati:

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = \rho \cdot \frac{di}{d\vec{S}} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = di \cdot \rho \frac{d\vec{l}}{d\vec{S}}$$

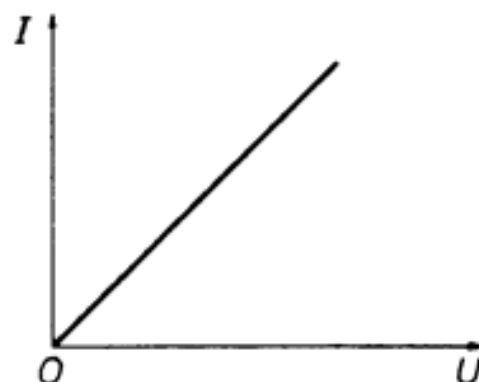
Električno polje u slučaju vremenski konstantne struje isto je kao elektrostatičko polje na isti način raspodjeljenih naelektrisanja, to integrirajući lijevu i desnu stranu jednačine od tačke a do tačke b , integral će imati određenu stalnu vrijednost, nezavisnu od putanje između tačaka a i b :

$$di = \frac{\vec{E} \cdot d\vec{l}}{\rho \frac{d\vec{l}}{d\vec{S}}}$$

$$I = \frac{\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\int_a^b \rho \frac{d\vec{l}}{d\vec{S}}} = \frac{U_{ab}}{R}$$

Na ovaj način pokazano je da i u slučaju linearnog, ali nehomogenog provodnika vrijedi Ohmov zakon. Otpornost R ne zavisi od jačine struje kroz provodnik, mada je pokazano da može zavisiti od temperature.

Ohmov zakon, tj. veza između karakterističnih veličina I , U i R , omogućila je definisanje jedinice za električnu otpornost. Jedinica za električnu otpornost je izvedena jedinica nazvana po njemačkom fizičaru Ohmu i predstavlja onu otpornost provodnika u kojem stalna potencijalna razlika na njegovim krajevima od $1V$, prouzrokuje struju jačine $1A$. Fizikalnost Omovog zakona nema isključivo značaj u primjeni kod proračuna struje kroz provodnik, nego u *linearnosti procesa*, što se može predstaviti dijagramom na slici.



Kod mnogih provodnika, naročito metalnih, kada im se temperatura održava konstantnom, jačina struje direktno je proporcionalna naponu:

$$I = \frac{U}{R} = G U$$

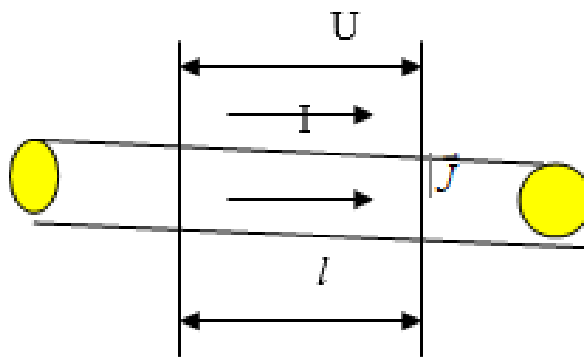
gdje je konstanta proporcionalnosti (srazmjernosti) u gornjoj jednačini G električna provodnost.

Jedinica električne provodnosti je simens $[S]$

$$G = \frac{I}{U} \left[\frac{A}{V} = S \right]$$

Ohmov zakon u lokalnom obliku

Za teorijska razmatranja u vezi sa linearnim provodnim sredinama, zgodno je Ohmov zakon dovesti u tzv. *lokalni oblik*, koji daje vezu između gustine struje i jačine električnog polja u nekoj tački strujnog polja.



slika

Posmatrajmo dug i homogen, cilindričan provodnik i na njemu odsječak dužine l , konstantnog presjeka S , u kojem se ima stacionarna struja jačine I . Između jačine struje I i napona U na krajevima odsječka važi:

$$I = G U$$

S obzirom na pretpostavljene, date karakteristike provodnika (homogen, dug, konstantnog presjeka S) zaključujemo da je gustina struje po presjeku konstantna, a ekvipotencijalne površine u provodniku su normalne na njegovu osu.

To znači da je polje vektora jačine polja E u provodniku homogeno i da su vektori E i \vec{J} kolinearni i upravljeni u pravcu ose provodnika. Gornja jednačina postaje:

$$I = G U = \sigma \frac{S}{l} U$$

U homogenom polju ima se:

$$J = \frac{I}{S} \quad \text{ i } \quad E = \frac{U}{l}$$

pa se gornja jednačina može napisati:

$$J = \gamma E$$

odnosno u vektorskom obliku:

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

Ova jednačina predstavlja *Ohmov zakon u lokalnom obliku*.

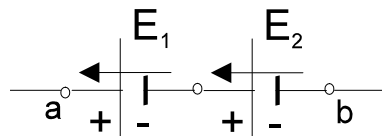
Vektor gustine struje proporcionalan (srazmjeran) je jačini električnog polja u svakoj tački strujnog polja.

Iako su jednačine izvedene za homogeno strujno polje, ova jednačina ima opštu važnost.

Elektromotorna sila generatora. (Ohmov zakon)

- Usmjereno kretanje elektriciteta u provodnicima može se održavati u vremenu ako je obezbjeđeno stalno nadoknađivanje energije pod djelovanjem vanjskog uzroka. Pri ovome se odigrava proces pretvaranja nekog oblika energije u električnu energiju. Uređaji u kojima se vrši pretvaranje drugih oblika energije u električnu nazivaju se generatori. Električni generator predstavlja uređaj u kome se obrazuje električna struja tj. uređaj kojim se obezbjeđuje kretanje elektriciteta u električnom kolu. Karakteristična veličina generatora, koja karakteriše njegovo ponašanje u električnom kolu, u pogledu nastanka električne struje, je elektromotorna sila generatora. EMS generatora je odnos rada dA koji izvrše vanjske sile u generatoru pri pomjeranju količine elektriciteta kroz njega i te količine elektriciteta dq
- EMS je skalarna veličina koja ima svoju pozitivnu orijentaciju od negativnog ka pozitivnom polu.

Električno kolo predstavlja svaku pogodno ostvarenu vezu elemenata kola koja omogućava prijenos električne energije od izvora (generatora) do prijemnika (potrošača). U slučaju da u jednom električnom kolu imamo različite generatore, primjećujemo da svaki od njih stvara struju različitog intenziteta. Veličina koja karakteriše generatore u pogledu stvaranja struje u kolu zove se *elektromotorna sila* generatora E . Ova sila ima smjer od negativnog ka pozitivnom polu.



Da bi se ustanovio odnos između ems generatora, otpornosti kola i struje u kolu izvršeno je niz eksperimenata. Iz dobijenih rezultata, vrlo teško je utvrditi zavisnost između ems koja djeluje u kolu, otpornosti R otpornika vezanog u električnom kolu i struje. Ovo je posljedica što se i u generatorima vrši pretvaranje električnog rada u toplotu, jer je ustanovljeno da i generatori imaju unutrašnju otpornost, koja komplicuje dobijene rezultate.

Ako se ems E generatora održava stalnom u električnom kolu, mijenjajući ukupnu otpornost kola, utvrđeno je da se sa dva puta većom otpornosti dobija dva puta manja struja sa tri puta većom otpornosti, tri puta manja struja itd., što znači da je struja obrnuto proporcionalna otpornosti. Takođe je utvrđeno da je proizvod ukupne otpornosti i odgovarajuće struje konstantan. Mijenajući ems E , a održavajući ukupnu otpornost u električnom kolu konstantnom, utvrđeno je da je struja u kolu proporcionalna ems E . Na osnovu ovih rezultata može se napisati:

$$I = \frac{E}{R_e}$$

Za prosto električno kolo koje se sastoji od generatora i prijemnika-potrošača gornja jednačina omogućava izračunavanje jačine struje u kolu. Smjer te struje odgovara smjeru ems generatora.

Međutim, ako se radi o električnom kolu koje sadrži više generatora i prijemnika ne može se unaprijed znati stvarni smjer struje u kolu, jer taj smjer sada zavisi od smjerova i vrijednosti ems svih generatora uključenih u električno kolo. U tom slučaju, odlučuje se o *proizvoljnom referentnom smjeru* struje u kolu izborom jednog od moguća smjera struje. S obzirom da za električno polje vrijedi da je duž proizvoljno izabrane zatvorene konture linijski integral vektora jačine električnog polja jednak nuli, to znači da se napon između bilo koje dvije susjedne tačke te konture može izraziti kao:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{abcdea} \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{ab} + U_{bc} + U_{cd} + U_{de} + U_{ea} = 0$$

Ovi naponi jednaki su ili poznatim vrijednostima ems između priključaka generatora, i/ili naponu između priključaka otpornika, koji se računaju Ohmovim zakonom, kao proizvod poznate vrijednosti otpornosti otpornika i nepoznate struje.

U opštem slučaju, za električno kolo u kojem je proizvoljan broj generatora i otpornika vezanih u red, na osnovu gornje jednačine, jačina struje se izračunava jednačinom:

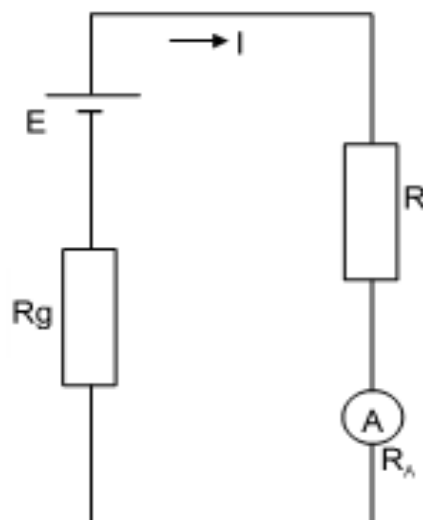
$$I = \frac{\sum (\pm E)}{\sum R}$$

Ukoliko se referentni smjer struje u kolu poklapa sa smjerom ems E, onda se ems E u gornjoj jednačini uzima sa pozitivnim predznakom, a ukoliko su suprotni smjerovi onda se ems E uzima sa negativnim predznakom.

Mjerenje ems generatora. Voltmetar

Na slici je predstavljeno električno kolo sa generatorom ems E i otpornosti R_g i prijemnik – otpornik sa otpornosti R . Na rad u električnom kolu priključen je instrument za mjerenje jačine električne struje ampermetar, koji posjeduje unutrašnju otpornost R_A .

<



Kada se uspostavi struja I u električnom kolu ampermetar će pokazati struju u električnom kolu, i na osnovu Omovog zakona može se izračunati ems E :

$$E = (R_g + R + R_A)I$$

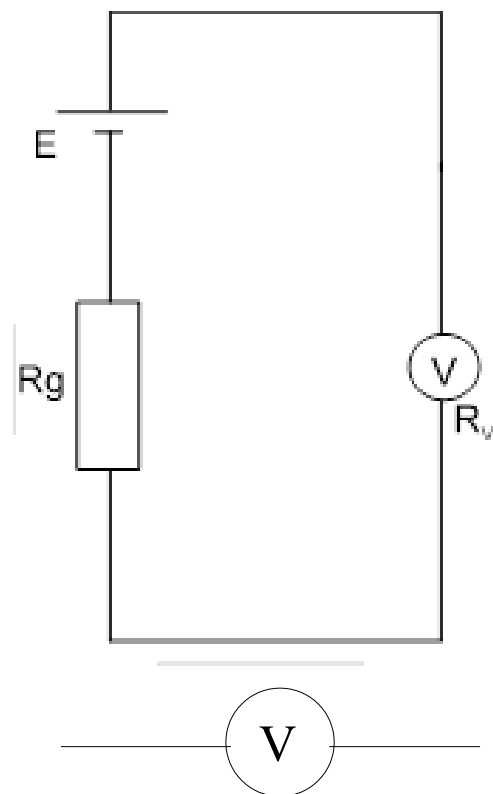
gdje izraz u zagradi predstavlja ukupnu otpornost električnog kola $R_e = R_g + R + R_A$.

S obzirom da je R_g obično vrlo malo, to uzimanjem otpornika velike otpornosti R (u odnosu na R_g) sa dovoljnom tačnošću može se odrediti ems E kao:

$$E = (R + R_A)I = R_V I$$

Ovo ukazuje da bismo umjesto ampermetra kojim mjerimo električnu struju, na osnovu gornje jednačine, mogli staviti u električno kolu instrument kojim direktno očitavamo vrijednosti ems E , pod uslovom da se na instrumentu postavi skala u voltima, kao jedinici električnog napona. Ovi instrumenti nazivaju se voltmetri i u električnim šemama predstavljaju se krugom sa upisanim V . Kraj voltmetra označen sa “+” priključuje se na tačku koja je na višem potencijalu

Tačno mjerenje ems E uslovljeno je vrijednošću R_V . Sa velikim R_V postiže se manja struja kroz voltmetar, čime se smanjuje pad napona na instrumentu, a povećava njegova tačnost.



Električni rad i električna snaga generatora

Kako je već rečeno, u električnom kolu sastavljenom od otpornika R i generatora ems E i unutrašnje otpornosti R_g , i u generatoru i u otporniku vrši se pretvaranje električnog rada u toplotu. Ukupni rad koji se u električnom kolu za vrijeme t pretvori u toplotu jednak je:

$$A = R_g I^2 t + R I^2 t$$

Ovaj rad vrši generator, jer on održava struju u električnom kolu. Rad $R_g I^2 t$ u samom generatoru pretvara se u toplotu, zagrijava generator i predstavlja gubitak rada u generatoru. Drugi dio rada $R I^2 t$ generator daje električnom kolu. Da bi ovaj bio što veći, otpornost generatora R_g mora biti što manja.

Po Ohmovom zakonu $E = (R_g + R)I$, a rad:

$$A = (R_g + R) I^2 t = E I t = E Q$$

na osnovu čega se može zaključiti da kada generator stvara struju I u električnom kolu, električni rad koji on izvrši za neko vrijeme t jednak je proizvodu ems E i količine elektriciteta Q koja za to vrijeme protekne kroz kolo.

Iz gornje jednačine električna snaga generatora jednaka je :

$$P = \frac{A}{t} = EI$$

što znači da kada generator stvara struju u električnom kolu, njegova električna snaga jednaka je proizvodu njegove ems E i struje I .

Elementi kola jednosmjerne struje. Otpornici

Električno kolo predstavlja svaku pogodno ostvarenu vezu elemenata kola koja omogućava prijenos električne energije od izvora do potrošača.

Pod izvorom električne energije podrazumijeva se uređaj koji vrši pretvaranje nekog drugog vida energije u električnu energiju. To su generatori.

U potrošače električne energije spadaju uređaji u kojima se električna energija pretvara u druge vidove energije.

U električnom kolu jednosmjerne struje nalaze se dva osnovna elementa:

1. električni generator jednosmjerne struje – izvor.
2. otpornik – potrošač

Otpornici

U električnim kolima označavaju se u obliku simbola datih na slici:



U praksi se koriste različiti otpornici, uglavnom se dijele na stalne i promjenljive. Na slici gore su dati stalni otpornici, a promjenljivi se označavaju simbolom:



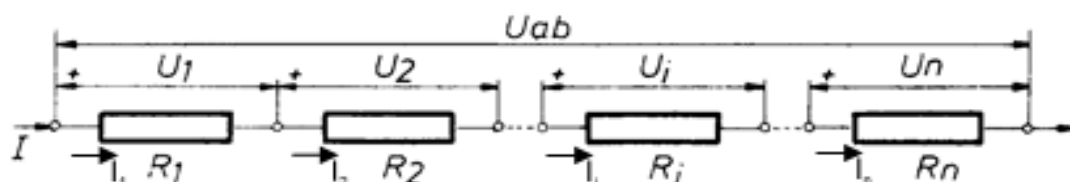
Osnovne karakteristike otpornika su nominalna otpornost, klasa tačnosti i nominalna snaga.

Vezivanje otpornika u električnim kolima

- Vezivanje otpornika u električnim kolima ostvaruje se na tri načina:
 - 1. redna veza,
 - 2. paralelna, i
 - 3. mješovita.

a) Redna veza otpornika

Rednu vezu otpornika čini skup otpornika kod kojih je "kraj" prvog otpornika vezan za "početak" drugog, "kraj" drugog na "početak" trećeg itd., kao na slici.



Primjenom prvog Kirchhoffovog zakona, važi:

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I \quad (3.29)$$

Rednu vezu karakteriše jednakost struje kroz svaki otpornik. Napon na krajevima svakog otpornika određuje se primjenom Omovog zakona:

$$U_1 = R_1 I, U_2 = R_2 I, \dots, U_n = R_n I \quad (3.30)$$

Ukupni napon na krajevima *ab* jednak je sumi napona na pojedinim otpornicima:

$$U_{ab} = U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad (3.31)$$

Odnosno:

$$U_{ab} = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) I \quad (3.32)$$

Pri proračunima stanja u električnom kolu, potrebno je uprostiti električnu šemu kola i svesti na ekvivalentno kolo – prosto kolo koga čini jedan ekvivalentni potrošač i izvor električne energije. Na taj način, primjenom Omovog zakona (Džulovog) dolazi se do proračuna stanja za dato kolo.

Izraz u zagradi jednačine (3.32) predstavlja ukupnu – ekvivalentnu otpornost redne veze otpornika:

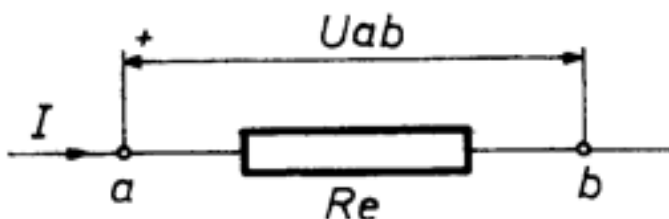
$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (3.33)$$

odnosno.

$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i \quad (3.34)$$

Dakle, *rednu vezu* otpornika karakteriše da je *ukupna – ekvivalentna otpornost jednaka sumi otpornosti pojedinih otpornika*.

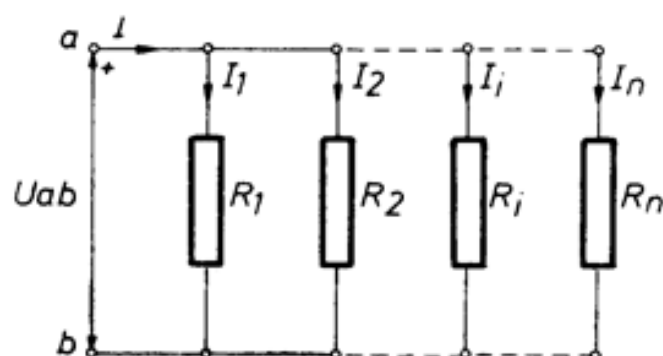
Na taj način skup otpornika u rednoj vezi, može se zamijeniti ekvivaletnim otpornikom. Na slici je data ekvivalentna šema električnog kola.



Ekvivalentna veza podrazumijeva nepromijenjeno stanje napona i struje kroz kolo.

b) Paralelna veza otpornika

Paralelnu vezu otpornika čini skup otpornika kod kojih su počeci svih otpornika vezani u jednu zajedničku tačku, a krajevi svih otpornika u drugu zajedničku tačku, kao na slici.



Na pon na svim otpornicima je jednak U_{ab} :

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U_{ab} \quad (3.35)$$

Primjenom Omovog zakona za struju kroz svaki otpornik vrijedi:

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2}; \quad \dots; \quad I_n = \frac{U_{ab}}{R_n} \quad (3.36)$$

Koristeći Prvi Kirhofov zakon struja I koja utiče u čvor a jednaka je sumi struja koje ističu iz čvora:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad (3.37)$$

Koristeći jednačine (3.36) i (3.37) dobija se:

$$I = U_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) \quad (3.38)$$

Na osnovu ovoga, izraz u zagradi jednačine (3.38) predstavlja recipročnu vrijednost ekvivalentne – ukupne otpornosti paralelne veze otpornika:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (3.39)$$

odnosno:

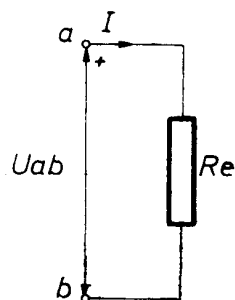
$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (3.40)$$

Za slučaj dva paralelno vezana otpornika R_1 i R_2 ekvivalentna otpornost određuje se korištenjem (3.39)

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.41)$$

dok za slučaj tri paralelno vezana otpornika ekvivalentna otpornost je:

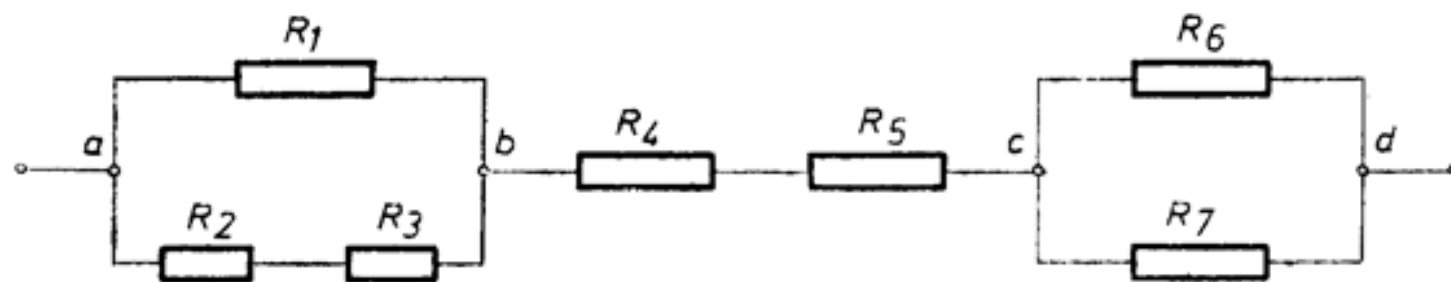
$$R_e = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad (3.42)$$



c) Mješovita veza otpornika

Primjena samo redne ili samo paralelne veze, u praksi nije čest slučaj. Najčešće se susreće kombinovani način vezivanja, tj. korištenje redne i paralelne veze. U tom slučaju potrebno je električno kolo razdvojiti na pojedine dijelove koji se sastoje iz redne i paralelne grupe. Nakon toga, zamijene se grupe odgovarajućim otpornostima, a zatim se odredi ekvivalentna otpornost cijelog kola.

Na slici je data mješovita veza otpornika.



Dato električno kolo može se razdvojiti na tri dijela:

1. dio ab sa otpornicima R_1 , R_2 i R_3
2. dio bc sa otpornicima R_4 i R_5
3. dio cd sa otpornicima R_6 i R_7

1. Za dio kola ab ima se redna veza otpornika R_2 i R_3 paralelno sa R_1 , odnosno:

$$R_{23}=R_2+R_3$$
$$R_{ab} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{R_1 (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3.43)$$

2. Za dio kolo bc , redna veza R_4 i R_5 :

$$R_{bc}=R_4+R_5 \quad (3.44)$$

3. Za dio kola cd , paralelna veza R_6 i R_7 :

$$R_{67} = \frac{R_6 \cdot R_7}{R_6 + R_7} \quad (3.45)$$

Ukupna ekvivalentna otpornost, s obzirom na rednu vezu otpornika R_{ab} , R_{bc} i R_{cd} jednaka je sumi pojedinih otpora:

$$R_e = R_{ab} + R_{bc} + R_{cd} \quad (3.46)$$

odnosno:

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \dots; \quad I_n = \frac{U_{ab}}{R_n} \quad (3.47)$$

Dati postupak može se primjeniti za bilo koju mješovitu vezu otpornika.



■ HVALA NA PAŽNJI!!!