

UNIVERZITET U TUZLI  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE  
Ak.godina: 2021/2022  
USMJERENJE: svl  
God.studija: I

# JEDNOSMJERNE STRUJE

## -ELEKTRIČNA STRUJA

Tuzla, 16.11.2021.g.

# Električna struja

- Pod pojmom *električna struja*, u širem smislu te riječi, naziva se svako organizovano, usmjereno kretanje električnih (opeterećenja) naelektrisanja, bez obzira na uzroke ovog kretanja i na vrstu električnih (opterećenja) naelektrisanja koja učestvuju u ovakvom kretanju.
- Električna struja može nastati u čvrstim, tečnim i gasovitim sredinama, pa čak i u vakuumu, ako postoje slobodno pokretljiva naelektrisanja i ako postoji uzrok koji će izazvati kretanje ovih naelektrisanja.
- Slobodno pokretljiva naelektrisanja koja mogu obrazovati električnu struju su elektroni, te pozitivni i negativni joni.

- U **čvrstim tijelima**, a posebno onim koji pripadaju veoma važnoj grupi koju čine **metalni provodnici**, slobodno pokretljiva naelektrisanja su elektroni, tj. negativna elementarna naelektrisanja. To su tzv. **elektroni provodnosti**, koji pripadaju spoljašnjoj elektronskoj ljusci i koji su kod provodnika vrlo labavo vezani za svoje atome i molekule.
- Od **tečnih sredina** u kojima može nastati električna struja posebno su značajni **elektroliti**. Slobodno pokretljiva naelektrisanja u elektrolitima su **pozitivni i negativni joni**.
- Pod određenim uslovima i u **gasovima**, koji su inače dobri izolatori, može se obrazovati električna struja (neonske cijevi, fluorescentne svjetiljke). U ovom slučaju slobodno pokretljiva naelektrisanja su **pozitivni i negativni joni i elektroni**.
- Električna struja se može obrazovati **i u vakuumu** ako se na pogodan način obezbijedi prisustvo slobodnih elektrona. Ovakva vrsta električne struje se sreće **u elektronskim cjevima** sa vakuumom, pri čemu se potrebni elektroni oslobađaju zagrijavanjem katode.

- S obzirom na vrstu pokretljivih naelektrisanja (opterećenja) koja učestvuju u pojavi električne struje, *struje* se mogu podijeliti na ***elektronske i jonske struje***.
- Postojanje slobodno pokretljivih naelektrisanja (opterećenja) je ***potreban, ali ne i dovoljan*** uslov za nastanak i održavanje električne struje; potrebno je “nešto” što će ova slobodno pokretljiva naelektrisanja i pokretati. Iako nije jedini “izvor” potreban za nastanak i održavanje električne struje, daleko najvažniji i najčešći je ***električno polje***. Naravno, pored ovoga kretanje naelektrisanja (elektriciteta) može se postići mehaničkim kretanjem naelektrisanih tijela (npr. opterećeni kaiš Van der Grafovog generatora, obrtanje diska od izolacionog materijala koji je po obodu električno naelektrisan-opterećen), ili kretanje naelektrisanja (elektriciteta) pod dejstvom sila gravitacije. U ovom poglavlju će predmet razmatranja biti isključivo struje nastale pod dejstvom električnog polja i to u čvrstim, metalnim provodnicima. Ova vrsta struje naziva se ***kondukciona struja***.



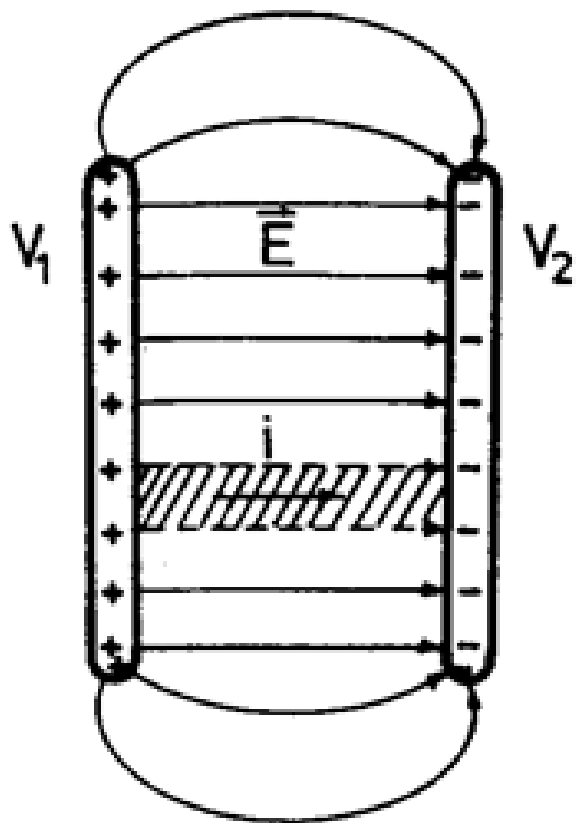
- Za uspostavljanje i održavanje kondukcijske struje neophodno je prisustvo električnog polja u provodniku.
- Pod djelovanjem sile tog polja mnoštvo pokretljivih elementarnih naelektrisanja se, makroskopski gledano, kreću na organizovan način.
- Takvo organizovano, usmjereno kretanje pokretljivih elementarnih naelektrisanja obrazuje električnu struju.
- Ovo kretanje analogno je kretanju, ili bolje rečeno, strujanju neke tečnosti, pa je stoga i nazvano električna struja, što će u narednom dijelu biti detaljnije razmatrano.
- U slučaju vremenski konstantne struje kroz neko provodno kolo, raspodjela naelektrisanja (opterećenja) po površini provodnika koji su uključeni u kolo ostaje makroskopski nepromjenljiva u toku vremena. Ova naelektrisanja se kreću, ali na mjesto onog koje je otišlo odmah dolazi drugo, pa njihova makroskopska gustina u toku vremena ostaje ista, konstantna. Ovo je važan zaključak. Pošto se raspodjela naelektrisanja koja stvaraju električno polje ne mijenjaju u toku vremena, može se izvesti važan zaključak:
- *električno polje koje prouzrokuje vremenski konstantne struje isto je kao elektrostatičko polje na isti način raspodijeljenih naelektrisanja.*

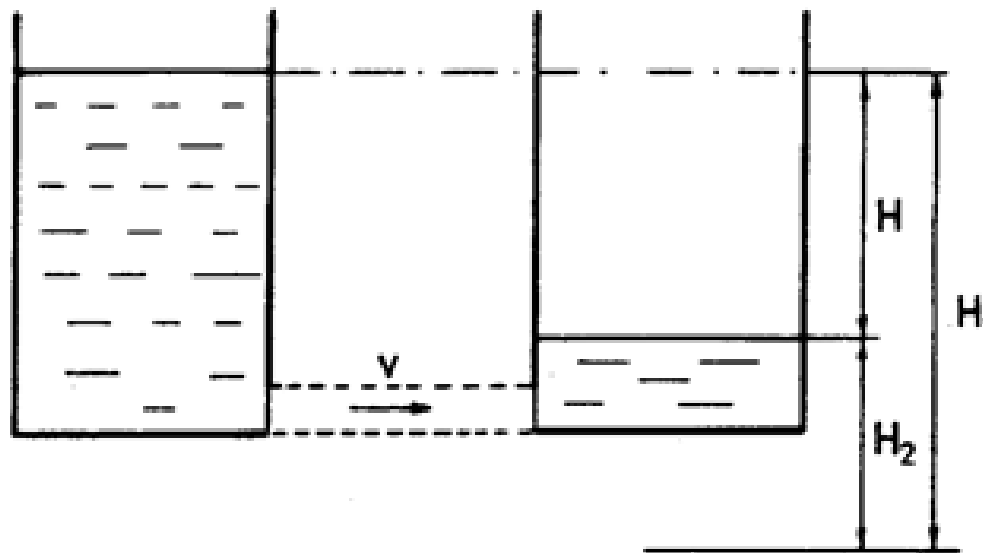
Za razliku od elektrostatičkog polja, ovo polje se naziva *stacionarno električno polje*.

- Za dalje usporedbe stacionarnog i statičkog električnog polja i dalje postavke o stacionarnim strujama ovdje će biti povedena slijedeća razmatranja.
- Posmatrajmo elektrode pločastog kondenzatora u vakuumu, naelektrisane jednakim i po znaku suprotnim količinama naelektrisanja. U prostoru oko elektroda postoji elektrostatičko polje, a između elektroda potencijalna razlika  $U=V_1-V_2$ , gdje su  $V_1$  i  $V_2$  potencijali elektroda u odnosu na proizvoljno izabranu referentnu tačku. Rad koji je izvršen prilikom naelektrisanja elektroda, transformisao se u energiju elektrostatičkog polja. Sve dok između elektroda nema provodne veze, sistem ostaje u stanju elektrostatičke ravnoteže.

- Ako se unošenjem neke provodne materije između elektroda formira provodni put (šrafirano na slici), pod djelstvom električnog polja uspostaviće se električna struja. Pomjeranje električnih naelektrisanja, izazvano strujom, dovodi do preraspodjele naelektrisanja u sistemu, a time i do promjena u strukturi i jačini električnog polja

Rezultat toga pomjeranja je neutralizacija naelektrisanja na elektrodama i prestanak djelovanja električnog polja.. Struja, koja je pratila ovaj proces je kratkotrajna i vremenski promjenljiva. U procesu rasterećivanja elektroda potencijalna energija elektrostatičkog polja prvo se transformiše u rad sila polja, koje su ove sile izvršile pomjerajući naelektrisanja, a zatim se transformiše u toplotnu energiju, zbog sudara pokretnih naelektrisanja sa nepokretnim česticama provodne materije. Dakle, samo elektrostatičko polje, koje potiče od proizvoljno raspoređenih naelektrisanja, ne može održavati trajnu, stacionarnu struju u provodnoj sredini.

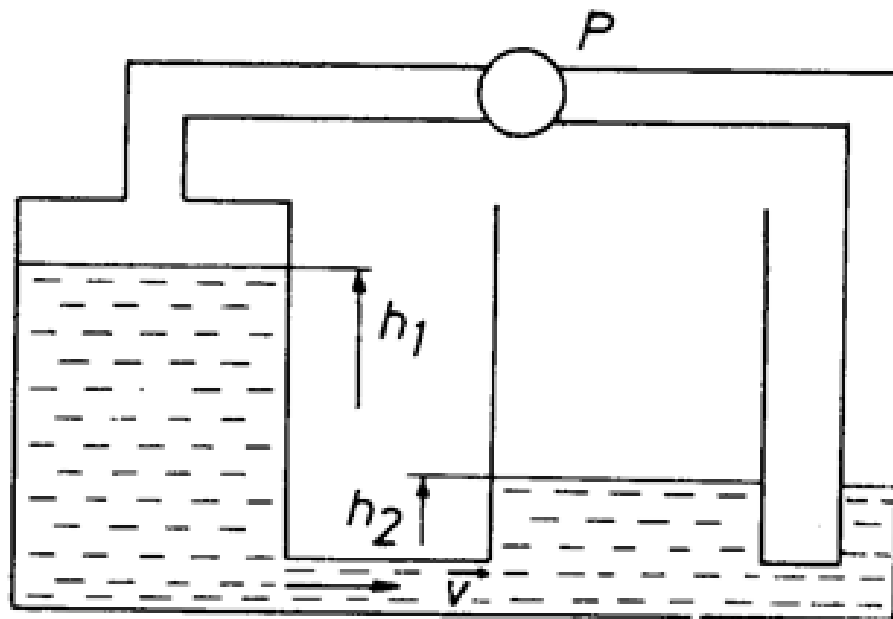




Ovdje je prikazan hidromehanički model analogan naprijed opisanom primjeru. Na slici su prikazana dva suda u kojima je tečnost sa različitim nivoima  $H_1$  i  $H_2$  u odnosu na proizvoljno izabrani referentni nivo. Razlika nivoa  $H=H_1-H_2$  je mjera potencijalne energije tečnosti u lijevoj posudi u odnosu na nivo u desnoj posudi. U poređenju sa naprijed opisanim električnim primjerom, ova razlika nivoa tečnosti odgovara potencijalnoj razlici između elektroda.

Ako se ove dvije posude spoje pomoću neke cijevi i sistem prepusti samom sebi, u cijevi će početi da struji tečnost promjenljivom brzinom uz istovremeno smanjivanje razlike nivoa tečnosti  $H$ , sve dok se nivoi u posudama ne izjednače, čime prestaje strujanje tečnosti. Kao i u slučaju elektrostatičkog polja, jasno je da gravitaciono polje ne može samo održavati stacionarni protok tečnosti u cijevi.



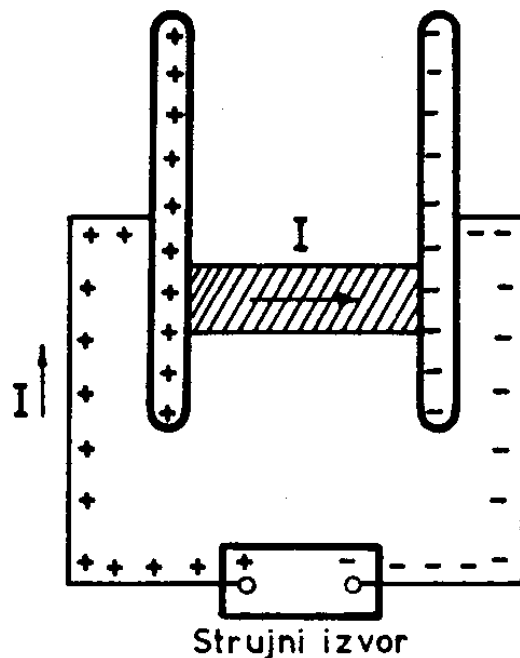


Da bi se u spojnoj cijevi održalo stacionarno strujanje, konstantnom brzinom  $v$ , neophodno je razliku nivoa tečnosti u sudovima održavati konstantnom. Ovo se može ostvariti ukoliko se tečnost kontinuirano prebacuje u sud sa višim nivoom tečnosti, savlađujući pri tome sile gravitacije i vršeći rad protiv tih sila.

To se može postići obrazovanjem zatvorenog kola u kojem se postavi pumpa. Ova pumpa, koja se pokreće pogonskim motorom, vrši prebacivanje tečnosti i održava razliku nivoa konstantnom.

Ovdje se može uspostaviti potpuno analogna razmišljanja kao i kod električnog sistema. Vratimo se na električni sistem sa prve slike. Struja u provodnoj vezi između elektroda (šrafirano) može biti stacionarna, ako su ispunjeni slijedeći uslovi:

1. Sistem na slici treba da predstavlja dio zatvorenog strujnog kola (slika)
2. U električnom kolu mora da postoji izvor koji, nasuprot silama stacionarnog električnog polja, kontinuirano potiskuje prispjele elektrone provodnosti sa pozitivne na negativnu elektrodu, pri čemu održava stalnu potencijalnu razliku između elektroda.



Ovakvi uređaji nazivaju se **strujni izvori ili generatori**. Najčešće korišteni strujni izvori su elektrohemijski izvori (suhe baterije, akumulatori) i elektromehanički generatori.

Ako se na priključke strujnog izvora vežu krajevi nekog provodnika, u provodniku (a i izvan njega) će se uspostaviti stacionarno električno polje, a pod njegovim djelovanjem će se u zatvorenom električnom kolu uspostaviti električna struja. Izvan strujnog izvora na pokretljiva naelektrisanja djeluju jedino “kulonske” sile koje potiču od stacionarnih naelektrisanja i prenose se posredstvom stacionarnog električnog polja. Stacionarna naelektrisanja se razlikuju od statičkih po tome što se *stalno pomjeraju*, ali im je zajedničko to da im je gustina u svakoj tački konstantna u vremenu. Na osnovu ovoga može se izvući važan zaključak:


***električno polje stacionarnih naelektrisanja istovjetno je sa električnim poljem na isti način raspoređenih nepokretnih (statičkih) naelektrisanja.***

Zbog ovih razloga, stacionarno električno polje, kao i elektrostatičko polje, pripada klasi konzervativnih polja:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

tj. ***linijski integral vektora jačine stacionarnog električnog polja po bilo kojem zatvorenom putu jednak nuli.***

Oдавде prizilazi da se za ovo polje može definisati i koristiti funkcija potencijala.



Pokretljiva naelektrisanja vrše, i bez djelovanja vanjskog polja, vrlo haotična termička kretanja, pri čemu se neprekidno sudaraju sa nepokretnim česticama materije, a i međusobno, obrazujući pri tome složene izlomljene putanje. Srednja vektorska brzina termičkog kretanja pokretljivih naelektrisanja u elementu zapremine jednaka je nuli. Zbog toga ovo termičko kretanje i ne može prouzrokovati makroskopski organizovano, usmjereno kretanje slobodnih naelektrisanja.

Kada se u provodnoj sredini uspostavi djelovanje vanjskog električnog polja, na haotično termičko kretanje superponira se kretanje pod djelovanjem električnog polja, koje je i samo složeno kada se posmatra u mikrorazmjeri.

Slobodno pokretljiva naelektrisanja se sistematski pomjeraju, ali se na svom putu međusobno, ali i sa kristalnom strukturom materije sudaraju. Kao što je naglašeno, ovdje se ne radi o stvarnom sudaru, nego se pod sudarom podrazumijeva da je u jednom kratkom vremenskom intervalu elektron bio u sastavu atoma i predao mu tom prilikom u cjelosti ili djelimično svoju stečenu kinetičku energiju. U tom trenutku brzina elektrona se značajno smanji, pa se elektron čak i zaustavi. Međutim, pod djelovanjem električnih sila polja elektron se zatim ubrzava i ponovo povećava svoju kinetičku energiju.

- Pojednostavljeno gledano, smatra se da se u prosjeku između dva sudara pokretljivo naelektrisanje-elektron provodnosti u provodniku kreće ubrzano pod djelovanjem sile polja u toku srednjeg vremenskog intervala između dva sudara. Za ponovno ubrzavanje elektrona nakon sudara, gubitak energije elektrona se nadoknađuje energijom električnog polja, odnosno strujnim izvorom koji održava električno polje, a time i električnu struju u provodniku.
- Zbog gustine nepokretnih čestica i učestanosti sudara trajanje i dužina putanja ovih kretanja su veoma kratki.

Makroskopski gledano, ovdje se može posmatrati u elementu zapremine kretanje pokretljivih naelektrisanja nekom srednjom brzinom

Iz tih razloga se ova brzina i zove ***srednja makroskopska brzina pokretljivih naelektrisanja.***

Dio prostora u kojem se kreću pokretljiva naelektrisanja pod djelovanjem električnog polja u provodniku naziva se *strujno polje*. Strujno polje je stacionarno ako su srednje makroskopske brzine pokretljivih naelektrisanja u svim tačkama strujnog polja konstantne u vremenu. Linije kojima je vektor srednje makroskopske brzine pokretljivih naelektrisanja  $\vec{v}$  u svakoj tački tangenta nazivaju se *strujnice*.

## *Prateći efekti električne struje*

- Jedan od osnovnih pratećih efekata električne struje je zagrijavanje provodnika kroz koga protiče električna struja. Ovo je poznato kao Džulov efekat ( J.P. Joule, 1818-1889.) i ovo je već naprijed objašnjeno. U osnovi, pokretljiva naelektrisanja (elektroni provodnosti ili joni) krećući se kroz provodnu sredinu pod djelovanjem električnog polja ubrzavaju se između dva sudara. Rad električnih sila koji je pri tome izvršen, tj. dio energije električnog polja koji je utrošen na ubrzavanje naelektrisane čestice, pretvorio se u kinetičku energiju čestice. Prilikom sudara sa nekom nenaelektrisanom česticom, pokretljiva naelektrisanja predaju svoju kinetičku energiju česticama strukture materije od koga je izrađen provodnik, povećavajući njegovu termičku energiju. Termičko kretanje čestica u provodniku postaje intenzivnije i provodnik se zagrijava.
- Na osnovu ovoga može se zaključiti:
- *u svakom provodniku u kojem postoji električna struja dolazi do pretvaranja električne energije u toplotnu u svim tačkama provodnika.*

- Makroskopski gledano, kretanje elektrona kroz provodnik povezano je sa nekom vrstom "električnog trenja" koje drži dinamičku ravnotežu potisnim silama električnog polja. Ova osobina provodnika (i uopšte i drugih materijala) da se silama trenja suprotstavljaju proticanju električne struje naziva se **otpornost provodnika**. Otpornost provodnika bliska je nuli kada se njegova temperatura približava apsolutnoj nuli temperature ( $-273^{\circ}\text{C}$  ili  $0^{\circ}\text{K}$ ). Na ovoj temperaturi, koja je bliska apsolutnoj nuli, jednom uspostavljena električna struja može se u zatvorenom električnom kolu održavati dugo vremena bez prisustva i djelovanja električnog strujnog izvora, odnosno bez djelovanja električnog polja koje inače, potiskuje pokretljiva naelektrisanja. Naravno, da pri ovome izostaje i toplotni efekat električne struje. Ova pojava električne struje nalazi brojne i značajne primjene u elektrotehnici, a posebno kod elektrotermičkih uređaja, sijalica za užarenim vlaknom, topljenju metala itd.
- U mnogim slučajevima razvijanje toplote pri proticanju električne struje predstavlja neželjenu pojavu, kao npr. u električnim mašinama, transformatorima i prijenosnim vodovima, kao i u svim drugim slučajevima gdje transformacija električne energije u toplotu nije cilj.

- Drugi prateći efekat električne struje je njen hemijski efekat. Za razliku od toplotnog, koji je uvijek prisutan sa pojavom električne struje (osim na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli), hemijski efekat dolazi do izražaja samo u posebnoj vrsti provodnika koji se nazivaju *elektroliti*. U elektrolite spadaju vodeni i drugi rastvori kiselina, baza i soli, kao i rastopine nekih soli. Struju u elektrolitima obrazuju pozitivni i negativni joni, na koje se još prije uspostavljanja struje raspadaju neutralni molekuli rastvora. Nakon uspostavljanja struje pozitivni joni kreću se kroz elektrolit u smjeru električnog polja, a negativni u suprotnom smjeru, što je povezano sa kinematikom rastvora i razgrađivanjem elektrolita,. Po pristizanju jona na elektrode vrši se neutralizacija jona i izdvajanje supstance-materije, što je popraćeno sekundarnim hemijskim reakcijama. Ovaj proces naziva se *elektroliza*. Elektroliza ima veoma značajne primjene u elektrohemiji, ali i u drugim tehničkim postupcima. Elektroliza se obavlja i u elektrohemijskim izvorima.



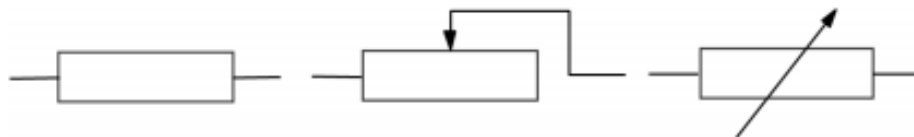
- Najznačajniji prateći efekti električne struje su njeni *magnetni* efekti. U okolini provodnika kroz koji protiče električna struja primjećuju se karakteristične pojave:
  1. magnetna igla ima tendenciju da se postavi u određeni položaj, a feromagnetni predmeti i stalni magneti podvrgnuti su djeйстви mehaničkih sila.
  2. provodnik sa strujom, kada se nalazi u blizini drugog provodnika sa strujom, izložen je djeйстви mehaničkih sila koje se nazivaju elektromagnetne sile.
  3. u provodniku koji se kreće u blizini drugog provodnika sa strujom indukuje se elektromotorna sila *ems*, a u slučaju da prvi provodnik obrazuje zatvorenu provodnu konturu u njemu se javlja indukovana električna struja.
  4. ako je električna struja promjenljiva u vremenu u bliskim nepokretnim i pokretnim zatvorenim provodnim konturama indukuju se vremenski promjenljive elektromotorne sile i električne struje

Pored navedenih (glavnih) pratećih efekata električne struje, karakteristične su njene svjetlosne, fiziološke i druge manifestacije.

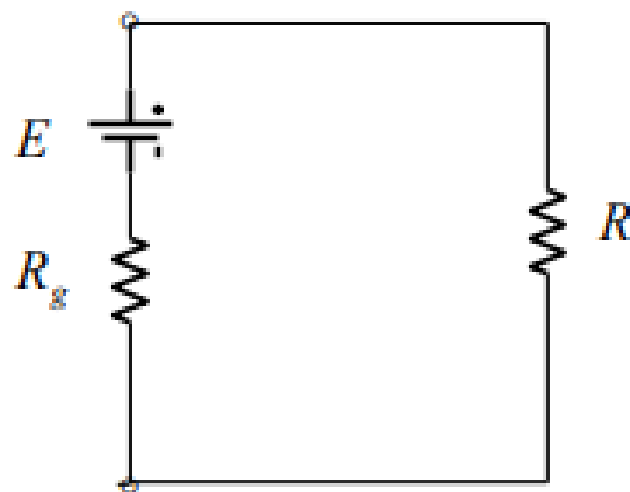
## *Električna kola jednosmjerne struje*

### *Šematsko predstavljanje električnih kola i njihovih elemenata*

- Stacionarna, vremenski stalna električna struja može se uspostaviti i održavati samo u zatvorenim strujnim kolima, pod uslovom da je u električno kolo uključen strujni izvor. Za jedinstveno predstavljanje električnih kola, konvencijom je utvrđeno da se električna kola zajedno sa svojim elementima, predstavljaju šematski grafičkim simbolima. Električno kolo predstavlja zatvoreni strujni krug elemenata, koji čine: električni izvor, prijemnik-potrošač raznih tipova i spojni vodovi-provodnici koji te elemente povezuju u zatvoreni provodni lanac. Za ove elemente su konvencijom izabrani grafički simboli za njihovo predstavljanje u električnim šemama, čime se električne šeme unificiraju i pojednostavljaju, a elementi kola koji mogu biti veoma različiti, a po funkciji slični, predstavljaju se jednakim simbolima.



*Slika 1.6 – Simboli konstantnog (a) i promjenljivog linearnog otpornika (b), (c)*



**Sl. 24.** Električno kolo sa generatorom, ems  $E=100\text{V}$  i unutrašnjim otporom  $R_g = 1\Omega$  i na koji je priključen otpornik  $R$

## Jačina i smjer električne struje

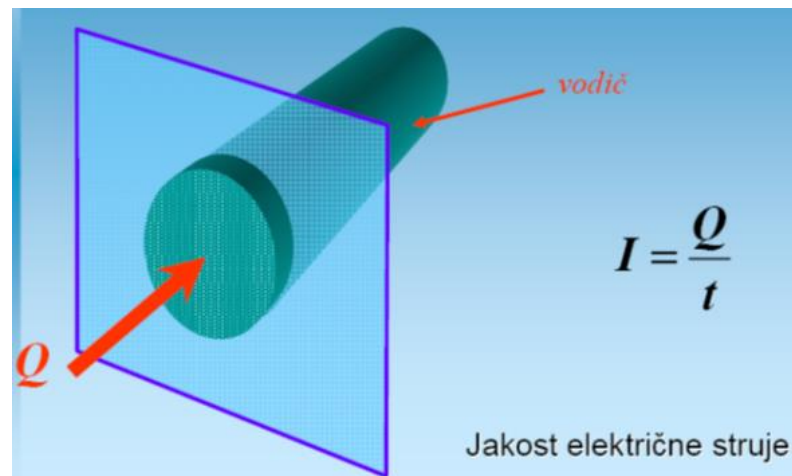
- Električna struja, koja se ne mijenja u vremenu naziva se konstantnom ili stalnom električnom strujom. S obzirom na isti smjer, suprotan od smjera djelovanja električnog polja, ova struja naziva se i stalna jednosmjerna struja.
- *Intenzitet električne struje* definisan je odnosom količine elektriciteta  $Q$  koja protekne kroz bilo koji poprečni presjek provodnika i vremena  $t$  u kojem je ona protekla:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Usmjereno kretanje elektrona može biti i promjenljivo u vremenu, što ukazuje na različit intenzitet pojave, dok smjer kretanja elektrona može biti stalan ili promjenljiv u zavisnosti od karaktera pojave. Ako se radi o promjenljivim strujama, onda se uvodi pojam trenutne vrijednosti jačine struje:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

čime se pored *intenziteta* električne struje, definiše i smjer proticanja.



- Pozitivan smjer proticanja električne struje, usvojen je u smjeru suprotnom od smjera kretanja elektrona. Kako se elektroni kreću suprotno od smjera električnog polja to se pozitivan smjer struje poklapa sa smjerom djelovanja električnog polja.
- Vremenski promjenljive struje imaju veću i važniju praktičnu tehničku primjenu nego vremenski konstantne struje. Analiza vremenski konstantnih struja je jednostavnija, a metode ove analize koriste se i vremenski promjenljive struje.
- Na osnovu jednačine (3.1) definiše se jedinica intenziteta električne struje:

$$[I] = \left[ \frac{Q}{t} \right] = \left[ \frac{C}{s} \right] = [A]$$

*Jačina električne struje od jednog ampera je ona jačina električne struje, koja kada se održava u dva paralelna pravolinijska provodnika, beskonačne dužine i zanemarivog poprečnog presjeka, na rastojanju 1 m u vakuumu, prouzrokuje između njih silu od  $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$ .*

- Za mjerenje jačine električne struje upotrebljavaju se instrumenti koji se nazivaju ampermetri. U slučaju vrlo malih jačina stalne jednosmjerne struje koristi se posebna vrsta ampermetara, koji su vrlo osjetljivi i nazivaju se galvanometri. Postoji nekoliko vrsta ampermetara. Najvažniji i najviše korišteni su oni čiji princip rada se zasniva na međusobnom djelovanju provodnika sa strujom i magnetnog polja stalnih magneta.
- U električnim šemama ampermetar se označava kružićem u koji se upisuje slovo A.



Kako u nekom dijelu električnog kola izmjeriti jačinu električne struje?

Prvo električno kolo mora biti zatvoreni strujni krug. U dijelu gdje se želi izmjeriti jačina struje, na tom dijelu kolo treba prekinuti i na mjestu prekida vezati ampermetar tako da struja koja se mjeri prolazi kroz njega.

Ampermetar treba da bude tako konstruisan da svojim prisustvom u kolu što manje poremeti struju koja je bila u kolu prije njegovog priključivanja, što upućuje na zaključak da otpornost ampermetra bude što manja, skoro nikakva ( $R=0$ )

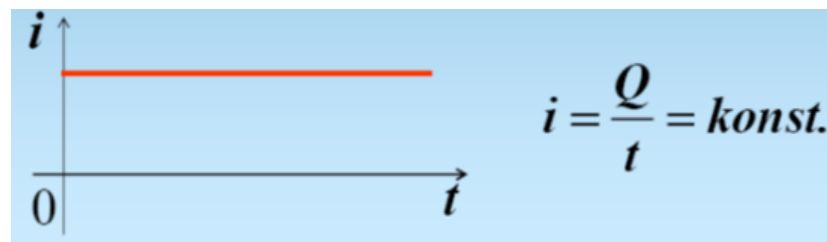
Iz tih razloga ampermetar se konstruktivno treba napraviti tako da predstavlja jedan (serijski) strujni namot jako debele žice.

# Gustina struje

U metalnim provodnicima, vektor gustine struje definisan je makroskopski viđenim pravcem kretanja elektrona provodnosti u posmatranoj tački i smjerom koji je suprotan kretanju elektrona provodnosti.

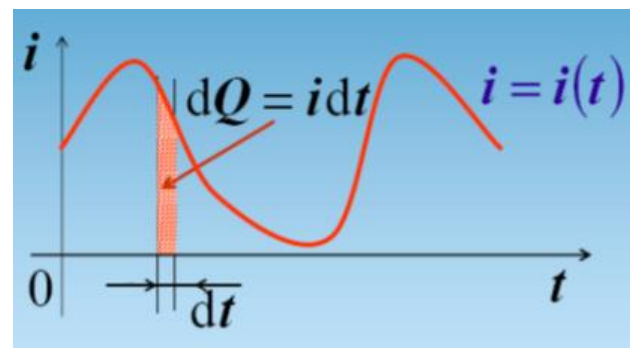
Intenzitet vektora gustine struje definisan je odnosom jačine struje i površine poprečnog presjeka provodnika:

$$J = \frac{I}{S} \quad (3.4)$$

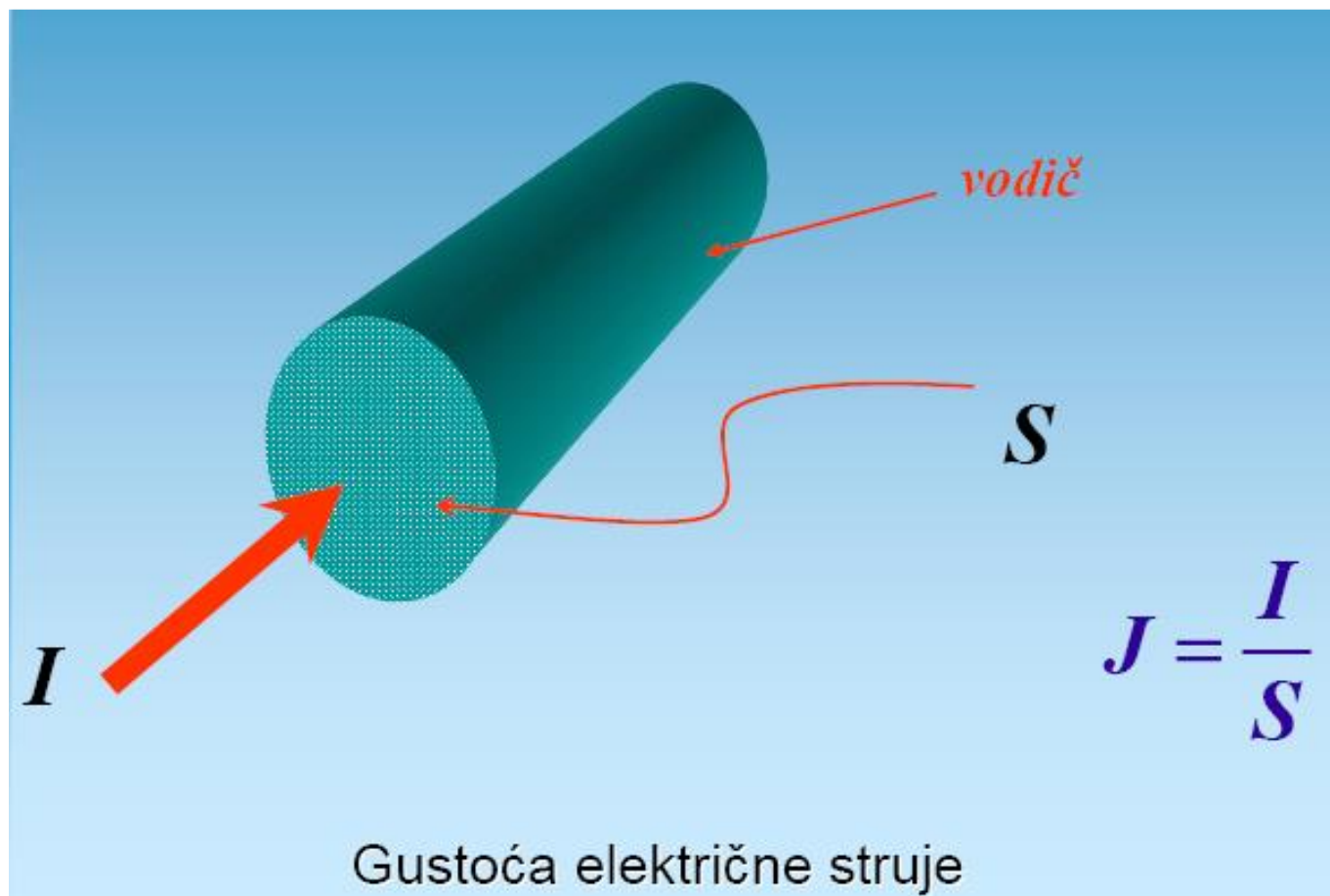


U općem slučaju, kada gustina struje nije homogena, intenzitet vektora gustine struje jednak je odnosu jačine struje  $di$  kroz element površine  $dS$ , koji je normalan na pravac struje i veličine tog elementa

$$J = \frac{di}{dS} \quad (3.5)$$



Ovdje je  $dS$  elementarna površina normalna na pravac kretanja pokretljivih naelektrisanja, a  $di$  jačina struje kroz ovu površinu.






Iz jednačine (3.5) moguće je odrediti jačinu struje kroz neku proizvoljno orijentisanu elementarnu površinu, kojoj je pridružen vektor  $d\vec{S}$ , ako je poznata gustina struje po presjeku površine:

$$di = \vec{J} \cdot d\vec{S} = J \cdot dS \cdot \cos \alpha \quad (3.6)$$

Ukupna jačina struje kroz proizvoljnu površinu  $S$  u strujnom polju određuje se tada kao *fluks vektora  $\vec{J}$  kroz tu površinu*:

$$i = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (3.7)$$

Površina  $S$  može biti površina proizvoljnog poprečnog presjeka nekog provodnika ili površina presjeka neke strujne tube u strujnom polju. Strujnu tubu definiše skup strujnica koje prolaze kroz neku zatvorenu konuru  $C$ , kako je predstavljeno na slici. Algebarski znak jačine struje u jednačini (3.7) zavisi od smjera vektora gustine struje i od proizvoljno odabranog smjera pozitivne normale na površinu.



Ako je projekcija vektora normale na pravac vektora pozitivna, jačina struje je pozitivna. U suprotnom slučaju je negativna. Jačina struje kroz neki poprečni presjek provodnika ima smisla samo ako je poznata pozitivna normala na poprečni presjek provodnika u odnosu na koju je jačina struje izračunata (3.7). Usvojeni smjer normale na površinu poprečnog presjeka provodnika, na taj način direktno određuje i referentni smjer struje u provodniku, koji se označava strelicom pored provodnika. Naravno, vrijedi i obrnuto, izabrani referentni smjer struje određuje izbor smjera normale na površinu poprečnog presjeka.

- Gustoća električne struje - jačina struje po jedinici površine presjeka vodiča:

$$J = \frac{I}{S}$$

- Mjerna jedinica za gustoću struje:

$$[J] = \frac{[I]}{[S]} = \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

- Ova jedinica nije praktična - često se koristi jedinica  $\text{A/mm}^2$


## *Prvi Kirchhoffov zakon*

- Neka se unutar prostora  $V$  nekog provodnika, ograničenog zatvorenom površinom  $S$ , nalazi određena količina slobodnih električnih naelektrisanja  $q$ . Promjena količine naelektrisanja može nastati samo ako naelektrisanja izlaze iz ovog prostora ili ulaze u njega kroz graničnu površinu  $S$ , obrazujući pri tome električnu struju. Ako se posmatra zatvorena površina  $S$ , koja može i samo da isjeca iz provodnika jedan njegov dio, tada će prema jednačini (3.7) ukupna struja koja protiče kroz ovu površinu biti jednaka algebarskoj sumi struja kroz sve dijelove ove površine, odnosno izlaznom fluksu vektora gustine struje kroz zatvorenu površinu. S obzirom da je, konvencijom, usvojeno da je pozitivna normala na zatvorenu površinu orijentisana iz površine prema vani, to je onda intenzitet struje kroz površinu  $S$  pozitivan ako iz nje izlaze pozitivna naelektrisanja, ili u nju ulaze negativna naelektrisanja:

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = - \frac{dq}{dt}$$

Znak minus dolazi zbog toga što pozitivnom izlaznom fluksu odgovara negativan priraštaj količine naelektrisanja u prostoru.

Ova jednačina predstavlja jednačinu kontinuiteta naelektrisanja u integralnom obliku, koja nije ništa drugo do matematički izražen zakon o konzervaciji naelektrisanja.



Kod polja kod kojih veličine nisu vremenske funkcije, tzv. stacionarnih polja, makroskopsko kretanje i raspodjela naelektrisanja u prostoru je vremenski nezavisna, tj.

$$\frac{dq}{dt} = 0$$

To znači da tačno onoliko pozitivnog ili negativnog naelektrisanja koliko uđe u zatvorenu površinu  $S$  za vrijeme  $dt$  mora iz nje i da izađe. Raspored električnih naelektrisanja u prostoru mora biti stacionaran, što znači da na mjesto pokretnih naelektrisanja koja napuste neki prostor ograničen zatvorenom površinom dolazi ista količina novih pokretnih naelektrisanja. Odatle slijedi da se ni ukupna količina naelektrisanja unutar prostora ograničenog zatvorenom površinom ne mijenja u vremenu. Ako to ne bi bilo, onda bi došlo do stalnog porasta količine pozitivnih i negativnih naelektrisanja u zatvorenoj površini  $S$ . U tom slučaju bi se raspodjela naelektrisanja mijenjala, što bi uticalo i na promjenu polja koje prouzrokuje struju, koja bi takođe bila vremenski promjenljiva.

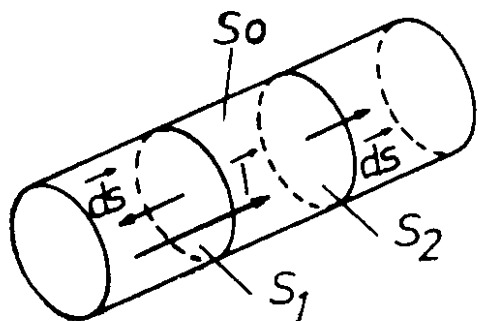
Na osnovu ovog, za stacionarna strujna polja važi:

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$$

Prema tome, *intenzitet stacionarne, vremenski konstantne struje kroz zatvorenu površinu  $S$  jednak je nuli.*

Jednačina predstavlja specijalni oblik jednačine kontinuiteta za stacionarno strujno polje i opšti oblik *prvog Kirchhoffovog zakona*.

Zatvorena površina  $S$  može biti proizvoljnog oblika, jer iznos ukupne struje ne zavisi od oblika površine.



Navedena tvrdnja se može dokazati i primjenom prvog Kirchhoffovog zakona u integralnom obliku za zatvorenu površinu  $S$  koju obrazuju presjeci  $S_0, S_1, S_2$  dobija se:

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_{S_0} \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$$

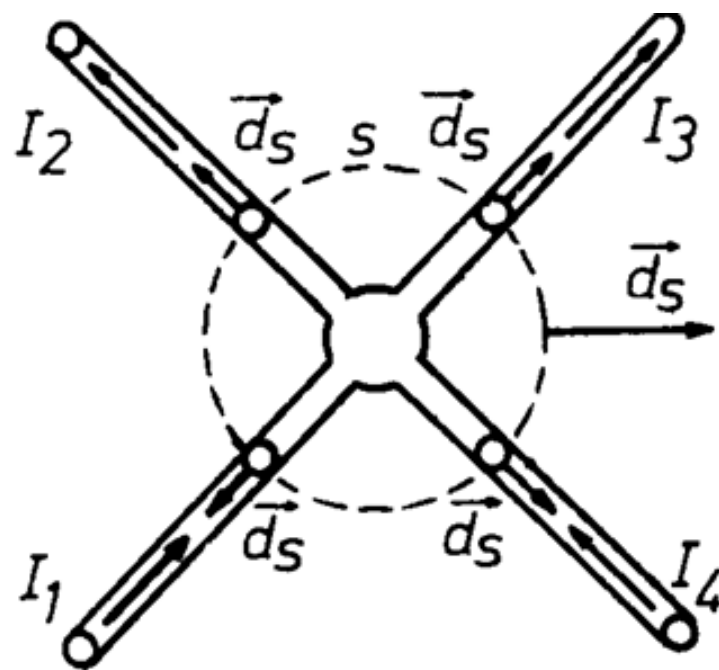
Fluksevi vektora gustine struje kroz sve tri površine računati su u odnosu na pozitivne smjerove normala na površinu. Ugao između vektora gustine struje i normale na omotač je  $\pi/2$ , dok su kod površina  $S_1$ , odnosno  $S_2$   $\pi$  i  $0$ . Na osnovu ovoga može se pisati:

$$\int_{S_1} J \cdot dS_1 \cos \pi + \int_{S_2} J \cdot dS_2 \cos 0 + \int_{S_0} J \cdot dS_0 \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

odnosno: 
$$\int_{S_1} J \cdot dS_1 = \int_{S_2} J \cdot dS_2$$

Lijeva i desna strana jednačine (3.13) predstavljaju intenzitet struje kroz presjeke  $S_1$  i  $S_2$ , što znači da je intenzitet struje kroz presjek  $S_1$  jednak intenzitetu struje kroz presjek  $S_2$ .

Prvi Kirhofov zakon koristi se kod proračuna raspodjele struja više provodnika spojenih u jednu tačku. Tačka u kojoj se spajaju, tri ili više provodnika naziva se *čvor*. U tom slučaju koristi se oblik zakona, gdje se umjesto fluksa vektora gustine struje kroz zatvorenu površinu, koriste jačine struja kroz tu površinu.



Primjenom prvog Kirchhoffovog zakona za zatvorenu površinu  $S$  koja obuhvata čvor prikazan na slici dobija se:

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$$



Vektor gustine struje postoji samo u tačkama unutar provodnika, na površinama presjeka zatvorene površine  $S$  i provodnika, dok je izvan provodnika jednak nuli. Fluks vektora gustine struje kroz zatvorenu površinu  $S$  svodi se na pojedine fluksove kroz površine presjeka provodnika  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  i  $S_4$  kojim zatvorena površina presjeka provodnike:

$$\int_{S_1} \vec{J}_1 \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{J}_2 \cdot d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{J}_3 \cdot d\vec{S}_0 + \int_{S_4} \vec{J}_4 \cdot d\vec{S} = 0$$

S obzirom na smjerove vektora gustine struje u provodnicima u odnosu na smjer pozitivno orijentisanih normala, odgovarajući površinski integrali predstavljaju intenzitete struja u provodnicima sa referentnim smjerovima od čvora, tj. u odnosu na spoljašnju normalu, te se jednačina (3.14) može pisati u obliku:

$$-I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

Ako bi se umjesto ovako izabranog referentnog smjera za neki od provodnika izabrao suprotan smjer za referentni, odgovarajući integral, odnosno intenzitet struje samo bi promijenio znak, te bi jednačina (3.15) izgledala:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

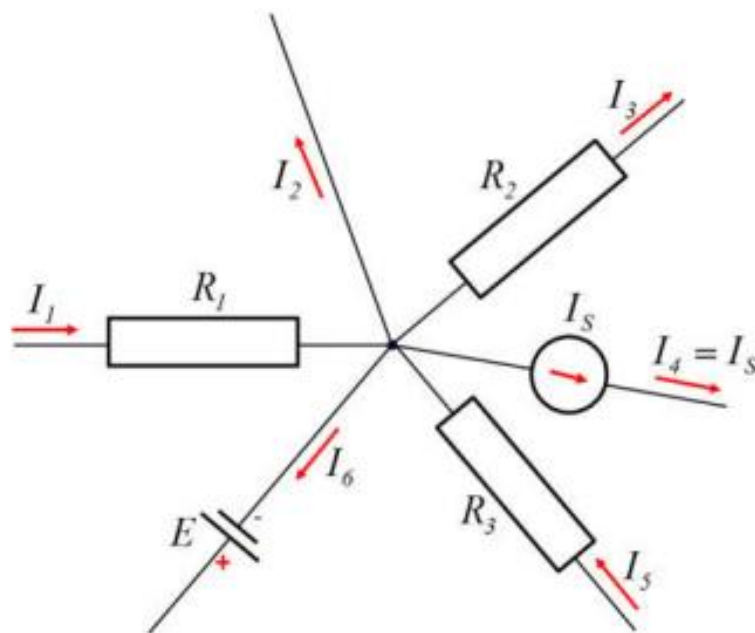
Za slučaj čvora u kome se spajaju  $n$  provodnika kroz koje protiče električna struja, algebarska suma svih struja jednaka je nuli:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

pri čemu su intenziteti struja uzimaju prema referentnom smjeru od čvora. Ako je za neku od struja referentni smjer usvojen ka čvoru, intenzitet te struje uzima se u jednačini (3.16) sa negativnim predznakom. Prema tome, prvi Kirchhoffov zakon glasi:

*algebarska suma struja u provodnicima koji se spajaju u jednom čvoru električnog kola jednaka je nuli.*

Pri ovome se struje čiji su referentni smjerovi *od čvora* uzimaju sa pozitivnim, a one čiji su referentni smjerovi *ka čvoru* sa negativnim predznakom.



Slika 2.3 – Složena mreža s jednim čvorom

I. KZ primijenjen na primjer prema gornjoj slici glasi:

$$I_1 + I_5 = I_2 + I_3 + I_4 + I_6 \quad (2-7)$$

odnosno u općem obliku:

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 + I_5 - I_6 = 0 \quad \text{ili} \quad -I_1 + I_2 + I_3 + I_4 - I_5 + I_6 = 0. \quad (2-8)$$

Ako se ulazne struje u čvor označe kao pozitivne, tada su sve izlazne struje s negativnim predznakom. Vrijedi i obratno.



■ HVALA NA PAŽNJI!!!