Esercizi
Algebra e Geometria
Corso di Laurea in Informatica
3 Marzo 2016

Esercizio 1. Risolvere il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \\ x - 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

Risolvere ora lo stesso sistema lineare interpretandolo come un sistema nelle incognite x, y, z, t.

Esercizio 2. Risolvere, al variare del parametro reale a, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} ax + y + 3z = 1 \\ (a+1)x + 4y + (a+3)z = 2 \\ (a-1)x + (1-a)y = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. Discutere il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z al variare del parametro reale k:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ k^2x + kz = 0 \\ 2x + ky - 4z = 0 \end{cases}$$

Determinare le soluzioni del sistema nei casi in cui sono infinite.

Esercizio 4. Risolvere, al variare del parametro reale b, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} x + by = 2 \\ (b+1)x + 2y + (b+2)z = -2 \\ x + by + (b+2)z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 5. Risolvere, al variare del parametro reale h, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} hx + z = 1 \\ x + z = 1 \\ 3x + (h+1)z = h+3 \\ 3x + y + z = 3 \end{cases}$$

Esercizio 6. Sia $\mathbb{R}_3[x] := \{p(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$. Consideriamo il suo sottoinsieme:

$$S = \{p(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 \in \mathbb{R}_3[x] \mid a = 0,\ cd = 0\}.$$

a) Stabilire se S è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_3[x]$.

b) Stabilire se esiste un sottospazio proprio T di $\mathbb{R}_3[x]$ contenente S.

c) È possibile descrivere T mediante una equazione lineare?

Esercizio 7. Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}_3[x]$ sono sottospazi vettoriali:

a) $A = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(1) = 0\}$;

b) $B = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(1) = 1\}$;

c) $C = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(1) = p(0)\}$;

d) $D = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(1) = p(0) + 1\}$;

e) $E = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(1) = 0,\ p'(1) = 0\}$;

f) $F = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(x) = p(-x)\}$;

g) $G = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid xp'(x) = p(x)\}$;

h) $H = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(0) \cdot p''(0) = 0\}$;

i) $I = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid x^2 - 1 \text{ divide } p(x)\}$;

l) $L = \{p(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(0) \geq 0\}$.