

# Birim İmpuls Cevabının Hesaplanması

Fark denklemi ile belirtilen ayrık zamanlı bir sistemin birim impuls cevabı, sistemin girişine  $x(n) = \delta(n)$  girişi verilerek elde edilen zorlanmış cevaptır. Birim impuls giriş işareti için  $n > 0$  olduğunda  $x(n) = 0$  olacağından, özel çözüm sıfır ( $y_o(n) = 0$ ) olacaktır. Böylece, birim impuls cevabı sadece  $y_d(n)$  doğal çözümü ve sıfır başlangıç koşulları kullanılarak bulunabilir.

**Örnek 2.9**

Aşağıda fark denklemi verilen sistem için birim impuls cevabını bulunuz.

$$y(n) + 0.5y(n-1) = x(n),$$

Ör:  $y(n) - 3y(n-1) - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$  birim impuls cevabı = ?

$$y_d(n) = c_1(-1)^n + c_2(4)^n$$

$$h(n) - 3h(n-1) - 4h(n-2) = \delta(n) + 2\delta(n-1)$$

$$n=0; \quad h(0) - 3\cancel{h(-1)} - 4\cancel{h(-2)} = \delta(0) + 2\delta(-1)$$

$$h(0) = 1 = c_1 + c_2$$

$$n=1; \quad h(1) - 3h(0) - 4\cancel{h(-1)} = \delta(1) + 2\delta(0)$$

$$h(1) - 3 = 2 \Rightarrow h(1) = 5 = -c_1 + 4c_2$$

$$\boxed{c_1 = -1/5} \quad \boxed{c_2 = 6/5}$$

$$h(n) = \left[ -1/5(-1)^n + 6/5(4)^n \right] u(n)$$

13/07/2018

2.  $n \geq 0$  için  $y(n) - 4y(n-1) + 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-2)$  fark denklemi ile ifade edilen sistemin birim darbe cevabı  $h(n)$ 'yi bulunuz.

$$\lambda^n - 4\lambda^{n-1} + 4\lambda^{n-2} = 0$$

$$\lambda^{n-2}(\lambda^2 - 4\lambda + 4) = 0 \quad 2p$$

$$\lambda_{1,2} = 2 \quad 2p$$

$$h(n) = C_1 2^n + C_2 n 2^n \quad 5p$$

$$h(0) - 4h(-1) + 4h(-2) = \delta(0) + 2\delta(-2) = 1$$

$$h(0) = 1 \quad 3p$$

$$h(0) = C_1 \quad 3p$$

$$C_1 = 1 \quad 1p$$

$$h(1) - 4h(0) + 4h(-1) = \delta(1) + 2\delta(-1) = 0$$

$$h(1) = 4 \quad 3p$$

$$h(1) = 2C_1 + 2C_2$$

$$2C_1 + 2C_2 = 4 \quad 3p$$

$$C_2 = 1 \quad 1p$$

$$h(n) = (2^n + n 2^n) u(n) \quad 2p$$

3. Fark denklemi ve başlangıç koşulları aşağıda verilmiş olan IIR sistemin  $n \geq 0$  için birim impuls cevabını bulunuz.

$$y(n) - 6y(n-1) + 9y(n-2) = x(n)$$

$$y(-1) = 2 \quad \text{ve} \quad y(-2) = 4$$

$$h(n) = (3)^n + n(3)^n$$

5. İkinci dereceden fark denklemiyle tanımlanmış aşağıdaki sistemin  $h(n)$  birim impuls cevabını belirleyiniz.

$$y(n) - 3y(n-1) - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

$$h(n) = \left[ -\frac{1}{5}(-1)^n + \frac{6}{5}(4)^n \right] u(n)$$

4. İkinci dereceden fark denklemiyle tanımlanmış aşağıdaki sistemin  $h(n)$  birim impuls cevabını belirleyiniz.

$$y(n) - 3y(n-1) - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

**Cevap**

Doğal çözüm ifadesini bir önceki örnekte aşağıdaki gibi bulmuştuk.

$$y(n) = C_1(-1)^n + C_2(4)^n$$

$x(n) = \delta(n)$  olduğunda özel çözüm sıfır olduğu için sistemin impuls cevabı  $n = 0$  ve  $n = 1$  için aşağıdaki gibi olur.

$$y(0) = 1$$

$$y(1) = 3y(0) + 2 = 5$$

Burada kullanılan başlangıç koşulları sistem durağan olduğundan  $y(-1) = 0$  ve  $y(-2) = 0$  dir. Diğer yandan doğal çözüm ifadesini de  $n = 0$  ve  $n = 1$  için değerlendirirsek sonuç aşağıdaki gibi olur.

$$y(0) = C_1 + C_2$$

$$y(1) = -C_1 + 4C_2$$

Buradan  $C_1 = -1/5$  ve  $C_2 = 6/5$  bulunur. Bulunan katsayıları tam çözüm denkleminde yerine koyduğumuzda aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$h(n) = \left[ -\frac{1}{5}(-1)^n + \frac{6}{5}(4)^n \right] u(n)$$

5. İlk koşulları sıfır olan ve aşağıdaki fark denklemini ile belirlenen DZD sistemin,  $x(n) = u(n)$  birim basamak işaretine olan cevabını bulunuz.

$$y(n) - 8y(n-1) + 16y(n-2) = 2x(n) - 5x(n-1) + 6x(n-2)$$

1. Birim darbe cevabı  $h(n) = u(n)$  olarak verilen sistemin  $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n-1)$  işaretine olan cevabı  $y(n)$ 'yi bulunuz.  $y(n) = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) u(n-1)$

2. Fark denklemi  $y(n) - 2y(n-1) + y(n-2) = x(n) + x(n-1)$  olarak verilen ikinci derece sistemin birim darbe cevabı  $h(n)$ 'yi bulunuz.  $h(n) = (1 + 2n)u(n)$