

Elektrik Devre Temelleri

Hafta 7

Yrd. Doç. Dr. Kürşat AYAN

5.3. Devreler teorisinin aksiyomları

5.3.1. Akım denklemleri

$A.I_e = \Theta$, A matrisi herhangi $n_d - 1$ düğüm için yazılan düğüm matrisidir.

$C.I_e = \Theta$, C matrisi herhangi bağımsız kesitleme için yazılan kesitleme matrisidir.

5.3.2. Gerilim denklemleri

$B.V_e = \Theta$, B matrisi bağımsız çevreler için yazılan çevre matrisidir.

5.3.3. Tellegen teoremi

$$\sum_{k=1}^{n_e} p_k(t) = \sum_{k=1}^{n_e} v_k(t) \cdot i_k(t) = V_e^T \cdot I_e = (C^T \cdot V_t)^T \cdot B^T \cdot I_l = \underbrace{V_t^T}_{\text{Dal gerilimleri}} \cdot \overbrace{C \cdot B^T}^{\Theta} \cdot \underbrace{I_l}_{\text{Kiris akımları}} = 0$$

Yani devredeki elemanlarda harcanan gücün toplamı $\sum_{k=1}^{n_e} p_k(t) = 0$ olduğu görülür. Bunun yanı sıra

$P_k(t) = \frac{dW_k(t)}{dt}$ tanım bağıntısından dolayı, bu devredeki elemanlara ilişkin enerjilerin toplamı da aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\sum_{k=1}^{n_e} \frac{d}{dt} W_k(t) = \frac{d}{dt} \left[\sum_{k=1}^{n_e} W_k(t) \right] = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{n_e} W_k(t) = K \text{ (sabit)}$$

5.3.4. Devre denklemleri

1. Tanım eşitlikleri: n_e
2. Bağımsız akım denklemleri: $n_d - 1$
3. Bağımsız gerilim denklemleri: $n_e - n_d + 1$

Toplam denklem sayısı: $2.n_e$

5.3.5. Devre denklemlerine giren elektriksel işaretler

1. Tüm eleman gerilimleri: n_e

2. Tüm eleman akımları: n_e

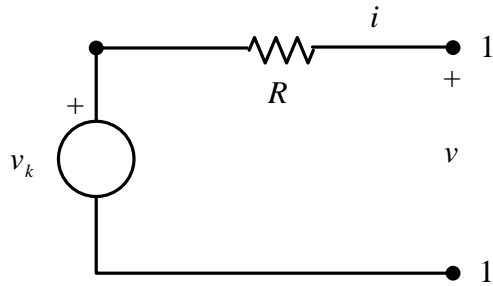
Toplam bilinmeyen sayısı: $2.n_e$

5.4. Devre Çözüm Yöntemleri

5.4.1. Dolaysız yöntemler

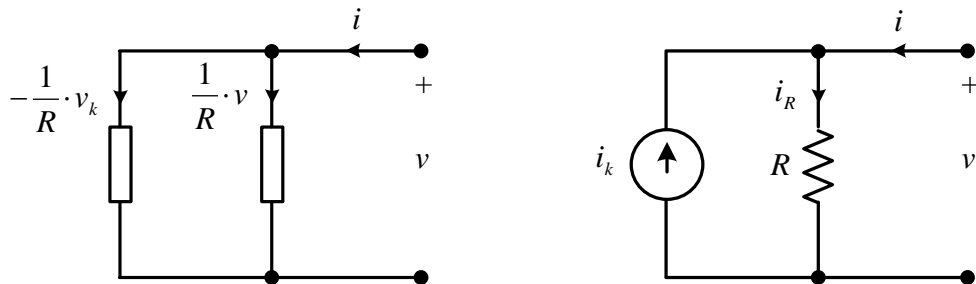
Eşdeğer n kapılı devreler: Aşağıdaki birinci N_1 n kapılına ilişkin akım ve gerilim bağıntıları, ikinci N_2 n kapılısının akım ve gerilim denklemlerini sağlıyorsa N_1 ve N_2 devreleri eşdeğerdirler.

Birinci N_1 n kapılı devresi:



$$\begin{aligned}v &= v_R + v_k \\v &= R \cdot i + v_k \\i &= \frac{v - v_k}{R} = \frac{1}{R} \cdot v - \frac{1}{R} \cdot v_k\end{aligned}$$

İkinci N_2 n kapılı devresi:



Yukarıdaki N_1 ve N_2 n kapılı devreleri eşdeğerdirler. Eşdeğerlilik yalnız ve yalnız kapılara ilişkin gerilim ve akımlar için tanımlanır.

5.4.2. Dolaylı yöntemler

a.) Çevre denklemleri: $n_e - n_d + 1$

b.) Düğüm denklemleri: $n_d - 1$

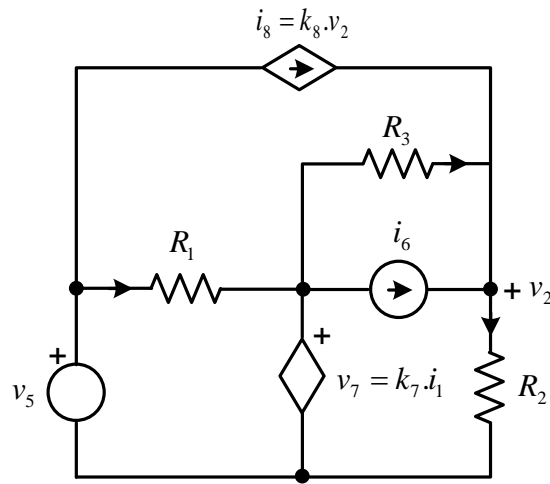
c.) Durum denklemleri: $n_C + n_L$

BÖLÜM 6. DEVRE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

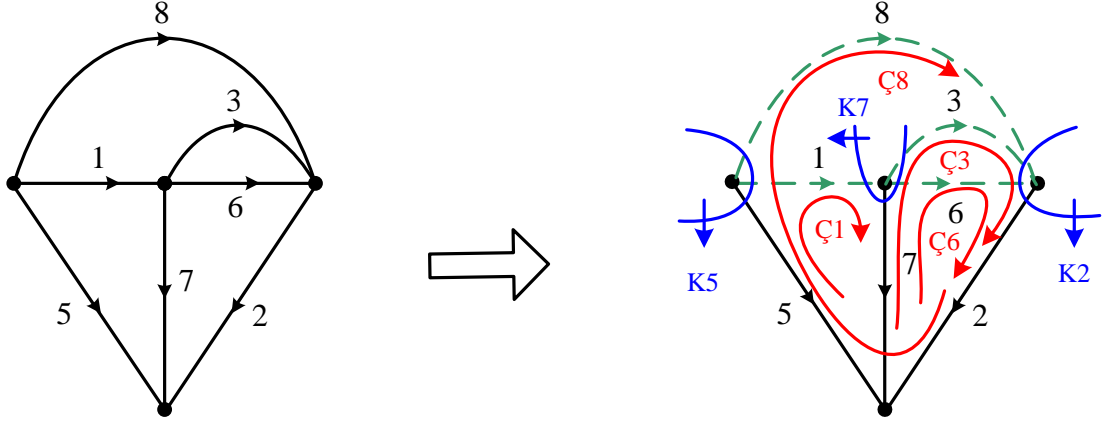
6.1. ÇEVRE DENKLEMLERİ

6.1.1. Temel çevrelere ilişkin çevre denklemleri

Örnek: Aşağıdaki devrenin çevre denklemlerini adım adım yazınız.



Birinci adım: Devrenin grafi çizilip uygun ağacı çıkarılır.



$$v_1 + v_7 - v_5 = 0$$

$$v_3 + v_2 - v_7 = 0$$

$$v_6 + v_2 - v_7 = 0$$

$$v_8 + v_2 - v_5 = 0$$

Üçüncü adım: Direnç elemanlarının tanım bağıntıları yazılır.

$$R_1 \cdot i_1 + v_7 - v_5 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_1 \cdot i_1 = v_5 - v_7$$

$$R_3 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_2 - v_7 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_3 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_2 = v_7$$

$$R_2 \cdot i_2 + v_6 - v_7 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_2 \cdot i_2 = -v_6 + v_7$$

$$R_2 \cdot i_2 - v_5 + v_8 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_2 \cdot i_2 = v_5 - v_8$$

Dördüncü adım: Temel kesitlemeler için yazılan akım denklemlerinden yararlanılarak dal olan direnç akımları giriş akımları cinsinden bulunur. Örneğin:

$$i_2 = i_6 + i_3 + i_8$$

Beşinci adım: Giriş akımları cinsinden bulunan dal akımları üçüncü adımda yerine konur.

$$R_1 \cdot i_1 = v_5 - v_7 \quad \Rightarrow \quad R_1 \cdot i_1 = v_5 - v_7$$

$$R_3 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_2 = v_7 \quad \Rightarrow \quad (R_3 + R_2) \cdot i_3 + R_2 \cdot i_6 + R_2 \cdot i_8 = v_7$$

$$R_2 \cdot i_2 = -v_6 + v_7 \quad \Rightarrow \quad R_2 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_6 + R_2 \cdot i_8 = -v_6 + v_7$$

$$R_2 \cdot i_2 = v_5 - v_8 \quad \Rightarrow \quad R_2 \cdot i_3 + R_2 \cdot i_6 + R_2 \cdot i_8 = v_5 - v_8$$

Altıncı adım: Ek denklemler yazılır.

1. v_5 biliniyor. Örneğin bu değer $v_5(t) = u(t)$ birim basamak fonksiyonu olabilir.
2. i_6 biliniyor. Örneğin bu değer $i_6(t) = \sin t$ fonksiyonu olabilir.
3. $v_7 = k_7 \cdot i_1$ bilinmiyor. Çünkü i_1 bilinmiyor.
4. $i_8 = k_8 \cdot v_2 = k_8 \cdot R_2 \cdot i_2 = k_8 \cdot R_2 \cdot (i_6 + i_3 + i_8)$ yazarak onu da buluruz.

Ayrıca i_2 akımını i_3 ve i_6 cinsinden de aşağıdaki gibi bulabiliriz.

$$\begin{aligned} i_2 &= i_6 + i_3 + i_8 = i_6 + i_3 + k_8 \cdot R_2 \cdot i_2 \\ (1 - k_8 \cdot R_2) \cdot i_2 &= i_6 + i_3 \\ i_2 &= \frac{1}{(1 - k_8 \cdot R_2)} \cdot (i_6 + i_3) \quad \text{ve} \quad i_8 = \frac{k_8}{(1 - k_8 \cdot R_2)} \cdot (R_2 \cdot i_6 + R_2 \cdot i_3) \end{aligned}$$

Burada v_6 , v_8 , i_1 ve i_3 değerleri bilinmiyor. Bununla beraber dört adet denkleminiz mevcuttur. Bu dört denklemden yukarıdaki dört adet bilinmeyen bulunabilir.