

İŞARETLER

Sayısal işaret işleme, işaretlerin sayısal bilgisayar ya da özel amaçlı donanımda bir sayılar dizisi olarak gösterilmesi ve bu işaret dizisi üzerinde çeşitli işlemler yaparak, istenen bir bilgi ya da büyüklüğün bu diziden çıkarılmasına dayanmaktadır. 1960 lı yıllarda sayısal bilgisayarlar ve diğer sayısal donanım analog donanıma göre çok yer tutuyordu ve pahalı idi. Bu yüzden sayısal işaret işlemenin kullanımı gerçek-zaman olmayan bilimsel çalışmalar ve endüstri uygulamaları ile sınırlı idi(örneğin petrol ya da diğer yeraltı kaynaklarının araştırılması). Ancak sayısal devrelerin gittikçe hızlanması, küçültülmesi ve ucuzlaması, sayısal işaret işleyicileri, birçok ticari ürün ve uygulamanın ayrılmaz parçası haline getirdi.

Sayısal işaret işleme tüm işaret işleme problemleri için tek geçerli çözüm değildir. Çok yüksek bant genişlikli işaretlerin, örneğin radyo frekansı(RF), işlenmesinde, analog ve optik işaret işleme yöntemleri kullanılmaktadır. Bu işaretlerin örneklenmesi ve sayısallaştırılması sorun olmaktadır. Ancak genel olarak, sayısal yöntemler ile işaret işleme mümkün ise, tercih edilmektedir. Bunda sayısal işaret işlemenin bazı avantajları rol oynamaktadır. Sayısal işlemciler, sayısal kelime uzunluğu gerekli doğruluğa uygun seçilerek istenen seviyede kesinlik sağlayabilirler. Analog devrelerin ise kullanılan devre elemanlarının çalışma toleranslarına bağlı olan bir kesinliği vardır. Sayısal işlemciler yazılım ya da donanım hatası ile devre dışı kalmadıkları sürece doğru ve kesin olarak çalışırlar. Analog devrelerde ise farklı ortam şartlarına(sıcaklık, basınç, nem vb.) bağlı olarak çalışma karakteristikleri değişebilir. Sayısal işlemcilerin elektriksel gürültüye duyarlılıkları yok denecek seviyede düşüktür. Sayısal işlemcilerde yazılım değişikliği ile donanıma el değmeden yapılan işlemlerde değişiklik ve güncelleme yapmak mümkündür. Sayısal bilginin saklanması maliyeti çok daha düşük ve güvenilirliği daha yüksektir. Sayısal işaretler güvenlik için şifrelenebilir, hatalara karşı hata sezici ve düzeltici bir kod ile kodlanabilir ve bilgi kaybolmamak şartı ile boyutunu küçültecek şekilde sıkıştırılabilirler. Bütün bunların sonucunda, sayısal işaret işleme güncel elektronik sistemlerde önemli bir rol oynamaktadır. Bunların arasında ses, görüntü, veri ve görüntü iletim ve saklama sistemleri, tıbbi görüntüleme ve teşhis sistemleri, radar, sonar ve uydu uzaktan görüntüleme sistemleri, sayısal kontrol sistemleri yer almaktadır.

İşaret: Fiziksel bir sistemin davranışına ya da durumuna ilişkin bilgi taşıyan ve bir ya da daha fazla bağımsız değişkene bağlı olarak değişen her türlü büyüklüğe işaret diyoruz.

Buna göre konuşma, radyo dalgaları ve elektrokardiyografi, işarete örnek olarak gösterilebildiği gibi, bir ülkedeki işsizlik oranı, bankaların faiz oranları ve uzay araçlarından yeryüzüne gönderilen görüntüler de işaret olarak kabul edilebilir.

İşaretin boyutu:

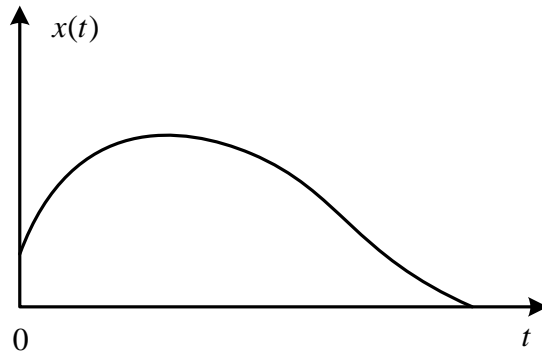
İşaret bir, iki veya N bağımsız değişkenin fonksiyonu olabilir. Örneğin konuşma işareti ya da bankaların faiz oranları bir bağımsız değişkenin yani zamanın fonksiyonudur. Bu tür işaretler bir boyutlu işaretler olarak adlandırılacaktır. Dağıtılmış parametrelili sistemlere ait işaretin değişkenlerinden biri zaman, diğerleri ise uzaysal boyutlardadır. Görüntü işaretinde ise her iki bağımsız değişken de uzaysal boyutludur. Biz burada, sadece zamana göre değişen bir boyutlu işaretleri inceleyeceğiz.

İşaretin türleri:

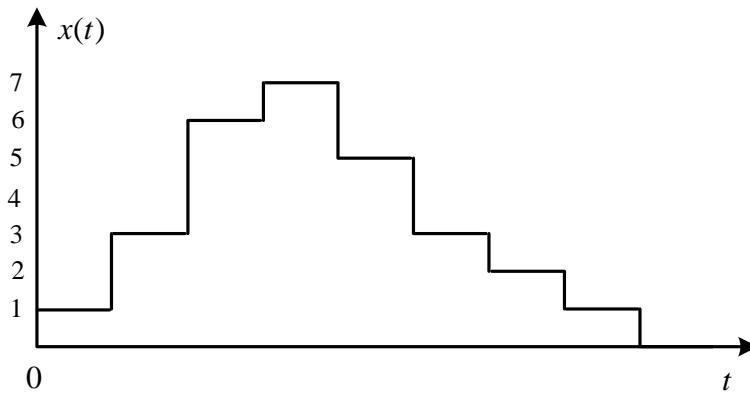
İşaretleri zamana göre değişimleri dikkate alınarak ikiye ayrabiliriz:

- (a) Sürekli zamanlı işaretler
- (b) Ayrık zamanlı işaretler

Şekil 1.1 ve şekil 1.2 de görülen işaretler sürekli zamanlı işaretlerdir. Örneğin konuşma ve ısı fonksiyonları sürekli zamanlı işaretlerdir.



Şekil 1.1 Genliği kuvantalanmamış sürekli zamanlı işaret. İşaretin genliği sürekli değerler alır. Buna analog işaret de denir.

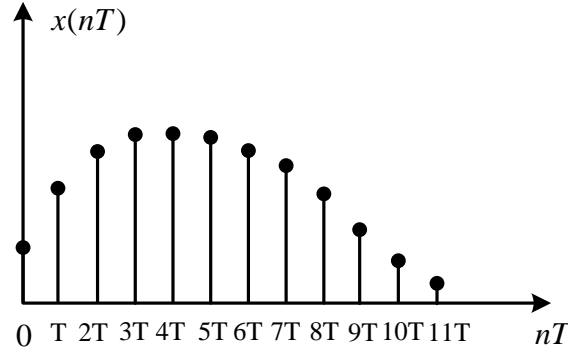


Şekil 1.2 Genliği kuvantalanmış sürekli zamanlı işaret. İşaretin genliği ayrık değerler alabilir.

Şekil 1.3 ve şekil 1.4 de görülen işaretler, zamanın sadece belirli anlarında tanımlanmış oldukları için ayrık zamanlı işaretlerdir. Günlük olarak her öğle zamanı İstanbul’da kayıtlı edilen hava sıcaklığı ayrık zamanlı bir işareti oluşturur. Ayrık zaman aralıkları milisaniye, dakika veya gün olabilir.

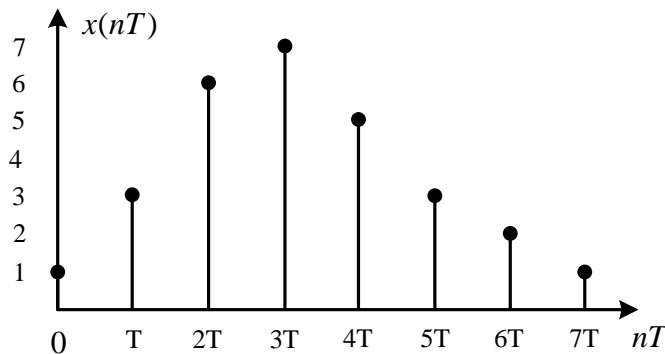
İşaretleri genliklerine göre de iki gruba ayırabiliriz

- (a) Sürekli genlikli işaretler
- (b) Ayrık genlikli işaretler

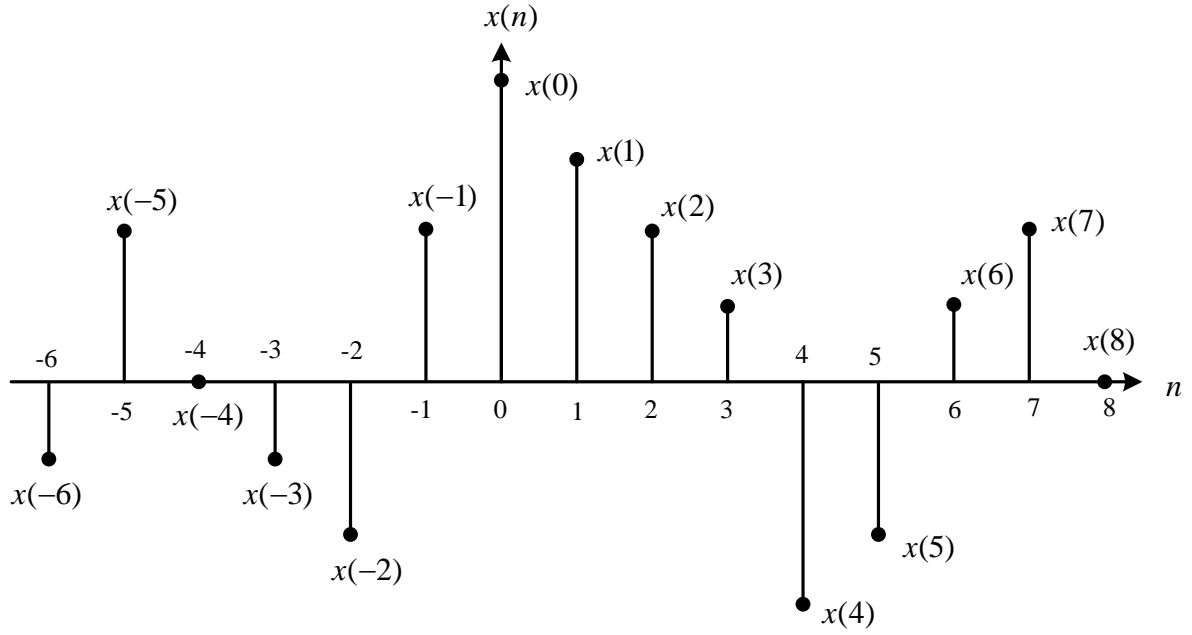


Şekil 1.3 Genliği kuvantalanmamış ayrık zamanlı işaret. Şekil 1.1 deki işaretin T anlarında örnekleme ile elde edilir.

Sürekli bir aralık içinde herhangi bir değeri alabilen işaret sürekli genliklidir. Isı fonksiyonları ve bir taşıtın hızı sürekli genliklidir. Bu işaretleri şekil 1.1 ve şekil 1.3 deki işaretler ile temsil etmek mümkündür. Ancak şekil 1.2 ve şekil 1.4 de görüldüğü gibi bazı işaretler sadece ayrık değerler alabilmektedir. Örneğin bankaların faiz oranları ayrık genlikli işaretlerdir. Gerçekten faiz oranları %5, %13.5 ve %10.25 gibi ayrık değerlerle ifade edilir.



Şekil 1.4 Genliği kuvantalanmış ayrık zamanlı işaret. Sayısal işaret bu türdendir.



Şekil 1.5 Sabit bir örnekleme aralığı ile elde edilen sayısal işaretlerin grafiksel gösterimi.

Analog işaretler

Hem zamana hem de genliğe göre sürekli olan işaretlerdir. Gerilim akım türünden işaretler analog işaretlerdir. Yani sürekli zamanlı bir işaret, sürekli bir aralık içinde herhangi bir değeri alabilir.

Sayısal işaretler

Ayrık zamanlı işaretin genliği sadece ayrık değerler alabiliyorsa, bu işarete sayısal işaret adı verilir. Telgraf ile gönderilmiş bir mesaj sayısal bir işarettir. Bu mesaj sadece alfabe karakterleri, sayılar, nokta ve virgül gibi simgelerden oluşan sınırlı bir kümeden elemanlarını almaktadır. Pratikte bu simgeler çizgiler ve noktalardan veya eşdeğer olarak 1'ler ve 0'lardan oluşmuştur. Sayısal işaretlerin diğer bir yaygın uygulama alanı sayısal bilgisayarlardır. Kullanılan bilgisayarın kelime uzunluğuna bağlı olarak işaretin değeri sınırlanır. Bit sayısı B olan bir bilgisayarda birbirinden farklı 2^B ayrık işaret gösterilebilir. 8 bitlik bir bilgisayarda 256 farklı sayısal işaret değeri gösterilebilir.

Ayrık zamanlı işareti, bir sayısal işarete dönüştürmek için, her ayrık andaki genliği bir kuvantalama seviyesine atamak gerekir. Bu atama sırasındaki yuvarlatmadan dolayı ortaya çıkacak hata kuvantalama hatası olarak adlandırılır.

Deterministik(belirlenimci) işaretler

Bu çeşit işaret genellikle zamanın bir fonksiyonu olarak tanımlanır. İşaretin her an aldığı değer kesin olarak bu fonksiyon tarafından belirtilmektedir. Böyle bir işaret deterministik işaret olarak adlandırılır. Sinüs fonksiyonu bu türden bir işarettir.

$$s(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (1.1)$$

Bu sinüs formunda olduğu gibi, deterministik bir işaretin herhangi bir anda alacağı değer önceden belirlidir. Ancak deterministik işaretler, belirlenen değerleri dışında başkaca bir bilgi taşımadıkları için, gerçek işaretlerin gösteriminde yetersiz kalabilirler. Bu nedenle gerçek işaretlerin gösteriminde genellikle rasgele işaretler kullanılır.

Rasgele işaretler

Bir işaretin herhangi bir anda aldığı kesin değer değil, alabileceği değerlerin olasılık dağılımı biliniyorsa, bu işaretlere rasgele işaretler denir. Bu çeşit bir işaret, $p_s(x, t)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu ile tanımlanır.

$$p_s(x, t) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\text{olasilik}\{x < s(t) < x + \Delta x\}}{\Delta x} \quad (1.2)$$

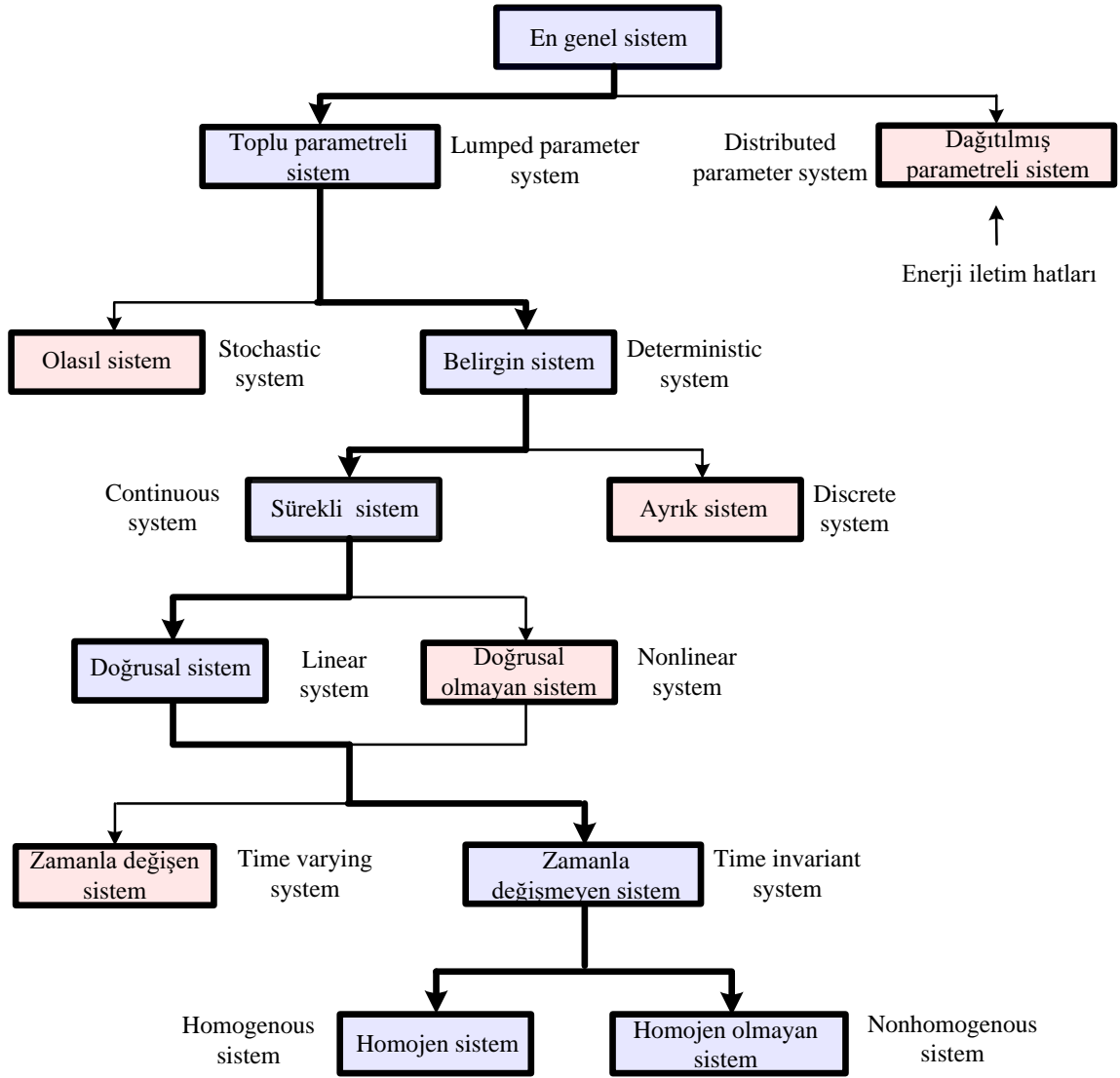
Rasgele işaretin istatistiksel özellikleri zamanla değişmiyorsa, olasılık yoğunluk fonksiyonu zamandan bağımsızdır. Yani,

$$p_s(x, t) = p_s(x) \quad (1.3)$$

olmaktadır. Bu derste de karşılaşacağımız işaretler genellikle deterministik işaretler olacaktır. Ancak yuvarlatma ve kuvantalama hatalarının hesabında rasgele işaretler kullanılacaktır.

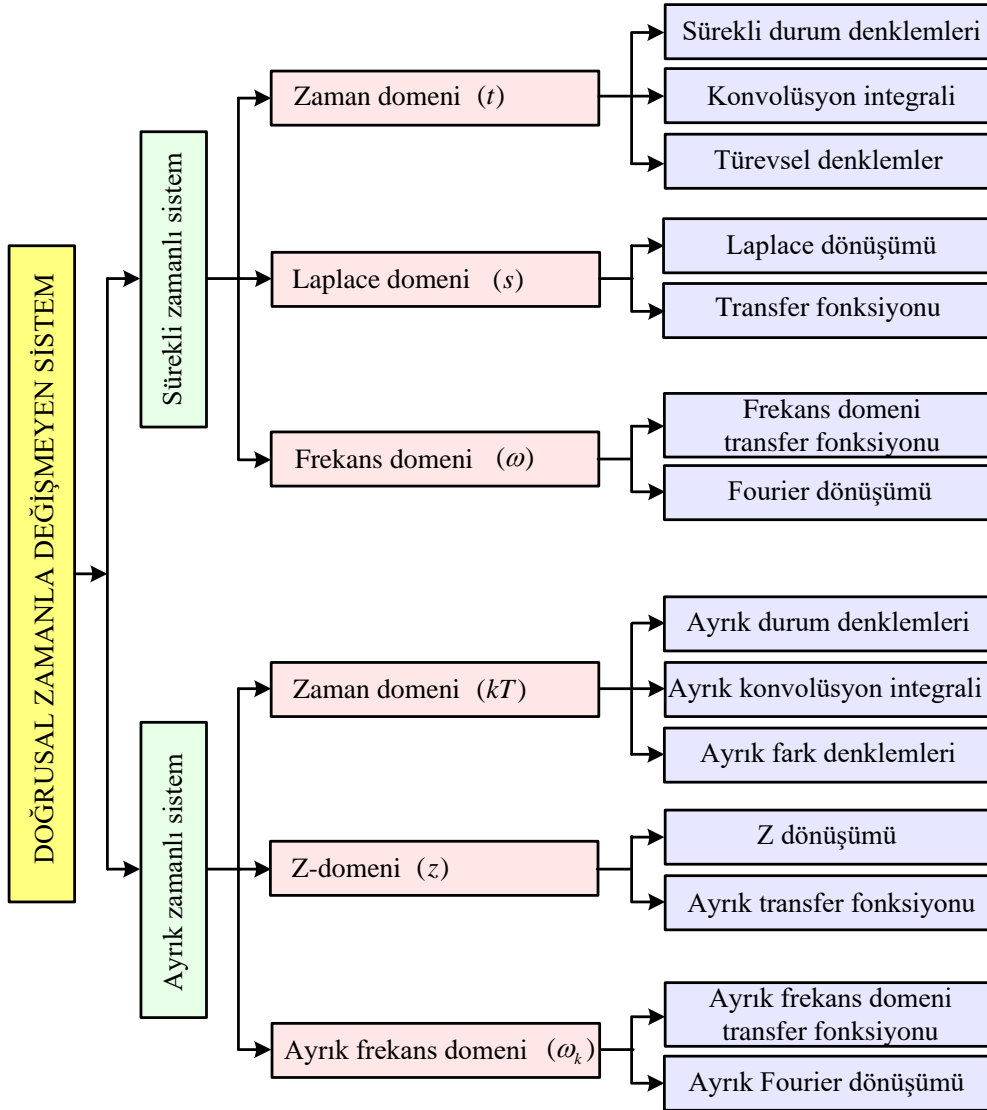
SİSTEMLER

Sistem, belli bir işlevi yerine getirmek için bir araya getirilmiş elemanlar topluluğu olarak tanımlanabilir. Elektrik, biyolojik, kimyasal, ekonomik sistem vb. sistemlerde genellikle bir hiyerarşi mevcuttur. Bir sistemin en önemli özelliği, belirli giriş ve çıkışların tanımlı olmasıdır. Bir sistemde giriş/çıkış ilişkisi tanımlanmak zorundadır. Sistemlerin sınıflandırılmasına ilişkin bir düzenleme aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Dinamik bir sistemi incelerken onu **toplu parametrelili, belirgin, doğrusal ve zamanla değişmeyen** bir sistem biçime sokmak isteriz. Bir sistemin matematiksel modelini sabit katsayılı türevsel (diferansiyel) denklem takımı ile ifade edebilirsek, bu model doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem modeli olur. 1960'lı yıllara kadar fiziksel sistemlerin matematiksel modeli **transfer fonksiyonlarıyla ifade edilip, sistemin kararlılığının incelenmesi, analizi ve sentezi transfer fonksiyonları** kullanılarak yapılmaktaydı. Ancak özellikle bilgisayarların yaygın olarak kullanılmasıyla 1960'lı yıllar sonrası durum uzayı modelleri geliştirilmiştir. Böylece herhangi bir fiziksel sisteme ilişkin dinamik durum değişkenleri seçilerek durum uzayı modeli oluşturulabilir. Durum uzayı gösteriminde hesaplamalar matrisel işlemlerle yapılacağından, işlemler bilgisayar destekli çözüme uygun olup, çok giriş ve çok çıkışa sahip olan sistemlerin çözümü kolaylaşmaktadır. Doğadaki fiziksel, kimyasal, biyolojik ve her türlü sistemin durum uzayı modelini oluşturabiliriz.

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sisteme ilişkin matematiksel model için kullanım amacına uygun olarak aşağıdaki şekilde verilen modelleme türlerinden biri kullanılabilir.



Ayrık zamanlı sistemler

Ayrık zamanlı sistem, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, $x(n)$ giriş işaretini(dizisini), bir çıkış işaretine(dizisine) dönüştüren bir dönüşüm kuralıdır. $x(n)$ ve $y(n)$, sonlu sayıda genlik değeri alabiliyorsa, bu sistem, ayrık zamanlı sayısal sistem olarak adlandırılır. Giriş ve çıkış ilişkisi sembolik olarak aşağıdaki şekildeki gibi gösterilir.

