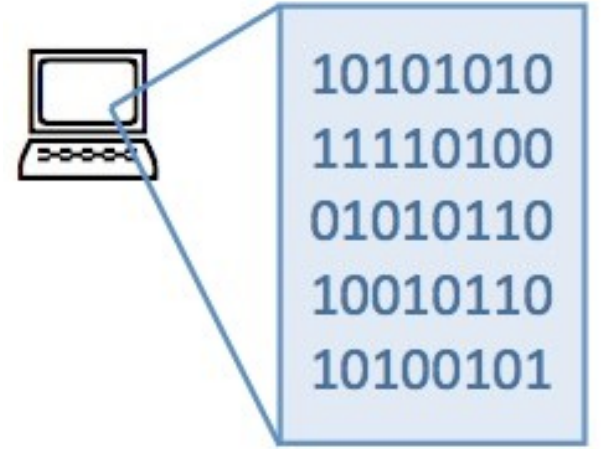


# Bilgisayar Mühendisliğine

## Giriş -5. hafta

### Sayı Sistemleri

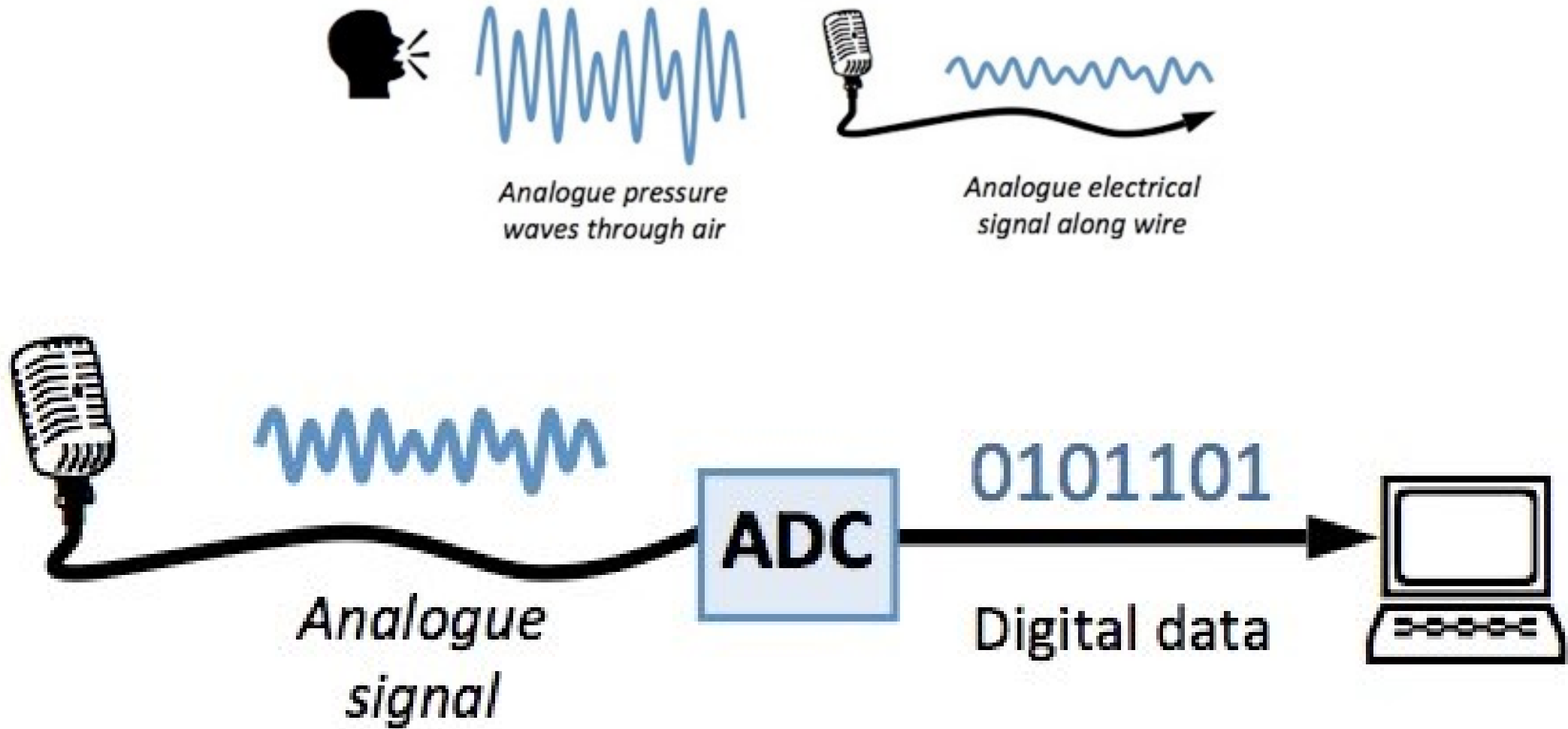
- Onluk, İkilik, Sekizlik ve Onaltılık sistemler
- Dönüşümler
- Tümleyen aritmetiği



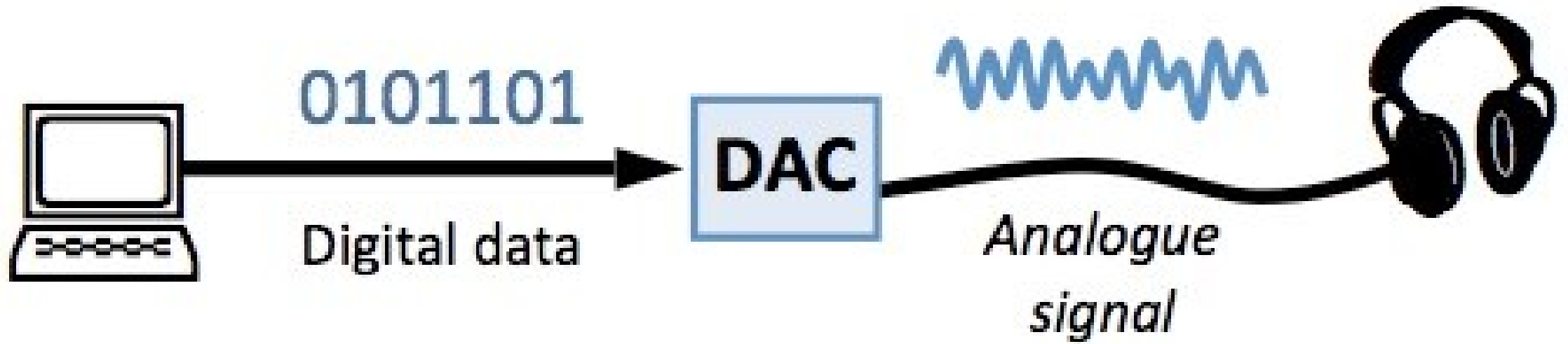
# Giriş

- Bilgisayar dış dünyadan verileri sayılar aracılığı ile kabul eder.
- Günümüz teknolojisinde bu işlem ikilik sayı sistemin ile gerçekleştirilir.
- İkilik sayı sistemindeki sayılarda 0 ve 1 olmak üzere iki farklı değerden oluştuğu için bilgisayar donanımında iki farklı gerilim seviyesi kullanılarak temsil edilir.
- İkilik sayı sisteminin yanında, sekizlik ve onaltılık gibi sayı sistemleri de programlamada kullanılmaktadır.

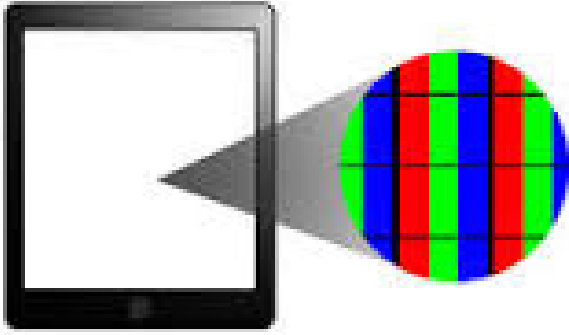
# Sayısal verilere örnekler



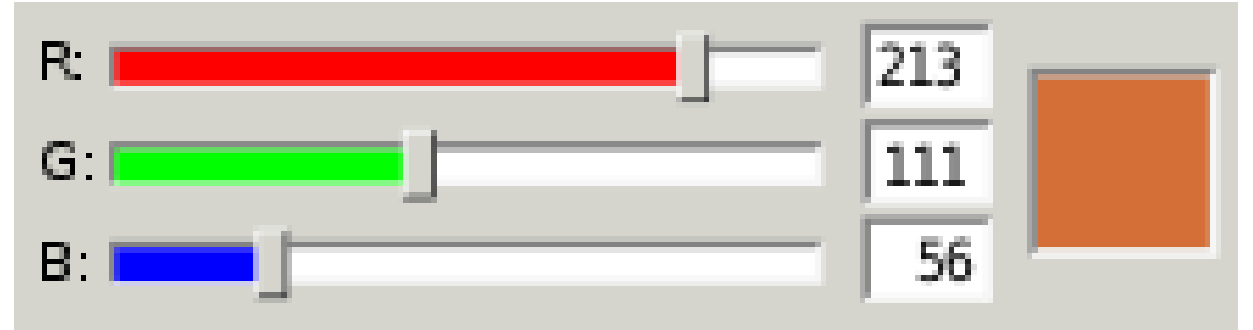
# Sayısal verilere örnekler



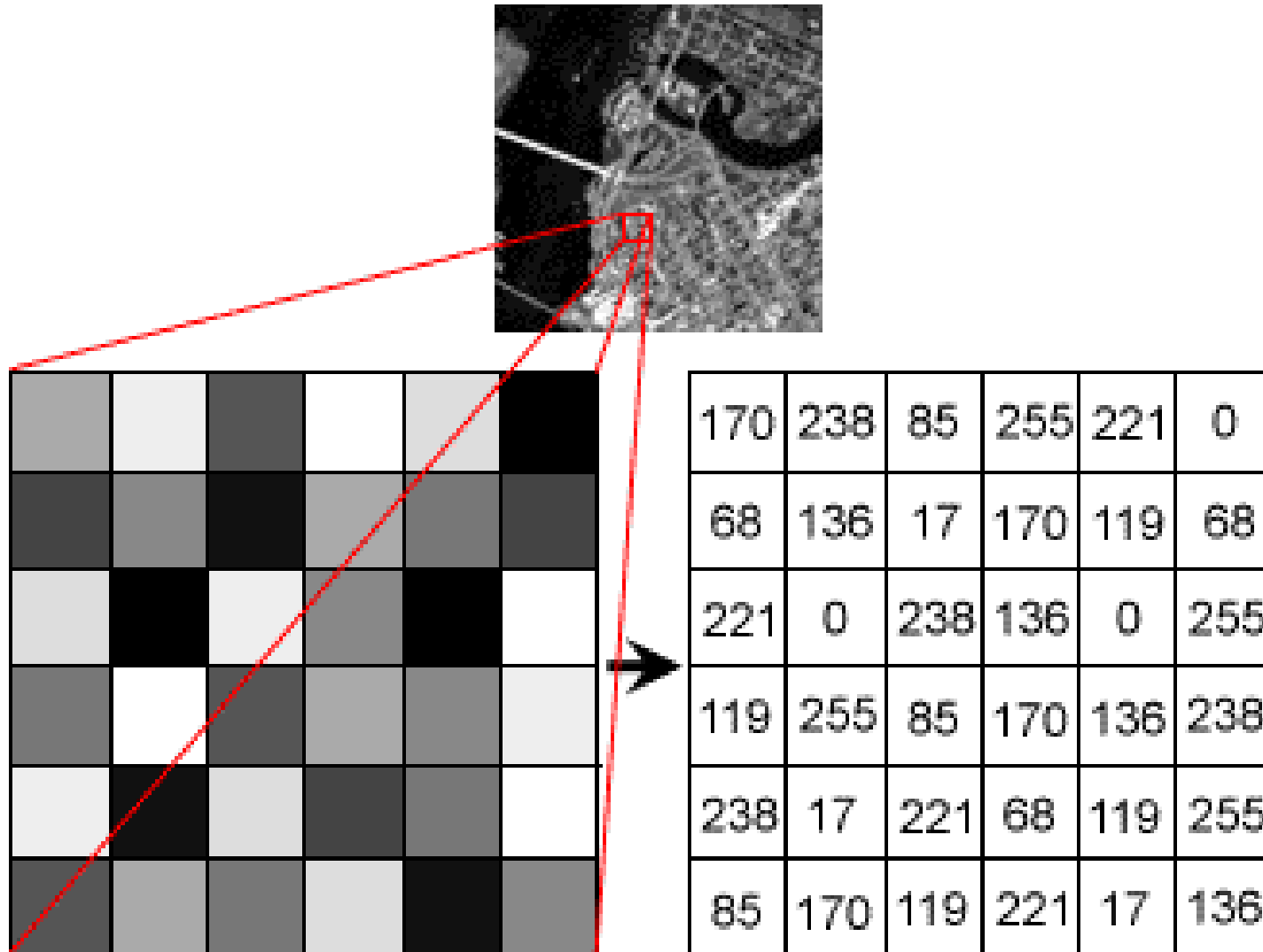
# Sayısal verilere örnekler



- Görüntüyü oluşturan pikseller kırmızı, yeşil ve mavi bileşenlerinden oluşur. Genelde her bir bileşen 8 bitlik çözünürlüğe sahiptir. Yani her bir bileşen 0-255 arası toplam 256 değer alır. Dolayısıyla bir pikseli saklamak için 24 bitlik alan gerekir.



# Sayısal verilere örnekler



# Sayı sistemleri

Genel olarak bir  $S$  sayı sisteminin ifadesi:

$$S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0$$

Burada rakamlar  $d$ , taban  $R$  ile gösterilir.

Virgüllü sayı:

$$S = d_n R^n + d_{n-1} R^{n-1} + \dots + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0, \quad d_1 R^{-1} + d_2 R^{-2} + d_3 R^{-3} + \dots$$

# Sayı sistemleri

Sık kullanılan bazı sayı sistemleri:





# Onluk (Decimal) sistem

Genel ifade:      digit: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

$$\begin{aligned} \textit{Decimal} = & d_n 10^n + \dots + d_3 10^3 + d_2 10^2 + d_1 10^1 + d_0 10^0, \\ & d_{-1} 10^{-1} + d_{-2} 10^{-2} + d_{-3} 10^{-3} + \dots \end{aligned}$$

# Onluk (Decimal) sistem

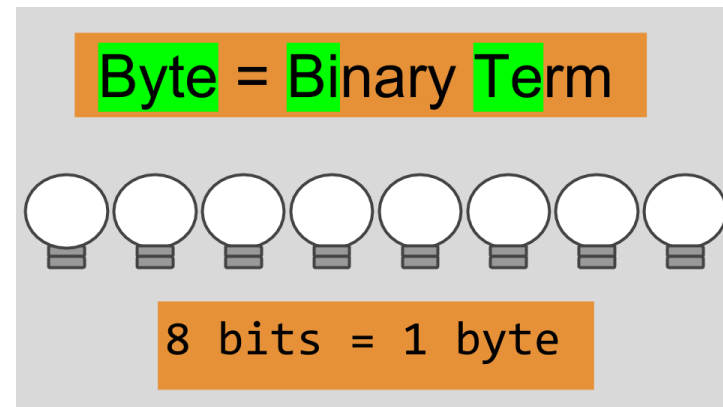
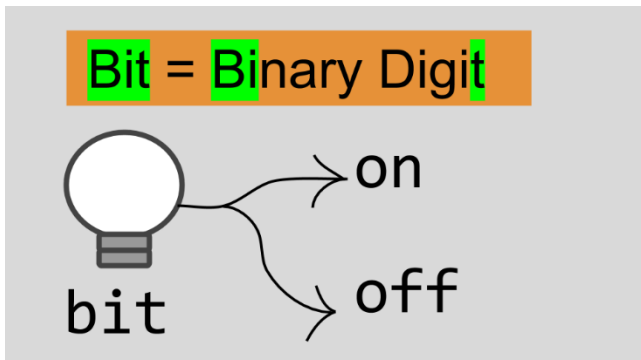
Örnek: 2017,2018

$$\begin{aligned} 2017,2018 = & 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 7 \times 10^0 \\ & + 2 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} + 8 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

Genel ifade:

$$\text{Binary} = d_n 2^n + \dots + d_3 2^3 + d_2 2^2 + d_1 2^1 + d_0 2^0, \\ d_{-1} 2^{-1} + d_{-2} 2^{-2} + d_{-2} 2^{-3} + \dots$$



10 tabanı	2 tabanı
0	00000000
1	00000001
2	00000010
3	00000011
...	...
65	01000001
66	01000010
67	01000011
...	...
254	11111110
255	11111111

# İkili (Binary) sayı sistemi

10111010

MSB

En önemli bit  
(Most Significant  
Bit)

LSB

En önemsiz bit  
(Least Significant  
Bit)

# İkili (Binary) sayı sistemi

**Binary → Decimal**

İkili sistemden onluk sisteme dönüşüm

Örnek:

$$\begin{aligned}(1101)_2 &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 8 + 4 + 0 + 1 \\ &= 13\end{aligned}$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

## Binary → Decimal

İkilik sistemden onluk sisteme dönüşüm

Örnek:  $(10110101)_2 = ?$

$$(10110101)_2$$

$$= 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 128 + 32 + 16 + 4 + 1$$

$$= 181$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

**Binary → Decimal**

İkilik sistemden onluk sisteme dönüşüm

**Örnek: 8 bit ile ifade edilebilecek en büyük sayı nedir?**



# İkili (Binary) sayı sistemi

Binary → Decimal

İkili sistemden onluk sisteme dönüşüm

**Örnek: 8 bit ile ifade edilebilecek en büyük sayı nedir?**

$$(11111111)_2$$

$$= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$$

$$= 255$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

**Binary → Decimal**

İkilik sistemden onluk sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(101.101)_2 = (?)_{10}$$

$$\begin{aligned}(101.101)_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 4 + 1 + 1/2 + 1/8 \\ &= 5.75\end{aligned}$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

## Decimal → Binary

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(155)_{10} = (?)_2$$

<u>İşlem</u>	<u>Bölüm</u>	<u>Kalan</u>
155 / 2	77	1
77 / 2	38	1
38 / 2	19	0
19 / 2	9	1
9 / 2	4	1
4 / 2	2	0
2 / 2	1	0
1	→	1

LSB

$(10011011)_2$

MSB

# İkili (Binary) sayı sistemi

## Decimal → Binary

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(7.625)_{10} = (?)_2$$

İşlem	Bölüm	Kalan
7 / 2	3	1
3 / 2	1	1
1	→	1



İşlem	Çarpım	Tam kısım
$0.625 \times 2 = 1.25$	1	
$0.25 \times 2 = 0.50$	0	
$0.50 \times 2 = 1.0$	1	



MSB

LSB

$$(111.101)_2$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

## Decimal → Binary

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(0.85)_{10} = (?)_2$$

İşlem

Çarpım

Tam kısım

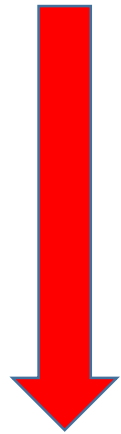
$$0.85 \times 2 = 1.70 \quad 1$$

$$0.70 \times 2 = 1.40 \quad 1$$

$$0.40 \times 2 = 0.80 \quad 0$$

$$0.80 \times 2 = 1.60 \quad 1$$

$$0.60 \times 2 = 1.20 \quad 1$$



$$(0.85)_{10} = (11011)_2$$

İşlemler devam ettirilebilir.

# İkili (Binary) sayı sistemi

Toplama:

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 11 \\ \hline 1000 \end{array}$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

Çıkarma:

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 11 \\ \hline 010 \end{array}$$

# İkili (Binary) sayı sistemi

Çarpma

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 11 \\ \hline 101 \\ +101 \\ \hline 1111 \end{array}$$



# İkili (Binary) sayı sistemi

Bölme

$$\begin{array}{r} 1010 \\ - 11 \\ \hline 0100 \\ - 11 \\ \hline 001 \end{array}$$

1010	11
- 11	
<hr/>	<hr/>
0100	11
- 11	
<hr/>	
001	

# Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

$$D = d_n 8^n + \dots + d_3 8^3 + d_2 8^2 + d_1 8^1 + d_0 8^0, \\ d_{-1} 8^{-1} + d_{-2} 8^{-2} + d_{-2} 8^{-3} + \dots$$

- Sekizli sayı sistemi, ikili sayıları gösterimini basitleştirmek için kullanılır.
- Geçmiş yıllarda, 12-bit, 24-bit veya 36-bit gibi 3 ile bölünebilen kelime uzunluğuna sahip bilgisayarlarda kullanılmıştır.
- Günümüzde, 16 bit, 32 bit veya 64 bit gibi kelime uzunluğu sekize bölünen bilgisayarlarda yerini onaltılık sayı sistemine bırakmıştır.

# Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

**Octal** → **Decimal**

Sekizlik sistemden onluk sisteme dönüşüm

- $(37246)_8 = (16038)_{10}$

3	7	2	4	6
---	---	---	---	---

Octal Number

	$8^4$	$8^3$	$8^2$	$8^1$	$8^0$		decimal
						$6 \times 8^0 =$	6
						$4 \times 8^1 =$	32
						$2 \times 8^2 =$	128
						$7 \times 8^3 =$	3584
						$3 \times 8^4 =$	12288
							<hr/>
							16038

# Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

**Decimal** → **Octal**

Onluk sistemden sekizlik sisteme dönüşüm

- $(37)_{10} = (45)_8$

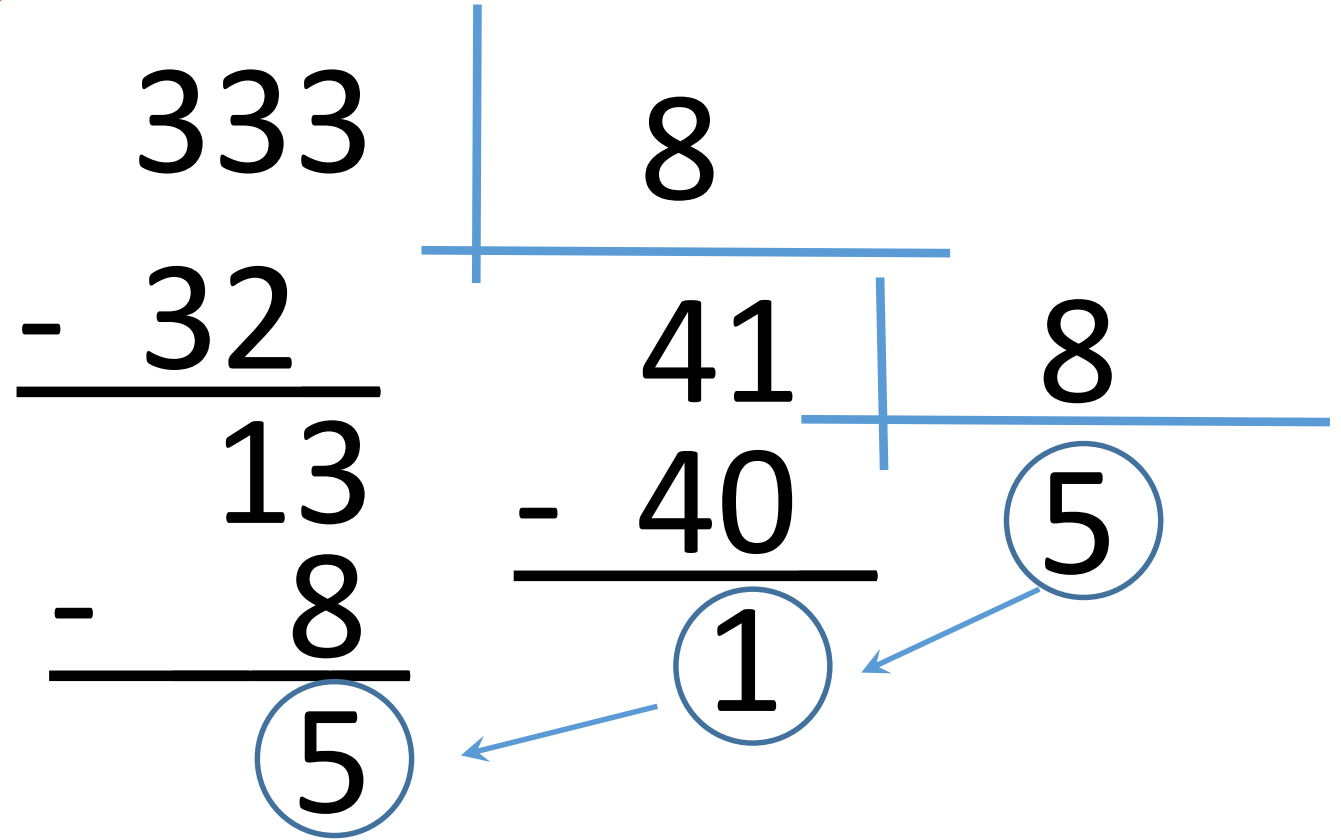
37	8
- 32	4
—	
5	

# Sekizli (Octal) Sayı Sistemi

**Decimal** → **Octal**

Onluk sistemden sekizlik sisteme dönüşüm

•  $(333)_{10} = (515)_8$



# Onaltılık – Hexadecimal Sayı Sistemi

$$H = d_n 16^n + \dots + d_3 16^3 + d_2 16^2 + d_1 16^1 + d_0 16^0, \\ d_{-1} 16^{-1} + d_{-2} 16^{-2} + d_{-2} 16^{-3} + \dots$$

- Sekizli sayı sistemi gibi ikili sayıları gösterimini basitleştirmek için kullanılır.
- Günümüz bilgisayar sistemlerinde yaygın olarak kullanılır.
- Örnekler:
  - Görüntü renk kodları
  - Adres kodları
  - Makine kodları vb..

# Onaltılık – Hexadecimal Sayı Sistemi

- Onaltılık sistemde rakamlar:
  - 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D

Decimal	0	1	...	9	10	11	12	13	14	15
Hexadecimal	0	1	...	9	A	B	C	D	E	F


# Onaltılık – Hexadecimal Sayı Sistemi

Decimal → Hexadecimal

Onluk sistemden onaltılık sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(333)_{10} = (?)_{16}$$

İşlem	Bölüm	Kalan	
$333 / 16$	20	$D$	
$20 / 16$	1	4	
1	→	1	
			<b>LSB</b>
			$(14D)_{16}$
			<b>MSB</b>



# Onaltılık – Hexadecimal Sayı Sistemi

Hexadecimal→Decimal

Onaltılık sistemden onluk sisteme dönüşüm

Örnek:

$$(14D)_{16} = (?)_{10}$$

$$\begin{aligned}(14D)_{16} &= 1 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + 13 \times 16^0 \\ &= 256 + 64 + 13 \\ &= 333\end{aligned}$$

# Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek:  $(11101)_2 = (?)_8$

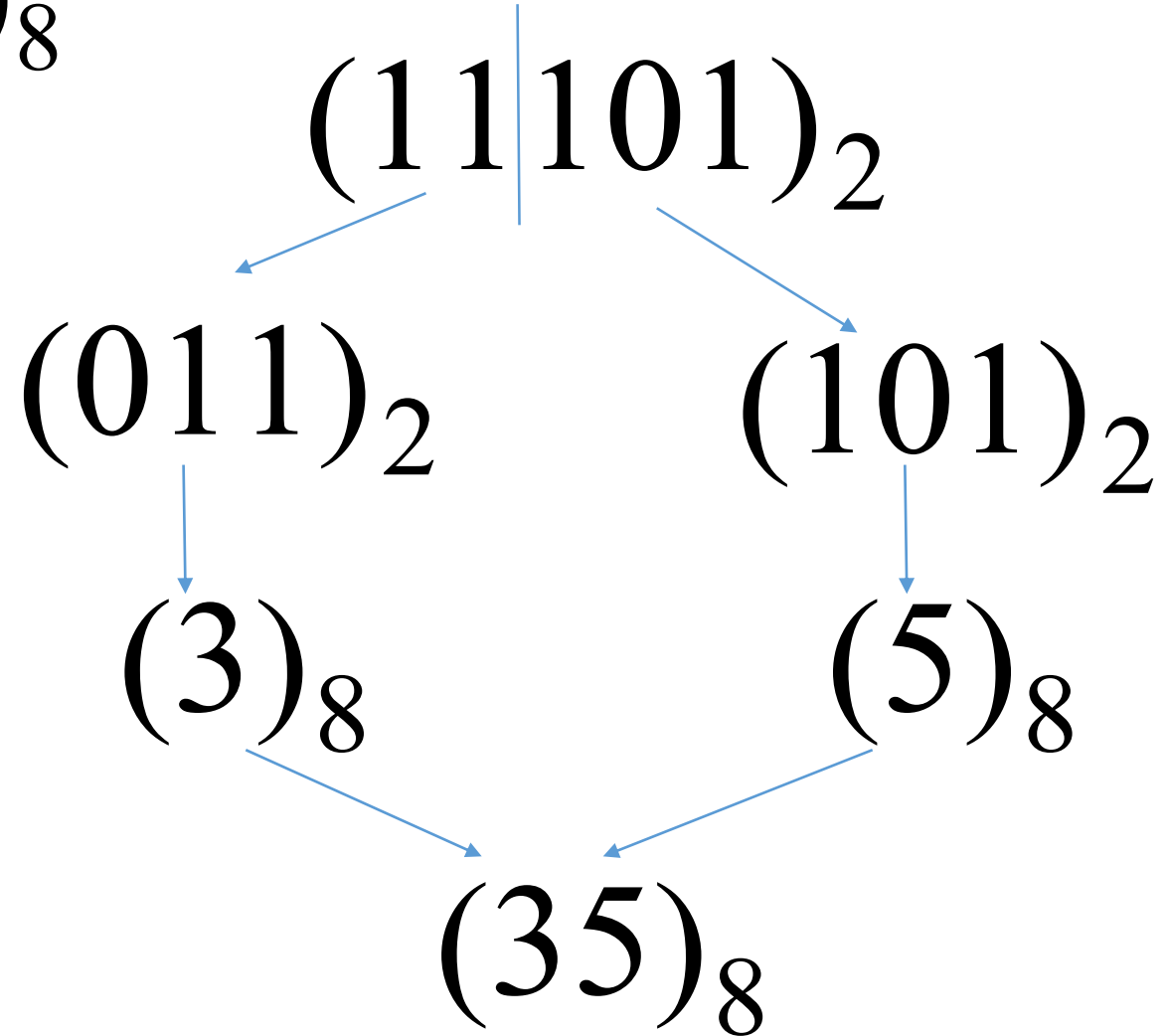
$$(11101)_2 = (29)_{10}$$

$$(29)_{10} = (35)_8$$

# Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek:


$$(11101)_2 = (?)_8$$



# Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek:  $(2574)_8 = (?)_2$

$(2574)_8$



$(010 \ 101 \ 111 \ 100)_2$



$(010101111100)_2$

# Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek:  $(10111011111101)_2 = (?)_{16}$

$(0010 \quad 1110 \quad 1111 \quad 1101)_2$



$(2)_{16}$



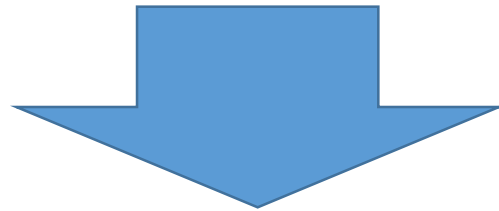
$(E)_{16}$



$(F)_{16}$



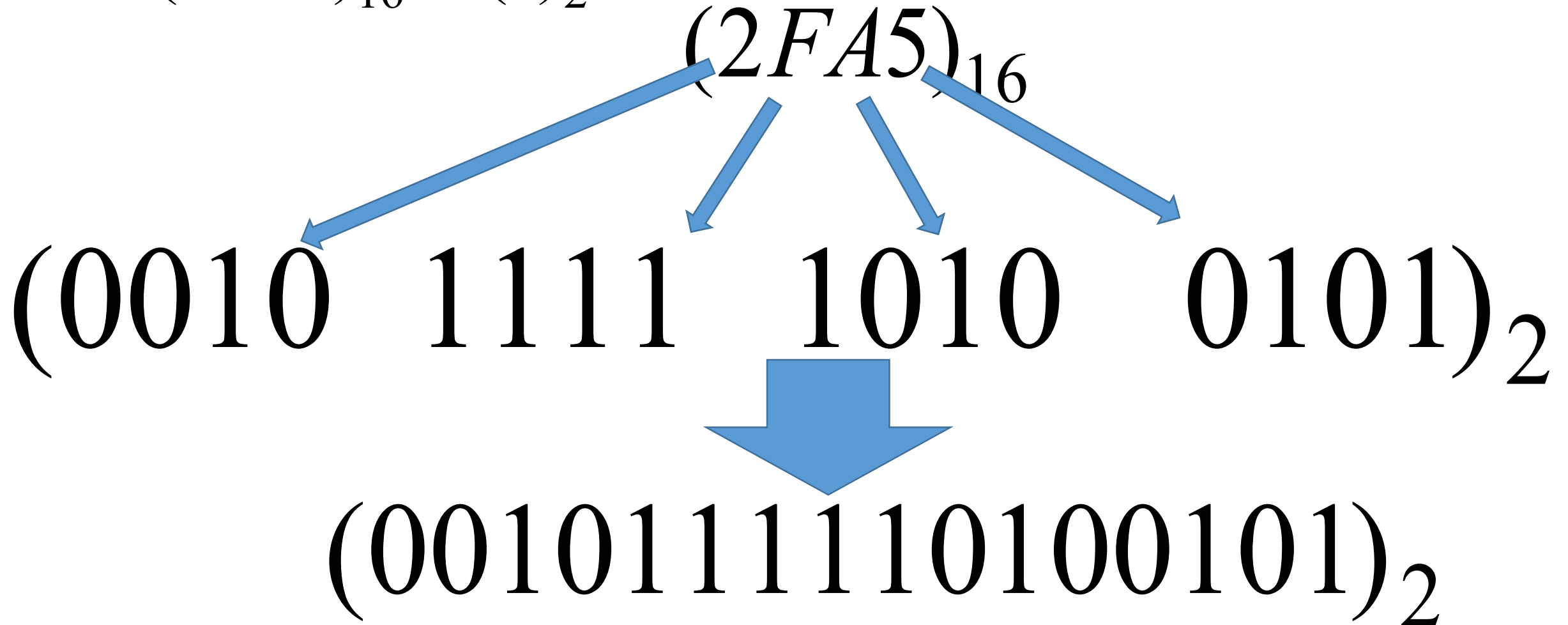
$(D)_{16}$



$(2EFD)_{16}$

# Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek:  $(2FA5)_{16} = (?)_2$

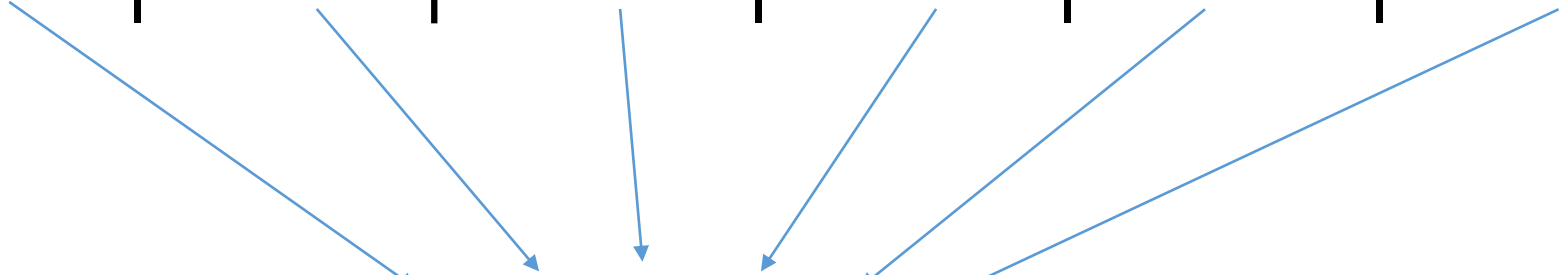


# Sistemler arası dönüşüm örnekleri

Örnek:  $(F51A)_{16} = (?)_8$

$$(F51A)_{16} = (1111010100011010)_2$$

$$(001 | 111 | 010 | 100 | 011 | 010)_2$$


$$(172432)_8$$

# Tümleyen aritmetiği

- Bilgisayarlarda çıkarma işlemini gerçekleştirmek için tümleyen aritmetiği kullanılır. M iki tabanında bir sayı, N bu sayının basamak adedi olmak üzere M sayısının 1 ve 2 tümleyeni aşağıdaki gibi belirlenir:

- 1 tümleyen aritmetiği

$$r = 2^N - (M)_2 - 1$$

- 2 tümleyen aritmetiği

$$r = 2^N - (M)_2$$



# Tümleyen aritmetiği

- **Örnek:** 1010

- $N=4$

- 1 tümleyeni:

- $10000-1010-1=$

- $1111-1010= 0101$

(bitlerin terslenmiş hali)

# Tümleyen aritmetiği

- Örnek: 1010

- $N=4$

- 2 tümleyeni:

- 

$$10000 - 1010 = 0110$$

- $(1 \text{ tümleyeni} + 1)$

# 1 tümleyeni

Sayı      1 tümleyeni

0 → 1

1 → 0

1111 → 0000

1010 → 0101

10100011 → 01011100

$$r = 10 - 0 - 1 = 1$$

Sayıyı her bir  
bitini tersleyerek  
1 tümleyeni  
belirlenir

$$r = 100000000 - 101000111 - 1 = 101011100$$

# 2 tümleyeni

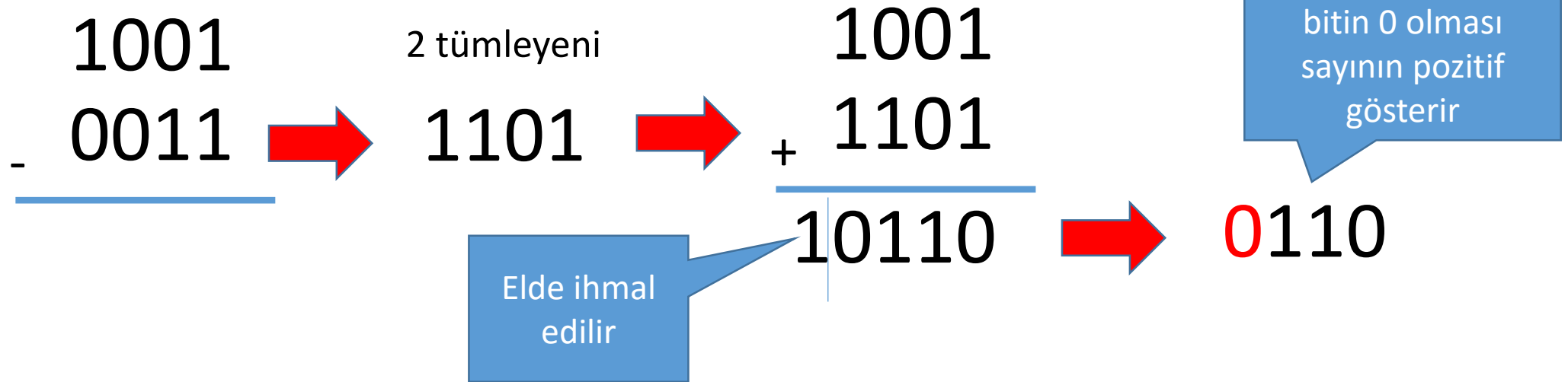
Pratikte 2 tümleyenini hesaplamak için 1 tümleyeni hesaplanır ve sonuca 1 eklenir.

<u>Sayı</u>	<u>1 tümleyeni</u>	<u>2 tümleyeni</u>
1111	→ 0000	→ 0001
1010	→ 0101	→ 0110
1011	→ 0100	→ 0101

# 2 tümleyeni ile çıkarma işlemi

- $M-N$  işlemini gerçekleştirmek için
- $N$  sayısının negatifi ile  $M$  sayısı toplanır.
- $M-N=M+(-N)$

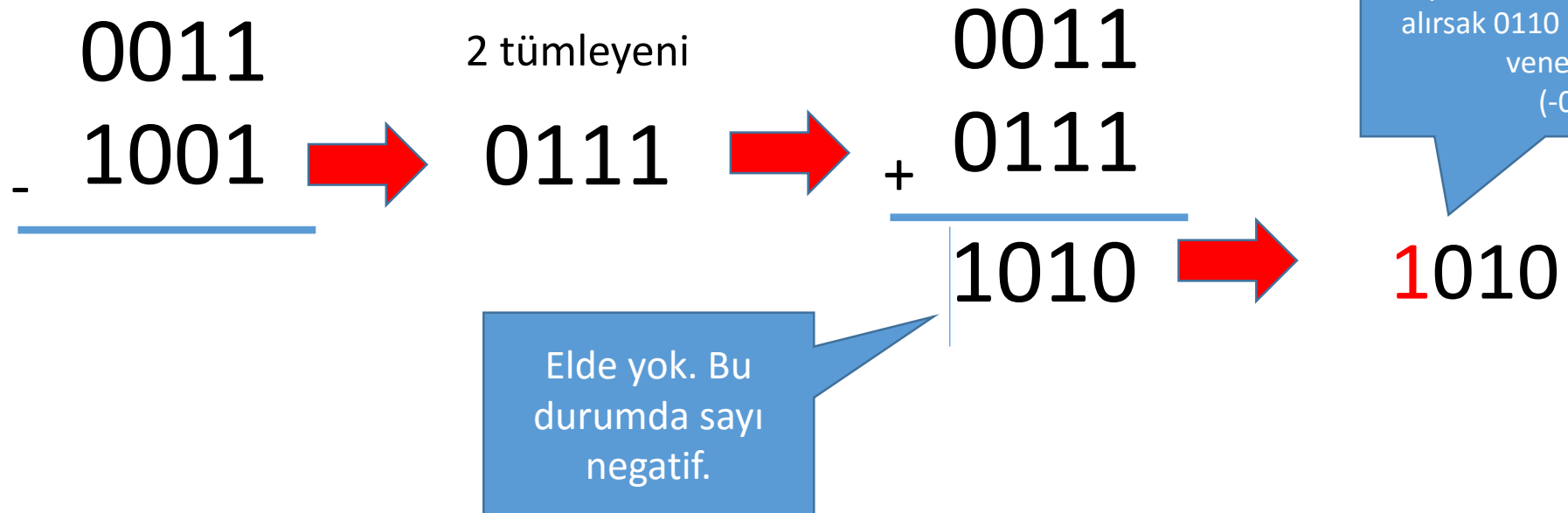
Örnek:



# 2 tümleyeni ile çıkarma işlemi

- M-N işlemini gerçekleştirmek için
- N sayısının negatifi ile M sayısı toplanır.
- $M-N=M+(-N)$

## Örnek:



# Örnekler

İşaretli sayı	Onluk değeri
<b>0000</b>	<b>0</b>
<b>0001</b>	<b>1</b>
<b>0010</b>	<b>2</b>
<b>0011</b>	<b>3</b>
<b>0100</b>	<b>4</b>
<b>0101</b>	<b>5</b>
<b>0110</b>	<b>6</b>
<b>0111</b>	<b>7</b>

İşaretli sayı	Onluk değeri
<b>1000</b>	<b>-8</b>
<b>1001</b>	<b>-7</b>
<b>1010</b>	<b>-6</b>
<b>1011</b>	<b>-5</b>
<b>1100</b>	<b>-4</b>
<b>1101</b>	<b>-3</b>
<b>1110</b>	<b>-2</b>
<b>1111</b>	<b>-1</b>

Negatif (1 ile başlayan sayılarda) sayının değerini anlamak için 2 tümleyenini alınıp önüne – işareti yazarız. Örneğin: 1101 sayısı onluk 13 sayısına karşılık gelirken, eğer bu işaretli sayı ise  $-0011 = -3$  sayısına karşılık gelmektedir.

# Uygulamalar

```
public static void main(String[] args) {  
  
    //örnek sayı tanımlamaları  
    int s1=1234;  
    System.out.println ("Decimal="+s1+"-> Binary=" +  
        Integer.toBinaryString(s1));  
    System.out.println ("Decimal="+s1+"-> Hexadecimal=" +  
        Integer.toHexString(s1));  
  
    //sayının değeri hexadecimal belirtilebilir  
    int s2=0xabc;  
    System.out.println ("s2="+s2);  
    //sayının değeri binary belirtilebilir  
    int s3=0b11111111;  
    System.out.println ("s3="+s3);  
}
```



# Uygulamalar

```
System.out.println ("\n--- Toplama örneği ---");
```

```
int x=8;
```

```
int y=10;
```

```
int z=x+y;
```

```
System.out.printf ("\t%7s\n", Integer.toString(x));
```

```
System.out.printf ("\t%7s\n", Integer.toString(y));
```

```
System.out.printf ("\t+-----\n");
```

```
System.out.printf ("\t%7s\n", Integer.toString(z));
```

# Uygulamalar

```
Output - SayiSistemleri (run) x SayiSistemleri.java x
run:
Onluk=1234-> İkilik=10011010010
Onluk=1234-> Onaltılık=0x4d2
s2=110235
s3=255

--- Toplama örneği ---
      1000
       11
    +-----
      1011
```

# Uygulamalar

```
System.out.println (
```

```
int x=8;
```

Sayıyı negatif yaparsak

```
int z=x+y;
```

```
System.out.printf("\n
```

```
System.out.printf("\n
```

```
System.out.printf("\n
```

--- Toplama örneği ---

1000

111111111111111111111111111111111101

 $+$ 

101

int veri tipi 32bit olduğu için -3 sayısının karakter adedi 32 tane. Bitleri tersleyip sayıya 1 ekledikten sonra önüne negatif işaret konursa, sayının -3 olduğu görülür

# Tekrar soruları

1-  $(63)_{10}$  sayısının ikilik sistemdeki karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $(111101)_2$

b)  $(100001)_2$

c)  $(111111)_2$

d)  $(100000)_2$

# Tekrar soruları

2-  $(10101)_2$  sayısının onluk sistemdeki karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $(11)_{10}$

b)  $(21)_{10}$

c)  $(25)_{10}$

d)  $(15)_{10}$

# Tekrar soruları

- 3-(1011101101)<sub>2</sub> sayısının onaltılık sistemdeki karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?
  - a) (2AB)<sub>16</sub>
  - b) (5AB)<sub>16</sub>
  - c) (74B)<sub>16</sub>
  - d) (2EC)<sub>16</sub>

# Tekrar soruları

4-  $(A5F)_{16}$  sayısının ikilik sistemdeki karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

a) 101001011111

b) 100001011111

c) 100111011011

d) 110001011111

# Tekrar soruları

5-  $(010101)_2$  sayısının 1 tümleyeni aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $(010101)_2$

b)  $(101010)_2$

c)  $(000111)_2$

d)  $(110111)_2$



# Tekrar soruları

6- $(010101)_2$  sayısının 2 tümleyeni aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $(010101)_2$

b)  $(101010)_2$

c)  $(001011)_2$

d)  $(101011)_2$

# Tekrar soruları

7-  $\begin{array}{r} 1010 \\ \times 101 \\ \hline \end{array}$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $(110010)_2$

b)  $(100010)_2$

c)  $(101010)_2$

d)  $(10001)_2$

# Tekrar soruları

8-  $C=1010-0011$  yanda verilen 4 bitlik iki sayı üzerinde gerçekleştirilen çıkarma işleminin 2 tümleyeni kullanılarak toplama işlemi cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir

a)  $C=1101+0011$

b)  $C=1010+1101$

c)  $C=1010+0111$

d)  $C=1010+1011$