

Iniciamos con el hecho de que:

$$F(x+h) \cong F(x) + hF'(x) + \frac{(h^2)F''(x)}{2}$$

$$\text{y } F(x-h) = F(x) - hF'(x) + \frac{(h^2)F''(x)}{2} \text{ para } h \ll 1$$

Ahora haremos que el paso sea $2h$ en lugar de h :

$$F(x+2h) \cong F(x) + 2hF'(x) + \frac{(2h)^2F''(x)}{2} \text{ y}$$

$$F(x-2h) \cong F(x) - 2hF'(x) + \frac{(2h)^2F''(x)}{2}$$

Sumamos las expresiones:

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong 2F(x) + (2h)^2F''(x)$$

Despejamos $F''(x)$:

$$\frac{F(x+2h) - 2F(x) + F(x-2h)}{4h^2} \cong F''(x)$$

Si en lugar de x tomamos x_i :

$$\frac{F(x_{i+2}) - 2F(x_i) + F(x_{i+2}))}{4h^2} \cong F''(x_i)$$

Iniciamos con

$$F(x+h) \cong F(x) + hF'(x) + \frac{h^2 F''(x)}{2} + \frac{h^3 F'''(x)}{6} + \frac{h^4 F^{(4)}(x)}{24} \quad y$$

$$F(x-h) \cong F(x) - hF'(x) + \frac{h^2 F''(x)}{2} - \frac{h^3 F'''(x)}{6} + \frac{h^4 F^{(4)}(x)}{24}$$

Luego:

$$F(x+2h) \cong F(x) + 2hF'(x) + \frac{(2h)^2 F''(x)}{2} + \frac{(2h)^3 F'''(x)}{6} + \frac{(2h)^4 F^{(4)}(x)}{24}$$

$$F(x-2h) \cong F(x) - 2hF'(x) + \frac{(2h)^2 F''(x)}{2} - \frac{(2h)^3 F'''(x)}{6} + \frac{(2h)^4 F^{(4)}(x)}{24}$$

Sumamos:

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong 2F(x) + 4h^2 F''(x) + \frac{4h^4 F^{(4)}(x)}{3}$$

$$F(x+h) + F(x-h) \cong 2F(x) + h^2 F''(x) + \frac{1}{12} h^4 F^{(4)}(x)$$

Obtenemos $4h^2 F''(x)$ de la segunda expresión:

$$4h^2 F''(x) \cong -8F(x) + 4F(x+h) + 4F(x-h) - \frac{1}{3} h^4 F^{(4)}(x)$$

Reemplazamos en la primera expresión:

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong 2F(x) - 8F(x) + 4F(x+h) + 4F(x-h) - \frac{1}{3} h^4 F^{(4)}(x) + \frac{4}{3} h^4 F^{(4)}(x)$$

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong -6F(x) + 4F(x+h) + 4F(x-h) + h^4 F^{(4)}(x)$$

Finalmente, despejamos $F^{(4)}(x)$:

$$F^{(4)}(x) \cong \frac{F(x+2h) - 4F(x+h) + 6F(x) - 4F(x-h) + F(x-2h)}{h^4}$$