Iniciamos con el hecho de que:

$$F(x+h) \cong F(x) + hF'(x) + \frac{(h^2)F''(x)}{2}$$

y $F(x-h) = F(x) - hF'(x) + \frac{(h^2)F''(x)}{2}$ para $h \ll 1$

Ahora haremos que el paso sea $2h$ en lugar de h:

$$F(x+2h) \cong F(x) + 2hF'(x) + \frac{(2h)^2F''(x)}{2}$$ y

$$F(x-2h) \cong F(x) - 2hF'(x) + \frac{(2h)^2F''(x)}{2}$$

Sumamos las expresiones:

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong 2F(x) + (2h)^2F''(x)$$

Despejamos $F''(x)$:

$$\frac{F(x+2h) - 2F(x) + F(x-2h)}{4h^2} \cong F''(x)$$

Si en lugar de x tomamos x_i:

$$\frac{F(x_{i+2}) - 2F(x_i) + F(x_{i+2})}{4h^2} \cong F''(x_i)$$

Iniciamos con

$$F(x+h) \cong F(x)+hF'(x) + \frac{h^2F''(x)}{2} + \frac{h^3F'''(x)}{6} + \frac{h^4F''''(x)}{24} \quad y$$

$$F(x-h) \cong F(x)-hF'(x) + \frac{h^2F''(x)}{2} \quad \frac{h^3F'''(x)}{6} + \frac{h^4F''''(x)}{24}$$

Luego:

$$F(x+2h) \cong F(x) + 2hF'(x) + \frac{(2h)^2F''(x)}{2} + \frac{(2h)^3F'''(x)}{6} + \frac{(2h)^4F''''(x)}{24}$$

$$F(x-2h) \cong F(x) - 2hF'(x) + \frac{(2h)^2F''(x)}{2} - \frac{(2h)^3F'''(x)}{6} + \frac{(2h)^4F''''(x)}{24}$$

Sumamos:

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong 2F(x) + 4h^2F''(x) + \frac{4h^4F''''(x)}{3}$$

$$F(x+h) + F(x-h) \cong 2F(x) + h^2F''(x) + \tfrac{1}{12}h^4F''''(x)$$

Obtenemos $4h^2F''(x)$ de la segunda expresión:

$$4h^2F''(x) \cong -8F(x) + 4F(x+h) + 4F(x+h) - \tfrac{1}{3}h^4F''''(x)$$

Reemplazamos en la primera expresión:

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong 2F(x) - 8F(x) + 4F(x+h) + 4F(x-h) - \tfrac{1}{3}h^4F''''(x)$$

$$\to \tfrac{4}{3}h^4F''''(x)$$

$$F(x+2h) + F(x-2h) \cong -6F(x) + 4F(x+h) + 4F(x-h) + h^4F''''(x)$$

Finalmente, despejamos $F''''(x)$:

$$F''''(x) \cong \frac{F(x+2h) - 4F(x+h) + 6F(x) - 4F(x-h) + F(x-2h)}{h^4}$$