

M2 IEF-parcours quantitatif

Econométrie de la volatilité

TD 2 : Modèles de volatilité multivariés

Année universitaire 2020-2021

On dispose des quotations de l'indice S&P 500 (serie sp) et de l'action Apple sur la période du 02/01/2015 au 31/12/2019. On veut estimer le beta de l'action Apple en supposant qu'il varie avec le temps. La formule de calcul du beta à la date t est :

$$\beta_t = \frac{\text{cov}_t(r_t, r_{mt} | I_{t-1})}{\text{Var}_t(r_{mt} | I_{t-1})} = \frac{\sigma_{r,m,t}}{\sigma_{mt}^2}$$

où :

1. r_t = taux de rendement de l'actif,
2. r_{mt} = taux de rendement du portefeuille du marché représenté par sp_f,
3. $\sigma_{r,m,t} = \text{cov}_t(r_t, r_{mt} | I_{t-1})$ = covariance *conditionnelle* à la date t entre le rendement du portefeuille i et le rendement du portefeuille du marché,
4. $\sigma_{mt}^2 = \text{var}(r_{mt} | I_{t-1})$ = variance *conditionnelle* à la date t du rendement du portefeuille du marché.

Le risque systématique du titre financier est égal à $\hat{\beta}_t \sqrt{\sigma_{mt}^2} \sqrt{h}$ où h est le nombre de rendements par années (on pourra supposer qu'il est égal à 250 pour des données quotidiennes).

Ces données sont stockées dans le fichier excel : SP_Apple.xlsx

L'ordre des variables par colonne est :

| A | B | C |
|------|---------|-------|
| date | S&PCOMP | Apple |

On va utiliser successivement les modèles BEKK et DCC pour estimer les corrélations conditionnelles dynamiques entre ces 2 indices.

Pour estimer ces modèles, on va utiliser les routines de la MFE-toolbox de Kevin Sheppard :

https://www.kevinsheppard.com/MFE_Toolbox

Il faudra donc ajouter cet toolbox aux Paths que Matlab doit connaître.

1 Filtration des rendements

1. Calculez les rendements des deux indices et estimez leur autocorrélogramme. Si c'est nécessaire, on filtrera les rendements par un modèle ARMA pour éliminer leur autocorrélation et l'on conserve les résidus en utilisant la fonction `armaxfilter` et récupérer les résidus.
2. En utilisant la fonction `tarch`, vérifiez l'existence d'un effet d'asymétrie (on utilisera la loi normale comme loi des résidus standardisés).
3. Formez la matrice (T,2) des rendements en gardant l'ordre des indices S&P, Apple.

2 Estimation d'un modèle BEKK(1,1)

5. On estime un modèle bekk(1,1). La fonction bekk permet d'estimer ce modèle. Il faut spécifier obligatoirement les inputs suivants :
 - data : matrice (T,n) des n rendements
 - p : nombre de variables retardées $U_{t-p}U'_{t-p}$. $p=1$ pour le modèle bekk(1,1)
 - o : nombre de retards pour les $U_{t-p}U'_{t-p}$ négatifs (effet d'asymétrie). En cas d'absence d'effet d'asymétrie écrire []
 - q : nombre de retards pour H_{t-q} . $q=1$ pour un modèle BEKK(1,1)Le 6^{me} input de cette option permet de sélectionner le type de modèle BEKK, c'est-à-dire les contraintes imposées sur les matrices de coefficient
 - 'Scalar' [valeur par défaut]
 - 'Diagonal' pour le modèle diagonal bekk
 - 'Full' pour la version sans contrainte sur les matrices de coefficients.
6. Estimez le modèle diagonal BEKK(1,1).
7. A partir des matrices de variance-covariance conditionnelles du modèle diagonal bekk(1,1) stockées dans la matrice (de dimension 2) H_t , récupérez :
 - les variances conditionnelles des deux rendements
 - les covariances conditionnelles
 - les corrélations conditionnelles.
8. Calculez ensuite le beta et risque systématique d'Apple.
9. Estimez le modèle BEKK(1,1) avec les différentes spécification 'diagonal', 'Full', avec ou sans effet d'asymétrie. Pour choisir parmi ces différents modèles on étudiera
 - (a) la significativité des paramètres
 - (b) la log-vraisemblance

3 Estimation d'un modèle DCC(1,1)

12. On estime un modèle scalar DCC(1,1). La fonction dcc permet d'estimer ce modèle. On doit spécifier des modèles de variance conditionnelle pour les deux séries de rendements. En fonction des résultats précédents, introduisez si nécessaire un effet d'asymétrie dans les modèles des variances conditionnelles.
13. A partir des matrices de variance-covariance conditionnelles stockées dans la matrice H_t , récupérez les deux variances conditionnelle, la covariance et calculez la corrélation conditionnelle.
 - les variances conditionnelles des trois rendements
 - les covariances conditionnelles
 - Calculez les corrélations conditionnelles.
14. Calculez ensuite le beta et risque systématique d'Apple.
15. Faites une représentation graphique des séries des beta et des risques systématiques pour chaque méthode d'estimation de la covariance conditionnelle.