

۱- فرض کنید در آرایه A

- تعداد همه عناصر به جز یکی، زوج است.
- عناصر با تعداد زوج، به صورت دو به دو کنار یکدیگر می‌آیند.
- طول دنباله‌های یکسان از عناصر مجاور حداکثر ۲ است.

میخواهیم عنصر با تعداد فرد را در زمان $O(n \log n)$ پیدا کنیم. الگوریتمی برای حل مسئله با مرتبه زمانی خواسته شده ارائه دهید.

مثال آرایه‌های (1, 2, 1) و (1, 1, 2, 2, 2, 3, 3) و (1, 1, 2, 4, 4, 2, 3, 3, 2, 2) همه خواص مورد نظر را ندارند. اما آرایه (1, 1, 3, 4, 4, 2, 2, 3, 3, 2, 2) به فرم مورد نظر است.

۲- یک درخت ریشه دار n راسی که هر راس آن وزن دارد، داده شده است. می‌خواهیم زیر درخت H با بیشترین مجموع وزن را پیدا کنیم که هر راس در H از وزن فرزندان در H بیشتر باشد. الگوریتمی با مرتبه زمانی $O(n)$ برای پیدا کردن این زیر درخت ارائه کنید و درستی الگوریتم را اثبات و زمان را برای آن محاسبه کنید.

۳- سروری می‌خواهد k جدول $m \times n$ را در شبکه ارسال کند. او می‌تواند هر جدول را به طور کامل ارسال کند و یا فقط اختلاف آن با جدول قبلی را ارسال کند. هزینه ارسال جدول t_i به طور کامل برابر t_i و هزینه ارسال جدول t_i بعد از جدول t_j با استفاده از روش اختلافی برابر C_{ji} است.

الگوریتمی از مرتبه $O(k^2)$ ارائه دهید که ترتیبی بهینه برای ارسال این k جدول ارائه دهد. درستی الگوریتم خود را اثبات و زمان اجرای آن را محاسبه کنید.