

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

۱- ثابت کنید اگر دو زبان A و B منظم باشند آنگاه زبان زیر مستقل از متن خواهد بود:

$$\{a_1 a_2 \dots a_k b_1 b_2 \dots b_k a_{k+1} \dots a_{2k} \dots b_{nk} \mid a_1 \dots a_{kn} \in A \text{ and } b_1 \dots b_{kn} \in B\}$$

۲- اگر  $PDA_1$  و  $PDA_2$  دو اتومات پشته‌ای باشند،  $PDA_1 \oplus PDA_2$  به عنوان یک اتومات دو پشته‌ای به شکل زیر تعریف شود، به سوالات زیر پاسخ دهید.

$$PDA_1 \oplus PDA_2 = (Q_{PDA_1} \times Q_{PDA_2}, \Sigma_{PDA_1} \cup \Sigma_{PDA_2}, \Gamma_{PDA_1} \cup \Gamma_{PDA_2}, \delta, Z_{01} Z_{02}, Q_{0PDA_1} \times Q_{0PDA_2}, \{Q_{fPDA_1} \times Q_{fPDA_2}\} \cup \{Q_{1PDA_1} \times Q_{fPDA_2}\})$$

$\delta$ :

$$\delta(Q_1 Q_2, a, Z_1 Z_2) = (Q_1 P, Z_1 \gamma) \Leftrightarrow \delta_{PDA_2}(Q_2, a, Z_2) = (P, \gamma)$$

$$\delta(Q_1 Q_2, a, Z_1 Z_2) = (P Q_2, \gamma Z_2) \Leftrightarrow \delta_{PDA_1}(Q_1, a, Z_1) = (P, \gamma)$$

$$\delta(Q_1 Q_2, a, Z_1 Z_2) = (P_1 P_2, \gamma_1 \gamma_2) \Leftrightarrow \delta_{PDA_1}(Q_1, a, Z_1) = (P_1, \gamma_1) \text{ AND } \delta_{PDA_2}(Q_2, a, Z_2) = (P_2, \gamma_2)$$

الف): زبان ماشین  $PDA_1 \oplus PDA_2$  را توصیف کنید.

ب): ماشین تورینگ معادل آن را توصیف کنید.

ج): آیا ماشین تورینگ دو پشته‌ای معادل ماشین تورینگ است؟

۳- با فرض اینکه مسئله L یک مسئله RE است ولی مکمل آن RE نیست، در مورد Recursive یا RE بودن زبان A و مکمل آن بحث کنید:

$$A = \{w \mid w \in L\} \cup \{w \mid w \notin L^c\}$$

۴- اگر  $\langle M, N \rangle$  کد ماشین تورینگ‌های M و N باشد، در مورد تصمیم‌پذیری زبان A چه می‌توان گفت؟

$$A = \{\langle M, N \rangle \mid L(M) \cap L(N) = \emptyset\}$$