

سوالات الگوریتم :

۱ - الگوریتمی ارائه دهید تا تعداد راه های پر کردن یک مستطیل $2 \times N$ با دو مینو را، با پیچیدگی زمانی $O(\log n)$ بشمارد.

۲ - (سوال مبهم) الگوریتمی از مرتبه $O(E \log V)$ ارائه دهید تا کوتاه ترین مسیر از s به t را در یک گراف جهت دار وزن دار محاسبه کند. می دانیم که کوتاه ترین مسیر از s به t از تمام رئوس می گذرد.

۳ - تمام گره هایی در یک گراف بدون جهت بدون وزن را بیابید که در صورت قطع آن گره، گراف دچار گسست می شود. الگوریتم باید زمان خطی داشته باشد.

۴ - نمایش اعداد را در مبنای فیبوناچی در نظر بگیرید. (به وضوح این نوع نمایش یکتا نیست). مثلاً 1101011 معادل است با $Fib(1) + Fib(2) + Fib(4) + Fib(6) + Fib(7) = 24$ است. الگوریتمی ارائه دهید تا $increment$ و $decrement$ را با هزینه سرشکن $O(1)$ انجام دهد.

۵ - تعداد n نقطه و n پاره خط افقی را در نظر بگیرید. الگوریتمی از $O(n \log n)$ ارائه دهید تا به ازای هر پاره خط، نزدیکترین نقطه که بالای آن قرار گرفته است و در محدوده دید پاره خط می باشد را پیدا کند. ر واقع اگر دو سر پاره خط را x_1, x_2 و ارتفاع آن را y_1 در نظر بگیریم، نقطه هایی قابل قبول هستند که $x_1 \leq x \leq x_2$ و $y \geq y_1$ باشند. در بین تمام این نقاط نزدیکترین آن به پاره خط را بیابید. (به ازای تمام پاره خط ها)

۶ - آرایه شامل n عدد مثبت و منفی می باشد. الگوریتمی ارائه دهید که زیر دنباله پیوسته ای از آرایه را بیابد که ضرب عناصر آن ماکسیمم باشد.

۷ - تعداد n پاره خط افقی را در نظر بگیرید. می خواهیم کم ترین تعداد پاره خط را حذف کنیم که به ازای هر خط $x=x_0$ ، تعداد پاره خط هایی برخوردی با آن (با خط $x=x_0$) کم تری مساوی K باشد. (جواب $n \log n$ دارد)

۸ - یک درخت بدون جهت وزن دار در نظر بگیرید. الگوریتمی با مرتبه زمانی $O(n \log n)$ ارائه دهید که مسیری در درخت را پیدا کند که مجموع وزن یال های مسیر، برابر D باشد. در بین مسیرهای موجود با این خاصیت، مسیری را پیدا کند که کم ترین تعداد یال را داشته باشد.

۹ - یک سوال از رشته های بود که یادم نمیداد! اما نیاز داشت یک رشته را در رشته دیگری جست و جو کنیم و باید $O(n)$ هم می بود که نیاز به دانستن الگوریتم KMP بود.

۱۰ - دو آرایه مرتب با اندازه های m و n موجود است. الگوریتمی از $O(\log n + \log m)$ ارائه دهید تا K امین عنصر حاصل از ادغام این دو آرایه را پیدا کند.

۱۱ - فرض کنید وزن های یال های یک گراف جهت دار، در محدوده $[1 \dots W]$ باشند. الگوریتمی ارائه دهید که بهتر از Dijkstra باشد و کوتاه ترین مسیر بین دو گره با بیابد. (سوال در کتاب Papadimitriou آمده است)

4.17. Suppose we want to run Dijkstra's algorithm on a graph whose edge weights are integers in the range $0, 1, \dots, W$, where W is a relatively small number.

- (a) Show how Dijkstra's algorithm can be made to run in time $O(W|V| + |E|)$.
- (b) Show an alternative implementation that takes time just $O((|V| + |E|) \log W)$.

۱۲ - یک آرایه از اعداد داده شده است. می توانیم علامت های اعداد آرایه را به دلخواه تغییر دهیم. الگوریتم ارائه دهید که بررسی کند که آیا می توان طوری علامت های اعداد را تغییر داد که مجموع آن ها برابر عدد S شود.

