Deux exemples de programmes linéaires

1 Programme linéaire P_1

- Dans une usine, une équipe d'ouvriers assemble deux modèles de voitures : le modèle L (« luxe »), à raison de 100 voitures en 6 heures, et le modèle S (« standard »), à raison de 100 voitures en 5 heures.
- Chaque semaine, l'équipe fournit au maximum 60 heures de travail.
- Toutes les voitures sont ensuite garées sur un parking qui est vidé chaque week-end, et dont la surface fait $15000 \ m^2$. Une voiture L occupe $10 \ m^2$, tandis qu'une voiture S occupe $20 \ m^2$.
- De plus, il ne faut pas assembler plus de 800 voitures L par semaine, car la demande est limitée. En revanche, la demande en voitures S est tellement élevée qu'elle peut être considérée comme illimitée.
- Enfin, la marge (différence entre le prix de vente et le coût de production) vaut 10000 € pour une voiture L et 9000 € pour une voiture S.

Question : comment répartir le travail entre les deux modèles de voitures pour que la marge totale soit la plus grande possible ?

2 Programme linéaire P_2

• Un teinturier peut utiliser indifféremment deux produits pour colorer du tissu brut en couleur indigo. Ces produits, appelés I_1 et I_2 , contiennent trois substances A, B et C dans les concentrations suivantes (exprimées en g par kg de produit):

$$\begin{array}{ccccccc}
A & B & C \\
I_1 & 500 & 150 & 20 \\
I_2 & 400 & 50 & 0
\end{array}$$

- Dans un bain permettant de teinter 10~kg de tissu, il faut au moins 500~g de la substance A, 100~g de la substance B et 5~g de la substance C. De plus, la quantité de substance C ne doit pas dépasser 15~g par bain.
- Le produit I_1 coûte $10 \in \text{par } kg$, tandis que le produit I_2 coûte $20 \in \text{par } kg$.

Question : quelle somme minimale le teinturier doit-il débourser pour pouvoir colorer 10~kg de tissu?

Écrivez la forme canonique de ce programme linéaire, sans le résoudre.