Chapitre 1

Exercices généraux

1.1 Modèle du dentiste

On considère une file d'attente à un serveur.
On suppose que le débit moyen est Λ, le temps moyen de réponse est $E[R]$, le temps moyen d'attente est $E[W]$, le temps moyen de service est $[E]S$, l'espérance de longueur de la file d'attente est $E[L]$, le nombre moyen de clients en train d'attendre est $E[L_W]$, le nombre moyen de clients en train d'être servis est $E[L_S]$ et la probabilité pour que le serveur soit occupé est U.

1- Ecrire une relation entre $E[R]$, $E[S]$ et $E[W]$ (relation 1).
2- Ecrire une relation entre $E[L]$, $E[L_W]$ et $E[L_S]$ (relation 2).
3- Exprimer $E[L_S]$ en fonction de U.
4- Montrer que l'on passe de la relation 1 à la relation 2 en faisant une opération simple et montrer qu'on trouve ainsi une relation connue entre U, Λ et $E[S]$.
5- On considère un dentiste. Le nombre moyen de patients présents chez lui est 2.8, le nombre moyen de patients dans la salle d'attente est 2, le nombre moyen de clients arrivant en une heure est 4. Déduire les autres critères de performances et caractéristiques du traitement.

1.2 Temps d'attente d'un train

On considère une voie ferrée sur laquelle les passages des trains sont séparés par des durées (durée entre deux trains successifs) de deux types possibles :

- 90% de ces durées sont constantes et égales à 6 mn.
- 10% de ces durées sont constantes et égales à 54 mn.

1- Calculer la durée moyenne séparant deux trains successifs
2- Un individu arrive à un instant quelconque. Au bout de combien de temps en moyenne pourra-t-il prendre un train ?
On fera le calcul de deux façons différentes :
a- En calculant la probabilité pour que l'individu arrive pendant un intervalle court entre deux trains. On en déduira le temps d'attente résiduelle.
b- En appliquant la formule de Pollaczek Khintchine.
3- Comparer les résultats de 1 et 2. Ces résultats semblent-ils paradoxaux ?