

N1.

$$S \rightarrow aSa / bSb / \varepsilon$$

Все сентенциальные формулы — полиндромы из $\{a, b\}$, ⁺изготавливаемые в центре S , либо полиндром четный.

По условию $\max b > \max a$. $]r$ — длина накачки;
Возьмем $w = \underbrace{b^{2r+1}}_{\text{I}} \underbrace{a^{2r}}_{\text{II}} \underbrace{b^{2r+1}}_{\text{III}}$ ($2r$ т.к. полиндром д.с. четный).

Накачиваем 2 фрагмента: x_2 и x_4

Если хотя бы 1 из них попадет в I или III то второй точно не сможет попасть в III или в I соответственно. Тогда применив положительную накачку и слово перестанет быть полиндромом.

Аналогично, если x_2 и x_4 попали на стык. I II или II III

Если же и x_2 и x_4 попали в II, то положительно накачиваем и выходим из языка.

Ответ: Язык не КС.

N2.

$$\{a^n b^m c^k \mid n < m, \wedge k = n+m\}.$$

p -длина накачки.

$$w = \underbrace{a^p}_{\text{I}} \underbrace{b^{p+1}}_{\text{II}} \underbrace{c^{2p+1}}_{\text{III}}.$$

Аналогично N1 накачки все x_2 и x_4

• Если x_2 или x_4 попадут на стыки I II или II III, то выходим из структуры $a^+ b^+ c^+$ положительной накачкой.

• Если x_2 и x_4 попали в I II (все равно как), то положительно накачиваем и выходим из языка т.к. $k \neq n+m$.

• Если x_2 и x_4 попали в III (оба), то любой накачкой $k \neq n+m$.

Ответ: Язык не КС.

N3.

$$\begin{array}{l|l}
 S \rightarrow ASA & A_1 \cdot b = A_2 \cdot b ; S_1 \cdot b > A_1 \cdot b, S_0 \cdot b := S_1 \cdot b + 2 \cdot A \cdot b. \\
 S \rightarrow b & S \cdot b = 1 \\
 A \rightarrow aA & A_0 \cdot b := A_1 \cdot b \\
 A \rightarrow bBA & A_0 \cdot b := A_1 \cdot b + 2. \\
 A \rightarrow \Sigma & A \cdot b := 0.
 \end{array}$$

Рассмотрим вывод: $A_1 S_0 A_{12}$.

$$\begin{array}{c}
 S \rightarrow AA \dots AA S AA A \dots AA \\
 \downarrow \downarrow \quad \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \underbrace{\dots b \dots}_{S_1}
 \end{array}$$

$$S_0 \cdot b = 1 \Rightarrow A_{11} \cdot b = A_{12} \cdot b = 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_1 \cdot b = 1 \Rightarrow A_{2i} \cdot b = 0 \Rightarrow A_{2i} = a^*$$

и так далее по индукции.

База индукции: $S_0 \cdot b = 1$.

Шаг индукции: $S_{i+1} \cdot b = S_i \cdot b$.

Получаем регулярный язык: $a^* b^* a^*$