

Теория формальных языков

Рубежный контроль №1

Вариант №22

Никитин Сергей ИУ9-51Б

Задание 1

Язык контекстно-свободных грамматик, порождающих языки - подмножества $(ab)^*$. Слова языка могут включать нетерминалы S (где S - стартовый), A , символ \rightarrow , терминалы a, b и разделитель $;$.

Решение

Предположим, что язык регулярен. Тогда должна существовать константа накачки $p > 0$. Рассмотрим строку

$$\omega = S \rightarrow aA; A \rightarrow bS; S \rightarrow ab;$$

которая является корректным описанием исходной грамматики. Строка ω порождает язык $(ab)^+$, который является подмножеством $(ab)^*$.

Разобьём ω на части x, y, z так, чтобы $|xy| \leq p, |y| > 0$, и для любого $i \geq 0$ строка xy^iz принадлежала языку. Выберем разбиение:

- $x = "S \rightarrow"$,
- $y = "a"$,
- $z = "A; A \rightarrow bS; S \rightarrow ab;"$.

Тогда $|xy| = "|S \rightarrow a|" = 3 \leq p$ (при $p \geq 3$), $|y| = 1 > 0$. Условие леммы должно выполняться для всех i , однако:

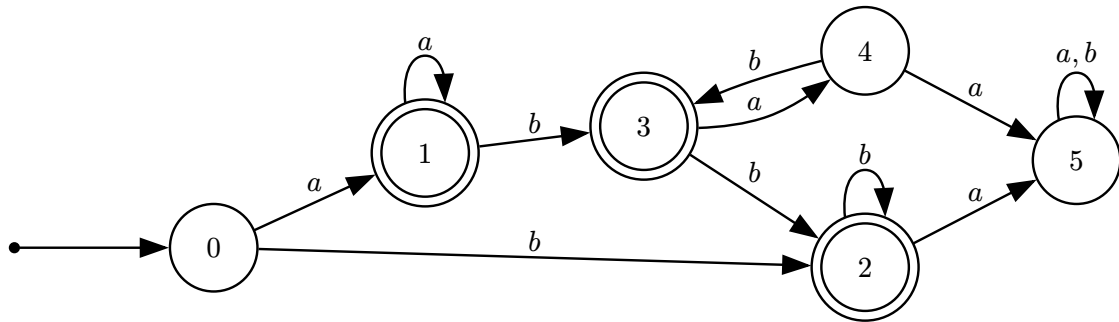
- При $i = 0$ получаем строку $xz = "S \rightarrow A; A \rightarrow bS; S \rightarrow ab;"$. Эта грамматика порождает, например, строку $bbab$, которая не принадлежит исходному языку. Следовательно xz не принадлежит данному языку
- При $i = 2$ получаем строку $xy^2z = "S \rightarrow aaA; A \rightarrow bS; S \rightarrow ab;"$. Эта грамматика порождает, например, строку $aabab$, которая не принадлежит исходному языку. Следовательно xy^2z не принадлежит данному языку.

Таким образом, для $i = 0$ и $i = 2$ строки xy^iz не принадлежат исходному языку, что противоречит лемме о накачке. Следовательно, предположение о регулярности языка неверно.

Задание 2

Язык $\{a^*\omega b^* \mid |\omega|_{abab} = |\omega|_{ba} \ \& \ \omega \in \{a, b\}^+\}$

Решение



Задание 3

Язык слов, в котором число подстрок aba и число подстрок bab не совпадают. Алфавит $\{a, b, c\}$.

Решение

Докажем, что язык L не является регулярным. Рассмотрим язык $\bar{L} = \{\omega \mid |\omega|_{aba} = |\omega|_{bab} \ \& \ \omega \in \{a, b, c\}^*\}$. Если \bar{L} является регулярным, то L также должен быть регулярным.

Построим таблицу конкатенаций для языка \bar{L} :

	a	$aaba$	$aabaaba$...	$a(aba)^k$	$a(aba)^{k+1}$
bab	+	—	—	...	—	—
$babbab$	—	+	—	...	—	—
...
$(bab)^{k+1}$	—	—	—	...	+	—

Видим, что все префиксы различимы, значит \bar{L} не регулярен, следовательно, L также не регулярен.

Построим для L следующий PDA:

