

1 Задание

Дана следующая SRS:

$$\begin{cases} aabc \rightarrow bbaa \\ b \rightarrow ccaa \\ bc \rightarrow a \\ aac \rightarrow \varepsilon \end{cases}$$

По данной SRS определить:

- завершимость;
- конечность классов эквивалентности по НФ (для построения эквивалентностей считаем, что правила могут применяться в обе стороны). Если их конечное число, то построить минимальную систему переписывания, им соответствующую;
- локальную конfluence-ность и пополняемость по Кнуту-Бендиксу.

Провести автоматическое тестирование предполагаемой эквивалентности двух указанных SRS:

Фазз-тестирование эквивалентности: строится случайное слово ω и случайная цепочка переписываний его в ω' по \mathcal{T} . Проверить, можно ли получить ω' из ω (или наоборот) в рамках правил \mathcal{T}' .

Метаморфное тестирование: выбрать инварианты, которые должны сохраняться (либо монотонно изменяться) при переписывании в рамках \mathcal{T} . Породить случайную цепочку переписываний над случайным словом в \mathcal{T}' и проверить выполнимость инвариантов. Как минимум два разных инварианта.

2 Завершимость

Введём функцию $rev(\omega)$, которая будет разворачивать строку ω . Зададим порядок букв $c > b > a$ и сравнивать будем строки по их реверсам: слово u считаем больше слова v , если $rev(u)$ лексикографически больше $rev(v)$ в алфавите $c > b > a$. ε считаем минимальной строкой.

- 1) $rev(aabc) = cbaa > rev(bbaa) = aabb \Rightarrow aabc > bbaa$;
- 2) $rev(b) = b > rev(ccaa) = aacc \Rightarrow b > ccaa$;
- 3) $rev(bc) = cb > rev(a) = a \Rightarrow bc > a$;
- 4) $rev(aac) = caa > \varepsilon$.

Видим, что фундированность выполняется, следовательно SRS является завершимой.

3 Конечность классов эквивалентности по НФ

Так как в данной SRS существует правило $aac \rightarrow \varepsilon$, а для построения эквивалентностей мы считаем, что правила могут применяться в обе стороны, то по этому правилу мы можем построить бесконечное количество различных строк, следовательно для данной SRS существует бесконечное количество классов эквивалентности.

4 Локальная конфлюэнтность

Рассмотрим неоднозначно сходящуюся критическую пару:

$$\begin{aligned} u &= aabc, \\ v &= u \xrightarrow{R2} aacsaac \xrightarrow{R4} c, \\ w &= u \xrightarrow{R1} bbaa \xrightarrow{R2} csaassaaaa \xrightarrow{R4} cssaaaaa, \\ v &\neq w. \end{aligned}$$

v и w являются нормальными формами, однако они не равны, следовательно локальная конфлюэнтность не выполняется

5 Пополняемость по Книту-Бендиксу

Рассмотрим строку $aa(bc)^n$. В ней можно использовать бесконечное количество раз правила R1 и R3 и получить расходящуюся пару:

$$\begin{aligned} aa(bc)^n &\xrightarrow{R1} bbaa(bc)^{n-1} \xrightarrow{R1} \dots \xrightarrow{R1} b^{2n}aa \\ aa(bc)^n &\xrightarrow{R3} aaa(bc)^{n-1} \xrightarrow{R3} \dots \xrightarrow{R3} a^{n+2} \end{aligned}$$

Следовательно алгоритм Кнута-Бендикса будет добавлять бесконечное число правил и процедура не завершится.

6 Инварианты

- 1) $I_1(s) = (2|\omega|_a + |\omega|_b + |\omega|_c) \bmod 5$
- 2) $I_2(s) = (2|\omega|_a + 6|\omega|_b + 6|\omega|_c) \bmod 10$