Теория формальных языков
Рубежный контроль №1

Вариант №22

Никитин Сергей ИУ9-51Б

Задание 1

Язык контекстно-свободных грамматик, порождающих языки - подмножества (ab)*. Слова языка могут включать нетерминалы S (где S - стартовый), A, символ →, терминалы a, b и разделитель ;.

Решение

Предположим, что язык регулярен. Тогда должна существовать константа накачки p > 0. Рассмотрим строку

$$\omega = S \to aA; A \to bS; S \to ab;$$

которая является корректным описанием исходной грамматики. Строка ω порождает язык $(ab)^+$, который является подмножеством $(ab)^*$.

Разобьём ω на части x, y, z так, чтобы $|xy| \leq p, |y| > 0$, и для любого $i \geq 0$ строка xy^iz принадлежала языку. Выберем разбиение:

- $x =$ "S →",
- $y =$ "a",
- $z =$ "$A; A \to bS; S \to ab;$".

Тогда $|xy| =$ "$|S \to a|$" $= 3 \leq p$ (при $p \geq 3$), $|y| = 1 > 0$. Условие леммы должно выполнятся для всех i, однако:

- При $i = 0$ получаем строку $xz =$ "$S \to A; A \to bS; S \to ab;$". Эта грамматика порождает, например, строку $bbab$, которая не принадлежит исходному языку. Следовательно xz не принадлежит данному языку

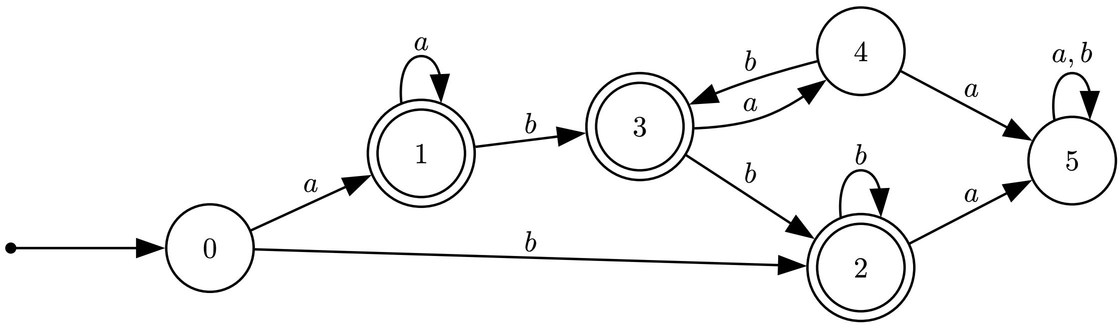
- При $i = 2$ получаем строку $xy^2z =$ "$S \to aaA; A \to bS; S \to ab;$". Эта грамматика порождает, например, строку $aabab$, которая не принадлежит исходному языку. Следовательно xy^2z не принадлежит данному языку.

Таким образом, для $i = 0$ и $i = 2$ строки xy^iz не принадлежат исходному языку, что противоречит лемме о накачке. Следовательно, предположение о регулярности языка неверно.

Задание 2

Язык $\{a^*\omega b^* |\ |\omega|_{\text{abab}} = |\omega|_{\text{ba}}\ \&\ \ \omega \in \{a, b\}^+\}$

Решение



Задание 3

Язык слов, в котором число подстрок aba и число подстрок bab не совпадают. Алфавит {a, b, c}.

Решение

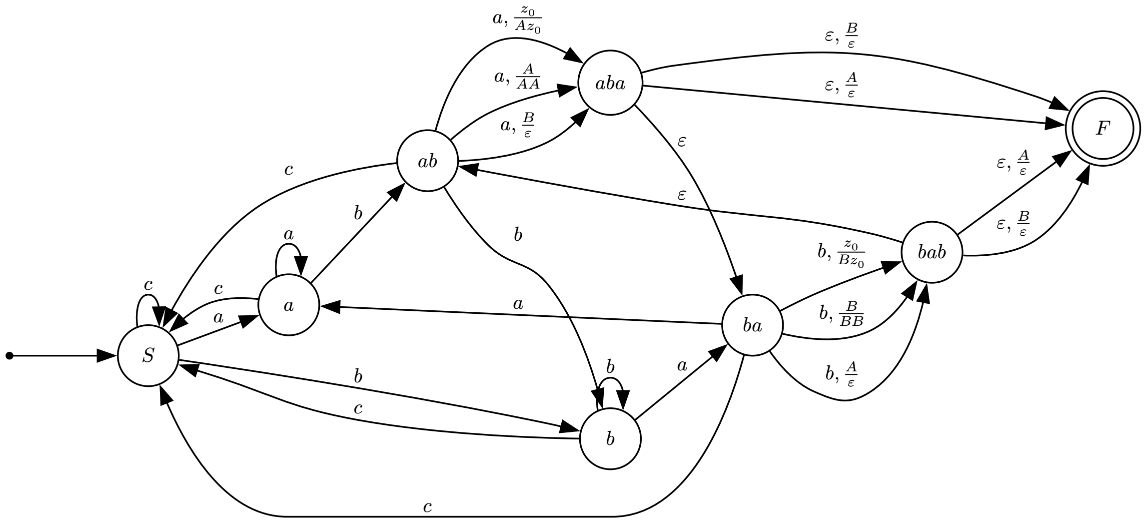
Докажем, что язык L не является регулярным. Рассмотрим язык $\overline{L} = \{\omega \mid |\omega|_{aba} = |\omega|_{bab}\ \&\ \ \omega \in \{a, b, c\}^*\}$. Если $\overline{L}$ является регулярным, то L также должен быть регулярным.

Построим таблицу конкатенаций для языка $\overline{L}$:

	a	$aaba$	$aabaaba$	...	$a(aba)^k$	$a(aba)^{k+1}$
bab	$+$	$-$	$-$	...	$-$	$-$
$babbab$	$-$	$+$	$-$	...	$-$	$-$
...	...	...	...	...	...	...
$(bab)^{k+1}$	$-$	$-$	$-$	...	$+$	$-$

Видим, что все префиксы различимы, значит $\overline{L}$ не регулярен, следовательно, L также не регулярен.

Построим для L следующий PDA:


$a, \frac{z_0}{Az_0}$
$a, \frac{A}{AA}$
$a, \frac{B}{\varepsilon}$
aba
$\varepsilon, \frac{B}{\varepsilon}$
$\varepsilon, \frac{A}{\varepsilon}$
F
ε
c
ab
$\varepsilon, \frac{A}{\varepsilon}$
ε
$\varepsilon, \frac{B}{\varepsilon}$
b
a
b
$b, \frac{z_0}{Bz_0}$
bab
c
a
a
$b, \frac{B}{BB}$
ba
S
a
b
b
a
$b, \frac{A}{\varepsilon}$
c
b
c