

人工智能引论 第二次作业

周子锐 2100011032

2023 年 3 月 13 日

1 图着色问题

解答.

(1) 对于节点 p , 它被着色了可使用下面的逻辑表达式表示:

$$\text{color}_{p1} \vee \text{color}_{p2} \vee \cdots \vee \text{color}_{pK}.$$

故所有节点被染色可被表示为:

$$\bigwedge_{p=1}^{|V|} (\text{color}_{p1} \vee \text{color}_{p2} \vee \cdots \vee \text{color}_{pK}).$$

(2) 对于节点 p , 其至多被一种颜色染色可用如下的 CNF 表示:

$$\bigwedge_{1 \leq i < j \leq K} (\neg \text{color}_{pi} \vee \neg \text{color}_{pj}).$$

故所有节点至多被一种颜色染色可被表示为:

$$\bigwedge_{p=1}^{|V|} \bigwedge_{1 \leq i < j \leq K} (\neg \text{color}_{pi} \vee \neg \text{color}_{pj}).$$

(3) 对于一条边 $e = (u, v) \in E$, 这两个节点没有被染相同颜色可用 CNF 表示为

$$\bigwedge_{k=1}^K (\neg \text{color}_{u,k} \vee \neg \text{color}_{v,k}).$$

故对于所有边其两端的点的颜色不同可表示为

$$\bigwedge_{(u,v) \in E} \bigwedge_{i=1}^K (\neg \text{color}_{ui} \vee \neg \text{color}_{vi}).$$

(4) 注意到我们上面的三问中得到的最后结果均为 CNF 形式, 故而将其综合起来就能得到最后的结果.

$$\left(\bigwedge_{p=1}^{|V|} (\text{color}_{p1} \vee \text{color}_{p2} \vee \cdots \vee \text{color}_{pK}) \right) \wedge \left(\bigwedge_{p=1}^{|V|} \bigwedge_{1 \leq i < j \leq K} (\neg \text{color}_{pi} \vee \neg \text{color}_{pj}) \right) \wedge \left(\bigwedge_{(u,v) \in E} \bigwedge_{i=1}^K (\neg \text{color}_{ui} \vee \neg \text{color}_{vi}) \right)$$

2 最短路径: UCS

解答. 用 q 来表示优先队列, 优先队列中的元素均形如 $(\text{state}, \text{path}, \text{cost})$, 表示当前的状态, 到达该点的路径和到达该状态的最小花费, 其中 cost 越小的越先出队列. 用 explored 表示已经访问过的状态.

下面是在该图中使用 UCS 算法的过程:

- 初始时 $q = \{(S, 0)\}$, $\text{explored} = \{\}$.
- 从队列中取出 S 并扩展, 得到 $q = \{(C, S \rightarrow C, 4), (A, S \rightarrow A, 2)\}$, $\text{explored} = \{S\}$.
- 从队列中取出 A 并扩展, 得到 $q = \{(C, S \rightarrow C, 4), (D, S \rightarrow A \rightarrow D, 7), (B, S \rightarrow A \rightarrow B, 10)\}$, $\text{explored} = \{S, A\}$.
- 从队列中取出 C 并扩展, 得到 $q = \{(D, S \rightarrow C \rightarrow D, 6), (B, S \rightarrow C \rightarrow B, 6)\}$, $\text{explored} = \{S, A, C\}$.
- 从队列中取出 B 并扩展, 得到 $q = \{(D, S \rightarrow C \rightarrow D, 6), (T, S \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow T, 14)\}$, $\text{explored} = \{S, A, C, B\}$.
- 从队列中取出 D 并扩展, 得到 $q = \{(T, S \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow T, 14)\}$, $\text{explored} = \{S, A, C, B, D\}$.
- 从队列中取出 T 并判断其为目标状态, 算法结束.

根据上述过程可以得到 S 到 T 的最短路径为 $S \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow T$, 花费为 14. UCS 的出队顺序为 S, A, C, B, D, T .

3 SAT 问题: CDCL