

《人工智能引论》课后练习-2

内容：逻辑与搜索 提交时间：2023-03-16 姓名： 学号：

1. 图着色问题 (25 分)

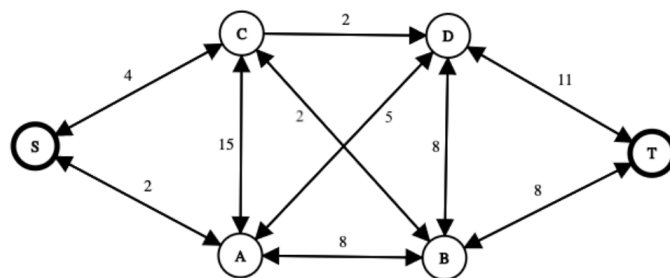
我们课堂上讲的地图着色问题，其实更普遍被成为图着色问题。

我们总共有 K 中颜色，现在需要给图的每一个节点分配一种颜色，如果任意两个相邻节点不是相同的颜色，则该图是可 K 着色的。图 K 着色问题是一个经典的 NP-Complete 问题，具有许多实际应用，例如编译器的寄存器分配，课程安排，课上讲的 N 皇后其实也是一种图 K 着色问题。在该问题中，你将开发用于图着色的合取范式 (conjunctive normal form , CNF) 。

假设该图 $G = \langle V, E \rangle$ 有 $|V|$ 个节点和 $|E|$ 边，我们用变量 $color_{ik}$ 表示第 i 节点是否是颜色 k ，我们用变量 $neighbor_{ij}$ 表示第 i 节点和第 j 节点是否有边相连。

- (a) (5 分) 请用命题逻辑表示约束每一个节点都着色了。
- (b) (5 分) 请用命题逻辑表示约束每一个节点最多只被一种颜色着色了。
- (c) (5 分) 请用命题逻辑表示约束任意相邻的两个节点的颜色不一样。
- (d) (10 分) 请将所有前面的约束合起来，并用 CNF 的形式表示。

2. 最短路径：UCS (25 分)



使用 UCS 算出 S 到 T 的最短路径及其代价。请给出离开优先队列节点的顺序。当两个节点可以同时离开优先队列的时候，顺序为 S、A、B、C、D、T。

3. SAT 问题 : CDCL (50 分)

考虑如下 CNF :

$$\begin{aligned}c_1 : & (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_4) \\c_2 : & (x_1 \vee x_3) \\c_3 : & (\neg x_4 \vee \neg x_2) \\c_4 : & (\neg x_4 \vee \neg x_1 \vee x_2) \\c_5 : & (x_3 \vee \neg x_1) \\c_6 : & (\neg x_3 \vee \neg x_2 \vee x_4) \\c_7 : & (x_1 \vee x_4) \\c_8 : & (\neg x_2 \vee x_1)\end{aligned}$$

使用 CDCL 算法 , 并画出隐含图 (implication graph) , 当有矛盾 (conflict) 的时候 , 必须形成再回溯后就可以 BCP 的子句。学到的新子句以 $c_9, c_{10} \dots$ 命名。新子句必须不能和已有的重复当有回溯的时候需要附上新的隐含图。并给出最后使 CNF 满足的变量赋值。

注意 : 深搜时必须以 $x_1, x_2 \dots$ 的顺序考虑变量 , 每个变量的取值必须先 True 后 False。