人工智能引论 第二次作业

周子锐 2100011032

2023 年 3 月 13 日

1 图着色问题

解答.

(1) 对于节点 p, 它被着色了可使用下面的逻辑表达式表示:

$$\text{color}_{p1} \vee \text{color}_{p2} \vee \cdots \vee \text{color}_{pK}.$$

故所有节点被染色可被表示为:

$$\bigwedge_{p=1}^{|V|} (\text{color}_{p1} \vee \text{color}_{p2} \vee \cdots \vee \text{color}_{pK}).$$

(2) 对于节点 p, 其至多被一种颜色染色可用如下的 CNF 表示:

$$\bigwedge_{1\le i<j\le K} (\neg\text{color}_{pi} \vee \neg\text{color}_{pj}).$$

故所有节点至多被一种颜色染色可被表示为:

$$\bigwedge_{p=1}^{|V|} \bigwedge_{1\le i<j\le K} (\neg\text{color}_{pi} \vee \neg\text{color}_{pj}).$$

(3) 对于一条边 $e = (u, v) \in E$, 这两个节点没有被染相同颜色可用 CNF 表示为

$$\bigwedge_{k=1}^{K} (\neg\text{color}_{u,k} \vee \neg\text{color}_{v,k}).$$

故对于所有边其两端的点的颜色不同可表示为

$$\bigwedge_{(u,v)\in E} \bigwedge_{i=1}^{K} (\neg\text{color}_{ui} \vee \neg\text{color}_{vi}).$$

(4) 注意到我们上面的三问中得到的最后结果均为 CNF 形式, 故而将其综合起来就能得到最后的结果.

$$\left(\bigwedge_{p=1}^{|V|}(\text{color}_{p1} \vee \text{color}_{p2} \vee \cdots \vee \text{color}_{pK})\right) \bigwedge \left(\bigwedge_{p=1}^{|V|}\bigwedge_{1\le i<j\le K}(\neg\text{color}_{pi} \vee \neg\text{color}_{pj})\right) \bigwedge \left(\bigwedge_{(u,v)\in E}\bigwedge_{i=1}^{K}(\neg\text{color}_{ui} \vee \neg\text{color}_{vi})\right)$$

2 最短路径: UCS

解答. 用 q 来表示优先队列, 优先队列中的元素均形如 $(\text{state}, \text{path}, \text{cost})$, 表示当前的状态, 到达该点的路径和到达该状态的最小花费, 其中 cost 越小的越先出队列. 用 explored 表示已经访问过的状态.

下面是在该图中使用 UCS 算法的过程:

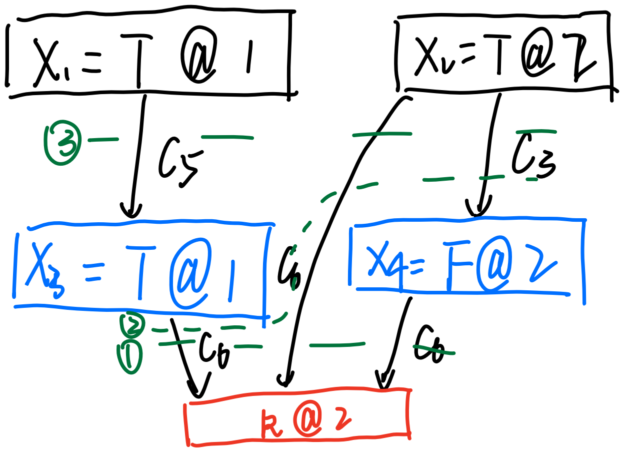
- 初始时 $q = \{(S, 0)\}, \text{explored} = \{\}$.
- 从队列中取出 S 并扩展, 得到 $q = \{(C, S \to C, 4), (A, S \to A, 2)\}, \text{explored} = \{S\}$.
- 从队列中取出 A 并扩展, 得到 $q = \{(C, S \to C, 4), (D, S \to A \to D, 7), (B, S \to A \to B, 10)\}, \text{explored} = \{S, A\}$.
- 从队列中取出 C 并扩展, 得到 $q = \{(D, S \to C \to D, 6), (B, S \to C \to B, 6)\}, \text{explored} = \{S, A, C\}$.
- 从队列中取出 B 并扩展, 得到 $q = \{(D, S \to C \to D, 6), (T, S \to C \to B \to T, 14)\}, \text{explored} = \{S, A, C, B\}$.
- 从队列中取出 D 并扩展, 得到 $q = \{(T, S \to C \to B \to T, 14)\}, \text{explored} = \{S, A, C, B, D\}$.
- 从队列中取出 T 并判断其为目标状态, 算法结束.

根据上述过程可以得到 S 到 T 的最短路径为 $S \to C \to B \to T$, 花费为 14. UCS 的出队顺序为 S, A, C, B, D, T.

3 SAT 问题: CDCL

解: 下图黑色结点表示 DFS 中自行赋值的点, 蓝色表示由 BCP 计算得到的结点, 红色结点表示矛盾

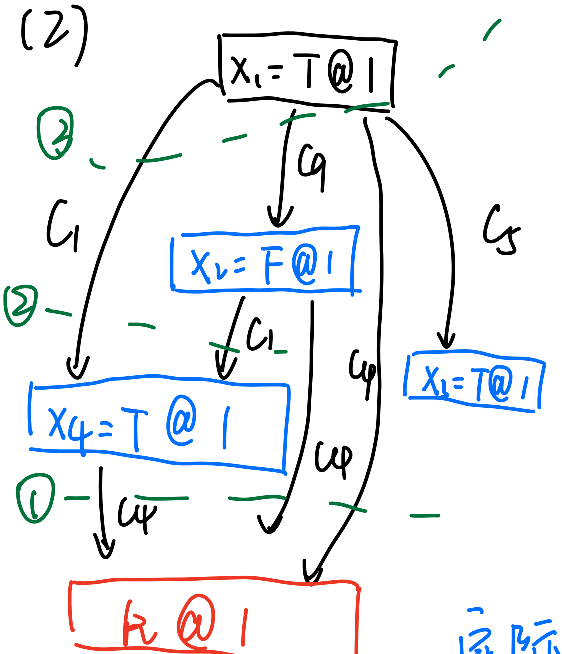
(1)



$\neg X_3 \vee \neg X_2 \vee X_4 \xrightarrow{\text{考虑}X_4} \neg X_3 \vee \neg X_2 \xrightarrow{\text{考虑}X_3} \neg X_1 \vee \neg X_2$

学到新子句 $C_9: \neg X_1 \vee \neg X_2$，同时回溯到第一层

(2)

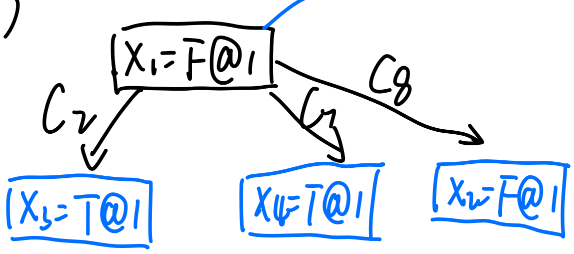


$\neg X_1 \vee X_2 \vee \neg X_4 \xrightarrow{\text{考虑}X_4} \neg X_1 \vee X_2 \xrightarrow{\text{考虑}X_2} \neg X_1$

学到新子句 $C_{10}: \neg X_1$，同时回溯到第一层之前

(3)

实际上可直接由 C_{10} 确定



此时所有子句得到满足

故满足CNF的一个取值为

$X_1 = \text{False}$，$X_2 = \text{False}$

$X_3 = \text{True}$，$X_4 = \text{True}$