

Решение интегралов с помощью квадратурных формул Ньютона-Котеса

1. Дан полином на отрезке (по варианту)
2. Вычислить точное значение интеграла от функции на отрезке
3. Найти приближенное значение интеграла с помощью формулы
 - а. средних прямоугольников
 - б. трапеций
 - в. парабол
 - г. трех восьмых
4. Построить графики зависимости **фактической точности** и **числа итераций** (число разбиений отрезка) от заданной точности. Заданная точность достигается по правилу Рунге. На графике отметить линию биссектрисы.
5. **Тестовый пример** выполнить для заданной функции на заданном отрезке для 1, 2 и 4х разбиений отрезка. Применяв правило Рунге, узнать с какой точностью вычислен интеграл

I

6. Для заданной функции найти выражение для теоретической ошибки при помощи нужных производных
7. Построить на графике для ошибок линии, соответствующие максимальной и минимальной теоретической ошибке

II

6. Построить функцию с разрывом в точке $x = t$ вблизи середины отрезка

$$F(x) = \frac{f(x)}{x-t}$$

7. На графики из п.3 добавить линии для функции с разрывом

III

6. Провести оптимизацию кода для сокращения вычислений
7. Построить график зависимости объема вычислений – числа вызовов подынтегральной функции – от заданной точности до и после оптимизации

Замечание. Число разбиений отрезка и объем вычислений на графиках представлять в виде степени 2

Варианты

Для каждого варианта даны отрезок и функция (одна на два варианта)

| вариант | отрезок | вариант | отрезок | функция |
|---------|----------------|---------|---------------|---|
| 1. | $[-2.0, -0.3]$ | 17. | $[-0.5, 2.1]$ | $f(x) = x^5 - 2.2x^3 + 0.5x^2 - 7x - 3.4$ |
| 2. | $[-2.3, -0.5]$ | 18. | $[-0.7, 2.2]$ | $f(x) = x^5 - 3.2x^3 + 1.5x^2 - 7x - 5.4$ |
| 3. | $[-2.7, -0.2]$ | 19. | $[-0.4, 2.4]$ | $f(x) = x^5 - 5.2x^3 + 2.5x^2 - 7x - 2.4$ |
| 4. | $[-2.6, -0.6]$ | 20. | $[-0.8, 2.2]$ | $f(x) = x^5 - 4.2x^3 + 3.5x^2 - 7x - 7.4$ |
| 5. | $[-2.6, -0.3]$ | 21. | $[-0.5, 1.5]$ | $f(x) = x^5 - 2.2x^3 + 7.5x^2 - 7x - 3.9$ |
| 6. | $[-2.6, -0.4]$ | 22. | $[-0.6, 1.8]$ | $f(x) = x^5 - 2.9x^3 + 6.5x^2 - 7x - 5.4$ |
| 7. | $[-2.8, -0.5]$ | 23. | $[-0.7, 1.6]$ | $f(x) = x^5 - 3.2x^3 + 9.5x^2 - 7x - 7.5$ |
| 8. | $[-2.4, -0.5]$ | 24. | $[-0.7, 2.2]$ | $f(x) = x^5 - 3.5x^3 + 2.5x^2 - 7x - 6.4$ |
| 9. | $[-3.5, 0.3]$ | 25. | $[0.1, 2.9]$ | $f(x) = x^5 - 9.2x^3 + 2.5x^2 - 7x + 1.4$ |
| 10. | $[-3.3, 0.9]$ | 26. | $[0.7, 2.8]$ | $f(x) = x^5 - 8.2x^3 + 4.5x^2 - 7x + 6.5$ |
| 11. | $[-2.5, 0.3]$ | 27. | $[0.1, 2.0]$ | $f(x) = x^5 - 3.2x^3 + 2.5x^2 - 7x + 1.5$ |
| 12. | $[-3.4, 0.8]$ | 28. | $[0.6, 2.1]$ | $f(x) = x^5 - 7.2x^3 + 9.5x^2 - 7x + 2.5$ |
| 13. | $[-3.0, 0.7]$ | 29. | $[0.5, 2.0]$ | $f(x) = x^5 - 5.2x^3 + 5.5x^2 - 7x - 3.5$ |
| 14. | $[-3.4, 1.1]$ | 30. | $[0.9, 2.1]$ | $f(x) = x^5 - 7.2x^3 + 8.5x^2 - 7x - 4.5$ |
| 15. | $[-2.5, 1.3]$ | 31. | $[1.1, 1.8]$ | $f(x) = x^5 - 3.2x^3 + 1.5x^2 - 7x - 9.5$ |
| 16. | $[-2.9, 0.4]$ | 32. | $[0.2, 2.5]$ | $f(x) = x^5 - 6.2x^3 + 3.5x^2 - 7x - 2.1$ |