

5работа

Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка методами Рунге-Кутты

1. Дана задача Коши (по варианту) и ее точное решение
2. На заданном отрезке построить равномерную сетку
3. Найти численное решение задачи Коши на построенной сетке
 - а. методом Эйлера (1 порядка)
 - б. методом Эйлера-Коши (2 порядка)
 - в. Модифицированным методом Эйлера (2 порядка)
 - г. Методом 3 порядка, $\text{коэф}=1/2$
 - д. Методом 3 порядка $\text{коэф}=1/3$
 - е. Методом 4 порядка, $\text{коэф}=1/2$
 - ж. Методом 4 порядка $\text{коэф}=1/3$
4. Получить решения для двух значений шага и построить
 1. Графики точного и полученных решений на отрезке
 2. График ошибки на заданном отрезке

На 7 баллов

На 10 баллов

- | | |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none">5. Построить график зависимости фактической точности от величины шага. График дополнить линией h^p, где p – порядок метода6. Тестовый пример выполнить по своему варианту вычислив значения решения $y(a+0.2)$ при шаге 0,2 и 0,17. Внести в начальное условие возмущение. Построить график зависимости нормы ошибки от величины возмущения при фиксированной точности (шаге). | <ol style="list-style-type: none">5. Построить графики зависимости от заданной точности (заданная точность достигается по правилу Рунге)<ol style="list-style-type: none">1. фактической точности (норма разности точного и вычисленного решений). На графике отметить линию биссектрисы2. числа итераций (максимальное число разбиений отрезка равномерной сетки) |
|--|---|

Замечание. Число разбиений отрезка на графиках представлять в виде степени 2

В а р и а н т ы

Таблица 9.1

№ п/п	Уравнение	a	b	y(a)	Точное решение
1.	$y' + y \operatorname{tg} x = \sec x$	0	1.5	1	$y = \sin x + \cos x$
2.	$x^2 y' + xy + 1 = 0$	1	3	1	$xy = 1 - \ln x $
3.	$(2x + 1)y' = 4x + 2y$	0	4	1	$y = (2x + 1) \ln 2x + 1 + 1$
4.	$x(y' - y) = e^x$	1	3	e	$y = e^x (\ln x + 1)$
5.	$y = x(y' - x \cos x)$	$\pi/2$	2π	$\pi/2$	$y = x \sin x$
6.	$y' = 2x(x^2 + y)$	1	2	e^{-2}	$y = e^{x^2} - x^2 - 1$
7.	$(xy' - 1) \ln x = 2y$	1	3	0	$y = \ln^2 x - \ln x$
8.	$xy' + (x + 1)y = 3x^2 e^{-x}$	1	5	$1/e$	$y = x^2 e^{-x}$
9.	$y' + 2y = y^2 e^x$	-1	1	e	$y = e^{-x}$
10.	$(x + 1)(y' + y^2) = -y$	1	5	$1/(2 \ln 2)$	$y(x + 1) \ln x + 1 = 1$
11.	$xy^2 y' = x^2 + y^3$	1	3	0	$y^3 = 3x^2(x - 1)$
12.	$xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$	1	2	0	$y = x^4 \ln^2 x$
13.	$xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$	1	2	$1/\sqrt{2}e$	$2y^2 x^4 e^x = 1$
14.	$2y' - x/y = (xy)/(x^2 - 1)$	1.1	4	$\sqrt{0.21}$	$y^2 = x^2 - 1$
15.	$(x^2 + 1)y' - 2xy = (x^2 + 1)^2$	0	2	0	$y = x(x^2 + 1)$