理解数学 依托教材 回归课堂 关注素养

——以2020年无锡市七年级期末统考应用问题命制经历为例

江苏省无锡市侨谊实验中学 朱宸材

**摘要：**文章记述了一次市统考应用题的命制经历，通过对问题的构思、试题原型、打磨研制到最终成型等命题过程的体会，命题人指出，数学教学要理解数学、依托教材、回归课堂，在突出数学核心能力的考查的同时，关注数学核心素养的达成。

**关键词：**七年级期末统考；应用问题；命题；核心素养

2019年12月，笔者有幸参加了无锡市教育科学院组织的七年级数学期末试卷的命制工作。现就试卷的第25题（全卷共26题）的命制历程与各位读者交流探讨。

**一、问题构思**

苏科版七年级上教材的设置先从数学与生活开篇，指导学生从日常生活走入数学世界，学会用数学的眼光来观察身边的世界。通过有理数和代数式两章从数到式的体验过程之后，进入到七年级代数学习的核心环节——一元一次方程的学习与实践，这是一条代数学习的主线。从命题角度，结合试卷的知识点和能力考查点的设置，在试卷的倒数第二题设计一个以实际生活为背景的一元一次方程的应用问题，基于两方面考虑：一方面将生活中的问题抽象成为数学问题，通过数学建模的方式来解决；另一方面发挥统考试卷对日常教学的导向作用，指导教师的教与学生的学，在考查核心能力的基础上，突出数学思想的渗透，兼顾核心素养在日常教学环节的落实与提炼。

1. **试题初稿**

基于初始的设想，笔者命制了如下的试题初稿：

**第一稿：**小明家隔壁开了一家火锅店。该店有两种促销方式，方式一：可以在网上购买代金券（全场通用30元抵50元代金券，即面值50元的代金券实付30元就能获得），但一次性消费最多可用3张代金券；方式二：除锅底68元不打折外，其余菜品全部5.8折。小明一家点了一份锅底和其他菜品，用餐完毕后，聪明的小明对比两种促销方式，选择了方式二买单，这样比方式一买单优惠了17.7元，问小明一家实际付了多少钱？

**初稿设想：**本题背景完全来自于日常生活，甚至代金券的数据、锅底价格、打折力度都沿用了商家的原始数据，给人的第一感觉就是一个活生生的生活中的数学实例，而代金券如何来使用又成为了本题数学建模的难点，可以很好的考查学生面对复杂问题进行分情况讨论的能力。

初稿在给命题组教师试做的过程中，教师提出了如下疑问：（1）代金券的使用说明是否会产生歧义？（例如，学生做题时是否会产生这样的理解，当产生90元费用时，就用两张代金券直接付款）（2）直接一个问题是否会出现较多的得0分的现象，能否为这个一问的应用题设置铺垫，从人性化的角度增加一个容易得分的第一问？

**第二稿：**小明一家打算去某火锅店吃火锅，该店在网上出售“30元抵50元的全场通用代金券”（面值50元的代金券实付30元就能得到），商家规定代金券等同现金使用，使用代金券的金额不超过应付总金额，而且一次性消费最多可用3张代金券。

1. 如果小明应付总金额为138元，按照店家的这个优惠方案，最少只要付多少元？
2. 小明一家来到火锅店发现店家还有一个现场优惠活动：除锅底68元不打折外，其余菜品全部5.8折，小明点了一份锅底和其他菜品，用餐完毕后，聪明的小明对照两种优惠，选择现场优惠方式买单，这样比代金券方式买单还能少付17.7元，问小明实际付了多少元？

**打磨探讨：**第二稿与第一稿相比，描述更加精确，对代金券的使用方法也查阅了相关的法律文书，不会再产生一稿中的歧义了，但是命题组经过再探讨的过程，又遇到了新的问题和担心：（1）基于学生的理解能力和生活背景，能否理解如何使用代金券，即如果一个学生从来没有接触过“代金券”，没有吃过火锅，不知道吃火锅必须要先点一个锅底， 能否理解本题的意思？（2）数据的真实固然重要，但数学研究实际上是从数学的本质出发来研究的。如果是这样，本题的数据能否再优化，便于学生计算？

1. **打磨定稿**

命题组针对讨论产生的争议，对问题进行再加工，逐字逐句打磨、修改，形成了最终的定稿：

小明一家打算去某火锅店吃火锅，该店在网上出售“25元抵50元的全场通用代金券”（面值50元的代金券实付25元就能得到），商家规定代金券等同现金使用，一次性消费最多可用3张代金券，而且使用代金券的金额不超过应付总金额。

（1）如果小明一家应付总金额为145元，用代金券方式买单，最多可以优惠多少元？

（2）小明一家来到火锅店发现店家还有一个现场优惠活动：除锅底不打折外，其余菜品全部6折，小明点了一份50元的锅底和其他菜品，用餐完毕后，聪明的小明对照两种优惠，选择现场优惠方式买单，这样比代金券方式买单还能少付15元，问小明实际付了多少元？

**试题修改的几点思考：**

1. **描述更加精准**

定稿中对代金券的使用的描述更加精准，相比较前两稿，不仅调整了语句的顺序，更将“用代金券的金额不超过应付总金额”一句放在段尾，让学生在看完整段语言描述后能加强关注，语句的调整和提炼目的是便于学生理解，避免在个别语句理解时产生歧义，从而提高问题解决的准确程度。

1. **体现人文关爱**

本题的情境很新颖，是生活中的真实事件，数学问题源于生活，解决问题的过程也是服务于生活的过程，可谓相得益彰，但是题目出现的两个新的概念（代金券和锅底）又容易对学生的解题形成干扰。于是，如何在命题时不让学生在概念上面纠结，直接解决数学问题本身，命题人着实下了一番功夫：“商家规定代金券等同现金使用，一次性消费最多可用3张代金券，而且使用代金券的金额不超过应付总金额”这一段，文字虽然不长，命题人查阅许多相关的专业文书，从众多的表述中精简提炼出这样的文字，使学生在做题时一看就懂，不会产生歧义；另外，“小明点了一份50元的锅底和其他菜品”直接省去没吃过火锅的学生对锅底的纠结，一带而过，将一个不需要进行数学描述的概念直接呈现给学生，便于学生上手分析问题。

1. **体现数学思维**

扫除了可能带来的理解障碍以后，剩下来的就是数学解答了，这也是本题的难点之一：需要通过对代金券使用张数的讨论，来建立一元一次方程，得到满足条件的答案，下面给出本题第二小问的解决方法。

解：设应付*x*元，

若只使用1张代金券，50≤*x*<100时，*x*-25-[50+0.6(*x*-50)]=15，*x*=150(舍）

若使用2张代金券，100≤*x*<150时，*x*-50-[50+0.6(*x*-50)]=15，*x*=212.5(舍）

若使用3张代金券，*x*≥150时，*x*-75-[50+0.6(*x*-50)]=15，*x*=275（符合）

实际付费=275-75-15=185元，

答：小明一家实际付了185元。

实际情况中，学生真正能做到分情况讨论的并不多，于是在评分标准中，命题人特别加了这样一段文字：若学生直接用代数推理的方法说明*x*大于150，且言之有理，同样可以不扣分。这里，考虑到学生在七年级上的现有数学认知，通过降低书写要求，突出学生的思维能力，同样也体现命题者贴近学生，突出考查核心能力的初衷。

**四、命题感悟**

从初稿到最终定稿，在核心知识考查不变的情况下，反思命题的全过程，经历了从模糊雏形到清晰立意，从生活背景到数学呈现，从知识考查到核心能力测评的过程。下面结合本题的命制，从命题人的角度谈几点命题感悟。

1. **理解数学是命制试题的前提**

《义务教育课程标准（2011版）》指出，要注重考查学生对于数学本质的理解。理解数学的核心是理解数学本质。在命题过程中，命题组全体成员形成统一认识，数学应用问题的命制的实质是将生活问题“数学化”和“再提炼”的过程，这里的“再提炼”其实是一种“再创造”，通过问题的考查，在学生已有经验的基础上，建构和发展他们的认知结构，完善数学思维。为了实现这一目标，对于数学知识能力的考查就需要和具体的教学知识和日常教学经验联系起来，通过问题的数学化呈现，揭示数学知识背后隐藏的思维方式和方法，于是理解数学知识的发生和应用过程成为了试题命制的关键。

1. **依托教材是命题成功的保证**

这里所指的教材，需要从更全面的角度来理解，即教材应当是教师教与学生学的一个范本，也就是为了适应学生的学，教师需要对教材进行再次的开发和利用。回到本题，苏科版教材（七年级上）中，有非常多的一元一次方程应用的实例，从综合考查学生能力的角度，需要对常见的问题进行二次开发，第一问“小明一家应付总金额为145元，用代金券方式买单，最多可以优惠多少元？”作为铺垫，目的是让学生就一种特殊情况进行对号入座，理解代金券的使用方法，而第二问体现了能力的考核，需要对于代金券的使用进行分类讨论，从理解提升到了全面认识的高度，存在一定的难度，但却是符合教材和考纲的考查要求的（教材中有对门票、水费、出租车收费等问题的讨论范例）。对于此类教材中涉及问题的二次开发，一般可以从以下两方面进行着手：一种可以根据需要，对原问题的结构顺序进行处理（如题设结论间的转化等）；另一种则是进一步促进学生数学活动经验的再完善。本题的创设基于后一种考虑，问题情境的创设目的是提供给学生一个新的问题情境，为学生能获得更多的活动经验提供探索空间。

1. **回归课堂是命题研究的基石**

从命题的角度回看数学教学，更多的体现在对日常课堂教学的诊断和指导上。数学检测是建立在学生已有的生活经验和数学活动经验的基础之上的，课堂教学亦如此。而如何能够建立这两者之间的有效联系，却不是轻而易举能够解决的，这中间甚至凝聚了许许多多教师毕生的心力。当然，在前人经验的总结过程中也得出了一些共识，普遍认同的一条就是数学课堂，教师应当引导学生进行数学思考。就本题而言，学生遇到的是一个新的情境，这需要学生从这个生活问题中迅速抽象出数学模型来，也就是要与一元一次方程的模型对应起来，其中存在了不小的难度，最大的障碍来自于代金券的使用，题中给出条件最多只能使用3张代金券，于是就带来了对于代金券使用数量的讨论。可以看到，在日常的教学中，类似这样的难点并不少见，那么对于类似的难点如何指导学生进行有效突破成为了教师在日常教学中努力的方向。如果在日常教学过程中每每遇到一些学生不太理解或者有争议的关键点，让学生们谈谈自己的认识，在不同的理解下，听听不同的声音，让思维进行碰撞，最后教师进行关键点的解读，学生的思维能力和解读问题的能力就会不断提升，解决问题的能力也会有效提高。试想，如果在考试中再次遇到这样的难点时，学生就会根据平时课堂中已有的数学活动经验，更全面的解读试题，从而问题就有可能迎刃而解。可见，充满思维碰撞的课堂教学就是一场优质的测试体验，而往往命题人的最初的命题思路和源泉也来自于活生生的课堂，课堂理应成为命题研究的基石和原动力。

1. **关注素养是命题提升的方向**

东北师范大学史宁中教授指出，初中阶段的数学核心素养，就是“用数学的眼光观察数学世界，用数学的思维思考现实世界，用数学的语言表达数学世界。”本题的设计与打磨正是在这样的理念指导下完成的。对于一个生活中的实例进行数学抽象，使之成为一个值得研究的数学问题，对于命题人而言，正是经历了上述过程：首先需要从日常生活中发现数学问题的影子，然后通过精准的数学语言描述出这样的实例，最后在数学思维的指导下不断优化问题情境，使之成为既能使学生理解，又能促进学生数学思维发展的优质问题，过程可谓艰辛。通过试题的独立分析和解答过程，促进学生思维品质的再提升，进而关注学生核心素养的实现，成为命题孜孜追求的努力方向。本题的命制，希望学生在解题时实现如下过程：根据已有经验——分析遇到的新问题——建立数学模型——解释可能产生的情况——解决问题本身——求解正确结果。学生在解题的过程中，既有数学知识内在联系的获得体验，同时形成对于数学整体性认识的能力考查。真正的数学核心素养考查，可以浓缩成思维内化和关键能力的检测，需要学生在理解数学问题的基础上，理解数学的本质，用数学的思维来思考现实世界。

数学试卷的命制是一个不断打磨完善，挑战自我的过程，其中的艰辛只有参与者方能体会。在命题的整个过程中，无锡市教育科学院数学教研员周建勋老师全程参与指导，他在命题过程中的一段话耐人寻味：“一份试卷要多看优点与闪光点，要敢于创新，只有这样才能鼓励命题老师去激发自身的潜力，不断地思考、完善与改进，从而命制出更多高质量，与时俱进的、让人眼前一亮的好试题。”对于命题人而言，命制试题不仅仅是在考查学生的知识与能力，更多地也是在提升自身的数学素养。如何使命题更加贴近教材与课标，更好地指导日常教学，更全面地兼顾考查核心素养，我们都在路上。

**附作者简介：**

朱宸材：男，中学高级教师，无锡市教学能手，主要进行课堂教学与解题研究.

联系方式：无锡市侨谊实验中学 朱宸材收（13914105350） 邮编：214000.