数学直观想象核心素养在高考中的考查

-----以对称性为例分析考查与对策

楚利平（西安市第八十九中学 邮编：710003电话：15353631591）

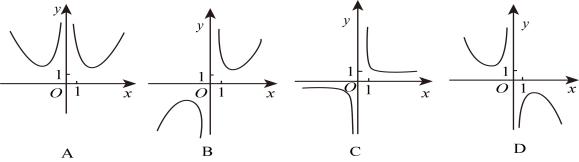
摘要： 纵观近几年的高考试题，在选择题的压轴题部分和解析几何试题中，考查学生数形结合思想中图形的对称性题目居多，这些题目能够很好的考查学生直观想象、数学抽象和数学推理的核心素养，树立学生求简求美的意识。

关键词： 直观想象 对称性 核心素养

1. 以函数为载体考查直观想象和数学抽象的核心素养

1.1 通过给出函数解析式，要求学生寻找对应的函数图像。

例1.（2018年全国二卷）函数的图像大致为（ ）



解析：首先确定函数的定义域,再判定函数的奇偶性=-)所以函数图像关于原点对称，排除选项A，当时，,直接排除C,D选项，所以正确答案为B。

反思总结：这类题目主要考查学生的数学分析能力、数形结合的思想和逻辑推理的核心素养，解答时一般从函数的定义域、函数图像的对称性、函数图像的变化趋势以及函数在特殊点对应的函数值来处理（本题可取,排除C,D选项），难度系数不大，但能够引导学生把函数解析式和函数图像有机结合起来，考查了逻辑推理和直观想象的核心素养。

1.2 以函数为背景，综合考查函数图像的对称性。

例2.（2017年全国三卷文科12题）已知函数有唯一零点，则a的值为（ ）

1. - B. C. D.1

分析：作为选择题的压轴题，本题主要考查函数的性质和函数零点的概念，其中函数图像的对称性是核心，,由于,所以的图像关于直线对称，而函数有唯一的零点，则零点必在处，又可得，故选A。

反思总结：这类题目在高考中多为压轴题，用以增加试题的难度和区分度，试题中蕴含着数形结合的思想，综合考查了学生分析问题和解决问题的能力，对学生数学抽象和图形的直观性核心素养要求较高，利用函数图像的对称性可以使问题快速获解。因此我们在课堂教学中必须渗透直观想象和数学抽象的核心素养，结合教学内容，把函数的解析式和函数的图像有机统一起来，并在课堂教学中注意运用现代化的教育技术，使抽象的数学问题借助函数图形直观化，发展学生的数学抽象和直观想象核心素养。

1. 在解析几何中考查图形的对称性

2.1．试题在呈现时就突出了几何图形的对称性，引导学生解题方向。

例3.（2016年全国II卷文21理20）已知*A*是椭圆*E*：的左顶点，斜率为*k*(*k*>0)的直线交椭圆*E*与*A,M*两点，点*N*在*E*上，*MANA*。（1）当|*AM*|=|*AN*|时，求的面积；(2)略。

解析： 由椭圆关于轴对称， 点*A*是椭圆的左顶点，点M,N在椭圆上，且线段|*AM*|=|*AN*|，则点*M*,*N*一定关于轴对称，又因为*MANA，*则直线*AM*的斜率为1，由点斜式可得直线AM的方程y=x+2，把直线y=x+2和椭圆方程联立可解得点*M*的坐标为（-），则*N* （-）,易得的面积为。

反思总结：解决本题第一问的核心就是要抓住椭圆关于轴对称，这是研究圆锥曲线的基本常识，题目也以椭圆的左顶点为基点，告知|*AM*|=|*AN*|,引导学生思考关于轴对称，再利用角就可以得到直线*AM*的斜率为1，使问题获解。

2.2对称性隐含在解题过程中

例4.(2019全国II卷理21)已知点*A*(-2,0),*B*(2,0),动点*M*（）满足直线*AM*与*BM*的斜率之积为，记*M*的轨迹为*C*。

（1）求*C*的方程，并说明*C*是什么曲线；

（2）过坐标原点的直线交*C*于*P*,*Q*两点，点*P*在第一象限，轴，垂足为*E*，连结*QE*并延长交*C*于点*G*。（i）证明：是直角三角形; （ii）略。

解析：（1）由题设得,化简得(。所以曲线C是以原点为中心，焦点在轴的椭圆，不包含左右端点。

（2）（i）设直线PQ的斜率为,则直线的方程为,

解得, 记，

则 P,Q，E

直线QG的斜率为,方程, 则 得

①

设G(,则和是方程①的两个解，故,由此得。

从而有,所以,即是直角三角形。

反思总结：本题第一问实质是北师大版选修1-1习题2-1第7的改编，在解决第二问时利用了椭圆和直线关于原点成中心对称图形， 这时在解题中常设P(),则Q(),极大地简化了运算过程。由于字母较多，学生不容易找到关系，巧妙地利用了和是方程①的两个解，由根与系数关系得到，使问题简化，这在解析几何中是一种常用手法。鉴于圆锥曲线的对称性在高考中的考查非常广泛，所以在进行圆锥曲线性质研究的教学中，我们必须向学生强调对称性的重要性，要求学生掌握用方程研究对称性的方法，掌握利用对称性画圆锥曲线的方法，引导学生把圆锥曲线的图像和圆锥曲线的方程有机统一起来，在探讨圆锥曲线的性质和圆锥曲线与直线的位置关系式注意利用图像的直观性简化运算，树立求简意识。

透过以上分析，可知关于对称性的考查，以高考压轴题居多，这就要求我们必须重视知识的发生发展过程教学， 引导学生自己探究、领悟和掌握研究问题的过程和数学思想方法，提升学生的数学核心素养；同时在课堂教学中重视数学基本思想和基本方法的渗透，强化“四基四能”，注重提升学生的数学核心素养。例如在必修1的教学中要加强函数与函数图像的有机联系，渗透数形结合的思想，在研究函数的性质时，注意利用函数图像的直观性引导学生理解函数的单调性、对称性等变化趋势；在必修2的教学中，以旋转体和圆为载体进一步加强学生对图形对称美的理解和感悟，提升学生图形直观性核心素养；在必修4的教学中，首先利用单位圆研究正弦函数的性质，利用单位圆的对称性研究三角函数的诱导公式和周期，感悟图形的直观性，最后注意利用函数的图像及其变化进一步体会和感悟图形的对称美，利用图像引导学生认识函数的最值、单调性、周期性、对称性，进一步培养学生直观想象的核心素养；在选修教材圆锥曲线教学过程中，利用椭圆和双曲线的轴对称和中心对称，及抛物线的轴对称素材让学生充分体会对称美在数学学习中的重要地位，同时让学生掌握用代数方法研究圆锥曲线性质的方法，注意对称性在解决问题时的简洁性，培养学生求简求美意识，不断地提高学生直观想象的核心素养。

参考文献：1.普通高中数学课程标准（2017版）中华人民共和国教育部制定。

作者资料：楚利平，西安市第八十九中学。地址：陕西省西安市新城区后宰门143号，收件人：楚利平，邮编710003。

作者简介：楚利平（1968-），男（汉族），陕西省西安市，西安市中小学学科带头人，陕西省高级教师，大学本科，研究方向：高考复习研究和高中数学课堂教学研究。

电话：15353631591

QQ：459741692

邮箱：[459741692@qq.com](mailto:459741692@qq.com)