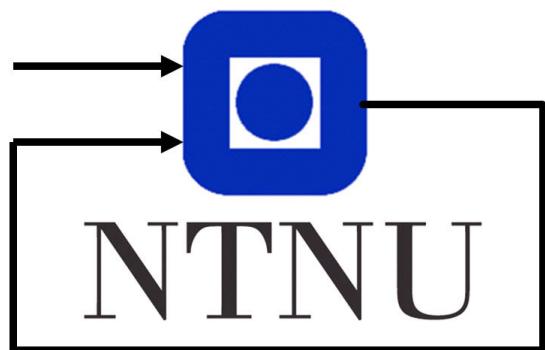


Teknisk rapport analog motorlab

Gruppe T-96
Endre Åsgard, Herman von der Ohe

18. februar 2026



Institutt for teknisk kybernetikk

Sammendrag

Dette prosjektet omhandler konstruksjonen av en analog servomotor. Systemet består av en hastighets- og posisjonsregulator i en lukket sløyfe, samt korresponderende målere, implementert ved hjelp av opampkretser. Resultatet er en fungerende servomotor med stabil regulering av både hastighet og posisjon.

1 Introduksjon

Dette er en teknisk rapport av prosjektet *Analog motorlab* innen emnet *Instrumentering og måleteknikk* ved NTNU. Målgruppen til denne rapporten er ingeniører og studenter med generell kunnskap innen reguleringssteknikk og analog elektronikk. Resultatet av dette prosjektet er en servomotor som blir regulert av analoge komponenter. Motoren har et innebygd tachometer og potensiometer som brukes til å tolke henholdsvis fart og posisjon til motoren som et spenningsignal. Spenningsignalene brukes sammen med operasjonsforsterkere til å lage et analogt reguleringssystem som gir et pådrag tilbake til motoren. Systemet er satt sammen av en hastighetsmåler, posisjonsmåler, hastighetsregulator og posisjonsregulator. Rapporten går i dybden om hvordan systemene er satt sammen, hvilke komponenter som blir brukt, resultater og erfaringer underveis.

1.1 Teori

Operasjonsforsterken (ofte kalt opamp) er en viktig komponent i analoge, elektroniske systemer. Den kan brukes til forsterkning, addisjon, subtraksjon, derivasjon og integrasjon av spenningssignaler. En opamp har to innganger (V_+ og V_-) og utgangssignalet er gitt ved $V_{ut} = A_0(V_+ - V_-)$.

Opamper har følgende egenskaper, svært høy forsterkning A_0 (vanligvis $10^6 - 10^8$), svært høy inngangsimpedans og svært liten utgangsimpedans. Se datablad for opamp. [1] I dette prosjektet antas ideelle opamper, det vil si uendelig forsterkning, uendelig inngangsimpedans og ingen utgangsimpedans. [2]

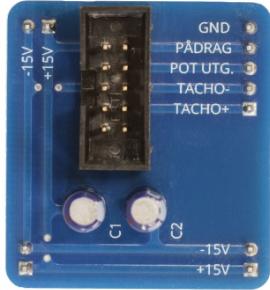
En regulator gir et pådrag gitt av avviket mellom målte verdi og referanseverdi. [Et uttrykk for en PI-regulator \(1\)](#) og en P-regulator (2) er vist under.

$$u(t) = K_p(x_r(t) - x_m(t)) + K_i \int_{t_0}^t (x_r(\tau) - x_m(\tau)) d\tau \quad (1)$$

$$u(t) = K_p(x_r(t) - x_m(t)) \quad (2)$$

Her er $u(t)$ pådraget, $x_r(t)$ og $x_m(t)$ er henholdsvis referanseverdi og målte verdi. Konstantene K_p og K_i er regulatorenes forsterkning. [En regulator med kun et p-ledd, som vist i \(2\), regulerer med et pådrag proposjonalt med feilen.](#) Pådraget blir mindre og mindre jo nærmere den målte verdien kommer referanseverdien. Dette fører til et stasjonæravvik. [Integralvirkningen i PI-regulatoren](#) løser dette problemet ved å gi et pådrag gitt av arealet til avviket. Regulatorenes forsterkning blir justert for at systemets demping skal bli best mulig, kritisk dempet. K_p definerer også K_i gjennom forholdet $K_i = \frac{K_p}{T_i}$. Verdien av T_i justeres for å bestemme I-regulatorkonstanten. [3]

Headeren fungerer som grensesnitt mellom reguleringsystemet og motorkortet for styring og innhenting av sensordata fra motoren. Figur 1 viser headeren med koblingspunktene. Den har en spenningsforsyning på ± 15 V, brukt blant annet til opamper.



Figur 1: Header med ± 15 volts spenningsforsyning og tilkoblinger pådrag, potensiometer utgang og tacho + og - utgang. [4]

GND er referansepunktet på 0 V. Inngangen PÅDRAG styrer motoren kraft proporsjonalt med spenningssignalet og dets fortegn for retning. POT UTG. gir et spenningsignal proporsjonalt med motoren posisjon, mens TACHO+ og TACHO- leverer en differensialspenning proporsjonal med motoren hastighet.

2 Hastighetsmåler

2.1 Introduksjon

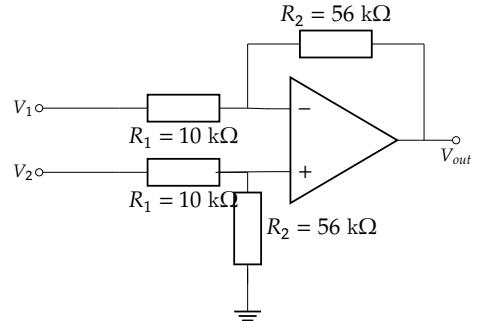
For å kunne regulere hastigheten til en servomotor er det nødvendig å implementere en hastighetsmåler. I dette prosjektet benyttes to metoder for hastighetsmåling, differensialforsterker og den mer robuste versjonen, instrumenteringsforsterkeren. Begge metodene har som funksjon å generere et utgangssignal basert på målinger fra et tachometer. Felles for begge er bruken av en differensialforsterker, som er viktig for å få ω_m som en nøyaktig måling. Den differensielle utgangsspenningen fra tachometeret ble regnet fram til å være i intervallet ± 1.79 V under labforarbeidet

En differensialforsterker, som vist i figur 2, kan matematisk beskrives med ligningen

gen

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1}(V_2 - V_1) \quad (3)$$

[5, s. 96]. Her er V_{out} utgangssignalet, R_2 og R_1 er motstander gitt i Ω og V_2 og V_1 er inngangssignalene gitt i V.



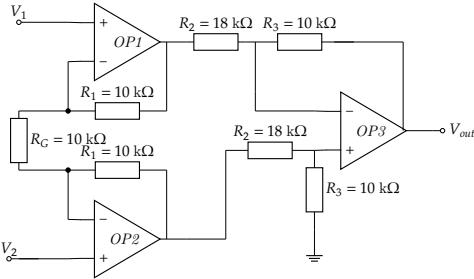
Figur 2: Differensialforsterkeren forsterker spenningsdifferansen mellom de to inngangene V_2 og V_1 . [5, s. 96]

En utfordring med differensialforsterkeren er at inngangspenningene (V_1 og V_2) blir undertrykt av tachometerets utgangsimpedans. Dette kan løses ved å bruke spenningsfølgere mellom sensoren og differensialforsterkeren. Spenningsfølgere har svært høy inngagnsimpedans, som betyr at de tar opp tilnærmet hele spenningssignalet, i tillegg til at de har svært lav utgangsimpedans slik at utgangssignalet ikke blir undertrykt.

Ved å bruke spenningsfølgere mottar differensialforsterkeren et signal med lav utgangsimpedans. Dette er implementert i figur 3. Denne kretsen har en justerbart forsterkning, kontrollert av potensiometeret R_G .

2.2 Metode

Kretsene ble koblet opp i henhold til skjemaene for differensialforsterkeren, figur 2, og instrumenteringsforsterkeren, figur 3,



Figur 3: Instrumenteringsforsterker med to spenningsfølgere (OP1 og OP2) og differensialforsterkeren (OP3). [5, s. 98]

med de motstandsverdiene som er oppgitt i tegningene. Tachometerutgangene, Tacho+ og Tacho-, ble koblet til henholdsvis V_2 og V_1 . Jumpere ble koblet inn for å kunne velge mellom differensialforsterkeren eller instrumenteringsforsterkeren.

Testing av kretsene ble gjennomført ved å justere utgangsimpedansen til tachometeret på motorkortet og deretter måle signalet med et oscilloskop. Da instrumenteringsforsterkeren ble brukt, ble forsterknlingen justert med potensiometeret R_g til signalet var innenfor et tilfredsstillende spenningsområde. Labforarbeid viste at ved maks R_g vil instrumenteringsforsterken ha et utgangsintervall på ± 1.004 V og ved minimum R_g ha utgangsintervall på ± 1989 V.

2.3 Resultater

Målinger viste at den differensielle utgangsspenningen fra tachometeret var i intervallet $[-1.9, 1.8]$ V.

2.3.1 Differensialforsterker

Ved lav utgangsimpedans ble signalet målt til å være 10.1 V ved maksimal fremoverkjøring og -10.9 V ved maksimal bakoverkjøring. Når samme måling ble gjort med

høy utgangsimpedans fra tachometeret, var signalet i intervallet $[-10, 10]$ mV.

2.3.2 Instrumenteringsforsterker

Uavhengig om utgangsimpedansen var høy eller lav var signalet fra instrumenteringsforsterken likt. Dette ga et utgangssignal i intervallet $[-10.9, 10.1]$ V.

2.4 Diskusjon og konklusjon

Forskjellen i responsen mellom differensialforsterkeren og instrumenteringsforsterkeren kan forklares med deres forskjellig inngangsimpedans. For differensialforsterkeren, som har lav inngangsimpedans, vil endringer i utgangsimpedansen påvirke signalets styrke, særlig ved høy utgangsimpedans hvor signalet blir svakere eller ikke målbart. På den andre siden har instrumenteringsforsterkeren høy inngangsimpedans, noe som gjør at utgangsimpedansen fra tachometeret blir neglisjerbar.

3 Hastighetsregulator

3.1 Introduksjon

Hastighetsregulatoren gjør det mulig å kontrollere motorens hastighet, noe som er essensielt for at posisjonsregulatoren skal kunne styre fart og retning. Kretsen består av en PI-regulator, med mulighet for å deaktivere integralladeddet.

Hastighetsregulatoren består av 4 deler. Første del tar inn ω_m fra hastighetsmåleren og en referanse ω_d . Utgangen fra denne er differansen mellom de to signalene. Dette signalet brukes så i P- og I-regulatoren. Figur 4 viser kretsskjema over reguleringssystemet. Hver opamp er nummerert for hvil-

ken del av systemet den er i.

Del 2 av systemet inverterer signalet fra del 1. Del 3 av systemet er en integrator. Utgangen er gitt av ligning (4).

$$V_{ut} = -\frac{1}{RC_1} \int_{t_0}^t V_{inn}(\tau) d\tau \quad (4)$$

Her er $R = R_5 + R_6$ som er motstand gitt i Ω og C_1 er kondensatoren gitt i farad. Dette er I-regulatoren i systemet. Her ser man at T_i fra (1) er gitt av RC_1 i (4).

Del 4 av systemet er en summerer der utgangen er

$$V_{ut} = -\frac{R_8 + R_9}{R_7} (OP2_{ut} + OP3_{ut}) \quad (5)$$

Her er $OP2_{ut}$ og $OP3_{ut}$ henholdsvis utgangene til del 2 og del 3, mens R_7 , R_8 , R_9 er motstand gitt i Ω . Del 4 inverterer også signalet, og siden del 2 og del 3 inverterer signalet fra del 1, får en riktig fortegn på utgangen av hele reguleringssystemet.

3.2 Metode

Hastighetsregulatoren ble koblet opp slik figur 4 viser med de oppgitte verdiene.

Integratorens forsterkning justeres ved hjelp av potensiometeret R_5 , som endrer T_i . En jumper kan benyttes for å kortslutte kondensatoren, noe som deaktivérer I-leddet i regulatoren. K_p fra (1) er gitt av $\frac{R_8+R_9}{R_7}$ i (5). Ved å justere verdien på potensiometeret R_9 endres K_p , som brukes til å tilpasse reguleringsystemet.

Utgangen av hastighetsregulatoren kobles så til pådraget på headeren. Se figur 1.

3.3 Resultat

Figur 5 og figur 6 viser forskjellen på å bruke P-regulator og PI-regulator.

En ser tydelig at figur 5 har et stasjonæravvik mellom den målte hastigheten og referansehastigheten. Hvis en påvirker motoren med ekstra eksterne krefter, blir avviket større. Ved å koble inn I-regulatoren forsvinner stasjonæravvik, figur 6. PI-regulatoren klarer også fint å regulere mot eksterne krefter.

3.4 Diskusjon og konklusjon

Stasjonæravviket kommer av at pådraget fra P-leddet etterhvert ikke blir større enn de eksterne kreftene som virker mot motoren. Det oppstår en likevekt mellom pådraget og de eksterne kreftene som (6) viser.

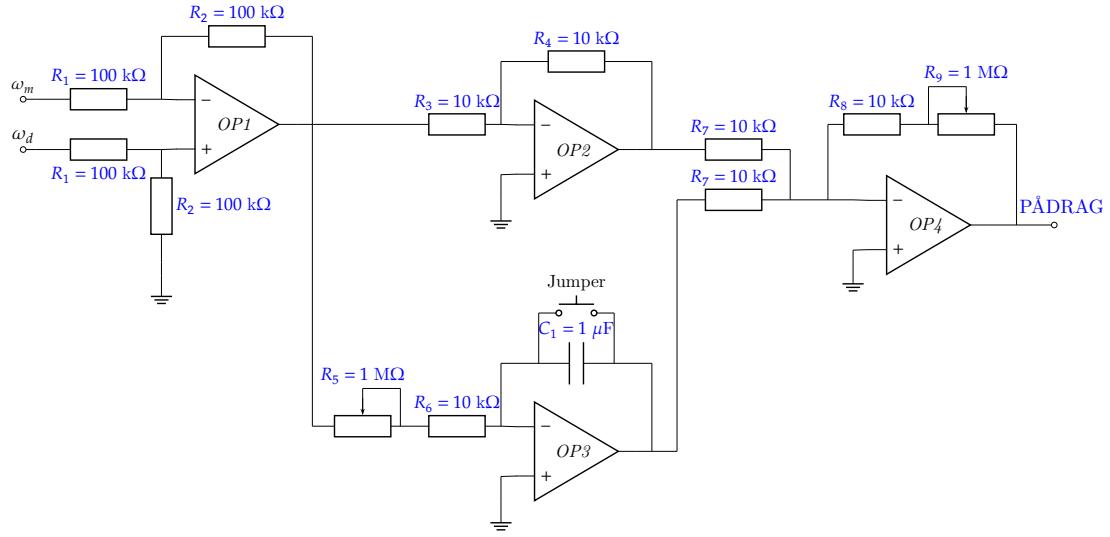
$$F = K_p(\omega_d - \omega_m) \quad (6)$$

Her er venstre siden de totale kreftene som virker mot motoren og høyre siden er pådraget fra P-leddet. Man ser fra (6) at større F gir et større avvik. Dette stemmer med resultatene. Gjennom kalibreringen av PI-regulatoren kunne man oppleve at høy K_p ga mindre stasjonæravvik når kun P-leddet er i bruk. En bivirkning av dette var mye støy på pådraget. Beste løsningen ble lav K_p , for å få lite støy, og la I-regulatoren regulere vekk stasjonæravviket. Høy K_i resulterte i at I-regulatoren reagerte raskt, uten at det oppsto mye støy.

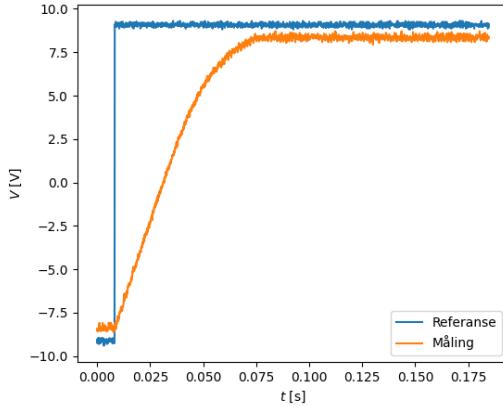
4 Posisjonsmåler

4.1 Introduksjon

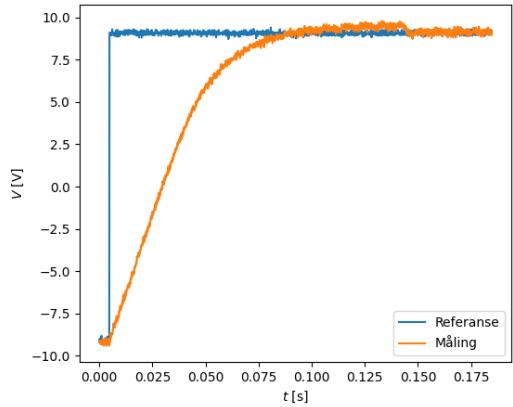
For å kunne måle vinkelutslaget til motoren, implementeres en posisjonsmåler. Dette oppnås ved å bruke et potensiometer



Figur 4: Kretsskjema over hastighetsregulatoren. OPX tilsier del X av systemet. [4]



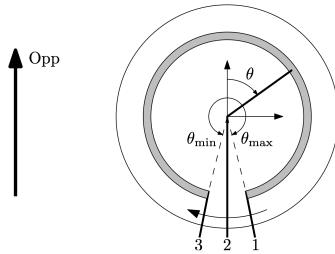
Figur 5: Hastighetsregulator med P-ledd. Viser avvik mellom hastighetsreferansen og den målte hastigheten når I-regulatoren er av. Fra representativ eksempladata. [6]



Figur 6: Hastighetsregulator med PI-ledd. Viser avvik mellom hastighetsreferansen og den målte hastigheten når I-regulatoren er på. Fra representativ eksempladata. [6]

koblet til motorens aksling, som genererer en spenning proporsjonal med rotasjonsvinkelen. Denne spenningen benyttes deretter i posisjonsregulatoren for å oppnå nøyaktig styring av motorens posisjon.

Potensiometeret, vist i figur 7, gir en posisjonsmåling innenfor området $[0, 360 - \epsilon]^\circ$, der ϵ er en kompensasjonsfaktor for å unngå kortslutning i slepekontakten. Spenningen på den midtre pinnen (pin 2) er uttrykt ved likning (7). Når motoren når sin maksima-



Figur 7: Potensiometer med dødsone. Dødsone kommer av at potensiometeret ikke utfyller hele 360 grader. [4]

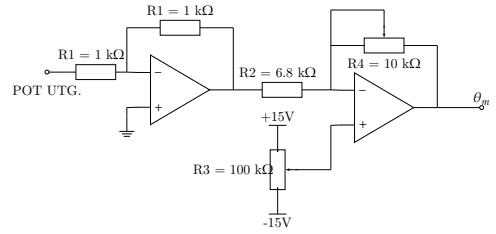
le vinkel $\theta = \theta_{\max}$, vil utgangsspenningen fra potensiometeret være på sitt maksimale nivå u_{\max} . Hvis motoren roterer videre i positiv retning utover dette punktet, ender vi opp med $\theta = \theta_{\min}$ og den tilsvarende spenningen.

$$u_{pin2} = u_{\min} + \frac{R_{\theta}}{R_{total}}(u_{\max} - u_{\min}). \quad (7)$$

I kretsen er spenningen mellom pinne 1 og 3 satt til henholdsvis +15 V og -15 V. Dermed gir potensiometeret et utgangssignal i intervallet $[-15, 15]$ V i følge (7).

For å kunne bruke signalet i posisjonsregulatoren må spenningen skaleres og flyktes til intervallet $[1.0, 5.0]$ V. Dette oppnås ved hjelp av kretsen vist i figur 8, hvor utgangsspenningen bestemmes av en kombinasjon av motstandene R_3 og R_4 . Ved å justere disse motstandsverdiene kan både forsterkning og offset tilpasses for å oppnå ønsket spenningsområde.

Utgangen til figur 8 er gitt av ligning



Figur 8: Posisjonsmåler med potentiometre for å justere forsterkning og offset fra POT UTG. spenningssignalet. [4]

(8).

$$\theta_m = \frac{R_4}{R_2} POT - 15 V * (2R_3 - 1) \left(1 + \frac{R_4}{R_2} \right) \quad (8)$$

Her er θ_m utgangssignalet og POT er POT UTG. signalet fra headeren (se figur 1). R_2 er motstand gitt i Ω og R_3 og R_4 er potensiometer gitt i Ω . Ligningen skiller mellom forsterkningen (øverst) og offset (nederst).

4.2 Metode

Kretsen ble koblet opp i henhold til kretskjemaet, se figur 8. Inngangssignalet ble hentet fra headeren merket POT UTG. For å justere utgangsspenningen til riktig intervall ble R_3 og R_4 justert, mens utgangssignalet ble målt med et oscilloskop. Labforarbeidet ga verdiene $R_4 = 907 \Omega$ og $R_3 = 58.8 \text{ k}\Omega$.

4.3 Resultater

Målinger fra labben viste at utgangsspenningen fra potensiometeret ikke stemte overens med forventede verdier, og ble målt til ± 9 V ikke ± 15 V som tidligere nevnt. Utgangssignalet θ_m oppnådde dermed ikke det ønskede intervallet.

4.4 Diskusjon og konklusjon

Forskjellen mellom forventet og målt utgangsspenning skyldes sannsynligvis spenningsfall over motstandene til potmetret.

Ved å justere R_3 og R_4 , altså gain og offset, ble det mulig å kompensere for denne forskjellen, slik at signalet ble det nødvendige området [1.0, 5.0] V. Dette sikrer at systemet fungerer som tiltenkt. Selv om labforarbeidet ga oss verdier på motstandene, måtte de bli justert ytterligere for å oppnå ønsket intervall.

5 Posisjonsregulator

5.1 Introduksjon

Posisjonregulatoren tar inn en referanse θ_d og en målt verdi θ_m fra posisjonsmåleren. Denne regulatoren er en proporsjonalregulator uttrykt

$$\omega_d = K_p(\theta_d - \theta_m) \quad (9)$$

hvor ω_d blir hastighetsreferansen til hastighetsregulatoren (se figur 4), K_p er forsterkningskonstanten, og θ_d og θ_m er henholdsvis posisjonsreferansen og målte posisjon.

Figur 9 viser hvordan (9) blir realisert. Utgangen til OP1 er uttrykt $V_{ut} = \frac{R_7}{R_6}(\theta_d - \theta_m)$. Fra posisjonsmåleren er θ_m i utgangspunktet i området [1.0, 5.0] V. For at posisjonsreferansen skal fungere sammen med den målte posisjonen må også θ_d være i samme området som θ_m .

OP2 forsterker utgangen fra OP1 med en konstant gitt av $\frac{R_8+R_9}{R_8}$. Dette blir K_p i (9).

5.2 Metode

Figur 9 ble realisert på koblingsbrettet med de oppgitte verdiene. Potensiometeret R_4 er en spenningsdeler hvor spenningsnivået over potensiometeret er 4.65 V og under er det 1.67 V. θ_d er dermed i intervallet [1.67, 4.65] V. For å unngå ”wraparound”, ønsker man en buffer mellom grenseverdiene til θ_d og θ_m som er i intervallet [1.0, 5.0] V. Potensiometeret R_9 brukes til å endre reguleringskonstanten. Utgangen av OP2 er ω_d som kobles til hastighetsregulatoren, se figur 4.

5.3 Resultat

Resultatet av regulatoren var store dødsoner i endene av motorposisjonen. Omkring 35 grader av begge endene på motoren var ikke mulig å nå.

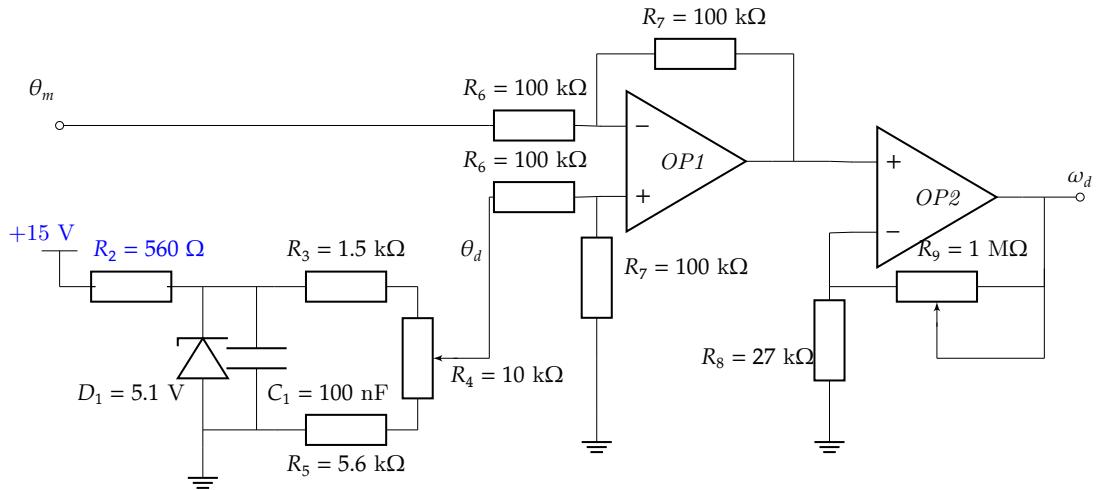
Sprangresponsen i figur 10 viser at systemet når referansenivået stabilt etter omtrent 0.15 sekunder, med en tidskonstant på omtrent 0.06 sekunder og kritisk demping.

5.4 Diskusjon og konklusjon

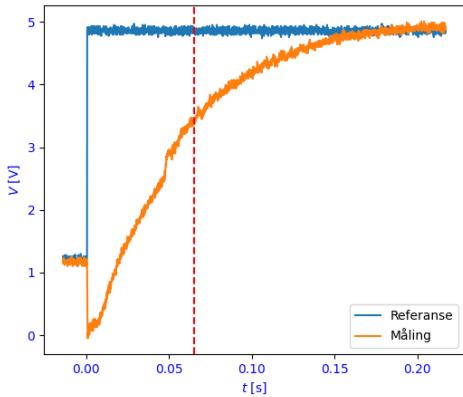
Dødsonen kom av flere grunner:

- Potensiometeret i motoren har en dødzone. Se figur 7.
- Stasjonæravvik fra P-regulatoren.
- θ_d dekker ikke hele intervallet til θ_m .

Dødsonen i motorens potensiometer kunne ikke gjøres noe med. Ved å sette på en firkantpuls på θ_d og måle θ_m ble K_p justert til det ikke ble opplevd store svingninger i θ_m (underdemping). Regulatoren var nå rask og stabil, men det var fortsatt dødsoner i posisjonsreguleringen.



Figur 9: Kretsskjema over posisjonsregulator. [4]



Figur 10: Viser sprangresponsen til systemet. Rødt stiplet, rød linje indikerer tidskonstanten til systemet. Data er fra representativt system. [6]

Løsningen ble å få θ_d til å fylle ut mer av intervallet til θ_m . Det er to mulige løsninger, utvide intervallet til θ_d ved å endre på verdiene til R_3 og R_5 , eller gjøre intervallet til θ_m mindre ved å justere på forsterkning og offset i posisjonsmåleren, se figur 8. Løsningen ble å endre på intervallet til θ_m . Mens θ_d var maksimum og minimum verdi,

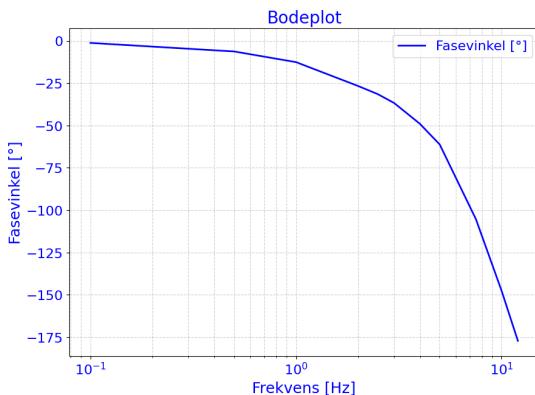
ble verdiene til R_3 og R_4 i figur 8 justert til motoren opplevde en "wraparound". Dette tydet på at θ_d lå utenfor intervallet til θ_m og posisjonsmåleren måtte justeres litt tilbake. En liten margin mellom θ_d og θ_m er viktig for at det ikke skal oppstå "wraparound" i andre tilfeller hvor støy kan føre til at θ_m hopper til motsatt ende av sitt intervall.

6 Resultat

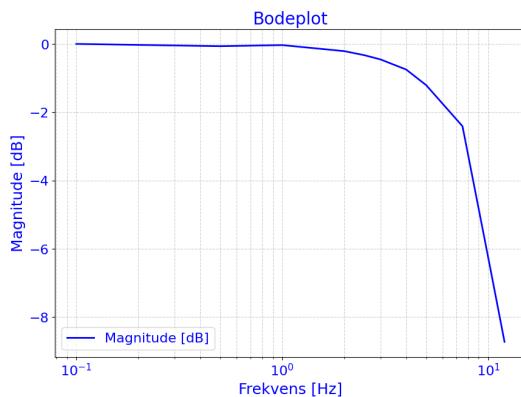
Fra figur 12 observeres det en knekkfrekvens på rundt 5 Hz, hvor forsterkningen er på -3 dB. Ved samme frekvens er faseforskyvningen, som vist på figur 11, omrent 60° .

7 Diskusjon

Systemet viste seg å være relativt stabilt for de målte frekvensene. Manglende målinger etter dette skyldes bekymring for at systemet kunne bli ødelagt hvis det ble presset videre. Ved knekkfrekvensen var faseforskyvningen 130° unna 180° . Dette indike-



Figur 11: Bodeplot som viser faseforskyvning til systemet ved forskjellige frekvenser. Målingene er fra det realiserte systemet.



Figur 12: Bodeplot som viser forsterkningen til systemet ved ulike frekvenser. Målingene er fra det realiserte systemet.

rer at vi kunne ha økt forsterkningen, noe som potensielt kunne forbedret systemets regulering og bedre bevart signalet. I stedet endte systemet opp med å bli ustabilt, da det opplevde "wraparound", da det ble presset forbi 10 Hz-området. Til tross for dette, er det oppnådd en tilfredsstillende båndbredde.

8 Konklusjon

De fire komponentene hastighetsmåler, hastighetsregulator, posisjonsmåler og posisjonsregulator har sammen gjort en likestrømsmotor motor til en velfungerende servomotor. Servomotoren tar inn en posisjonsreferanse og det kritisk dempede reguleringsystemet styrer motoren til riktig posisjon. Motoren har også mulighet for manuell valg av hastighet i positiv og negativ retning. Feilkilder til systemet innebefatter en dødsone og at reguleringskonstantene er funnet fram ved prøving og feiling. Videre har dette prosjektet gitt økt kunnskap for reguleringsteknikk og analoge spenningssystemer.

Kilder

- [1] T. Instruments, *LM741 Operational Amplifier*, <https://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm741.pdf>, 2015.
- [2] O. Pettersen, *Operasjonsforsterkeren*, <https://oddptr.folk.ntnu.no/Elkretser/Opamp-1.pdf>, mar. 2003.
- [3] J. T. Gravdahl, *Kybernetikk Introduksjon: Innføring i dynamikk og reguleringssteknikk*, ntnu.blackboard.com, aug. 2020.
- [4] Ø. Stavdahl, *Analog Motorlab – bygg din egen servomotor!* ntnu.blackboard.com, feb. 2025.
- [5] C. D. Johnson, *Process Control Instrumentation Technology*. Pearson Education Limited, Essex, 2014.
- [6] S. H. Emil Johnsen Sindre Moldsvor, *Eksempladata Analog motorlab*, ntnu.blackboard.com, mar. 2025.