

Thuật toán Chia để Trị

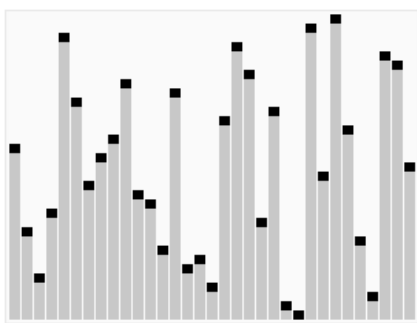
Lý thuyết và Phân tích

Chia để trị (CĐT) là một mô hình thuật toán sử dụng kỹ thuật đệ quy (recursion). Thuật toán gồm các bước như sau:

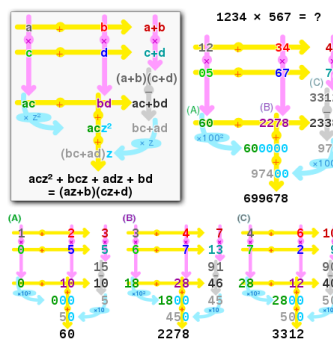
1. **Chia:** Chia bài toán thành 2 hay nhiều bài toán tương tự nhỏ hơn sử dụng đệ quy
2. **Trị:** Giải quyết các bài toán nhỏ sử dụng đệ quy. Giải trực tiếp nếu bài toán đủ nhỏ
3. **Kết hợp:** Kết hợp những lời giải của bài toán nhỏ thành lời giải của bài toán ban đầu

CĐT là cơ sở cho nhiều thuật toán hiệu quả, cụ thể như:

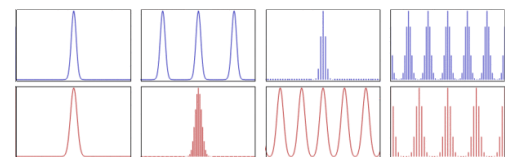
Thuật toán sắp xếp
(Quick sort, Merge sort, ...)



Thuật toán nhân
Karatsuba
(Karatsuba multiplication)

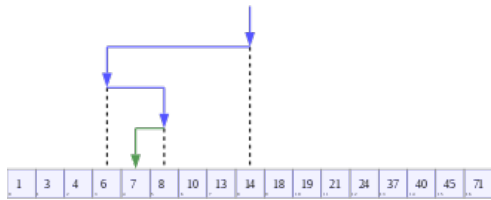


Biến đổi Fourier rời rạc
(Discrete Fourier Transform)

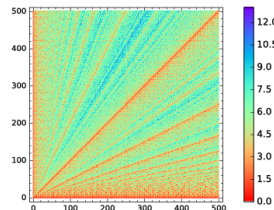


Vì CĐT chia bài toán thành 2 hay nhiều bài toán nhỏ hơn, cái tên Decrease and Conquer (tạm dịch "Giảm bớt để trị") được đề ra cho cách giải mà chỉ chia vấn đề thành 1 bài toán nhỏ hơn. Một số ví dụ gồm:

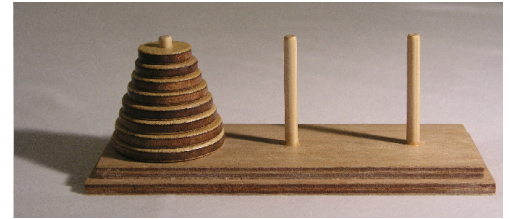
Tìm kiếm nhị phân (Binary search)



Ước chung lớn nhất Euclid (Euclidean algorithm)



Tháp Hà Nội (Tower of Hanoi)



Một số bài toán áp dụng

Tính trung bình cộng của mảng

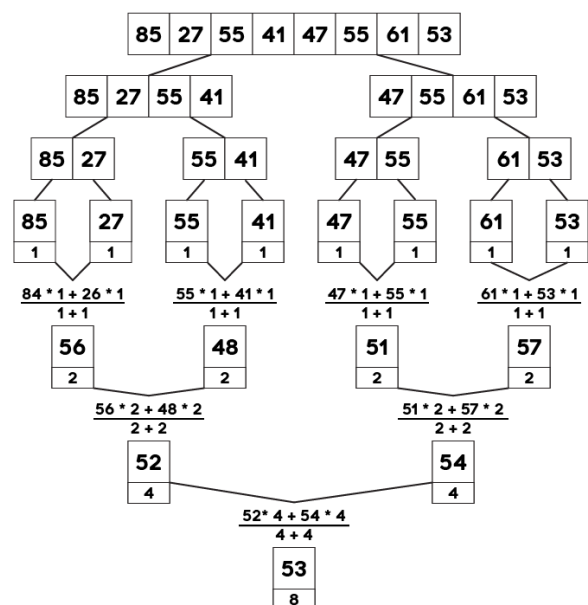
Bài toán này là một trong những ví dụ đơn giản nhất dùng để hiểu thuật toán chia để trị

Chia

Đệ quy chia nửa mảng đến khi độ dài mảng con là 1

Trị

- Trả về giá trị phần tử và độ dài mảng con
- Lấy tổng giá trị của 2 mảng con chia cho tổng độ dài của 2 mảng con
- Lặp lại để tính được trung bình cộng của những mảng con lớn hơn



Minh hoạ trung bình cộng bằng CĐT

Kết hợp

Lấy tổng giá trị 2 nửa của mảng ban đầu chia cho độ dài 2 nửa của mảng ban đầu thì ta sẽ thu được trung bình cộng của nguyên mảng đó

Sắp xếp trộn (Merge sort)

Sắp xếp trộn là một thuật toán có hiệu năng khá tốt, đều chạy trong thời gian $O(n \log n)$ trong cả trường hợp tốt nhất lẫn trường hợp tệ nhất.

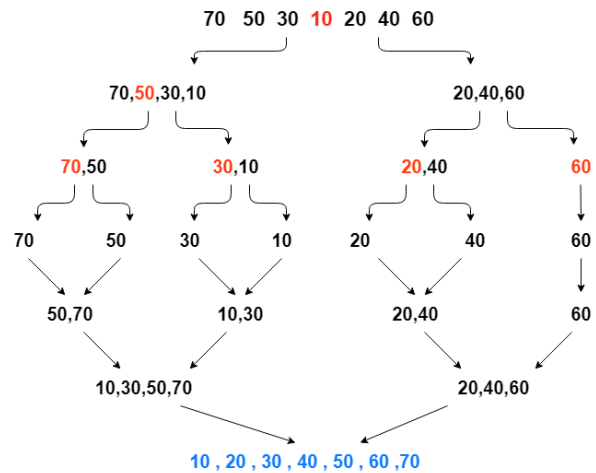
Thuật toán sắp xếp một mảng như sau:

Chia

Đệ quy chia nửa mảng đó thành mảng nhỏ hơn đến khi mảng con có độ dài 2 hoặc 3

Trị

- So sánh phần tử và sắp xếp chúng. Đối với mảng con có 3 phần tử, ta sắp xếp 2 phần tử bất kỳ (thường là 2 phần tử đầu) sau đó so sánh với phần tử còn lại.
- Sau khi đã sắp xếp những mảng con đó, ta sắp xếp kết hợp những mảng con đó thành mảng lớn hơn



Hình ảnh minh họa sắp xếp trộn
[Nguồn: [Pankaj - Digital Ocean](#)]

Kết hợp

Sau khi đã sắp xếp 2 nửa của mảng, ta tiếp tục trị chúng rồi kết hợp thành mảng đã sắp xếp

Một số bài toán khác

Problem - 673E - Codeforces

Radewoosh is playing a computer game. There are n levels, numbered 1 through n . Levels are divided into k regions (groups). Each region contains some positive number of


 <https://codeforces.com/problemset/problem/673/E>

ODEFOR
Sponso

Levels And Regions

Problem - E - Codeforces

Codeforces. Programming competitions and contests, programming community

 <https://codeforces.com/contest/1527/problem/E>

CODEFOR
Sponsore

Partition Game

Problem - 834D - Codeforces

Some time ago Slastyona the Sweetmaid decided to open her own bakery! She bought required ingredients and a wonder-oven which can bake several types of cakes, and opened the

 <https://codeforces.com/problemset/problem/834/D>

ODEFOR
Sponso

The Bakery