

Bài 1

Số đẳng cấu: DANGCAU.*

Hai số được gọi là đẳng cấu nếu chúng có cùng độ dài và tập hợp vị trí của các chữ số bằng nhau đều giống nhau (vị trí các chữ số được đánh thứ tự từ 1, từ trái sang phải).

Ví dụ:

Các số 12321, 83538, 45654 là đẳng cấu vì tập hợp các vị trí của các chữ số bằng nhau của chúng đều là $\{1,5\}$, $\{2,4\}$, $\{3\}$.

Số 1232 không đẳng cấu với 2342 vì tập hợp của các chữ số bằng nhau của chúng lần lượt là $\{1\}$, $\{2,4\}$, $\{3\}$ và $\{1,4\}$, $\{2\}$, $\{3\}$

12 đẳng cấu với 10, 13, 14, 92 nhưng lại không đẳng cấu với 1 vì độ dài của chúng khác nhau và cũng không đẳng cấu với 01 vì không được có chữ số 0 ở đầu.

Với X là một số nguyên dương, gọi $f(X)$ là số tự nhiên nhỏ nhất (chữ số đầu tiên phải khác 0) đẳng cấu với X . ví dụ: $f(10) = 10$, $f(12) = 10$, $f(213) = 102$.

Yêu cầu: cho số tự nhiên N , tìm $f(1) + f(2) + \dots + f(N)$

Input:

Chứa một số nguyên N ($1 \leq N \leq 1000$).

Output:

Một số nguyên duy nhất là kết quả tìm được.

DANGCAU.INP	DANGCAU.OUT
15	70

Giải thích: các số 1, ...9 có đẳng cấu là 1. Các số 10, 12, 13, 15 có đẳng cấu là 10, 11 đẳng cấu với chính nó => kết quả là 70

Bài 2

Dãy con không giảm: DAYCON.*

Cho số nguyên dương N và dãy A gồm N số nguyên a_1, a_2, \dots có giá trị tuyệt đối không quá 10^3 . Dãy không giảm là dãy số có số hạng trước không lớn hơn số hạng sau.

Hãy lập trình tìm dãy con liên tiếp không giảm dài nhất trong dãy A .

Input:

Dòng đầu chứa số nguyên dương N ($2 \leq N \leq 10^4$)

N dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số nguyên là các phần tử của a .

Output:

Ghi ra một số nguyên duy nhất là độ dài của dãy con liên tiếp dài nhất tìm được.

Ràng buộc: $1 \leq N \leq 6$

DAYCON.INP	DAYCON.OUT
7	4
-1	
1	
2	
1	
2	
2	
5	

Bài 3

Giảm giá trị: DECREASE

Một ngày rảnh rỗi, Cuội chơi trò chơi với những con số. Cuội lấy ra một số nguyên dương N rồi thực hiện không giới hạn số lần theo tác “chọn một chữ số X trong số nguyên dương N rồi giảm N đi X đơn vị. Hỏi Cuội phải thực hiện ít nhất bao nhiêu thao tác như vậy để giảm số N về 0.

Ví dụ: $N = 27$, Cuội thực hiện 5 thao tác sau:

1. Chọn $X = 7 \rightarrow N = 27 - 7 = 20$
2. Chọn $X = 2 \rightarrow N = 20 - 2 = 18$
3. Chọn $X = 8 \rightarrow N = 18 - 8 = 10$
4. Chọn $X = 1 \rightarrow N = 10 - 1 = 9$
5. Chọn $X = 9 \rightarrow N = 9 - 9 = 0$

Input:

Số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^6$)

Output:

Số thao tác ít nhất để biến đổi N về số 0

DECREASE.INP	DECREASE.OUT
27	5

Bài 4

Xóa phần tử: DELETE

Cho dãy a gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 3, \forall i = 1 \rightarrow n$). Hãy cho biết có bao nhiêu cách để xóa một số phần tử của dãy (không xóa phần tử nào cũng được coi là một cách) mà vẫn giữ nguyên thứ tự ban đầu để được một dãy mới thỏa mãn hai yêu cầu sau:

Dãy còn ít nhất 3 phần tử.

Phần tử đầu tiên của dãy có giá trị 1, kế tiếp theo là một số phần tử có giá trị 2 (ít nhất có 1 số 2) và kết thúc bằng đúng một phần tử có giá trị 3.

Ví dụ: các dãy $\{1, 2, 2, 3\}$ và dãy $\{1, 2, 3\}$ thỏa mãn yêu cầu; các dãy $\{1, 2, 3, 3\}$ và dãy $\{1, 1, 2, 3\}$ không thỏa mãn yêu cầu.

Input:

Dòng 1: một số nguyên duy nhất n ($1 \leq n \leq 10^6$) là số lượng phần tử của dãy.

Dòng 2: ghi n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 3, \forall i = 1 \rightarrow n$) là giá trị của dãy ban đầu.

Output:

Một dòng duy nhất ghi số cách xóa để được dãy mới thỏa mãn yêu cầu của đề bài. Do số lượng cách xóa có thể rất lớn nên bạn chỉ cần ghi ra số lượng cách xóa sau khi chia lấy dư cho $(10^9 + 7)$

DELETE.INP	DELETE.OUT	Giải thích
8 1 2 1 2 3 1 2 3	15	

Bài 5

ĐOẠN THẲNG FIND.*

Trên trục số có n đoạn thẳng, mỗi đoạn thẳng được xác định bởi điểm đầu là số nguyên x và điểm cuối là số nguyên y ($|x| \leq 10^9$; $|y| \leq 10^9$).

Người ta tiến hành tô đậm n đoạn thẳng trên. Khi đó trên trục Ox sẽ xuất hiện những đoạn được tô đậm.

Yêu cầu: Hãy xác định độ dài của đoạn được tô đậm dài nhất sau khi tô đậm n đoạn thẳng đã cho.

Dữ liệu: Vào từ file FIND.INP

- Dòng 1: Một số nguyên duy nhất n ($1 \leq n \leq 10^5$).
- n dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một cặp (x, y) là tọa độ của điểm đầu và điểm cuối của các đoạn thẳng.

Kết quả: Ghi ra file FIND.OUT độ dài của đoạn được tô đậm dài nhất

Các số trên một dòng của input/output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

Ràng buộc:

- Có 50% test tương ứng 50% điểm của bài toán thỏa mãn $n \leq 10^3$
- Có 50% test tương ứng 50% điểm của bài toán thỏa mãn $10^3 < n \leq 10^5$ Ví dụ:

FIND.INP	FIND.OUT	Giải thích
4 -1 2 1 5 6 7 -3 -2	6	- Tô đậm đoạn 1: $[-1, 2]$ - Tô đậm đoạn 2: $[1, 5]$ - Tô đậm đoạn 3: $[6, 7]$ - Tô đậm đoạn 4: $[-3, -2]$ Đoạn được tô đậm dài nhất là: $[-1, 5]$

Bài 6

Số gần nguyên tố: GAN_NT.*

Bộ phim mà Dũng và Mai đang xem nói về cuộc đời nhà toán học Alan _Turing – người đã chế tác thành công máy giải mã mà nhờ đó quân đội Anh đã phát hiện nhiều chiến dịch quân sự của phát xít Đức trong chiến tranh thế giới lần 2 (1939-1945). Một trong những nền tảng quan trọng của việc giải mã là kiểm tra xem một số nguyên có phải là số nguyên tố. Tất nhiên Mai biết số nguyên tố là số nguyên lớn hơn 1 và chỉ có 2 ước dương (1 và chính nó). Ngồi cạnh cây Toán của lớp, Mai muốn mở rộng khái niệm này và hỏi Dũng “Những số chỉ có 3 ước dương khác nhau thì thế nào?”. “Thật tuyệt” – Dũng nói “các số này là bình phương của một số nguyên tố, những số đầu tiên là: 4, 9, ..., tớ gọi đó là số gần nguyên tố”.

Sẵn có tờ vé xem phim có dãy số là sori của vé (có thể coi như là một số nguyên dương n), Mai đề nghị tìm số gần nguyên tố nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng n . Tất nhiên cô bạn gái của chúng ta nhận được câu trả lời ngay và luôn từ cậu bạn thân của mình. Còn bạn – những người lập trình viên tương lai hiển nhiên không cần phải tính. Chúng ta chỉ cần viết một chương trình và máy tính tự cho câu trả lời.

Yêu cầu: Cho số nguyên dương n , hãy tìm số gần nguyên tố nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng n .

Input:

Chứa một số nguyên n ($n \leq 10^{18}$).

Output: Số nguyên tìm được.

GAN_NT.INP	GAN_NT.OUT
20	25
3	4

4 test có giá trị $n \leq 100$;

2 test có giá trị $n \leq 10^6$;

2 test còn lại không có ràng buộc gì thêm

Bài 7

Chọn quà: MAXGIF

Cuối năm, công ty tổ chức phát quà cho nhân viên. Có N gói quà với giá trị khác nhau được xếp liên tiếp thành một hàng, trong đó gói quà thứ i có giá trị là a_i . Mỗi nhân viên chỉ được chọn 2 gói quà liên tiếp. Mr Bean là người may mắn được chọn đầu tiên, bạn hãy giúp MR Bean chọn ra 2 gói quà liên tiếp có giá trị lớn nhất.

Input:

Dòng 1: số nguyên dương N . ($2 \leq N \leq 10^6$)

Dòng 2: giá trị của từng gói quà, mỗi giá trị cách nhau bởi dấu cách. ($1 \leq a_i \leq 10^3$)

Output:

Tổng giá trị lớn nhất tìm được .

MAXGIF.INP	MAXGIF.OUT
5 1 3 5 4 2	9

Bài 8

Đặt quy hoạch PLAN.*

Công ty X muốn tìm mua một mảnh đất rộng để xây nhà máy, đại diện công ty X đến công ty mua bán bất động sản Y và được nhân viên công ty Y cho xem bản đồ quy hoạch khu đất mà công ty Y đang muốn bán.

Trên bản đồ quy hoạch của khu đất hình chữ nhật, người ta chia bản đồ thành $m \times n$ ô vuông. Mỗi ô vuông (i, j) ghi một số nguyên dương a_{ij} ($1 \leq a_{ij} \leq 5$, $0 < i \leq m$, $0 < j \leq n$) là độ cao trung bình của ô đất so với mực nước biển. Một mảnh đất là tập hợp tất cả các ô vuông có cùng giá trị và có chung cạnh. Diện tích của mảnh đất là số lượng các ô thuộc mảnh đất đó.

Yêu cầu: Cho hai số nguyên dương m, n ($0 < m, n \leq 1000$) và bảng giá trị a_{ij} hãy:

- Đếm số mảnh đất của khu đất
- Tìm mảnh đất có diện tích lớn nhất.

Dữ liệu: nhập từ file PLAN.INP

- Dòng 1: số nguyên dương m, n cách nhau bởi dấu cách.
- m dòng tiếp theo mỗi dòng ghi n số nguyên a_{ij} , các giá trị trên một dòng được ghi liên nhau.

Kết quả: ghi ra file PLAN.OUT trên hai dòng:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương k là số mảnh đất của khu đất
- Dòng thứ hai ghi diện tích của mảnh đất lớn nhất.

Ràng buộc:

- Có 30% test tương ứng 30% điểm của bài toán thoả mãn $1 \leq a_{ij} \leq 2$, $n \leq 10$
- Có 30% test tương ứng 30% điểm của bài toán thoả mãn $n \leq 20$;
- Có 40% test tương ứng 40% điểm của bài toán không có ràng buộc gì.

Ví dụ:

PLAN.INP	PLAN.OUT
3 5	4
11222	7
12212	
31112	

Bài 9

Lật qua lật lại: REVNREV

Cho dãy A gồm N phần tử $1, 2, 3, \dots, N$. người ta thực hiện dãy số này K lần hai thao tác sau:

Đầu tiên đảo ngược thứ tự (lật đối xứng) đoạn phần tử có chỉ số U đến V .

Tiếp theo đảo thứ tự lật (lật đối xứng) đoạn phần tử có chỉ số từ L đến R

Với U, V, L, R là các hằng số cho trước.

Cho biết dãy A sau khi thực hiện K lần hai thao tác trên

Input:

Dòng 1: hai số nguyên dương N, K ($1 \leq N \leq 100, 1 \leq K \leq 10^9$)

Dòng 2: hai số nguyên dương U, V ($1 \leq U < V \leq N$)

Dòng 3: hai số nguyên dương L, R ($1 \leq L < R \leq N$)

Output:

Ghi trên N dòng, dòng thứ i là ghi giá trị của phần tử thứ i của dãy A sau khi thực hiện K lần hai thao tác nói trên.

REVNREV.INP	REVNREV.OUT
7 2	1
2 5	2
3 7	4
	3
	5
	7
	6

Giải thích:

Dãy ban đầu: 1 2 3 4 5 6 7

Lần 1: 1 **5 4 3 2** 6 7

1 5 7 6 2 3 4

Lần 2: **1 2 6 7 5 3 4**

1 2 4 3 5 7 6

Bài 10

Chi phí tính tổng: SUMATION.*

Như đã biết thời gian thực hiện việc tính tổng hai số nguyên dương trên máy tính là phụ thuộc vào độ lớn của chúng. Để đơn giản ta coi rằng cộng hai số nguyên a và b phải trả chi phí cho thời gian có giá trị bằng 5% tổng giá trị $a + b$. Giả sử cần tính tổng của N số nguyên dương cho trước, dễ thấy có nhiều cách tổ chức công việc tính toán này, mỗi cách đòi hỏi chi phí thời gian nhất định. Chẳng hạn cần tính tổng các số 10, 11, 12, 13 (mất chi phí là 1.65) và cuối cùng cộng với 13 mất chi phí là 2.3. như vậy việc tính tổng chi phí cộng theo cách này là $1.05 + 1.65 + 2.3 = 5$. Một cách cộng khác là: $10 + 11$ (chi phí là 1.05), $12 + 13$ (chi phí là 1.25), cuối cùng cộng 2 kết quả với nhau chi phí là 2.3. Như vậy theo cách này thì tổng chi phí là $1.05 + 1.25 + 2.3 = 4.6$.

Yêu cầu: cho dãy N số nguyên dương. Cần tìm cách tính tổng của các số này sao cho tổng chi phí thời gian là nhỏ nhất.

Input:

Dòng 1: Chứa một số nguyên N ($2 \leq N \leq 15000$)

Dòng 2: ghi N số nguyên dương mà ta cần thực hiện tính tổng, hai số cách nhau bởi một dấu cách.

Output:

In ra tổng chi phí thời gian thực hiện nhỏ nhất theo cách tính tổng tìm được. Kết quả ghi ra lấy tối đa 2 chữ số phân thập phân.

Ràng buộc: $1 \leq N \leq 6$

SUMATION.INP	SUMATION.OUT
4 10 11 12 13	4.6
2 1 2	0.15