# IFCE - Engenharia de Telecomunicações - 2016.1

## Cálculo 1 - Derivadas

Prof. Angelo Papa Neto - papaneto@gmail.com

---

1. Calcule a derivada de cada uma das funções dadas abaixo.
   (a) $y = 3x^{2/3} - 2x^{5/2} + x^{-3}$.
   (b) $y = x^2\sqrt[3]{x^2}$.
   (c) $y = \dfrac{a}{\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{b}{x\sqrt[3]{x}}$.
   (d) $y = \dfrac{2x+3}{x^2-5x+5}$.
   (e) $y = \dfrac{x^6+1}{\sqrt{x^2+1}}$.
   (f) $y = \dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$.
   (g) $y = \dfrac{2}{2x-1} - \dfrac{1}{x}$.

2. Calcule a derivada de cada uma das funções dadas abaixo.
   (a) $y = 5\operatorname{sen} x + 3\cos x$.
   (b) $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$.
   (c) $y = \dfrac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$.
   (d) $y = x \operatorname{ctg} x$.
   (e) $y = x \operatorname{arcsen} x$.
   (f) $y = \dfrac{(1+x^2)\operatorname{arctg} x - x}{2}$.
   (g) $y = 2t\operatorname{sen} t - (t^2-2)\cos t$.

3. Demonstre que as funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ abaixo não são deriváveis nos pontos dados.
   (a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$, no ponto $x = 0$;
   (b) $f(x) = \sqrt[5]{x-1}$, no ponto $x = 1$;
   (c) $f(x) = ||x| - 1|$, nos pontos $x = -1$ e $x = 1$;
   (d) $f(x) = |\cos x|$, nos pontos $x = \frac{2k+1}{2}\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

4. Considere a sequência de funções, $f_0, f_1, f_2, \ldots$, com $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas indutivamente por

   - $f_0(x) = x$;
   - $f_{n+1}(x) = |f_n(x) - 1|$, para cada $n \geq 0$.

   Mostre que, para cada $n \geq 1$, $f_n$ não é derivável em $n$ pontos de seu domínio. Encontre eesses pontos.

5. Calcule a derivada de cada uma das funções dadas abaixo.
   (a) $y = x^7 \cdot e^x$.
   (b) $y = e^x \cos x$.
   (c) $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$.
   (d) $y = e^x \operatorname{arcsen} x$.
   (e) $y = \dfrac{x^2}{\ln x}$.
   (f) $y = \dfrac{1}{x} + 2\ln x - \dfrac{\ln x}{x}$.
   (g) $y = x^3 \ln x - \dfrac{x^3}{3}$.
   (h) $y = \ln x \cdot \log_{10} x - \ln a \cdot \log_a x$.

6. As funções $\operatorname{senh} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $\cosh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$\operatorname{senh}(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}, \quad \cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2},$$

   são chamadas **seno hiperbólico** e **cosseno hiperbólico**, respectivamente.
   (a) Verifique que $\cosh^2(t) - \operatorname{senh}^2(t) = 1$. Dessa forma, quando $t$ varia sobre os reais, o ponto $(\cosh t, \operatorname{senh} t)$ percorre a hipérbole $x^2 - y^2 = 1$. Isso justifica os nomes dessas funções.
   (b) Mostre que $(\cosh t)' = \operatorname{senh} t$ e $(\operatorname{senh} t)' = \cosh t$.
   (c) A **tangente hiperbólica** é a função $\operatorname{tgh} t = \dfrac{\operatorname{senh} t}{\cosh t}$. Determine $(\operatorname{tgh} t)'$.

7. Usando a regra da cadeia, calcule a derivada de cada uma das funções dadas abaixo.
   (a) $y = (3 + 2x^2)^4$.
   (b) $y = \left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^3$.
   (c) $y = (3 - 2\cos x)^5$.
   (d) $y = \sqrt{\operatorname{tg} x} - \sqrt{\sec x}$.
   (e) $y = \cos\left(\dfrac{1+\cos x}{1-\operatorname{sen} x}\right)$.
   (f) $y = \sqrt[3]{2e^x - 2^x + 1} + (\ln x)^5$.
   (g) $y = \operatorname{arcsen}(2x)$.
   (h) $y = \ln^2 x - \ln(\ln x)$.
   (i) $y = x^2 \cdot 10^{2x}$.
   (j) $y = t \cdot \operatorname{sen} 2^t$.
   (k) $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln\left(\sqrt{x} + 1\right)$.

8. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável em $x = 0$ tal que $f(0) = 0$ e seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & \text{se} \quad x \neq 0 \\ f'(0) & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

   (a) Mostre que $g$ é contínua em $x = 0$.
   (b) Faça $f(x) = \operatorname{sen} x$ e mostre que

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1.$$

9. Uma função $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é chamada **par** se $P(-x) = P(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Uma função $I : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é chamada **ímpar** se $I(-x) = -I(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.
   (a) Mostre que, se $P$ é par e derivável, então $P'$ é ímpar.
   (b) Mostre que, se $I$ é ímpar e derivável, então $I'$ é par.
   (c) Para uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ qualquer, mostre que

$$P(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

   é uma função par. Para uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ qualquer, mostre que

$$I(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

   é uma função ímpar.
   (d) Conclua que toda função pode ser escrita como a soma de uma função par com uma função ímpar.

10. Uma função $f : A \to \mathbb{R}$ $(A \subset \mathbb{R})$ é dita **periódica** de existe $p \in \mathbb{R}$ tal que $f(x+p) = f(x)$, para todo $x \in A$. Mostre que a derivada de uma função periódica é uma função periódica.

$\diamond \quad \diamond \quad \diamond$

**Observação:** nas três questões seguintes, iremos considerar **equações diferenciais**, que são equações onde a incógnita é uma função. Por exemplo, a função $f(x) = \frac{x^2}{2}$ satisfaz a equação diferencial $y' = x$, pois $f'(x) = \left(\frac{x^2}{2}\right)' = x$.

$\diamond \quad \diamond \quad \diamond$

11. Verifique que a função $y = xe^{-x}$ satisfaz a equação diferencial $xy' = (1-x)y$.

12. Verifique que a função $y = xe^{-x^2/2}$ satisfaz a equação diferencial $xy' = (1-x^2)y$.

13. Encontre uma função que satisfaça a equação diferencial $xy' = (1-x^3)y$. Sugestão: veja os dois exercícios anteriores.

14. Calcule a derivada de cada função abaixo (Sugestão: para derivar, $y = f(x)$, derive $\ln y$).
    (a) $y = (x+1)(2x+1)(3x+1)$.
    (b) $y = \sqrt{\dfrac{x(x-1)}{x-2}}$.
    (c) $y = \dfrac{(x-2)^9}{\sqrt{(x-1)^5(x-3)^{11}}}$.
    (d) $y = \sqrt[3]{x^2}\,\dfrac{1-x}{1+x^2}\operatorname{sen}^3 x \cos^2 x$.
    (e) $y = \sqrt[x]{x}$.
    (f) $y = x^{\sqrt{x}}$.
    (g) $y = x^{x^x}$.
    (h) $y = (\cos x)^{\operatorname{sen} x}$.
    (i) $y = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x$.
    (j) $y = (\operatorname{arctg} x)^x$.

15. Em cada expressão abaixo, a variável $y$ é uma função de $x$, ou seja $y = f(x)$. Determine $f'(x)$.
    (a) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.
    (b) $x^3 + y^3 = 1$.
    (c) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = a$.
    (d) $y^3 = \dfrac{x-y}{x+y}$.
    (e) $\operatorname{tg} y = xy$.
    (f) $e^y = x + y$.
    (g) $\ln x + e^{-y/x} = c$.
    (h) $\operatorname{arctg}(x+y) = x$.
    (i) $\operatorname{arctg} \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{2}\ln(x^2+y^2)$.
    (j) $\sqrt{x^2+y^2} = c \cdot \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x}$.
    (k) $x^y = y^x$.

16. Determine o ângulo formado pelas retas que tangenciam a parábola $y = x - x^2$ nos pontos onde ela encontra o eixo das abscissas.

17. Encontre os pontos em que as tangentes ao gráfico da função $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$ são horizontais.

18. Em que ponto a tangente à parábola $y = x^2 - 7x + 3$ é paralela à reta $5x + y - 3 = 0$?

19. Encontre a equação da parábola $y = x^2 + bx + c$ que é tangente à reta $y = x$ no ponto $(1,1)$.

20. Determine o coeficiente angular da reta tangente à curva $x^3 + y^3 - xy - 7 = 0$ no ponto $(1,2)$.

21. Em que ponto da curva $y^2 = 2x^3$ a reta tangente é perpendicular à reta $4x - 3y + 2 = 0$?

22. A **reta normal** a uma curva $\mathcal{C}$ em um ponto $P$ é a reta que passa por $P$ e é perpendicular à reta tangente a $\mathcal{C}$ em $P$. Determine as equações das retas tangente e normal a cada curva dada no ponto dado.
    (a) $y = \sqrt{x}$ no ponto de abscissa $x = 4$.
    (b) $y = \sqrt[3]{x-1}$ no ponto de abscissa $x = 1$.
    (c) $y = \operatorname{tg} 2x$ no ponto de abscissa $(0,0)$.
    (d) $y = \operatorname{arcsen} \dfrac{x-1}{2}$ no ponto de interseção com o eixo $x$.
    (e) $y = \arccos 3x$ no ponto de interseção com o eixo $y$.
    (f) $y = e^{1-x^2}$ nos pontos de interseção com a reta $y = 1$.

23. Encontre as derivadas de primeira e segunda ordem das funções abaixo.
    (a) $y = e^{x^2}$.
    (b) $y = \operatorname{sen}^2 x$.
    (c) $y = \ln \sqrt[3]{1+x^2}$.
    (d) $y = \ln\left(x + \sqrt{a^2+x^2}\right)$.
    (e) $y = (1+x^2) \cdot \operatorname{arctg} x$.
    (f) $y = a \cdot \cosh \dfrac{x}{a}$.
    (g) $y = (\operatorname{arcsen} x)^2$.

24. Se $f$ e $g$ são funções que admitem derivadas de segunda ordem, verifique que
$$(f \cdot g)'' = f''g + 2f'g' + fg''.$$

25. Se $f$ e $g$ são funções que admitem derivadas de terceira ordem, verifique que
$$(f \cdot g)^{(3)} = f^{(3)}g + 3f''g' + 3f'g'' + 2f'g' + fg^{(3)}.$$

26. Suponha que as funções $f$ e $g$ admitem derivadas até a ordem $n$. Mostre que
$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(n-k)} g^{(k)}.$$

27. Verifique que a função $y = \frac{x^2}{2}e^x$ satisfaz a equação diferencial $y'' - 2y' + y = e^x$.

28. Suponha que a função $y = C \cdot e^{ax}$ é solução da equação diferencial $y'' + 3y' + 2y = 0$ (*).

(a) Substitua $y = C \cdot e^{ax}$ na equação (*) para obter $a^2 + 3a + 2 = 0$.

(b) Conclua que os valores possíveis para $a$ são $a = -1$ ou $a = -2$.

(c) Verifique que qualquer função do tipo $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$, onde $C_1$ e $C_2$ são constantes, é solução da equação (*).

29. Considere a função $f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x$.

(a) Determine $f', f'', f^{(3)}$ e $f^{(4)}$.

(b) Determine $f^{(2016)}$.

(c) Determine $f^{(n)}$, para $n \geq 1$ inteiro.

30. Seja $f : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$. Determine $\dfrac{f^{(2015)}(2)}{f^{(2014)}(2)}$.

31. Encontre $y''$ se $x^2 + y^2 = 1$. Resposta: $y'' = -\frac{1}{y^3}$.

32. Encontre $y''$ no ponto $(1, 1)$ se

$$x^2 + 5xy + y^2 - 2x + y - 6 = 0.$$

33. Seja $f$ uma função derivável em um ponto $a$. A função linear $T : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $T(x) = f'(a)x$ é chamada **diferencial** de $f$ em $a$. A diferencial de uma função $f$ em um ponto $a$ é uma aproximação linear de $f$ em um intervalo aberto contendo $a$. Mostre que, dado $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que, se $|h| < \delta$, então $|f(a+h) - f(a) - T(h)| < \varepsilon|h|$. Em outras palavras, se $h$ é um número real próximo de zero e $f$ é uma função derivável em $a$, então

$$f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h.$$

34. Considere a função $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \sqrt{x}$.

(a) Determine $f'(x)$.

(b) Verifique que, se $h$ é pequeno,

$$f(x + h) \approx f(x) + \frac{h}{2\sqrt{x}}.$$

(c) Use o item anterior para encontrar aproximações para $\sqrt{5}$ e $\sqrt{17}$.

35. Se a área de um quadrado aumenta de $9\, m^2$ para $9,1\, m^2$ quanto aumentará seu lado, aproximadamente?

36. Encontre o valor aproximado de

(a) $\operatorname{tg}(45°3'20'')$.

(b) $\operatorname{arcsen}(0,54)$.

(c) $\sqrt[4]{17}$.

37. A equação $e^x = 1 + x$ tem uma solução real, $x = 0$. Mostre que essa equação não tem outra solução real.

38. Sobre o segmento da parábola $y = x^2$ situado entre os pontos $A(1, 1)$ e $B(3, 9)$, encontre o ponto onde a tangente à parábola seja paralela à corda $AB$.

39. Determine a derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{se} \quad n \neq 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

Use esse exemplo para mostrar que a derivada de uma função contínua nem sempre é contínua.

40. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se} \quad n \leq x_0 \\ ax + b & \text{se} \quad x > x_0 \end{cases}$$

Encontre os coeficientes $a$ e $b$ para que a função $f$ seja continua e derivável no ponto $x_0$.

41. Derivando a fórmula $\cos 3x = \cos^3 x - 3\cos x \operatorname{sen}^2 x$, encontre a fórmula $\operatorname{sen} 3x = 3\cos^2 x \operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^3 x$.

42. Para cada $x \neq 1$,

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}.$$

A partir da fórmula acima, encontre fórmulas para as somas

(a) $1 + 2x + 3x^2 + \cdots + nx^{n-1}$,

(b) $1^2 + 2^2x + 3^2x^2 + \cdots + n^2x^{n-1}$.

43. Usando a regra de L'Hopital-Bernoulli, encontre os seguintes limites.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x\cos x - \operatorname{sen} x}{x^3}$.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cosh x - 1}{1 - \cos x}$.

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{1 - x}{1 - \operatorname{sen}(\pi x/2)}$.

(d) $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{e^x}{x^5}$.

(e) $\displaystyle\lim_{x\to \pi/4} \frac{\sec^2 x - 2\operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}$.

(f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} [(1 - \cos x) \cdot \operatorname{ctg} x]$.

(g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(\operatorname{sen} mx)}{\ln(\operatorname{sen} x)}$.

44. Para cada função abaixo, determine os intervalos de crescimento e de decrescimento.

(a) $y = 1 - 4x - x^2$.

(b) $y = (x + 4)^3$.

(c) $y = \frac{x}{x-2}$.

(d) $y = \frac{x}{x^2-6x-16}$.

(e) $y = (x - 3)\sqrt{x}$.

(f) $y = x + \operatorname{sen} x$.

(g) $y = x \ln x$.

(h) $y = \operatorname{arcsen}(1 + x)$.

(i) $y = 2e^{x^2-4x}$.

45. Encontre os pontos de inflexão da função de Gauss $y = e^{-x^2}$.

46. Encontre o valor máximo e o valor mínimo de cada função abaixo no intervalo especificado.

(a) $y = \frac{x}{1+x^2}$ no intervalo $(-\infty, +\infty)$.

(b) $y = x^3 - 3x + 3$ no intervalo $[-3/2, 5/2]$.

(c) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ no intervalo $[-1, 5]$.

(d) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ no intervalo $[-10, 12]$.

47. Mostre que, para todo $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$, $e^x > 1 + x$.

48. Mostre que, para $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$,

$$x - \frac{x^3}{6} < \operatorname{sen} x < x.$$

49. Mostre que, para $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$,

$$\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}.$$

50. Mostre que, para $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$,

$$x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x.$$

51. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

onde $a, b, c \in \mathbb{R}$ são constantes e $a \neq 0$.

(a) Mostre que, se $a > 0$, a concavidade da parábola que é gráfico de $f$ está voltada para cima.

(b) Mostre que, se $a < 0$, a concavidade da parábola que é gráfico de $f$ está voltada para baixo.

(c) Mostre que, se $a > 0$, então $f(x) \geq f(-b/2a) = -\Delta/4a$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

(d) Mostre que, se $a < 0$, então $f(x) \leq f(-b/2a) = -\Delta/4a$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

52. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

onde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ são constantes e $a \neq 0$.

(a) Mostre que, se $b^2 < 3ac$ e $a > 0$, então $f$ é crescente em $\mathbb{R}$.

(b) Mostre que, se $b^2 < 3ac$ e $a < 0$, então $f$ é decrescente em $\mathbb{R}$.

(c) Mostre que no ponto de abscissa $-b/3a$ o gráfico de $f$ muda de concavidade.

(d) Se $b^2 = 3a(c-1)$, determine o ângulo que a reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de inflexão desse gráfico faz com a horizontal.

53. Dentre todos os retângulos de perímetro $p$ determine o de maior área.

54. Dentre todos os cilindros de mesmo volume $V$, encontre aquele que tem menor superfície total.

55. Inscreva em uma esfera um cone de volume máximo.

56. Encontre os pontos da hipérbole $xy = 1$ mais próximos da origem.

57. Seja $f : \mathbb{R} - \{-d/c\} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}.$$

Mostre que

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{n! c^{n-1}}{(cx+d)^{n+1}} (bc - ad).$$

58. Seja $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ uma função contínua, derivável em $(a, b)$, com $f(a) = f(b) = 0$. Mostre que, dado arbitrariamente $k \in \mathbb{R}$, existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = k \cdot f(c)$. (Sugestão: tome $g(x) = f(x) \cdot e^{-kx}$ e aplique o Teorema de Rolle).

59. Seja $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, com $a \neq 0$. Mostre que existe um número real $x_0$ tal que $p''(x_0) = 0$.

60. Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

Determine a derivada de $f'(x)$, para cada $x \in \mathbb{R}$.

61. As seguintes afirmações são FALSAS. Encontre contra-exemplos.

(a) Se as funções $y = f(x)$ e $y = g(x)$ são ambas deriváveis no intervalo aberto $(a, b)$, e $f(x) < g(x)$, para todo $x \in (a, b)$, então $f'(x) < g'(x)$, para todo $x \in (a, b)$.

(b) Se uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua e qualquer ponto de seu gráfico tem reta tangente, então $f$ é derivável em $\mathbb{R}$.

(c) Se uma função $f$ é derivável para todo $x \in \mathbb{R}$ e $f'(0) = f(0) = 0$, então $f(x) = 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

(d) Se a derivada de uma função $y = f(x)$ é positiva no ponto $x = a$, então existe $\delta > 0$ tal que $f$ é crescente no intervalo $(a - \delta, a + \delta)$. (Sugestão: use como contra-exemplo a função do problema 60).

62. Seja $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 2$, e seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^n$. Verifique que, no caso em que $n \geq 4$ é par, $x = 0$ é um ponto de mínimo global de $f$ e $f''(0) = 0$. Isso significa que um ponto pode anular a derivada segunda de uma função $f$ e não ser ponto de inflexão.

63. Esboce o gráfico de uma função $f$ para a qual $f(0) = 0$, $f'(0) = 3$, $f'(1) = 0$ e $f'(2) = -1$.

64. Encontre a equação da reta tangente à curva $y = \frac{x}{1+2x}$ no ponto $(-1/4, -1/2)$.

65. Esboce o gráfico de cada uma das seguintes funções.

(a) $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

(b) $y = \frac{2x}{1+x^2}$.

(c) $y = \operatorname{sen}^2 x - 2 \operatorname{sen} x$.

(d) $y = \arccos(\cos x)$.

(e) $y = \sqrt{\operatorname{sen} x}$.

(f) $y = x^{1/\ln x}$.

66. Usando a primeira derivada, encontre os pontos de máximo e mínimo das funções abaixo.

(a) $f(x) = 3\sqrt[3]{x^2} - x^2$.

(b) $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(x+1)^2}$.

67. Encontre os pontos de máximo e de mínimo das seguintes funções.

(a) $f(x) = 2 \operatorname{sen} x + \cos 2x$.

(b) $f(x) = 2x^3 - 15x^2 - 84x + 8$.

68. Encontre os extremos das seguintes funções.

(a) $f(x) = \frac{50}{3x^4 + 8x^3 - 18x^2 + 60}$.

(b) $f(x) = \sqrt{e^{x^2} - 1}$.