Cálculo 1

Prof. Angelo Papa Neto

Questão 1: [2 pontos]

Use a regra da cadeia para derivar as seguintes funções:

(a) [1 ponto]
$$y = \cos\left(\frac{1+\cos x}{1-\sin x}\right)$$
.

(b) [1 ponto] $y = \ln^2 x - \ln(\ln x)$.

Questão 2: [2 pontos]

Dentre todos os cilindros de mesmo volume V, encontre aquele que tem menor superfície total.

Questão 3: [2 pontos]

Aplicando a regra de L'Hopital-Bernoulli, calcule o limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{sen} x}.$$

Questão 4: [4 pontos]

Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 7.$$

- (a) [1 ponto] Calcule f'(x) e f''(x).
- (b) [1 ponto] Determine os intervalos onde f é crescente e onde ela é decrescente.
- (c) [1 ponto] Determine os pontos de máximo local e de mínimo local de f.
- (d) [1 ponto] Determine as abscissas dos pontos de inflexão do gráfico de f.

Questão 5: [3 pontos]

Considere a função f dada por

$$f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}.$$

- (a) [1 ponto] No intervalo $[0,2\pi]$ há pontos onde f não é definida? Quais?
- (b) [1 ponto] Verifique que a função f é decrescente em qualquer intervalo contido no seu domínio.
- (c) [1 ponto] $0 < \frac{\pi}{2}$ e $f(0) = -1 < 1 = f(\frac{\pi}{2})$. Por que isso não contradiz o item anterior?

Questão 6: [2 pontos]

Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$. Determine

$$4 \cdot f^{(1008)}(x)^2 + f^{(1009)}(x)^2$$
.