

Cálculo I

Prof. Angelo Papa Neto

Prova 1

Nome: _____

25 de fevereiro de 2015

Questão 1:

[2 pontos]

Calcule os seguintes limites:

(a) [1 ponto] $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{5 - x}}.$

(b) [1 ponto] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$

Questão 2:

[2 pontos]

Use a definição de limite para justificar que

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 1) = 5.$$

Questão 3:

[3 pontos]

Calcule os seguintes limites.

(a) [1 ponto] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + x + 1}{4x^3 - 3x^2 + 2x + 5}.$

(b) [1 ponto] $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x).$

(c) [1 ponto] $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \cos\left(\frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}\right).$

Questão 4:

[2 pontos]

Seja $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ uma função contínua. Mostre que existe $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = c$.

Sugestão: considere a função $h : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, dada por $h(x) = f(x) - x$.

Questão 5:

[3 pontos]

Considere a equação

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{2x - 1} = 0.$$

(a) [1 ponto] Verifique que $f(0) < 0$ e $f(1) > 0$.

(b) [1 ponto] A equação dada tem alguma raiz no intervalo $(0, 1)$?

(c) [1 ponto] Explique porque isso não contradiz o teorema de Bolzano.