Cálculo 1

Prof. Angelo Papa Neto

Prova 1 - SEGUNDA CHAMADA

Nome:____ **23 de março de 2016**

Questão 1: [2 pontos]

Calcule os seguintes limites:

(a) [1 ponto] $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x^2-3x+2}$.

(b) [1 ponto] $\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 2x}{3x}$.

Questão 2: [2 pontos]

Calcule os seguintes limites.

(a) [1 ponto] $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{8x^3-3x^2+4x+6}{2x^4-3x^2+6x+9}$.

(b) [1 ponto] $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2+x}{1+x}\right)^x$

Questão 3: [2 pontos]

A sequência $1, 2, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \ldots$ é obtida fixando-se o termo inicial $x_1 = 1$ e considerando, para cada $n \geq 1$, $x_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{x_n}$.

(a) [1 ponto] Verifique que $x_1 < x_3 < x_5$ e que $x_6 < x_4 < x_2$. Essa sequência é crescente? Justifique sua resposta.

(b) [1 ponto] Verifique que $|x_{n+1} - x_n| = \frac{|x_n - x_{n-1}|}{x_n x_{n-1}} < |x_n - x_{n-1}|$. A partir dessa desigualdade é possível concluir que a sequência é convergente? Em caso afirmativo, determine o limite da sequência.

Questão 4: [2 pontos]

Para cada afirmação a seguir, assinale V ou F, se a afirmação for verdadeira ou falsa, respectivamente. Justifique cada uma de suas respostas.

( ) Se $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = L$, então $\lim_{x\to a} f(x) = L$.

( ) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua em $[a, b]$ e tal que $f(c) = 0$, para algum $c \in \mathbb{R}$, $a < c < b$, então $f(a)$ e $f(b)$ têm sinais contrários.

( ) Se $f(x)$ e $g(x)$ são funções contínuas em a, então $f(x) + g(x)$ é uma função contínua em a.

( ) A função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} 1/x & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

é contínua.

Questão 5: [2 pontos]

Verifique que a equação $2^x = \sqrt{x+2}$ admite uma solução entre -1 e 0 e outra solução entre 0 e 1.