Algebra Lineare

Appello di gennaio – Parte A

19/01/2024

Docente: Alessio Sammartano

Cognome	
Nome	
Codice Persona	

Istruzioni

1) **Non aprire** il fascicolo del test finché non vi verrà detto di farlo.
2) La durata del test è 40 minuti.
3) Indicare le risposte selezionate nella tabella a pagina 2 di questo fascicolo. Eventuali risposte segnate nelle pagine successive non saranno considerate.
4) Potete usare le pagine di questo fascicolo per calcoli o annotazioni.
5) Il test contiene 10 domande con 4 possibili risposte. Ogni domanda ha esattamente una risposta corretta. Una rispota esatta vale 1 punto; una risposta errata o non data vale 0 punti.
6) Non è permesso usare dispositivi elettronici, quali calcolatrici, computer, tablet, cellulari, smartwatch, auricolari. Non è permesso usare libri o appunti.

Risposte

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1. Trovare i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per cui il sistema lineare ammette soluzioni

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & = 2 \\ x_1 - x_2 + kx_3 - x_4 & = 2 \\ x_3 - x_4 & = 2 \end{cases}$$

(A) $k = 1$
(B) $k \neq 1$
(C) per nessun $k \in \mathbb{R}$
(D) per ogni $k \in \mathbb{R}$

2. Date due soluzioni $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$

(A) $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ è una soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$
(B) $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \in \ker(A)$
(C) $2\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2$ è una soluzione del sistema $A\mathbf{x} = -\mathbf{b}$
(D) $2\mathbf{v}_1 - 3\mathbf{v}_2 \in \ker(A)$

3. Quale dei seguenti sottoinsiemi non è un sottospazio vettoriale?

(A) $\{(s+t, s-t, 2s+3t, 4t)^\intercal \mid s, t \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^4$
(B) $\{A \in \mathrm{Mat}(2,2) \mid \det(A) = 0\} \subseteq \mathrm{Mat}(2,2)$
(C) $\{p(t) \in \mathbb{R}[t]_{\leq 2} \mid p(2) = 0\} \subseteq \mathbb{R}[t]_{\leq 2}$
(D) $H = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = x_2 - x_4 = 0\}$

4. Sia $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare con $\ker(L) = \mathrm{Span}\big((1,1,0,0)^\intercal, (0,0,1,1)^\intercal\big)$.

(A) L è iniettiva

(B) L è suriettiva

(C) $(1,-1,1,-1)^\intercal \in \ker(L)$

(D) $\mathrm{Im}(L) \perp \ker(L)$

5. Sia $A = (\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, \mathbf{c}_4) \in \mathrm{Mat}(4,4)$, dove $\mathbf{c}_i$ è l'i-esima colonna di A. Considerare la matrice $B = (\mathbf{c}_2, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_3 + 2\mathbf{c}_4, -3\mathbf{c}_4) \in \mathrm{Mat}(4,4)$.

(A) $\det(B) = 3\det(A)$

(B) $\det(B) = 2\det(A)$

(C) $\det(B) = -6\det(A)$

(D) $\det(B) = \det(A)$

6. Quale delle seguenti matrici è diagonalizzabile?

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

7. Trovare l'angolo formato dai vettori $\mathbf{v} = (2, 0, -2)^\intercal$ e $\mathbf{w} = (1, 2, -2)^\intercal$.

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

8. Sia V uno spazio euclideo e $H \subseteq V$ un sottospazio.

(A) La proiezione ortogonale $\pi_H : V \to V$ è un isomorfismo

(B) il complemento ortogonale $H^\perp$ soddisfa $\dim H = \dim H^\perp$

(C) l'unione di una base di H e una base di $H^\perp$ è una base di V

(D) $\pi_H(H) = H^\perp$

9. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?

(A) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

10. Una matrice simmetrica $A \in \mathrm{Mat}(3,3)$ ha polinomio caratteristico $\chi_A(x) = (1-x)(2-x)^2$. Un autospazio di A è $\mathrm{Span}\big((1,0,1)^\intercal\big)$. Qual è l'altro autospazio di A?

(A) $\mathrm{Span}\big((1,0,0)^\intercal, (0,0,1)^\intercal\big)$

(B) $\mathrm{Span}\big((0,1,0)^\intercal\big)$

(C) $\mathrm{Span}\big((0,0,0)^\intercal\big)$

(D) $\mathrm{Span}\big((1,0,-1)^\intercal, (0,1,0)^\intercal\big)$