

ALGEBRA LINEARE (059063), PRIMO SEMESTRE, A.A. 2025/26

Docente: Alberto Roncoroni. E-mail: alberto.roncoroni@polimi.it. Aula Webex: [link](#)

Ricevimento: martedì dalle 16.15 alle 18.15 presso Dipartimento di Matematica (Edificio 14 “La nave”), ufficio 528, V piano, telefono 0039 02 2399 4521. Si prega di contattare il docente via email per confermare l'appuntamento.

Esercitazioni:

- Cecilia Rizzi (Squadra 1={studenti con codice persona dispari}) Email: cecilia.rizzi@polimi.it.
- Fabio Scardigli (Squadra 2={studenti con codice persona pari}) Email: fabio.scardigli@polimi.it.

Sito web: su [WeBeep](#) - tutte le informazioni e il materiale relativi al corso saranno pubblicati sul sito.

Esame: L'esame consiste di una prova scritta e una prova teorica. Date, orari e aule delle prove saranno annunciati attraverso i Servizi Online.

Prova scritta. La prova scritta è composta da 10 domande a risposta multipla e 2 esercizi a risposta aperta. Nelle domande a risposta multipla, viene valutata solo la correttezza delle risposte selezionate. Negli esercizi a risposta aperta, le risposte vengono valutate nella loro interezza, pertanto, è importante fornire una soluzione chiara e completa, giustificando tutti i passaggi.

Il punteggio massimo della prova scritta è 30: 10 punti per le domande a risposta multipla, 20 per gli esercizi a risposta aperta.

Prova teorica. Si accede alla prova teorica ottenendo un punteggio maggiore o uguale a 18 nella prova scritta. La prova teorica tipicamente si tiene qualche giorno dopo la prova scritta. La prova si concentrerà su definizioni, esempi, controesempi, teoremi e dimostrazioni.

Il voto finale è determinato dal docente sulla base delle due prove. Tipicamente, la prova teorica potrebbe modificare il punteggio ottenuto nella prova scritta di massimo 5 punti (in positivo o negativo).

Istruzioni importanti. Le prove si svolgono su fascicoli cartacei forniti dal docente. Verranno forniti anche dei fogli di brutta, che non vanno consegnati. Durante la prova bisogna portare penne, un documento di riconoscimento, e nient'altro. Non è permesso usare libri o appunti. È severamente vietato portare dispositivi elettronici (cellulari, calcolatrici, smartwatch, auricolari, etc.). Tenere con sé un dispositivo elettronico durante la prova rappresenta una gravissima violazione anche se il dispositivo non viene utilizzato.

Contenuti del corso:

1. **Vettori, matrici e sistemi lineari.** Vettori in \mathbb{R}^n . Generalità sulle matrici, operazioni. Matrici a scala, rango. Equazioni lineari, sistemi lineari, rappresentazione matriciale. Sistemi equivalenti, metodo di Gauss, risoluzione di un sistema lineare. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi lineari omogenei, teorema di struttura delle soluzioni di un sistema lineare. Inversa di una matrice quadrata.
2. **Spazi vettoriali.** Definizione di spazio vettoriale. Esempi. Combinazioni lineari. Sottospazi vettoriali. Forma cartesiana e forma parametrica. Generatori di un sottospazio e span lineare. Indipendenza lineare. Base, coordinate. Teorema di esistenza della base. Dimensione. Lemma e Teorema della dimensione. Somma e intersezione di sottospazi, formula di Grassmann. Nucleo di una matrice. Spazio riga e spazio colonna di una matrice. Sottospazi affini, rette e piani. Equazioni parametriche e cartesiane. Giacitura e parallelismo. Posizioni reciproche.

3. **Applicazioni lineari.** Applicazioni lineari e matrici. Applicazioni lineari nel piano. Nucleo ed immagine. Applicazioni lineari iniettive, suriettive, isomorfismi. Endomorfismi. Isomorfismo delle coordinate e mappa di parametrizzazione. Il teorema di rappresentazione. Teorema nullità + rango. Composizione di applicazioni lineari.
4. **Determinante.** Definizione di determinante. Sviluppo di Laplace. Proprietà del determinante. Calcolo mediante operazioni su righe e colonne. Teorema di Binet. Invertibilità e determinante.
5. **Endomorfismi.** Autovettori ed autovalori. Autospazi. Polinomio caratteristico. Cambio di base. Matrici simili e diagonalizzazione. Molteplicità algebrica e geometrica. Criteri di diagonalizzabilità.
6. **Spazi Euclidei.** Prodotto scalare. Angolo, norma, ortogonalità. Teoremi di Carnot e Pitagora. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza triangolare. Basi ortogonali e basi ortonormali. Algoritmo di Gram-Schmidt. Proiezione ortogonale. Complemento ortogonale di un sottospazio. Distanze tra sottospazi affini. Matrici ortogonali e loro proprietà. Isometrie lineari. Matrici simmetriche. Diagonalizzazione ortogonale e teorema spettrale. Generalità sul prodotto vettoriale in \mathbb{R}^3 .

Schede di esercizi. La maggior parte delle settimane del semestre, dopo l'ultima lezione della settimana, viene pubblicata una scheda di esercizi riguardanti il contenuto di quella settimana. Lo studente dovrebbe prima tentare di risolvere gli esercizi autonomamente. La scheda verrà poi discussa durante l'esercitazione successiva.

Bibliografia:

- Giovanni Catino, Samuele Mongodi, *Esercizi svolti di Geometria e Algebra Lineare*. Editore: Esculapio, anno edizione 2020, ISBN: 978-88-9385-202-9.
- Paolo Dulio, Walter Pacco, *Algebra lineare e geometria analitica - volume 1 - teoria*. Editore: Società editrice Esculapio, anno edizione: 2021, ISBN: 9788893852593.
- Paolo Dulio, Walter Pacco, *Algebra lineare e geometria analitica - volume 2 - esercizi e temi d'esame*. Editore: Società editrice Esculapio, anno edizione: 2021, ISBN: 9788893852609.
- Marco Abate, Chiara de Fabritiis, *Geometria analitica - con elementi di algebra lineare* Editore: McGraw Hill; ISBN: 9788838615146
- Marco Abate, Chiara de Fabritiis, *Esercizi di geometria* Editore: McGraw Hill; ISBN: 9788838698828