

Algebra Lineare - Quiz 1

SISTEMI LINEARI E MATRICI

- (1) Dare esempi di sistemi lineari che ammettono infinite soluzioni, un'unica soluzione, o nessuna soluzione.
- (2) Dare esempi di matrici che non commutano, di matrici non nulle il cui prodotto è zero, e di matrici non nulle ma non invertibili.
- (3) Esiste una matrice $M \in \text{Mat}(3, 3)$ tale che, usando diverse mosse di Gauss, le seguenti matrici sono entrambe riduzioni a scala di M :

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M'' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Vero
- Falso

- (4) Sia $A \in \text{Mat}(m, n)$ e sia $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ un sistema lineare. Seleziona gli enunciati veri:
 - $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$
 - $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$
 - $\ker(A) \neq \emptyset$
 - $\ker(A) \subseteq \mathbb{R}^m$
 - $\ker(A) \subseteq \mathbb{R}^n$
- (5) Siano $A \in \text{Mat}(3, 3)$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$. Il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ha soluzioni se e solo se $\text{rk}(A) = 3$.
 - Vero
 - Falso
- (6) Se $A, B \in \text{Mat}(3, 3)$ sono matrici invertibili, allora l'inversa di AB è $A^{-1}B^{-1}$.
 - Vero
 - Falso
- (7) Sia A una matrice invertibile, allora l'unica soluzione di $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ è $\mathbf{x} = \mathbf{b}A^{-1}$.
 - Vero
 - Falso

- (8) Se $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ non ha soluzioni, allora $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ non ha soluzioni.
- Vero
 Falso
- (9) Se $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ha un'unica soluzione, allora $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha un'unica soluzione.
- Vero
 Falso
- (10) Se $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ha infinite soluzioni, allora $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha infinite soluzioni.
- Vero
 Falso
- (11) Se $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha un'unica soluzione, allora $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ha un'unica soluzione.
- Vero
 Falso
- (12) Se $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha un'unica soluzione e A è una matrice quadrata, allora $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ha un'unica soluzione.
- Vero
 Falso
- (13) Se $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha infinite soluzioni, allora $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ha infinite soluzioni.
- Vero
 Falso
- (14) Sia $A \in \text{Mat}(n, n)$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$. Se $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ è l'unica soluzione di $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, allora
- $\mathbf{v} = \mathbf{b}A^{-1}$
 $\text{rk}(A) < \text{rk}(A|\mathbf{b})$
 $\text{rk}(A) = n$
 $\ker(A) \neq \{\mathbf{0}\}$
- (15) Sia $A \in \text{Mat}(m, n)$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$. Se $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^n$ sono soluzioni distinte di $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, allora
- $m < n$
 $\text{rk}(A|\mathbf{b}) = n$
 $\text{rk}(A) = m$
 $\ker(A) \neq \{\mathbf{0}\}$

(16) Siano A, B matrici tali che il prodotto AB è definito. Abbiamo $(AB)_{ij} = 0$ se

- la riga j -esima di A è nulla
- la riga j -esima di B è nulla
- la colonna j -esima di A è nulla
- la colonna j -esima di B è nulla