

Algebra Lineare

Appello di febbraio – Parte A

05/02/2024

Docente: Alessio Sammartano

Cognome	
Nome	
Codice Persona	

Istruzioni

- 1) **Non aprire** il fascicolo del test finché non vi verrà detto di farlo.
- 2) La durata del test è 40 minuti.
- 3) Indicare le risposte selezionate nella tabella a pagina 2 di questo fascicolo. Eventuali risposte segnate nelle pagine successive non saranno considerate.
- 4) Potete usare le pagine di questo fascicolo per calcoli o annotazioni.
- 5) Il test contiene 10 domande con 4 possibili risposte. Ogni domanda ha esattamente una risposta corretta. Una risposta esatta vale 1 punto; una risposta errata o non data vale 0 punti.
- 6) Non è permesso usare dispositivi elettronici, quali calcolatrici, computer, tablet, cellulari, smartwatch, auricolari. Non è permesso usare libri o appunti.

Risposte

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

- 1.** Siano $A, B, C \in \text{Mat}(2, 2)$ matrici invertibili. Quale delle seguenti matrici è uguale a $(ABC)^{-1}(C^{-1}BA^{-1})^{-1}$?
- (A) I_2
 - (B) B^{-2}
 - (C) $C^{-1}B^{-2}C$
 - (D) $A^{-1}B^{-1}C^{-1}CB^{-1}A$
- 2.** Sia $Ax = \mathbf{b}$ un sistema lineare, con $A \in \text{Mat}(m, n)$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$.
- (A) Se il sistema ammette un'unica soluzione allora $m = n$
 - (B) Se $m > n$ allora il sistema non ammette soluzioni
 - (C) Se $m < n$ allora il sistema non può ammettere un'unica soluzione
 - (D) Se $m = n$ allora $\ker(A) = \{\mathbf{0}\}$
- 3.** Quale dei seguenti vettori appartiene a $\text{Span}((2, -3, 2), (4, 1, 4))$?
- (A) $(2, 1, 4)$
 - (B) $(2, 1, -4)$
 - (C) $(1, 1, -1)$
 - (D) $(1, 1, 1)$
- 4.** Sia V uno spazio vettoriale, $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in V$.
- (A) Se $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ è una base di V , allora $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ sono linearmente indipendenti
 - (B) Se $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ generano V , allora $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ generano V
 - (C) Se $\dim V = 4$, allora $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ è una base di V
 - (D) Se $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ sono linearmente dipendenti, allora $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ sono linearmente dipendenti

5. Le rette $r = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 - x_3 = x_1 - x_2 = 1\}$ e $s = (0, 1, 0)^\top + \text{Span}((1, 0, 1)^\top)$

- (A) sono coincidenti
- (B) sono perpendicolari
- (C) sono parallele
- (D) sono sghembe

6. Dati due sottospazi $H, K \subseteq \mathbb{R}^9$ con $\dim H = \dim K = 5$

- (A) $H \cap K \neq \{\mathbf{0}\}$
- (B) $H + K \neq \mathbb{R}^9$
- (C) $H \cup K$ è un sottospazio di \mathbb{R}^9
- (D) $\dim(H + K) \geq 6$

7. Trovare i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per cui la seguente applicazione lineare è suriettiva.

$$L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + kx_2 - x_3 \\ -2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}.$$

- (A) $k = -2$
- (B) $k \neq -2$
- (C) per ogni $k \in \mathbb{R}$
- (D) per nessun $k \in \mathbb{R}$

8. Sia $A \in \text{Mat}(3, 3)$, e siano $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3 \in \mathbb{R}^3$ dei vettori non nulli tali che

$$A\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1, \quad A\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{v}_2, \quad A\mathbf{v}_3 = 3\mathbf{v}_3.$$

- (A) $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3 \in \ker(A)$
- (B) A è simile a una matrice diagonale
- (C) A è simmetrica
- (D) $\ker(A)$ è un autospazio di A

9. Una matrice $A \in \text{Mat}(3, 3)$ ha polinomio caratteristico $\chi_A(x) = -x(1-x)^2$.

- (A) A è diagonalizzabile
- (B) A non è diagonalizzabile
- (C) A è invertibile
- (D) A non è invertibile

10. Sia V uno spazio euclideo, $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in V$.

- (A) $\langle \mathbf{v} + \mathbf{w}, \mathbf{v} + \mathbf{w} \rangle = \langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle + \langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle$
- (B) $\langle 3\mathbf{v}, 3\mathbf{w} \rangle = 3\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle$
- (C) $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = \|\mathbf{v}\| \|\mathbf{w}\|$
- (D) $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = \frac{1}{2}(\|\mathbf{v} + \mathbf{w}\|^2 - \|\mathbf{v}\|^2 - \|\mathbf{w}\|^2)$