

Algebra Lineare

Appello di settembre – Parte A

02/09/2024

Docente: Alessio Sammartano

Cognome	
Nome	
Codice Persona	

Istruzioni

- 1) **Non aprire** il fascicolo del test finché non vi verrà detto di farlo.
- 2) La durata del test è 40 minuti.
- 3) Indicare le risposte selezionate nella tabella a pagina 2 di questo fascicolo. Eventuali risposte segnate nelle pagine successive non saranno considerate.
- 4) Potete usare le pagine di questo fascicolo per calcoli o annotazioni.
- 5) Il test contiene 10 domande con 4 possibili risposte. Ogni domanda ha esattamente una risposta corretta. Una risposta esatta vale 1 punto; una risposta errata o non data vale 0 punti.
- 6) Non è permesso usare dispositivi elettronici, quali calcolatrici, computer, tablet, cellulari, smartwatch, auricolari. Non è permesso usare libri o appunti.

Risposte

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1. Siano $A, B \in \text{Mat}(4, 4)$ due matrici tali che

$$A = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4), \quad B = (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2, 2\mathbf{v}_2 - 3\mathbf{v}_3, \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3),$$

dove $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^4$ sono vettori colonna. Se $\det(A) = 1$, allora

- (A) $\det(B) = -1$
- (B) $\det(B) = 0$
- (C) $\det(B) = 1$
- (D) $\det(B) = 6$

2. Siano $A, B \in \text{Mat}(4, 4)$ due matrici simili. Allora

- (A) A e B hanno gli stessi autovalori
- (B) A e B hanno gli stessi autovettori
- (C) A e B hanno lo stesso nucleo
- (D) A e B hanno lo stesso spazio delle colonne

3. Siano $A, B \in \text{Mat}(4, 4)$ due matrici tali che $A^\top B = 0$. Allora

- (A) $\text{row}(A) \subseteq (\text{row}(B))^\perp$
- (B) $\text{row}(A) \subseteq (\text{col}(B))^\perp$
- (C) $\text{col}(A) \subseteq (\text{col}(B))^\perp$
- (D) $\text{col}(A) \subseteq (\text{row}(B))^\perp$

4. Quale dei seguenti sottoinsiemi di $\text{Mat}(4, 4)$ è un sottospazio vettoriale?

- (A) $\{A \in \text{Mat}(4, 4) \mid A^\top A = I_4\}$
- (B) $\{A \in \text{Mat}(4, 4) \mid A + A^\top = I_4\}$
- (C) $\{A \in \text{Mat}(4, 4) \mid A + A^\top = 0\}$
- (D) $\{A \in \text{Mat}(4, 4) \mid A^\top A = 0\}$

5. Siano $H_1, H_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ due sottospazi vettoriali diversi di dimensione 1. L'insieme $H_1 \cup H_2$

- (A) è un sottospazio vettoriale
- (B) non contiene $\mathbf{0}$
- (C) non è chiuso rispetto alla somma
- (D) non è chiuso rispetto al prodotto per uno scalare

6. In \mathbb{R}^3 , trovare la retta perpendicolare al piano di equazione $2x + y - 4z = 3$ passante per il punto $(3, 1, 1)$

- (A) $(3, 1, 1) + \text{Span}(1, -2, 0)$
- (B) $(2, 2, 2) + \text{Span}(1, -1, -1)$
- (C) $2x + y - 4z - 3 = x - y - z - 1 = 0$
- (D) $x - 2y - 1 = 2x + z - 7 = 0$

7. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3+k \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?

- (A) $k = 0$
- (B) $k \neq 0$
- (C) $k = -2$
- (D) $k \neq -2$

8. Sia V uno spazio euclideo, e $H, K \subseteq V$ due sottospazi vettoriali.

- (A) $(H + K)^\perp = H^\perp \cap K^\perp$
- (B) $(H + K)^\perp = H^\perp + K^\perp$
- (C) $(H \cap K)^\perp = H^\perp \cap K^\perp$
- (D) $H \cap K = H^\perp + K^\perp$

9. Quanti polinomi $p(t) \in \mathbb{R}[t]_{\leq 2}$ soddisfano $p(2) = 4$ e $p(1) = 3$?

- (A) nessuno
- (B) uno
- (C) due
- (D) infiniti

10. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ esiste un'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad L \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

- (A) per ogni $k \in \mathbb{R}$
- (B) per nessun $k \in \mathbb{R}$
- (C) $k = 1$
- (D) $k \neq 1$