

Algebra Lineare

Appello di luglio – Parte A

05/07/2024

Docente: Alessio Sammartano

Cognome	
Nome	
Codice Persona	

Istruzioni

- 1) **Non aprire** il fascicolo del test finché non vi verrà detto di farlo.
- 2) La durata del test è 40 minuti.
- 3) Indicare le risposte selezionate nella tabella a pagina 2 di questo fascicolo. Eventuali risposte segnate nelle pagine successive non saranno considerate.
- 4) Potete usare le pagine di questo fascicolo per calcoli o annotazioni.
- 5) Il test contiene 10 domande con 4 possibili risposte. Ogni domanda ha esattamente una risposta corretta. Una risposta esatta vale 1 punto; una risposta errata o non data vale 0 punti.
- 6) Non è permesso usare dispositivi elettronici, quali calcolatrici, computer, tablet, cellulari, smartwatch, auricolari. Non è permesso usare libri o appunti.

Risposte

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1. Siano \mathbf{v}, \mathbf{w} soluzioni di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

- (A) $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ è una soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$
- (B) $\mathbf{v} + \mathbf{w}$ è una soluzione del sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$
- (C) $\mathbf{v} - \mathbf{w} \in \ker(A)$
- (D) $\mathbf{v} + \mathbf{w} \in \ker(A)$

2. Quale delle seguenti funzioni è un'applicazione lineare?

- (A) $f : \text{Mat}(2, 2) \rightarrow \text{Mat}(2, 2)$ definita da $f(A) = 5A$
- (B) $f : \text{Mat}(2, 2) \rightarrow \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ definita da $f(A) = \chi_A(x)$
- (C) $f : \text{Mat}(2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(A) = \det(A)$
- (D) $f : \text{Mat}(2, 2) \rightarrow \text{Mat}(2, 2)$ definita da $f(A) = A^{-1}$

3. Quale dei seguenti vettori completa l'insieme $\{1 + 2t + 3t^2, t + 2t^2 + 3t^3, 2 + 3t + t^3\}$ a una base dello spazio vettoriale $\mathbb{R}[t]_{\leq 3}$?

- (A) $3 + 6t + 5t^2 + 4t^3$
- (B) $3 + 5t + 3t^2 + t^3$
- (C) $1 + 3t + 5t^2 + 3t^3$
- (D) $1 + 4t + 3t^2 + 2t^3$

4. Siano $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m \in \mathbb{R}^n$.

- (A) Se $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m$ sono linearmente indipendenti, allora $m \leq n$
- (B) Se $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m$ sono linearmente dipendenti, allora $n \leq m$
- (C) Se $m \leq n$, allora $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m$ sono linearmente indipendenti
- (D) Se $n \leq m$, allora $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_m$ sono linearmente dipendenti

5. Determinare l'intersezione dei sottospazi di \mathbb{R}^4

$$H = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \right), \quad K = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 9 \\ -4 \end{pmatrix} \right).$$

- (A) $H \cap K = \{\mathbf{0}\}$
- (B) $H \cap K = \text{Span}((0, 6, 14, -6)^\top)$
- (C) $H \cap K = \text{Span}((-1, 1, 2, -1)^\top)$
- (D) $H \cap K = H$

6. Sia V uno spazio vettoriale con due basi \mathcal{B}, \mathcal{C} , e si consideri la matrice del cambio di base

$A = M_{\text{id}_V}^{\mathcal{B}, \mathcal{C}}$. Dato $\mathbf{v} \in V$, abbiamo

- (A) $A[\mathbf{v}]_{\mathcal{C}} = [\mathbf{v}]_{\mathcal{B}}$
- (B) $A[\mathbf{v}]_{\mathcal{B}} = [\mathbf{v}]_{\mathcal{C}}$
- (C) $[\mathbf{v}]_{\mathcal{B}} A = [\mathbf{v}]_{\mathcal{C}}$
- (D) $[\mathbf{v}]_{\mathcal{C}} A = [\mathbf{v}]_{\mathcal{B}}$

7. Sia $k \in \mathbb{R}$ un parametro, e si consideri la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3-k \\ 1+k & 2 \end{pmatrix}.$$

Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ esiste una matrice ortogonale S tale che $S^{-1}MS$ è diagonale?

- (A) per ogni $k \in \mathbb{R}$
- (B) per nessun $k \in \mathbb{R}$
- (C) $k = 1$
- (D) $k = -1$

8. Siano $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ e $M : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ due applicazioni lineari.

- (A) $M \circ L = \text{id}_{\mathbb{R}^4}$
- (B) $M \circ L$ non è iniettiva
- (C) L è suriettiva
- (D) $\dim \ker(M) = 0$

9. Sia $A \in \text{Mat}(3, 3)$ una matrice simmetrica con un autospazio uguale a $\text{Span}((1, 0, -1)^\top, (1, 2, 3)^\top)$.

- (A) A è invertibile
- (B) A non è diagonalizzabile
- (C) $(1, 0, -1)^\top \in \text{col}(A)$
- (D) $(1, -2, 1)^\top$ è un autovettore di A

10. Sia $H \subseteq \mathbb{R}^{10}$ un sottospazio vettoriale con $\dim H = 3$, e sia $L = \pi_H \circ \pi_H : \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{10}$.

- (A) $\dim \text{Im}(L) = 3$
- (B) $\dim \ker(L) \leq 3$
- (C) L è un isomorfismo
- (D) $\text{Im}(L) = H^\perp$