

# Algebra Lineare

Appello di febbraio – Parte A

05/02/2024

Docente: Alessio Sammartano

Cognome	
Nome	
Codice Persona	

## Istruzioni

- 1) **Non aprire** il fascicolo del test finché non vi verrà detto di farlo.
- 2) La durata del test è 40 minuti.
- 3) Indicare le risposte selezionate nella tabella a pagina 2 di questo fascicolo. Eventuali risposte segnate nelle pagine successive non saranno considerate.
- 4) Potete usare le pagine di questo fascicolo per calcoli o annotazioni.
- 5) Il test contiene 10 domande con 4 possibili risposte. Ogni domanda ha esattamente una risposta corretta. Una risposta esatta vale 1 punto; una risposta errata o non data vale 0 punti.
- 6) Non è permesso usare dispositivi elettronici, quali calcolatrici, computer, tablet, cellulari, smartwatch, auricolari. Non è permesso usare libri o appunti.

Risposte

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1. Siano  $A, B, C \in \text{Mat}(2, 2)$  matrici invertibili. Quale delle seguenti matrici è uguale a  $(ABC)^{-1}(C^{-1}BA^{-1})^{-1}$  ?
- (A)  $I_2$
  - (B)  $B^{-2}$
  - (C)  $C^{-1}B^{-2}C$
  - (D)  $A^{-1}B^{-1}C^{-1}CB^{-1}A$
2. Sia  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  un sistema lineare, con  $A \in \text{Mat}(m, n)$  e  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ .
- (A) Se il sistema ammette un'unica soluzione allora  $m = n$
  - (B) Se  $m > n$  allora il sistema non ammette soluzioni
  - (C) Se  $m < n$  allora il sistema non può ammettere un'unica soluzione
  - (D) Se  $m = n$  allora  $\ker(A) = \{\mathbf{0}\}$
3. Quale dei seguenti vettori appartiene a  $\text{Span}((2, -3, 2), (4, 1, 4))$  ?
- (A)  $(2, 1, 4)$
  - (B)  $(2, 1, -4)$
  - (C)  $(1, 1, -1)$
  - (D)  $(1, 1, 1)$
4. Sia  $V$  uno spazio vettoriale,  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in V$ .
- (A) Se  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$  è una base di  $V$ , allora  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  sono linearmente indipendenti
  - (B) Se  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  generano  $V$ , allora  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  generano  $V$
  - (C) Se  $\dim V = 4$ , allora  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$  è una base di  $V$
  - (D) Se  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$  sono linearmente dipendenti, allora  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  sono linearmente dipendenti

5. Le rette  $r = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 - x_3 = x_1 - x_2 = 1\}$  e  $s = (0, 1, 0)^\top + \text{Span}((1, 0, 1)^\top)$

- (A) sono coincidenti
- (B) sono perpendicolari
- (C) sono parallele
- (D) sono sghembe

6. Dati due sottospazi  $H, K \subseteq \mathbb{R}^9$  con  $\dim H = \dim K = 5$

- (A)  $H \cap K \neq \{\mathbf{0}\}$
- (B)  $H + K \neq \mathbb{R}^9$
- (C)  $H \cup K$  è un sottospazio di  $\mathbb{R}^9$
- (D)  $\dim(H + K) \geq 6$

7. Trovare i valori del parametro  $k \in \mathbb{R}$  per cui la seguente applicazione lineare è suriettiva.

$$L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + kx_2 - x_3 \\ -2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}.$$

- (A)  $k = -2$
- (B)  $k \neq -2$
- (C) per ogni  $k \in \mathbb{R}$
- (D) per nessun  $k \in \mathbb{R}$

8. Sia  $A \in \text{Mat}(3, 3)$ , e siano  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3 \in \mathbb{R}^3$  dei vettori non nulli tali che

$$A\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1, \quad A\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{v}_2, \quad A\mathbf{v}_3 = 3\mathbf{v}_3.$$

- (A)  $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3 \in \ker(A)$
- (B)  $A$  è simile a una matrice diagonale
- (C)  $A$  è simmetrica
- (D)  $\ker(A)$  è un autospazio di  $A$

9. Una matrice  $A \in \text{Mat}(3, 3)$  ha polinomio caratteristico  $\chi_A(x) = -x(1 - x)^2$ .

- (A)  $A$  è diagonalizzabile
- (B)  $A$  non è diagonalizzabile
- (C)  $A$  è invertibile
- (D)  $A$  non è invertibile

10. Sia  $V$  uno spazio euclideo,  $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in V$ .

- (A)  $\langle \mathbf{v} + \mathbf{w}, \mathbf{v} + \mathbf{w} \rangle = \langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle + \langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle$
- (B)  $\langle 3\mathbf{v}, 3\mathbf{w} \rangle = 3\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle$
- (C)  $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = \|\mathbf{v}\|\|\mathbf{w}\|$
- (D)  $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = \frac{1}{2}(\|\mathbf{v} + \mathbf{w}\|^2 - \|\mathbf{v}\|^2 - \|\mathbf{w}\|^2)$