ESERCIZI SVOLTI

Disegnare nel piano di Argand Gauss l'insieme $\Omega := \{z \in \mathbb{C} : \ |z - i| + |z + i| = 4\}$

Disegnare nel piano complesso l'insieme $D := \{z \in \mathbb{C} : \ |z - 1 - i| = |z + 1 - i|\}$

Calcolare $Im(z)$ e $|z|$ dove z è la soluzione dell'equazione: $2i\bar{z} = 3 + 5i$

Determinare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione: $z^4\left(\sqrt{3} + i\right)^2 = 1 + 2z\bar{z}$.

Dopo aver verificato che il numero complesso $z = 2 + i$ è una radice del polinomio
$P(z) = z^4 - 3z^3 + 2z^2 + z + 5$ fattorizzare nel campo complesso il polinomio come prodotto di un fattore di primo grado e uno di terzo

Sia $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definita da $f(z) = e^{iz} - e^{-iz}$; determinare per quali $z \in \mathbb{C}$ si ha $f(z) = 0$; determinare per quali $\omega \in \mathbb{C}$ si ha $f\left(\frac{2\pi\omega}{1+\omega^2}\right) = 0$; determinare infine per ciascuno dei numeri ω trovati quanto vale $|\omega|$

Risolvere in $\mathbb{C}$ la seguente equazione: $(1 - z)^4 = (1 + z)^4$

Scomporre in $\mathbb{C}$ il polinomio: $z^3 + (1 - i)z^2 + (2 - i)z + 2$

Disegnare nel piano complesso, su grafici differenti, i seguenti insiemi:
$\Omega_1 := \left\{z \in \mathbb{C} : \ z^3 = \left(1 + \sqrt{3}i\right)^3\right\}$, $\Omega_2 := \left\{\omega \in \mathbb{C} : \omega = \frac{1}{z} , \ z \in A\right\}$
$\Omega_3 := \{\tau \in \mathbb{C} : \tau = \omega^2 , \ \omega \in B\}$

Scomporre in $\mathbb{C}$ il polinomio: $z^3 - 2\left(1 + \sqrt{3}\right)z^2 + 4\left(1 + \sqrt{3}\right)z - 8$

Risolvere la seguente equazione in $\mathbb{C}$: $e^{3z} - e^{2z} + 4e^z - 4 = 0$; sia A l'insieme delle soluzioni dell'equazione. Determinare nel campo complesso l'insieme $B := \left\{t \in \mathbb{C}, t = 1 - \frac{z}{i}, z \in A\right\}$; tracciare l'insieme B nel piano complesso.

Risolvere in $\mathbb{C}$ la seguente equazione: $|z|z^2 = -2i\bar{z}$

Tracciare nel piano complesso il luogo dei punti del piano per i quali si ha: $\left|\bar{z} + \frac{6}{z}\right| \leq 5$

Risolvere in $\mathbb{C}$ la seguente equazione: $z^4 + (1 - i)z^2 - i = 0$

Risolvere in $\mathbb{C}$ la seguente equazione: $ln^2 z - (1 + 2i)lnz + i - 1 = 0$

Disegnare nel piano complesso, su grafici differenti, i seguenti insiemi:
$A := \left\{z \in \mathbb{C} : 1 \leq \rho < 2 , \ \frac{\pi}{3} < \vartheta \leq \frac{\pi}{2}\right\}$; $B := \{\omega \in \mathbb{C} : \omega = z^3 , \ z \in A\}$;
$D := \left\{\tau \in \mathbb{C} : \tau = \frac{-i}{2}\omega , \ \omega \in B\right\}$

ESERCIZI PROPOSTI

Tracciare nel piano complesso il luogo dei punti del piano per i quali si ha: $|\bar{z} - z| \leq 1$

La striscia $-\frac{1}{2} < y < \frac{1}{2}$

Assegnato il numero complesso $\omega = \frac{1}{iz^2}$; calcolare $Re(\omega)$ e $Im(\omega)$ per ogni $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$;
determinare l'insieme $A := \{z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \mid \omega \in \mathbb{R}, \}$

$Re(\omega) = \frac{2xy}{(x^2-y^2)^2+4x^2y^2}$, $Im(\omega) = \frac{y^2-x^2}{(x^2-y^2)^2+4x^2y^2}$

A: z deve appartenere alla bisettrice del primo e terzo quadrante

Tracciare nel piano di Argand Gauss il luogo dei punti del piano tali che: $Im(z^2) < 2$

è la regione di piano compresa fra i rami di iperbole $xy = 1$

Risolvere in $\mathbb{C}$ la seguente equazione: $z^2 + 3\big(Im(z)\big)^2 = 3 - 2i$

$z = -1 + i,\ z = 1 - i, z = -\sqrt{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}, z = \sqrt{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$

Verificare che $|\omega + \tau|^2 + |\omega - \tau|^2 = 2(|\omega|^2 + |\tau|^2)$ con $\omega \neq \tau$

Verificare che $\overline{z\omega} = \bar{z}\,\bar{\omega}$

Verificare che $|z| \leq |Re(z)| + |Im(z)|$

Tracciare nel piano di Argand Gauss il luogo dei punti del piano tali che: $z + \bar{z} = z\bar{z}$

$x^2 + y^2 - 2x = 0$

Tracciare nel piano di Argand Gauss il luogo dei punti del piano tali che: $z^2 - (1+i)^2 = \bar{z}^2 - (1-i)^2$

iperbole $xy = 1$

Tracciare nel piano di Argand Gauss il luogo dei punti del piano per i quali si ha: $Re(z^2) = 4$

iperbole $x^2 - y^2 = 4$

Determinare $z \in \mathbb{C}$ per cui $\frac{Re(z)}{iz^2} \in \mathbb{R}$

$z = iy,\ \ z = x(1 \pm i)$

Determinare $z \in \mathbb{C}$ in modo che il numero $\omega = \frac{z+1-i}{z+i}$ sia reale

$z = x,\ \ z = x - i(x+1)$

Fattorizzare in $\mathbb{C}$ il polinomio: $z^3 + iz - i - 1$

$(z-1)(z+i)(z+1-i)$

Scomporre in $\mathbb{C}$ il polinomio: $z^4 + 3z^2 - 4$

$(z-1)(z+1)(z+2i)(z-2i)$

Risolvere in $\mathbb{C}$ le seguenti equazioni :

$z^2 - (4+i)z + 4 + 2i = 0$; $\qquad z = 2\,, z = 2 + i$

$iz = 3|z|^2\bar{z}$; $\qquad z = 0\,, z = \pm\frac{\sqrt{6}}{6}(1-i)$

$z^2 + i\sqrt{5}z + 5 = 0$; $\qquad z = \frac{5-\sqrt{5}}{2}i\,, z = -\frac{5+\sqrt{5}}{2}i$

$e^{2z} - 2ie^z + 8 = 0$; $\qquad z = ln2 - i\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right),\ z = 2ln2 + i\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$

$|z|^2+5z+10i=0$ $\qquad z=-1-2i\,,z=-4-2i$

$z^4-(\sqrt{3}-i)z=0;$ $\qquad z=0,z=\sqrt[3]{2}e^{-\frac{1}{18}\pi i}\,,z=\sqrt[3]{2}e^{\frac{11}{18}\pi i},z=\sqrt[3]{2}e^{\frac{23}{18}\pi i}$

$z^2-\bar{z}=0;$ $\qquad z=0,z=1\,,z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i,z=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$z^3-iz\bar{z}=0$ $\qquad z=0,z=-i\,,z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i,z=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

$z^6+(2-i)z^3-i+1=0$

$z=-1\,,z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i,z=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i,z=\sqrt[6]{2}e^{\frac{1}{4}\pi i},z=\sqrt[6]{2}e^{\frac{11}{12}\pi i},z=\sqrt[6]{2}e^{\frac{19}{12}\pi i}$

$(\bar{z})^4-\left((1+i)z\right)^2=0$

$z=0,z=\sqrt{2}e^{-\frac{1}{12}\pi i}\,,z=\sqrt{2}e^{\frac{1}{12}\pi i},z=\sqrt{2}e^{-\frac{7}{12}\pi i},z=\sqrt{2}e^{-\frac{3}{4}\pi i},z=\sqrt{2}e^{-\frac{15}{12}\pi i},z=\sqrt{2}e^{-\frac{17}{12}\pi i}$

Determinare l'insieme A delle soluzioni $z\in\mathbb{C}$ dell'equazione $(\bar{z})^2+e^{i\frac{\pi}{2}}z-\frac{1}{4}=0$

$z=-\frac{1}{2}i\,,z=-1+\frac{1}{2}i,z=1+\frac{1}{2}i$

Risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione $(1+i)z=\sqrt{2}|z|$; tracciare nel piano complesso l'insieme A delle soluzioni dell'equazione

A è l'insieme dei punti del piano complesso sulla bisettrice del II – IV quadrante

Considerato $z=\rho e^{i\vartheta}$, disegnare nel piano complesso, su grafici differenti, i seguenti insiemi:

$A:=\left\{z\in\mathbb{C}:1<\rho\leq 2\,,\ -\frac{\pi}{4}\leq\vartheta\leq\frac{\pi}{4}\right\}\quad;\qquad B:=\left\{w\in\mathbb{C}:w=\frac{-1+i}{\sqrt{2}}z\,,\ \ z\ \in A\right\}$

Disegnare nel piano complesso l'insieme $D:=\left\{z\in\mathbb{C}:\ \big||z+1|-2\big|\leq 1\right\}$

Corona circolare con centro $C(-1{,}0)$ e raggi 1 e 9

Disegnare nel piano di Argand Gauss l'insieme $\Omega:=\left\{z\in\mathbb{C}:\ \big||z|+1\big|\geq z\bar{z}+|z|-2\right\}$

Cerchio con centro nell'origine e raggio $\sqrt{3}$

Disegnare nel piano complesso l'insieme $D:=\left\{z\in\mathbb{C}:\ Re\left(\frac{1}{z}\right)+\frac{Re(1-z)}{z\bar{z}}\leq 4\right\}$

parte esterna al cerchio con centro nell'origine e raggio $\frac{1}{2}$

Disegnare nel piano di Argand Gauss l'insieme $\Omega:=\left\{z\in\mathbb{C}:\ Im\left(\frac{2}{z}\right)\geq Re\left(1-\frac{2}{z}\right)\right\}$

Cerchio con centro $C(1,-1)$ e raggio $\sqrt{2}$

Risolvere il sistema $\begin{cases}e^{\omega-z}=i\\ \bar{\omega}+iz=1\end{cases}$ $\qquad\begin{cases}z=\frac{1}{6}(4-\pi+4k\pi)+\frac{1}{3}i(1-\pi+4k\pi)\\ \omega=\frac{1}{6}(4-\pi+4k\pi)(2+i)\end{cases}$

Si consideri la funzione $f:\mathbb{C}\backslash\{0\}\to\mathbb{C}$ definita da $f(z)=\frac{1}{(\bar{z})^6}$; determinare le soluzioni dell'equazione $f(z)=i$; determinare le soluzioni z della disequazione $|f(z)|<1$

$z=e^{\frac{1}{12}\pi i}\,,z=e^{\frac{5}{12}\pi i},z=e^{\frac{3}{4}\pi i},z=e^{\frac{13}{12}\pi i},z=e^{\frac{17}{12}\pi i},z=e^{\frac{21}{12}\pi i};\ |z|>1$

Si consideri la funzione $f(z)=\frac{1+z}{1-z}$, scrivere parte reale e parte immaginaria $f(z)$ in termini delle coordinate cartesiane di z; risolvere la disequazione $\left|Re\big(f(z)\big)\right|<1$, tracciare nel piano complesso il luogo dei punti trovati

$Re(z)=\frac{1-x^2-y^2}{(1-x)^2+y^2}\,,Im(z)=\frac{2y}{(1-x)^2+y^2};\ \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2>\frac{1}{4};$