

PRINCIPIO DI INDUZIONE

Dimostrare che:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad \sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}, \quad q \neq \pm 1$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4} \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{4k^2 + 8k + 3} = \frac{n}{1+2n}$$

$$\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \cos kx = \frac{\sin\left(\frac{n+1}{2}\right)x}{2\sin\frac{x}{2}} \quad n! \geq 2^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^+$$

$$(1+x)^n \geq 1 + nx, \forall x \geq -1, \forall n \in \mathbb{N}^+ \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{6^k} = \frac{1}{5}(1 - 6^{-n})$$

$$(1+x_1)(1+x_2) \dots (1+x_n) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_n, \quad \forall x_i \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^+$$

$n^3 + 5n$ è divisibile per 6, per ogni numero naturale $n \geq 1$

$10^n - 1$ è divisibile per 9, per ogni numero naturale $n \geq 1$

$19^n + 8$ è divisibile per 9 per ogni numero naturale n

$n^3 + 3n^2 + 5n$ è divisibile per 3, per ogni numero naturale $n \geq 1$

$\sum_{k=n}^{2n} k, \quad \forall n \in \mathbb{N}^+$ è multiplo di 3

$2^{1+6n} + 9^{n+1}$ è divisibile per 11 per ogni numero naturale n

$4^{n+1} + 5^{2n-1}$ è divisibile per 21, per ogni $n \in \mathbb{N}$