

PRINCIPIO DI INDUZIONE

Dimostrare che:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}, \quad q \neq \pm 1$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^4+2n^3+n^2}{4}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{4k^2+8k+3} = \frac{n}{1+2n}$$

$$\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \cos kx = \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)x}{2\sin\frac{x}{2}}$$

$$n! \geq 2^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^+$$

$$(1+x)^n \geq 1+nx, \quad \forall x \geq -1, \forall n \in \mathbb{N}^+$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{6^k} = \frac{1}{5}(1-6^{-n})$$

$$(1+x_1)(1+x_2) \dots (1+x_n) \geq 1+x_1+x_2+\dots+x_n, \quad \forall x_i \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^+$$

$$n^3 + 5n \text{ è divisibile per } 6, \text{ per ogni numero naturale } n \geq 1$$

$$10^n - 1 \text{ è divisibile per } 9, \text{ per ogni numero naturale } n \geq 1$$

$$19^n + 8 \text{ è divisibile per } 9 \text{ per ogni numero naturale } n$$

$$n^3 + 3n^2 + 5n \text{ è divisibile per } 3, \text{ per ogni numero naturale } n \geq 1$$

$$\sum_{k=n}^{2n} k, \quad \forall n \in \mathbb{N}^+ \quad \text{è multiplo di } 3$$

$$2^{1+6n} + 9^{n+1} \text{ è divisibile per } 11 \text{ per ogni numero naturale } n$$

$$4^{n+1} + 5^{2n-1} \text{ è divisibile per } 21, \text{ per ogni } n \in \mathbb{N}$$