SUCCESSIONI DI FUNZIONI

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = nxe^{-n^2x^2}, x \in I := [0\,,1]$

Convergenza puntuale per ogni $x \in I$, no convergenza uniforme

Studiare la convergenza puntuale e, utilizzando il teorema di Dini, uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{x}{1+n^2x^2}$, $x \in I := [0\,,1]$

Convergenza puntuale e uniforme per ogni $x \in I$

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $f(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, x \in [0\,,1]$

Convergenza puntuale per ogni x, no convergenza uniforme

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2x}{1+n^2x^2}, x \in I := [0\,,1]$

Convergenza puntuale per ogni $x \in I$, no convergenza uniforme

Studiare, utilizzando il teorema di Dini uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{x}{x+ln(n)}, x \in I := [0\,,1]$

Convergenza uniforme per ogni $x \in I$

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = cos^n x\,, x \in \left[-\frac{\pi}{2}\,,\frac{\pi}{2}\right]$

Convergenza puntuale per ogni x, no convergenza uniforme

Studiare la convergenza uniforme della successione di funzioni $f(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, x \in [0,+\infty)$

Convergenza uniforme in $[a,+\infty)$, $a > 0$

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2x+nx}{n^2+x^2}, x \in I \coloneqq [-1\,,1]$

Convergenza puntuale e uniforme per ogni $\boldsymbol{x \in I}$

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{n^2x+nx}{n^2+x^2}, x \in R$

Convergenza puntuale per ogni x, no convergenza uniforme

Studiare la convergenza puntuale e la funzione limite per la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{1}{1+(x-n)^2}$

Convergenza puntuale per ogni $\boldsymbol{x \in R}$,
convergenza uniforme su $[a, b]$

Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = \frac{x}{\frac{1}{n}+x^2}, x \in I \coloneqq [0, +\infty]$

Convergenza puntuale per ogni $\boldsymbol{x \in I}$,
no convergenza uniforme su $[0, +\infty]$
converge uniformemente su $\boldsymbol{[a, +\infty], a > 0}$

Studiare la convergenza puntuale e la funzione limite per la successione di funzioni $f_n(x) = n^2x\left(x - nsin\frac{x}{n}\right)$

$$\boldsymbol{x \in R\ ;\ f(x) = \frac{x^4}{6}}$$

Studiare la convergenza puntuale e la funzione limite per la successione di funzioni $f_n(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{3} - 4\right)^n$

$$\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 3 < |x| < \sqrt{15} \\ 3x^2 + \frac{1}{2} & |x| = \sqrt{15} \end{cases}}$$

Studiare la convergenza puntuale e la funzione limite per la successione di funzioni $f_n(x) = \frac{2x+2sin^n x}{x+1}$

$$\boldsymbol{x \in R \text{ con } x \neq -1, \;\; x \neq -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}};$$

$$\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{1+x} & x \neq -1, \;\; x \neq -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2 & x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}}$$

Studiare la convergenza puntuale (determinare la funzione limite) e uniforme della successione di funzioni $f_n(x) = x^n(1-x^n), x \in [0,1]$; calcolare $\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f_n(x)dx$

Convergenza puntuale per ogni $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{f(x) = 0}$

no convergenza uniforme su $[0,1]$

converge uniformemente su $\boldsymbol{[0,a], 0 < a < 1}$

si deve utilizzare la definizione $\boldsymbol{\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f_n(x)dx = 0}$