Calcolare fino al sesto ordine i coefficienti dello sviluppo di Taylor in $x_0 = 0$ delle seguenti funzioni:

$f(x) = \frac{sinh(x^2+sin^3x)}{1-x^4}$

$$x^2 + x^3 - \frac{1}{2}x^5 + \frac{7}{6}x^6 + o(x^6)$$

$f(x) = \frac{\sqrt[3]{e^{2x^2+x^3}}}{1-x^4}$

$$1 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{9}x^4 + \frac{2}{9}x^5 + \frac{17}{162}x^6 + o(x^6)$$

Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la funzione

$f(x) = \begin{cases} a + e^{x-1} & x < 1 \\ b & x = 1 \\ \frac{2x^2-3x+1}{3x^2-2x-1} & x > 1 \end{cases}$ è continua nel suo dominio.

$$a = -\frac{3}{4}; b = \frac{1}{4}$$

Stabilire per quali valori dei parametri reali h e k la funzione

$f(x) = \begin{cases} log_2(h + x) & x > 2 \\ 3 & x = 2 \\ \frac{x^2-x+k}{x-2} & x < 2 \end{cases}$ è continua nel suo dominio.

Tracciare il grafico della funzione.

$$h = 6; k = -2$$

Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la funzione

$f(x) = \begin{cases} x - ax^2e^{1-x} & x < 1 \\ 0 & x = 1 \\ xln(x - b) & x > 1 \end{cases}$ è continua nel suo dominio.

$$a = 1; b = 0$$

Siano $f: [a, b] \to \mathbb{R}$, $g: [a, b] \to \mathbb{R}$ funzioni continue, se $f(a) = 0$, $f(b) = 1$, $g(a) = 1$, $g(b) = 0$ allora esiste $c \in (a, b) : f(c) = g(c)$

$$vero$$

Dimostrare che la funzione $f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$ è continua nell'origine. Calcolare gli zeri della funzione nell'intervallo $(0,1)$.

$zeri: x=\frac{1}{n\pi}\ ,n\in\mathbb{N}^+$

Dimostrare che l'equazione $x+e^x=\sin x$ ammette almeno una soluzione

Utilizzare il teorema degli zeri per la funzione $f(x)=x+e^x-\sin x, x\in[-\pi,\pi]$

Stabilire per quali valori dei parametri reali $h\in\mathbb{Z}$ e $k\in\mathbb{Z}$ è possibile applicare nell'intervallo $[-1\,,1]$ il teorema degli zeri alla funzione

$$f(x)=\begin{cases} h+e^{-x} & x<0 \\ \ln(x+1)+k & x\geq 0 \end{cases}$$

$h=-2; k=-1$ o $h=-1; k=0$

Stabilire per quale valore del parametro reale $a\in\mathbb{R}$ è continua e non negativa la funzione $f(x)=\begin{cases} (x-a)^2-1 & x\leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & x>0 \end{cases}$

Sia $f(x)$ una funzione continua sull'intervallo chiuso limitato: $[a,b]$ con $0<a\leq x\leq b$ se $0<f(a)<a$ e $f(b)>b$ per quale delle seguenti funzioni esiste sicuramente un punto c interno all'intervallo assegnato tale che la funzione abbia uno zero in c?

$g_1(x)=\ln|f(x)|+\ln|x|$ $\qquad$ $g_2(x)=e^{xf(x)}$

$g_3(x)=e^{f(x)}-e^x$ $\qquad$ $g_4(x)=\ln|xf(x)|$