Algoritmi di ordinamento e O-grande

Algoritmi di ordinamento

- Abbiamo già visto come ordinare un array di dati in ordine crescente o decrescente con Bubble Sort
- Esistono algoritmi più efficienti?
- La notazione «O-grande» permette di stimare il tempo di esecuzione di un algoritmo nel caso peggiore
- Vedremo e compareremo diversi algoritmi di ordinamento e li compareremo per
  - Tempo di esecuzione
  - memoria

O-grande

- La notazione O-grande descrive lo sforzo richiesto a un algoritmo
- Indica quanta mole di lavori un algoritmo deve svolgere per risolvere un problema
- Per gli algoritmi di ricerca e ordinamento, dipende principalmente dal numero di elementi nei dati
- La notazione O-grande è usata per descrivere i tempi di esecuzione nel caso peggiore degli algoritmi di ordinamento

Algoritmi O(1)

- Considera un algoritmo che controlla se il primo elemento di un array è uguale al secondo:
  - Se l'array ha 10 elementi, richiede un confronto
  - Se l'array ha 1000 elementi, richiede ancora un confronto
- Il numero di operazioni dell'algoritmo è indipendente dal numeri di elementi dell'array
- Questo tipo di algoritmi ha un tempo di esecuzione **costante**: O(1)
- O(1) non implica solo un confronto, ma un numero costante di operazioni
- Un algoritmo che confronta il primo elemento con i tre successivi, richiede ancora tempo O(1) anche se richiede tre confronti

Algoritmi O(n)

- Un algoritmo che controlla se il primo elemento di un array è uguale a un qualsiasi altro elemento richiede al massimo n-1 confronti
  - Se l'array ha 10 elementi, richiede fino a 9 confronti
  - Se l'array ha 1.000 elementi, richiede fino a 999 confronti
- Al crescere di n, la parte dominante in n-1 sarà n
  - Sottrarre 1 diventa trascurabile
- La notazione O grande sottolinea i termini dominanti e ignora quelli trascurabili
- Un algoritmo che richiede n-1 confronti viene detto O(n)
  - Un algoritmo O(n) ha un tempo di esecuzione **lineare**

Algoritmi $O(n^2)$

- Un algoritmo che controlla se tutti gli elementi di un array sono duplicati
  - Confronta il primo elemento con tutti gli altri
  - Poi il secondo con i restanti, e così via
- Il numero di confronti è $(n-1)+(n-2)+\ \ldots+2+1$, ovvero $\left(\frac{n^2}{2}-\frac{n}{2}\right)$
- La notazione O grande evidenzia il termine dominante n^2 e ignora i fattori costanti
  - Il tempo di esecuzione di questo algoritmo è $O(n^2)$
  - Il tempo di esecuzione $O(n^2)$ è **quadratico**

Algoritmi $O(n^2)$

- La relazione tra elementi da elaborare e tempo di esecuzione è
  - Algoritmi con n^2 confronti
    - 4 elementi, 16 confronti
    - 8 elementi, 64 confronti
  - Algoritmi con n^2/2 confronti
    - 4 elementi, 8 confronti
    - 8 elementi, 32 confronti
- In entrambi i casi raddoppiare i dati quadruplica i confronti

Algoritmi $O(n^2)$

- Stima delle prestazione di un algoritmo $O(n\text{^}2)$
  - Su un milione di elementi: mille miliardi di operazioni (richiede ore)
  - Su un miliardo di elementi: un miliardo di miliardi di operazioni (richiede decenni)
- Gli algoritmi $O(n\text{^}2)$ sono facili da scrivere ma inefficienti per n grande
- Algoritmi più efficienti richiedono più lavoro e tecniche più raffinati, ma offrono prestazioni molto migliori

Ordinamento per selezione

- L'ordinamento per selezione (*selection sort*) è un algoritmo semplice, ma inefficiente
  - La prima iterazione seleziona l'elemento più piccolo nell'array e lo scambia con il primo elemento
  - La seconda iterazione seleziona il secondo elemento più piccolo (il più piccolo dei restanti) e lo scambia con il secondo elemento
  - Continua fino all'ultima iterazione che seleziona il secondo elemento più grande e lo scambia con il penultimo, lasciando ultimo l'elemento più grande

Ordinamento per selezione

- Consideriamo l'array

34 56 *4* 10 77 51 93 30 5 52

- L'ordinamento per selezione determina l'elemento più piccolo (4), poi lo scambia con il valore del primo elemento (34)

4 56 34 10 77 51 93 30 *5* 52

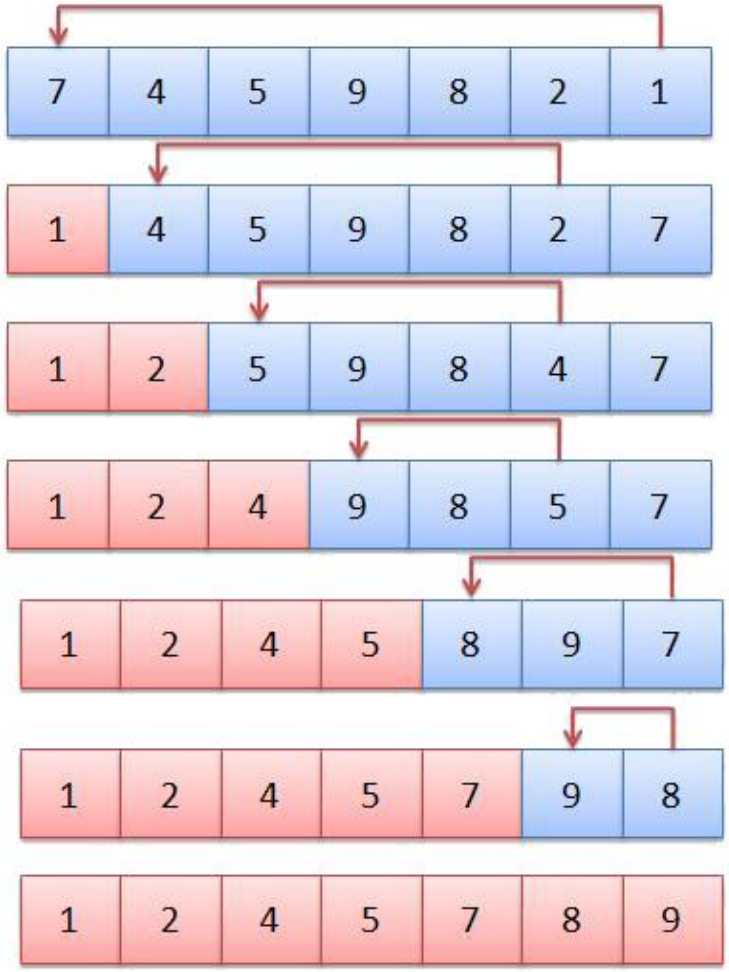
- Determina il valore dell'elemento rimanente più piccolo partendo dal secondo elemento (5) è lo scambia con il valore 56 del secondo elemento

4 **5** 34 *10* 77 51 93 30 56 52

- Quando l'algoritmo termina, l'array è ordinato

4 5 10 30 34 51 52 56 77 93

Ordinamento per selezione



Fonte: https://i0.wp.com/studyalgorithms.com/wp-content/uploads/2014/01/selection-sort.jpg?ssl=1

Implementare ordinamento per selezione

```c
// fig13_01.c
// Algoritmo di ordinamento per selezione.
#define SIZE 10
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>

// prototipi di funzioni
void selectionSort(int array[], size_t length);
void swap(int array[], size_t first, size_t second);
 void printPass(int array[], size_t length, int pass, size_t index);

 int main(void) {
    int array[SIZE] = {0}; // dichiara l'array di int da ordinare

    srand(time(NULL)); // fornisci il seme alla funzione rand

    for (size_t i = 0; i < SIZE; i++) {
       array[i] = rand() % 90 + 10; // assegna un valore a ogni elemento
    }

    puts("Unsorted array:");

    for (size_t i = 0; i < SIZE; i++) { // stampa l'array
       printf("%d  ", array[i]);
    }

    puts("\n");
    selectionSort(array, SIZE);
    puts("Sorted array:");

    for (size_t i = 0; i < SIZE; i++) { // stampa l'array
       printf("%d  ", array[i]);
    }

    puts("");
 }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per selezione

```
29   // funzione che ordina per selezione l'array
30   void selectionSort(int array[], size_t length) {
31      // esegui l'iterazione su length - 1 elementi
32      for (size_t i = 0; i < length - 1; i++) {
33         size_t smallest = i; // primo indice dell'array rimanente
33
34         // trova l'indice dell'elemento piu' piccolo
35         for (size_t j = i + 1; j < length; j++) {
36            if (array[j] < array[smallest]) {
37               smallest = j;
38            }
39         }
39
40         swap(array, i, smallest); // scambia con l'elemento piu' piccolo
41         printPass(array, length, i + 1, smallest); // stampa il passo
42      }
43   }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per selezione

```
44   // funzione che scambia due elementi nell'array
45   void swap(int array[], size_t first, size_t second) {
46      int temp = array[first];
47      array[first] = array[second];
48      array[second] = temp;
49   }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per selezione

```
50   // funzione che stampa un passo dell'algoritmo
51   void printPass(int array[], size_t length, int pass, size_t index) {
52      printf("After pass %2d: ", pass);
52
53      // stampa gli elementi fino all'elemento selezionato
54      for (size_t i = 0; i < index; i++) {
55         printf("%d  ", array[i]);
56      }
56
57      printf("%d* ", array[index]); // indica l'elemento scambiato
57
58      // completa la stampa dell'array
59      for (size_t i = index + 1; i < length; i++) {
60         printf("%d  ", array[i]);
61      }
61
62      printf("%s", "\n               "); // per l'allineamento
62
63      // indica la porzione dell'array che e' ordinata
64      for (int i = 0; i < pass; i++) {
65         printf("%s", "--  ");
66      }
66
67      puts(""); // aggiungi un newline
68   }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per selezione

```
Unsorted array:
72  34  88  14  32  12  34  77  56  83
After pass  1: 12  34  88  14  32  72* 34  77  56  83
               --
After pass  2: 12  14  88  34* 32  72  34  77  56  83
               --  --
After pass  3: 12  14  32  34  88* 72  34  77  56  83
               --  --  --
After pass  4: 12  14  32  34* 88  72  34  77  56  83
               --  --  --  --
After pass  5: 12  14  32  34  34  72  88* 77  56  83
               --  --  --  --  --
After pass  6: 12  14  32  34  34  56  88  77  72* 83
               --  --  --  --  --  --
After pass  7: 12  14  32  34  34  56  72  77  88* 83
               --  --  --  --  --  --  --
After pass  8: 12  14  32  34  34  56  72  77* 88  83
               --  --  --  --  --  --  --  --
After pass  9: 12  14  32  34  34  56  72  77  83  88*
               --  --  --  --  --  --  --  --  --
After pass 10: 12  14  32  34  34  56  72  77  83  88*
               --  --  --  --  --  --  --  --  --  --
Sorted array:
12  14  32  34  34  56  72  77  83  88
```

Fonte: Deitel & Deitel

Efficienza ordinamento per selezione

- L'algoritmo di ordinamento per selezione
  - Si esegue in un tempo $O(n^2)$
- Funzione selectionSort
  - Il ciclo esterno elabora i primi $n-1$ elementi
    - Inserisce l'elemento più piccolo rimanente nella sua posizione ordinata
  - Il ciclo interno cerca l'elemento più piccolo tra quelli rimanenti
    - Viene eseguito $n-1$ volte nella prima iterazione del ciclo esterno
    - $n-2$ volte nella seconda iterazione
    - Così via fino all'ultima iterazione
    - Il numero totale di iterazioni del ciclo interno sono $\frac{n(n-1)}{2} = (n^2-n)/2$
- Nella notazione O grande i termini più piccoli e le costante vengono ignorate, ottenendo un tempo di esecuzione $O(n^2)$

Ordinamento per inserzione

- L'ordinamento per inserzione (*insertion sort*) è un altro algoritmo di ordinamento semplice ma inefficiente
  - La prima interazione prende il secondo elemento dell'array e, se è minore del primo elemento, allora li scambia
  - La seconda iterazione considera il terzo elemento e lo inserisce nella posizione corretta rispetto ai primi due elementi
  - Alla *i*-esima iterazione di questo algoritmo, vengono ordinati i primi *i* elementi dell'array originario

Ordinamento per inserzione

- Considera il seguente array:

```
34 56 4 10 77 51 93 30 5 52
```

- Prima iterazione: confronta 34 e 56 (già ordinati)
- Seconda iterazione: considera il terzo elemento (4), sposta 34 e 56 a destra, inserisce 4

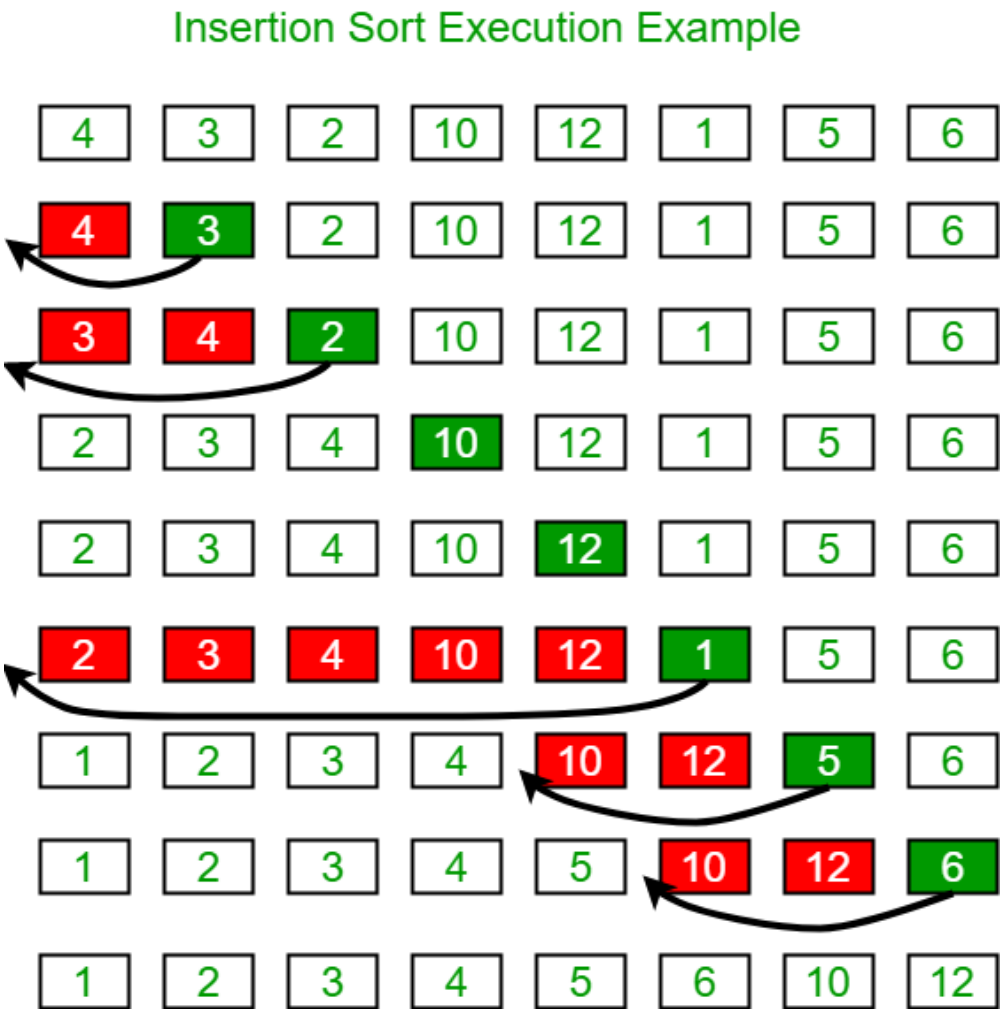
```
4 34 56 10 77 51 93 30 5 52
```

- Terza iterazione: memorizza 10 in una variabile temporanea, confronta 10 con 56 e sposta 56 a destra di una posizione, confronta 10 con 34 e sposta 34 a destra, confronta 10 con 4 e mette 10 in seconda posizione

```
4 10 34 56 77 51 93 30 5 52
```

- Alla *i*-esima iterazione, I primi *i+1* elementi sono ordinati tra loro ma potrebbero non essere nella loro posizione finale
  - ci potrebbero essere elementi più piccoli negli elementi seguenti dell'array

Ordinamento per inserzione



Fonte: https://media.geeksforgeeks.org/wp-content/uploads/insertionsort.png

Implementare ordinamento per inserzione

```c
/ fig13_02.c
// Algoritmo di ordinamento per inserzione.
#define SIZE 10
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>

// prototipi di funzioni
void insertionSort(int array[], size_t length);
void printPass(int array[], size_t length, int pass, size_t index);

 int main(void)
    int array[SIZE] = {0}; // dichiara l'array di int da ordinare

    srand(time(NULL)); // fornisci il seme alla funzione rand

    for (size_t i = 0; i < SIZE; i++) {
       array[i] = rand() % 90 + 10; // assegna un valore a ogni elemento
    }

    puts("Unsorted array:");

    for (size_t i = 0; i < SIZE; i++) { // stampa l'array
       printf("%d  ", array[i]);
    }

    puts("\n");
    insertionSort(array, SIZE);
    puts("Sorted array:");

    for (size_t i = 0; i < SIZE; i++) { // stampa l'array
       printf("%d  ", array[i]);
    }

    puts("");
 }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per inserzione

```
30   // funzione che ordina l'array
31   void insertionSort(int array[], size_t length) {
32      // esegui l'iterazione su length − 1 elementi
33      for (size_t i = 1; i < length; i++) {
34          size_t moveItem = i; // posizione in cui inserire l'elemento
35          int insert = array[i]; // contiene l'elemento da inserire
36
37          // cerca la posizione dove mettere l'elemento corrente
38          while (moveItem > 0 && array[moveItem − 1] > insert) {
39              // sposta l'elemento a destra di una posizione
40              array[moveItem] = array[moveItem − 1];
41              −−moveItem;
42          }
42
43          array[moveItem] = insert; // inserisci l'elemento al suo posto
44          printPass(array, length, i, moveItem);
45      }
46   }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per inserzione

```
47   // funzione che stampa un passo dell'algoritmo
48   void printPass(int array[], size_t length, int pass, size_t index) {
49      printf("After pass %2d: ", pass);
49
50      // stampa gli elementi fino all'elemento selezionato
51      for (size_t i = 0; i < index; i++) {
52          printf("%d  ", array[i]);
53      }
53
54      printf("%d* ", array[index]); // indica l'elemento inserito
55
56      // termina di stampare l'array
57      for (size_t i = index + 1; i < length; i++) {
58          printf("%d  ", array[i]);
59      }
60
61      printf("%s", "\n               "); // per l'allineamento
61
62      // indica la porzione di array che e' ordinata
63      for (size_t i = 0; i <= pass; i++) {
64          printf("%s", "--  ");
65      }
65
66      puts(""); // aggiungi un newline
67   }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per inserzione

```
Unsorted array:
72  16  11  92  63  99  59  82  99  30
After pass  1: 16* 72  11  92  63  99  59  82  99  30
               --  --
After pass  2: 11* 16  72  92  63  99  59  82  99  30
               --  --  --
After pass  3: 11  16  72  92* 63  99  59  82  99  30
               --  --  --  --
After pass  4: 11  16  63* 72  92  99  59  82  99  30
               --  --  --  --  --
After pass  5: 11  16  63  72  92  99* 59  82  99  30
               --  --  --  --  --  --
After pass  6: 11  16  59* 63  72  92  99  82  99  30
               --  --  --  --  --  --  --
After pass  7: 11  16  59  63  72  82* 92  99  99  30
               --  --  --  --  --  --  --  --
After pass  8: 11  16  59  63  72  82  92  99  99* 30
               --  --  --  --  --  --  --  --  --
After pass  9: 11  16  30* 59  63  72  82  92  99  99
               --  --  --  --  --  --  --  --  --  --
Sorted array:
11  16  30  59  63  72  82  92  99  99
```

Fonte: Deitel & Deitel

Efficienza ordinamento per inserzione

- L'algoritmo di ordinamento per selezione
  - Si esegue in un tempo $O(n^2)$
- Funzione *insertionSort*
  - Il ciclo esterno effettua l'iterazione `SIZE-1`(=*n-1*) volte
    - Inserisce un elemento nella posizione corretta tra quelli ordinati fino a quel punto
  - Il ciclo interno effettua l'iterazione sugli elementi già ordinati dell'array
    - Nel caso peggiore richiede $n - 1$ confronti
    - Ogni ciclo richiede tempo $O(n)$
    - Il numero totale di iterazioni del ciclo interno sono $O(n^2)$ perché il ciclo è eseguito $O(n)$ volte
- Nella notazione O grande i termini più piccoli e le costante vengono ignorate, ottenendo un tempo di esecuzione $O(n^2)$

Intervallo

Fonte: chatGPT

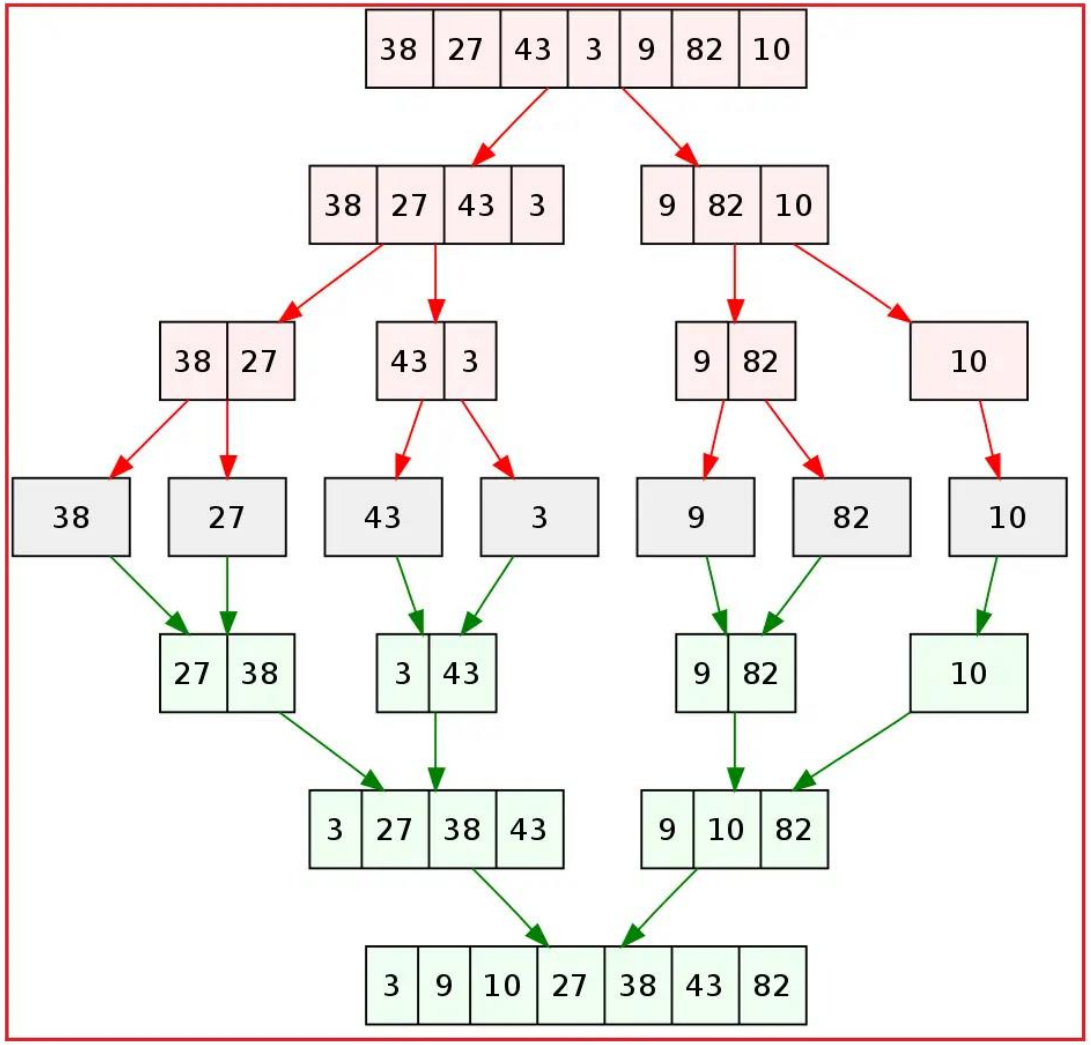
Ordinamento per fusione

- L'ordinamento per fusione (*merge sort*) è un algoritmo di ordinamento efficiente ma complesso
- L'algoritmo ordina un array
  - suddividendolo in due sottoarray della stessa dimensione
  - Ordina ognuno dei sottoarray
  - Li fonde insieme in un array più grande
- L'implementazione presentata è ricorsiva
  - Il caso base è dato da un array con un solo elemento (sempre ordinato)
  - Il passo di ricorsione suddivide un array di due o più elementi in due array, li ordina ricorsivamente, e li fonde

Ordinamento per fusione

- Supponiamo che l'algoritmo abbia già creato gli array ordinati
- A: `4 10 34 56 77`
- B: `5 30 51 52 93`
- Gli array vengono ordinati in un unico array
- Per determinare l'elemento più piccolo vengono confrontati gli elementi più piccoli di A (4) e B (5)
- 4 è il primo elemento dell'array
- L'algoritmo confronta l'elemento più piccolo rimanente in A (10) e B (5)
- 5 è il secondo elemento dell'array
- Si continua così fino ad esaurire tutti gli elementi di A e B

Ordinamento per fusione



Fonte: https://dotnettutorials.net/wp-content/uploads/2019/09/c-users-pranaya-pictures-merge-sort-in-c-png.png

Implementare ordinamento per fusione

```c
// fig13_03.c
// Algoritmo di ordinamento per fusione.
#define SIZE 10
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>

// prototipi di funzioni
void mergeSort(int array[], size_t length);
void sortSubArray(int array[], size_t low, size_t high);
 void merge(int array[], size_t left, size_t middle1,
    size_t middle2, size_t right);
 void displayElements(int array[], size_t length);
 void displaySubArray(int array[], size_t left, size_t right);

 int main(void) {
    int array[SIZE] = {0}; // dichiara l'array di int da ordinare

    srand(time(NULL)); // fornisci il seme alla funzione rand

    for (size_t i = 0; i < SIZE; i++) {
       array[i] = rand() % 90 + 10; // assegna un valore a ogni elemento
    }

    puts("Unsorted array:");
    displayElements(array, SIZE); // stampa l'array
    puts("\n");
    mergeSort(array, SIZE); // ordina per fusione l'array
    puts("Sorted array:");
    displayElements(array, SIZE); // stampa l'array
    puts("");
 }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per fusione

```
31  // funzione che ordina per fusione l'array
32  void mergeSort(int array[], size_t length) {
33     sortSubArray(array, 0, length - 1);
34  }
34
35  // funzione che ordina una porzione dell'array
36  void sortSubArray(int array[], size_t low, size_t high) {
37     // effettua il test per il caso di base: la dimensione dell'array è 1
38     if ((high - low) >= 1) { // se non si tratta del caso di base...
39        size_t middle1 = (low + high) / 2;
40        size_t middle2 = middle1 + 1;
41
42        // stampa il passo di suddivisione
43        printf("%s", "split:   ");
44        displaySubArray(array, low, high);
45        printf("%s", "\n         ");
46        displaySubArray(array, low, middle1);
47        printf("%s", "\n         ");
48        displaySubArray(array, middle2, high);
49        puts("\n");
50
51        // dividi l'array a meta' e ordina ciascuna meta' ricorsivamente
52        sortSubArray(array, low, middle1); // prima meta'
53        sortSubArray(array, middle2, high); // seconda meta'
54
55        // fondi i due array ordinati
56        merge(array, low, middle1, middle2, high);
57     }
58  }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per fusione

```
59  // fondi i due sottoarray ordinati in un sottoarray ordinato
60  void merge(int array[], size_t left, size_t middle1,
61     size_t middle2, size_t right) {
62     size_t leftIndex = left; // indice nel sottoarray sinistro
63     size_t rightIndex = middle2; // indice nel sottoarray destro
64     size_t combinedIndex = left; // indice nell'array temporaneo
65     int tempArray[SIZE] = {0}; // array temporaneo
66
67     // stampa i due sottorray prima di fonderli
68     printf("%s", "merge:   ");
69     displaySubArray(array, left, middle1);
70     printf("%s", "\n         ");
71     displaySubArray(array, middle2, right);
72     puts("");
73
74     // fondi i sottorray finche' non si raggiunge la fine di uno di loro
75     while (leftIndex <= middle1 && rightIndex <= right) {
76        // inserisci il piu' piccolo dei due elementi correnti nel risultato
77        // e spostati nella posizione seguente nel sottoarray
78        if (array[leftIndex] <= array[rightIndex]) {
79           tempArray[combinedIndex++] = array[leftIndex++];
80        }
81        else {
82           tempArray[combinedIndex++] = array[rightIndex++];
83        }
84     }
85
86     if (leftIndex == middle2) { // fine del sottoarray sinistro?
87        while (rightIndex <= right) { // copia il sottoarray destro
88           tempArray[combinedIndex++] = array[rightIndex++];
89        }
90     }
91     else { // fine del sottoarray destro?
92        while (leftIndex <= middle1) { // copia il sottoarray sinistro
93           tempArray[combinedIndex++] = array[leftIndex++];
94        }
95     }
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per fusione

```
96
97      // copia di nuovo i valori nell'array originario
98      for (size_t i = left; i <= right; i++) {
99         array[i] = tempArray[i];
100      }
101
102      // stampa il sottoarray combinato
103      printf("%s", "         ");
104      displaySubArray(array, left, right);
105      puts("\n");
106   }
106
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per fusione

```
Unsorted array:
 79 86 60 79 76 71 44 88 58 23
split:    79 86 60 79 76 71 44 88 58 23
          79 86 60 79 76
                         71 44 88 58 23
split:    79 86 60 79 76
          79 86 60
                   79 76
split:    79 86 60
          79 86
                60
split:    79 86
          79
             86
merge:    79
             86
          79 86
merge:    79 86
                60
          60 79 86
split:              79 76
                    79
                       76
merge:              79
                       76
                    76 79
merge:    60 79 86
                    76 79
          60 76 79 79 86


split:                   71 44 88 58 23
                         71 44 88
                                  58 23
split:                   71 44 88
                         71 44
                               88
split:                   71 44
                         71
                            44
```

Fonte: Deitel & Deitel

Implementare ordinamento per fusione

```
split:                  71 44 88 58 23
                        71 44 88
                                 58 23
split:                  71 44 88
                        71 44
                              88
split:                  71 44
                        71
                           44
merge:                  71
                           44
                        44 71
merge:                  44 71
                              88
                        44 71 88
split:                           58 23
                                 58
                                    23
merge:                           58
                                    23
                                 23 58
merge:                  44 71 88
                                 23 58
                        23 44 58 71 88
merge:    60 76 79 79 86
                        23 44 58 71 88
          23 44 58 60 71 76 79 79 86 88
Sorted array:
 23 44 58 60 71 76 79 79 86 88
```

Fonte: Deitel & Deitel

Efficienza merge sort

- L'ordinamento per fusione è più efficiente di quello per inserzione che per selezione
- La prima chiamata alla funzione *sortSubArray* produce
  - Due chiamate ricorsive alla stessa funzione, ognuna con un sottoarray che è circa la metà di quello originario
  - Una chiamata alla funzione merge
- La chiamata alla funzione merge richiede nel peggiore dei casi n-1 confronti ($O(n)$)
- Le due chiamate alla funzione sortSubArray producono
  - Altre quattro chiamate ricorsive, con un array di circa un quarto degli elementi dell'originale
  - Altre due chiamate a merge
- Continua fino ad arrivare ad array a dimensione 1
- Il numero di «livelli» è logaritmico in *n* siccome la size si dimezza ad ogni livello
- Il tempo di esecuzione totale è pari a $O(n \log n)$

Confronto tra algoritmi di ordinamento

- Tempo di esecuzione di alcuni algoritmi di ordinamento con notazione O grande
  - Ordinamento per **inserzione** $O(n\text{^}2)$
  - Ordinamento per **selezione** $O(n\text{^}2)$
  - Ordinamento per **fusione** $O(n \log n)$

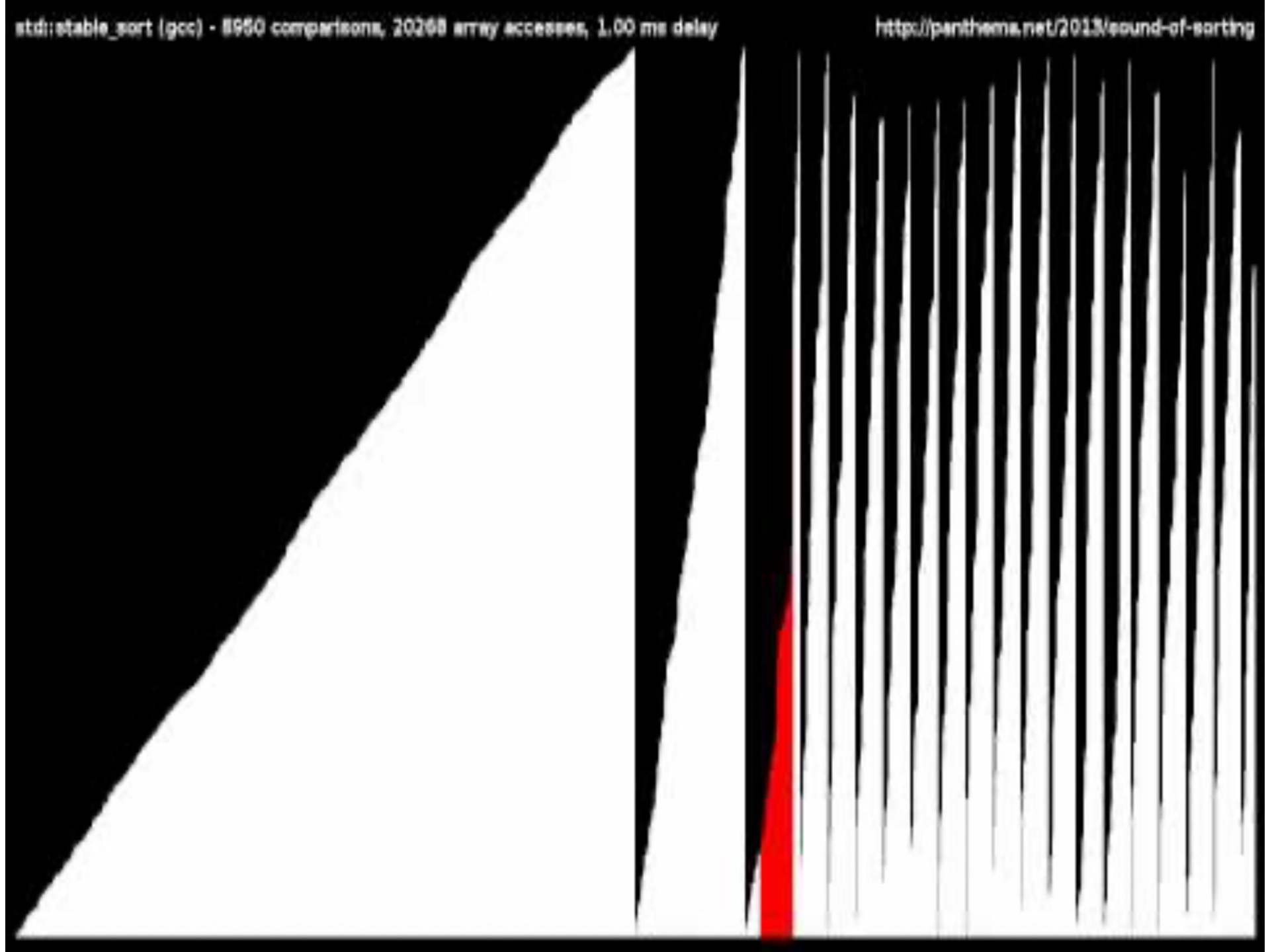
Confronto tra diversi ordini

n	Valore decimale approssimato	$O(\log n)$	$O(n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$
2^{10}	1.000	10	2^{10}	10×2^{10}	2^{20}
2^{20}	1.000.000	20	2^{20}	20×2^{20}	2^{40}
2^{30}	1.000.000.000	30	2^{30}	30×2^{30}	2^{60}

Fonte: Deitel & Deitel

Altri algoritmi

- **Quick Sort**: basato sulla tecnica di partizionamento che ha una complessità di **O(n log n)** nel caso medio, ma nel caso peggiore può arrivare a **O(n²)**
- **Heap Sort**: sfrutta una struttura di dati chiamata heap per garantire una complessità di **O(n log n)**, sia nel caso migliore che peggiore, ed è particolarmente utile quando è necessario ordinare i dati senza utilizzare spazio aggiuntivo
- **Counting Sort**: è un algoritmo di ordinamento non basato su confronti che utilizza un array di conteggio per determinare la posizione di ciascun elemento nell'array ordinato, ed è particolarmente efficiente quando gli elementi da ordinare appartengono a un intervallo ristretto, con una complessità di **O(n + k)**, dove **n** è il numero di elementi e **k** è il valore massimo presente nell'array


std::stable_sort (gcc) - 8950 comparisons, 20268 array accesses, 1.00 ms delay
http://panthema.net/2013/sound-of-sorting

Recap

- la notazione O grande indica lo sforzo che un algoritmo può dover compiere per risolvere un problema
- O(1) = tempo constante
- O(n) = tempo lineare
- $O(n^2)$ = tempo quadratico
- Ordinamento per **selezione** richiede **$O(n^2)$**
- Ordinamento per **inserzione** richiede **$O(n^2)$**
- Ordinamento per **fusione** richiede **O(n log(n))**

Fonte: Deitel & Deitel