

①

4.5.2020

Leider habe ich auf dem letzten Lernkontrollblatt vergessen, den Term der Funktion  $f$  anzugeben, wodurch ich die Aufgabe nicht allgemein lösen konnte. Zur Wiederholung also:

Wiederholung Verschiebung

$$f(x) = -x^3 + 3x^2$$

Schaubilder  
siehe Blatt

2020-04-30

Verschiebung von  $K_f$

um 2 nach unten (in  $y$ -Richtung):

$$g(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$$

allgemein:  $g(x) = f(x) - 2$

Verschiebung von  $K_f$

um 2 nach links in  $y$ -Richtung

$$h(x) = -(x+2)^3 + 3(x+2)^2$$

Beachte: Entgegen der Intuition heißt es „+2“ bei Verschiebung nach links

allgemein:  $h(x) = f(x+2)$

Verschiebung von  $K_f$  um 3 nach rechts in  $x$ -Richtung und 5 nach oben in  $y$ -Richtung

$$i(x) = -(x-3)^3 + 3(x-3)^2 + 5$$

Beachte: „-3“ bei Verschiebung nach rechts!

allgemein:  $i(x) = f(x-3) + 5$

## ② Strecken / Stauchen des Schaubilds in y-Richtung

$$f(x) = x^3$$

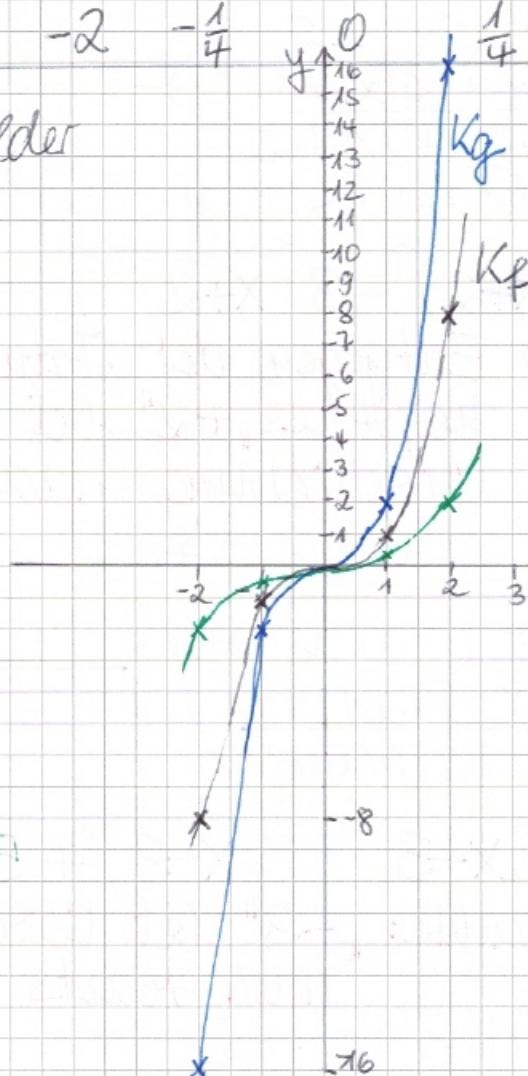
$$g(x) = 2x^3$$

$$h(x) = \frac{1}{4}x^3$$

Wertetabellen)

x	-2	-1	0	1	2
y=f(x)	-8	-1	0	1	8
y=g(x)	-16	-2	0	2	16
y=h(x)	-2	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	2

Schaubilder



Beobachtung:  
 $K_g$  ist eine  
Streckung  
in y-Richtung  
von  $K_f$ ;

$K_h$  ist eine  
Stauchung  
in y-Richtung  
von  $K_f$



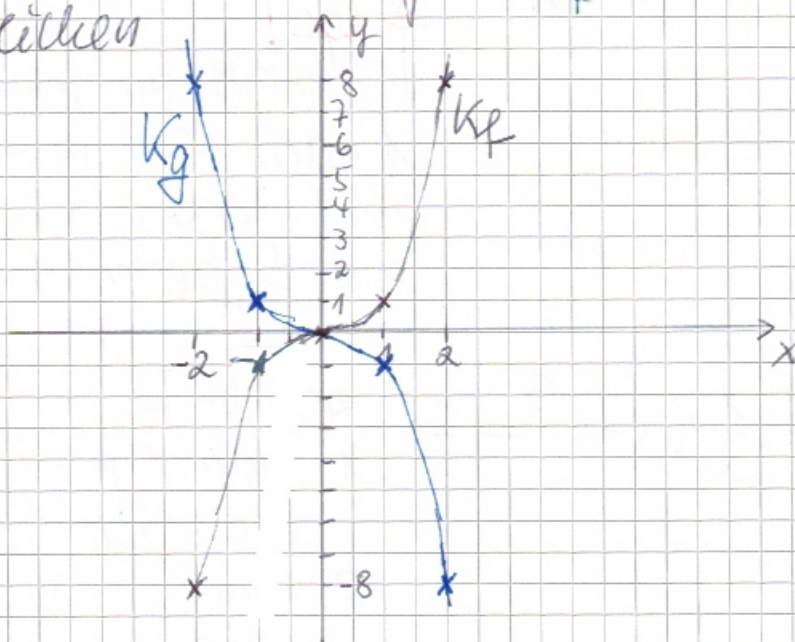
Was passiert beim Multiplizieren mit einem negativen Faktor? (3)

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = -1 \cdot x^3$$

	-2	-1	0	1	2
$y=f(x)$	-8	-1	0	1	8
$y=g(x)+8$	+1	0	-1	-8	

Es verändert sich jeweils das Vorzeichen



Der negative Faktor bewirkt eine Spiegelung des Schaubilds an der  $x$ -Achse.

allgemein

$$g(x) = a \cdot f(x),$$

$$a \in \mathbb{R}$$

Der Graph von  $f$  wird in  $y$ -Richtung gestreckt (bzw. gestaucht)

$a < 0$ : zusätzlich Spiegelung an der  $x$ -Achse

④ Verschiebungen und Streckungen lassen sich kombinieren:

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^3 + 1$$

Das Schaubild von  $f$  wird um Faktor  $\frac{1}{2}$  gestreckt in y-Richtung (bzw. gestaucht) und um  $1$  nach oben versch.

$$h(x) = \frac{1}{2}(x^3 + 1)$$

Beachte die Reihenfolge!

K $f$  wird zuerst um  $1$  nach oben verschoben und dieses Schaubild um  $\frac{1}{2}$  "gestreckt" in y-Richt.

$$i(x) = \frac{1}{2}(x-1)^3 - 7$$

K $f$  wird

1. um  $1$  nach rechts verschoben

2. um  $\frac{1}{2}$  in y-Richt. "gestreckt"

3. um  $7$  nach unten verschoben

Aufgaben LS 10 / S. 11-13 siehe Anhang

1 | 2 | 3a) 3b)  
9a) b) 11



# Kleiner Exkurs (Abstecker):

## Verschieben und Strecken beliebiger Schaubilder

$f(x) = 2^x$  Exponentialfunktion

Nach gleichem Schema lässt  
sich auch das Schaubild  
von  $f$  verschieben

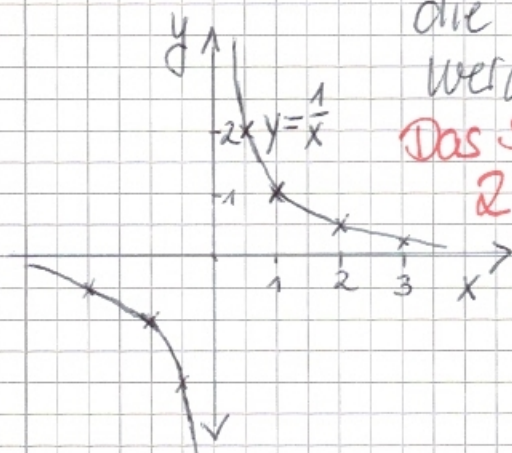
$g(x) = 2^{x-1}$  Verschiebung  $\frac{1}{2}$  um 1  
nach rechts

$h(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$  Verschiebung um 1  
nach rechts  
u. Streckung in y-Richtung  
um Faktor 3

$i(x) = 3 \cdot 2^{x-1} - 4$  wie  $h$ , dann noch  
4 nach unten

$f(x) = \frac{1}{x}$

gebrochenrationale Funktion  
die Null darf nicht eingesetzt  
werden



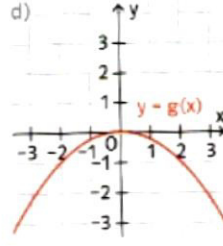
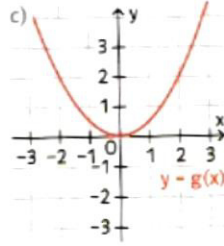
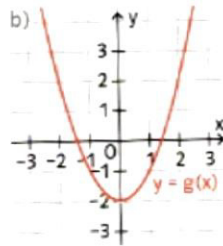
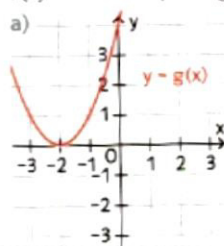
Das Schaubild besteht aus  
2 getrennten Teilen

$h(x) = \frac{1}{x-3}$   $\frac{1}{2}$  um 3  
nach rechts

$i(x) = \frac{5}{x+1} + 10$  1 nach  
links,  
Faktor 5  
gestreckt,  
10 nach oben

### Aufgaben

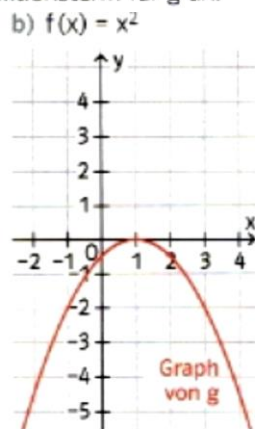
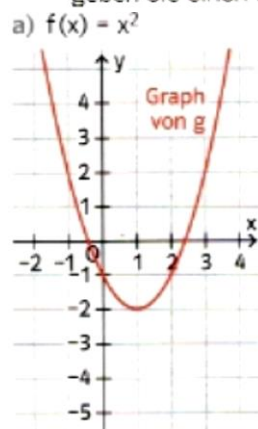
- 1 Wie erhält man aus dem Graphen von  $f$  mit  $f(x) = x^2$  den Graphen von  $g$ ?
- a)  $g(x) = x^2 - 4$       b)  $g(x) = \frac{1}{2}x^2$       c)  $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$       d)  $g(x) = (x - 3)^2$   
 e)  $g(x) = x^2 + 1,5$       f)  $g(x) = (x + 4)^2$       g)  $g(x) = x^2 + 0,5$       h)  $g(x) = 0,6x^2$
- 2 Beschreiben Sie, wie man den Graphen der Funktion  $g$  aus dem Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2$  erhält, und geben Sie einen Funktionsterm für  $g$  an.



3 Skizziere die Graphen jeweils in ein gemeinsames Koordinatensystem

- a)  $f(x) = x^2$       b)  $f(x) = x^2$   
 $g(x) = x^2 - 1,5$        $g(x) = x^2 + 1$   
 $h(x) = (x + 3)^2$        $h(x) = (x - 3)^2$

- 9 Beschreiben Sie, wie der Graph der Funktion  $g$  aus dem Graphen der Funktion  $f$  entsteht, und geben Sie einen Funktionsterm für  $g$  an.



- 11 Imre und Katja sollen den Graphen von  $g$  mit  $g(x) = 0,5x^2 - 1$  skizzieren. Beschreiben Sie, wer von beiden den Graphen von  $g$  korrekt skizziert.  
 Imre: „Ich verschiebe die Normalparabel  $y = x^2$  um  $-1$  in  $y$ -Richtung und strecke diesen Graphen in  $y$ -Richtung mit dem Faktor  $0,5$ .“  
 Katja: „Ich strecke die Normalparabel  $y = x^2$  mit dem Faktor  $0,5$  in  $y$ -Richtung und verschiebe diesen Graphen um  $-1$  in  $y$ -Richtung.“

- 8 Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.

- c)  $f(x) = \frac{1}{x}$       d)  $f(x) = \frac{1}{x}$   
 $g(x) = \frac{1}{x} - 2$        $g(x) = 2 \cdot \frac{1}{x}$   
 $h(x) = \frac{1}{x-3}$        $h(x) = -\frac{2}{x}$

## 2020-05-04 Lösungen

Seite 11

- 1 a) Verschieben um  $-4$  in  $y$ -Richtung.  
b) Strecken mit dem Faktor  $\frac{1}{2}$  in  $y$ -Richtung.

- c) Strecken mit dem Faktor  $-\frac{1}{2}$  in  $y$ -Richtung, d.h. Strecken mit dem Faktor  $\frac{1}{2}$  in  $y$ -Richtung und anschließendes Spiegeln an der  $x$ -Achse.  
d) Verschieben um  $3$  in  $x$ -Richtung.  
e) Verschieben um  $1,5$  in  $y$ -Richtung.  
f) Verschieben um  $-4$  in  $x$ -Richtung.  
g) Verschieben um  $0,5$  in  $y$ -Richtung.  
h) Strecken mit dem Faktor  $0,6$  in  $y$ -Richtung.

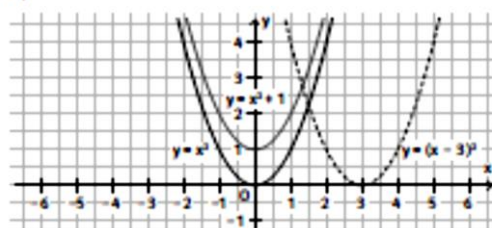
- 2 a) Verschieben um  $-2$  in  $x$ -Richtung:  $g(x) = (x+2)^2$ .  
b) Verschieben um  $-2$  in  $y$ -Richtung:  $g(x) = x^2 - 2$ .  
c) Strecken mit dem Faktor  $\frac{1}{2}$  in  $y$ -Richtung:  $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ .  
d) Strecken mit dem Faktor  $-\frac{1}{4}$  in  $y$ -Richtung:  
 $g(x) = -\frac{1}{4}x^2$ .

Seite 12

3 a)



b)

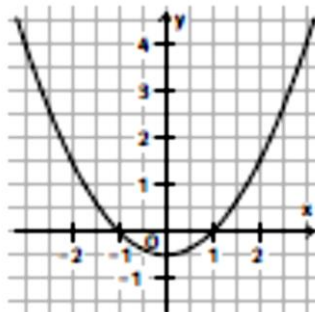


- 9 a) Verschieben um  $1$  in  $x$ -Richtung und um  $-2$  in  $y$ -Richtung:  $g(x) = (x+1)^2 - 2$   
b) Strecken mit  $-0,5$  in  $y$ -Richtung und Verschieben um  $1$  in  $x$ -Richtung:  $g(x) = -0,5(x-1)^2$ .

11 Katja zeichnet den Graphen der gegebenen Funktion  $g$  richtig. Imre zeichnet den Graphen der Funktion  $h$  mit

$$h(x) = 0,5(x^2 - 1) \\ = 0,5x^2 - 0,5.$$

Graph von Imre (in der Aufgabe nicht verlangt):  
vgl. Abbildung rechts.



### Aufgabe 8

