

Aufgabe 1

Untersuche die Funktion f auf Monotonie. Benutze den Monotoniesatz.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ $f'(x) = 3x^2 - 6x$

Bestimmung der Nullstellen von f' : $3x^2 - 6x = 0$

Ausklammern: $3x(x-2) = 0$

Nullstellen: $x_1 = 0$; $x_2 = 2$

Monotonieintervalle $I_1 = (-\infty; 0)$; $I_2 = (0; 2)$;

$I_3 = (2; \infty)$ Wegen $f'(-1) = > 0$ gilt in

I_1 $f' > 0$ und f ist streng monoton steigend

Es gilt: $f'(1) = < 0$. f ist in I_2 streng

monoton fallend. $f'(3) = > 0$.

f ist in I_3 streng monoton steigend.

b) $f(x) = -2x^3 + 30x - 17$ $f'(x) = -6x^2 + 30$

Bestimmung der Nullstellen von f' :

$x_1 = +\sqrt{5}$ $x_2 = -\sqrt{5}$

Intervalle: $I_1 = (-\infty; -\sqrt{5})$

$I_2 = (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$

$I_3 = (\sqrt{5}; \infty)$

$f'(-3) < 0 \Rightarrow I_1$ streng m. fallend

$f'(0) > 0 \Rightarrow I_2$ streng m. steigend

$f'(5) < 0 \Rightarrow I_3$ streng m. fallend

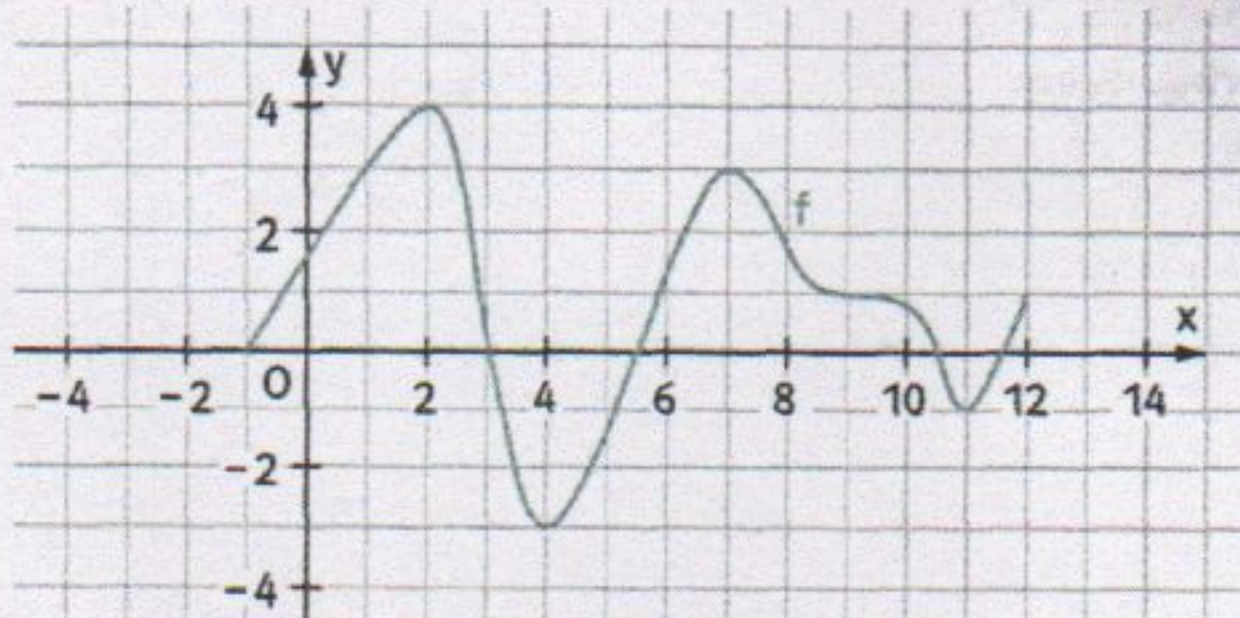
Aufgabe 2

Gib die gesuchten Stellen(x-Werte), Werte(y-Werte) und Punkte(2 Koordinaten) für den Graphen der Funktion f mit $D_f = [-1; 12]$ an.

Extremstellen(6 Stück):

$x_1 = 2$, $x_2 = 9$, $x_3 = 2$, $x_4 = -1$, $x_5 = 11$

$x_6 = 12$



Extremwerte(6 Stück) $y_1 = 4$, $y_2 = -3$, $y_3 = 3$, $y_4 = 0$, $y_5 = -1$, $y_6 = 1$

Hochpunkte(3): $H_1(2/4)$; $H_2(7/3)$; $H_3(12/1)$ globales Maximum(y-Wert): 4

Tiefpunkte(3): $T_1(-1/0)$; $T_2(4/-3)$; $T_3(11/-1)$ globales Minimum (y-Wert): -3

Aufgabe 3

Bestimme mögliche Extremstellen der Funktion f .

a) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 3$

Ableitung: $f'(x) = 4x^3 - 12x$

Nullstellen von f' bestimmen: $4x^3 - 12x = 0$

Ausklammern: $4x(x^2 - 3) = 0$

Nullstellen von f' : $x_1 = \sqrt{3}$; $x_2 = 0$; $x_3 = -\sqrt{3}$

$E_1(\sqrt{3} | f(\sqrt{3})) = (\sqrt{3} | -6)$

$E_2(0 | f(0)) = (0 | 3)$

$E_3(-\sqrt{3} | f(-\sqrt{3})) = (-\sqrt{3} | -6)$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 3x^2 + 5$

$f'(x) = 2x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 6x$

$2x(x^2 + 2x - 3) = 0$

$x_1 = -3$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1$

$E_1(-3 | f(-3)) = (-3 | -17,5)$

$E_2(0 | f(0)) = (0 | 5)$

$E_3(1 | f(1)) = (1 | 3,833)$