Klassenarbeit Nr.3 ***Klasse 10a*** ***2020***
Wahrscheinlichkeitsrechnung (mit WTR)

Definiere gegebenenfalls die Zufallsvariable und rechne jeweils ausführlich und genau!

Aufgabe 1(4P)
In seiner Schublade hat Max sechs Paar Socken ungebündelt, also einzeln, durcheinander liegen - und zwar zwei Paar schwarze, drei Paar rote und ein Paar weiße. Er greift jeden Morgen blind in die Schublade und zieht nacheinander zwei einzelne Socken ohne hinzusehen heraus.
a) Fertige ein Baumdiagramm mit Wahrscheinlichkeiten an.
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, zuerst eine schwarze und dann eine weiße Socke zu ziehen.
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beide Socken dieselbe Farbe haben.

Aufgabe 2(4P)
Ein Spieler zahlt 2 €, um an dem folgenden Spiel mit einem idealen Würfel teilzunehmen: Würfelt er eine gerade Augenzahl, so muss er den Betrag der Augenzahl in € an die Bank zahlen. Würfelt er eine ungerade Augenzahl, so erhält er das Doppelte der Augenzahl von der Bank als Auszahlung. Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn bzw. Verlust des Spielers in Euro an.
a) Stelle eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für X auf.
b) Berechne den Erwartungswert E(X).
c) Korrigiere den Einsatz so, dass das Spiel fair wird.

Aufgabe 3(6P)
Von 100 Personen einer Bevölkerung sind im Durchschnitt 15 Linkshänder. Berechne, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit ist, dass von 25 zufällig ausgewählten Personen dieser Bevölkerung
a) genau eine Person Linkshänder ist und gib (nur) hier die zu Grunde liegende Formel von Bernoulli mit den entsprechenden Zahlen an
b) mindestens eine Person Linkshänder ist
c) mehr als 3 Personen Linkshänder sind
d) mindestens 2 und höchstens 5 Personen Linkshänder sind
e) weniger als 20 Rechtshänder sind

Aufgabe 4(4P)

In einer Prüfung muss ein Prüfling 60 Fragen beantworten. Zu jeder Frage werden ihm fünf mögliche Antworten angeboten, von denen nur eine richtig ist. Es darf jeweils nur eine Antwort angekreuzt werden.

a) Zum Bestehen der Prüfung müssen mehr als 15 Fragen richtig beantwortet sein. Ein planloser Prüfling kreuzt bei jeder Frage willkürlich und rein zufällig eine Antwort an.
   Berechne, mit welcher Wahrscheinlichkeit er die Prüfung besteht.

b) Die zum Bestehen nötige Anzahl der richtigen Antworten soll geändert werden: Wenn ein Prüfling nur zufällig Antworten ankreuzt, soll die Wahrscheinlichkeit, dass er die Prüfung besteht, bei höchstens 3% liegen. Berechne, wie viele richtige Antworten zum Bestehen der Prüfung mindestens verlangt werden müssen.

Aufgabe 5(4P)

Für ein bestimmtes Spiel soll ein Würfel so manipuliert werden, dass die Zahl Sechs mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% fällt.

a) Berechne, wie oft man diesen Würfel mindestens würfeln muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mindestens eine Sechs zu erhalten.

b) Berechne, wie die Wahrscheinlichkeit für eine Sechs manipuliert werden müsste(Mindestwert), damit man bei 50 Würfen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% mindestens eine Sechs erhält(Berechne die Wahrscheinlichkeit auf 3 Nachkommastellen genau).

Viel Erfolg!

Lösungen

Aufgabe 3

Aufgabe 11: Zufallsvariablen und Erwartungswert beim einmaligen Würfeln

e	1	2	3	4	5	6
X(e)	0	−2	4	−6	8	−8

$\Rightarrow$ E(X) = −0,67 € $\Rightarrow$ korrigierter Einsatz 1,33 €

Aufgabe 5

4

a) $P(X \geq 1) \geq 0{,}99$; also $P(X = 0) \leq 0{,}01$

also $0{,}8^n \leq 0{,}01$. $n \geq \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}8)} \approx 20{,}64$.

Also muss man mindestens 21 mal würfeln.

b) $P(X = 0) \leq 0{,}01$

$\binom{50}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{50} \leq 0{,}01$

$1-p \leq \sqrt[50]{0{,}01} \approx 0{,}9120$, also $p \geq 0{,}088$