

1 Приведение уравнения поверхности второго рода к каноническому виду

Исходное уравнение поверхности второго рода:

$$11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z = 0$$

Матричный вид уравнения:

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

И вектор линейных коэффициентов:

$$a = (-2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

Составим характеристический многочлен:

$$\det(A - z * E) = -z^3 + 20z^2 - 96z - 18$$

Корни характеристического уравнения:

$$z_0 = 8.617526301, z_1 = -0.1806404778, z_2 = 11.56311418$$

Получим собственные векторы:

$$\lambda_0 = 8.617526301, s_0 = (0.4466821330, 0.06420843380, 1.0000000000)$$

$$\lambda_1 = -0.1806404778, s_1 = (-0.8035487063, -9.984189191, 1.0000000000)$$

$$\lambda_2 = 11.56311418, s_2 = (-2.279497063, 0.2836171133, 1.0000000000)$$

Получим матрицу перехода к диагональной матрице

$$S = \begin{pmatrix} 0.4466821330 & 0.06420843380 & 1.0000000000 \\ -0.8035487063 & -9.984189191 & 1.0000000000 \\ -2.279497063 & 0.2836171133 & 1.0000000000 \end{pmatrix}$$

После нормировки собственных векторов матрица перехода имеет вид:

$$S^* = \begin{pmatrix} 0.4071448024 & 0.05852513043 & 0.9114866532 \\ -0.07982589116 & -0.9918462858 & 0.09934169583 \\ -0.9098686372 & 0.1132066895 & 0.3991532394 \end{pmatrix}$$

Приводя к диагональному виду:

$$S^* * A * S^{*T} = \begin{pmatrix} 8.617526301 & -6.184563972 \times 10^{-10} & 7.275957614 \times 10^{-10} \\ -6.255049811 \times 10^{-10} & -0.1806404779 & -2.687556844 \times 10^{-10} \\ 6.984919310 \times 10^{-10} & -2.874003258 \times 10^{-10} & 11.56311418 \end{pmatrix}$$

Новый вектор линейных коэффициентов:

$$(-1.309136869, -0.5563700590, -1.573725839)$$

После приведения к каноническому виду получим:

$$8.617526301x^2 - 0.1806404779y^2 + 11.56311418z^2 - 1.309136869x - 0.5563700590y - 1.573725839z = 0$$

Сделаем замену переменных, получим:

$$8.617526301(x - 0.005769589061)^2 - 0.1806404779(y + 2.371577724)^2 + 11.56311418(z + 0.3251378027) = 0$$

Сравним графики исходного уравнения поверхности второго рода и канонического уравнения после замены переменных.

График функции $11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z = 0$

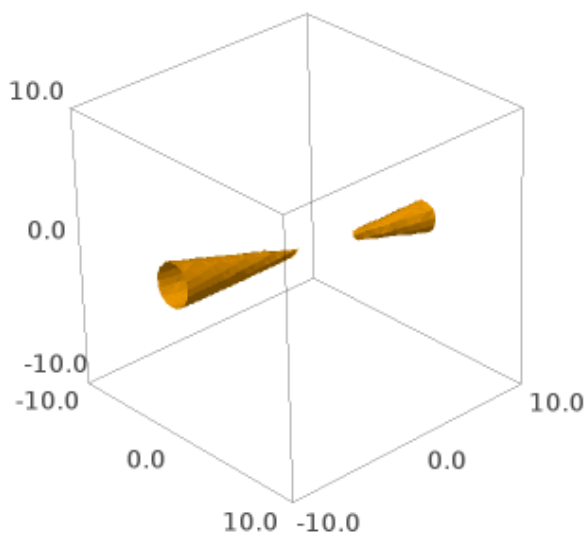


График функции $8.617526301(x - 0.005769589061)^2 - 0.1806404779(y + 2.37157711.56311418(z - 0.004630720105)^2 + 0.3251378027 = 0$

