

# دوره آمار و احتمال

## پاسخنامه کوییز اول

### سؤال ۱

۵ نفر از ۱۰ نفر به چند طریق می‌توانند در یک ردیف بنشینند به طوری که دو فرد  $A$  و  $B$  در صورت نشستن، مجاور نباشند.

پاسخ:

۲۷۵۵۲

### سؤال ۲

دو تیم طراحی مختلف، تیم  $A$  و تیم  $B$ ، هر کدام به صورت مستقل مأمور شده‌اند تا در مدت یک ماه، محصول جدیدی طراحی کنند. طبق داده‌های تجربی قبلی، موارد زیر را می‌دانیم:

- احتمال موفقیت تیم  $A$  برابر است با  $\frac{2}{3}$ .
- احتمال موفقیت تیم  $B$  برابر است با  $\frac{1}{4}$ .
- احتمال اینکه حداقل یکی از دو تیم موفق شود برابر است با  $\frac{3}{4}$ .

اگر بدانیم دقیقاً یکی از این دو تیم موفق به طراحی محصول شده است، با چه احتمالی این تیم، تیم  $B$  است؟

پاسخ:

$\frac{1}{4}$

### سؤال ۳

فردی سه تاس دارد: یک تاس سالم که اعداد ۱ تا ۶ روی آن است، و دو تاس دیگر که همه وجه‌هایشان عدد ۶ دارد. این فرد به طور تصادفی یکی از تاس‌ها را انتخاب می‌کند و آن را دو بار پرتاب می‌کند. اگر در هر دو بار نتیجه پرتاب عدد ۶ بیاید، احتمال اینکه تاس انتخاب شده همان تاس سالم باشد چقدر است؟

پاسخ:

$\frac{1}{73}$

## سؤال ۴

در یک تحقیق درباره الگوهای مطالعه دانشجویان، اطلاعات زیر به دست آمده است:

- ۴۰٪ از دانشجویان به طور منظم به مطالعه کتاب‌های درسی می‌پردازند.
- ۳۰٪ از یادداشت‌های دیجیتال برای یادگیری استفاده می‌کنند.
- ۲۵٪ لپ‌تاپ همراه دارند.
- ۲۳٪ هم‌زمان کتاب‌های درسی را مطالعه کرده و از یادداشت‌های دیجیتال بهره می‌برند.
- ۵۱٪ نه کتاب درسی مطالعه می‌کنند، نه از یادداشت‌های دیجیتال استفاده می‌کنند و نه لپ‌تاپ به همراه دارند.

علاوه بر این، مشخص شده که:

- از هر ۱۰۰ نفری که لپ‌تاپ همراه دارند، ۸۸ نفر مطالعه کتاب درسی دارند.
  - از هر ۱۰۰ نفری که از یادداشت‌های دیجیتال استفاده می‌کنند، ۷۰ نفر لپ‌تاپ همراه دارند.
- اگر دانشجویی به صورت تصادفی انتخاب شود که هم کتاب‌های درسی را مطالعه می‌کند و هم لپ‌تاپ همراه دارد، احتمال اینکه از یادداشت‌های دیجیتال هم استفاده کند چقدر است؟

پاسخ:

$\frac{10}{11}$

## سؤال ۵

یک کارخانه برای تولید یک قطعه از دو دستگاه استفاده می‌کند:

- دستگاه A نیمی از کل قطعات را تولید می‌کند.
  - دستگاه B نیز نیمی از قطعات را تولید می‌کند.
  - احتمال معیوب بودن یک قطعه تولیدشده توسط A برابر  $\frac{1}{3}$  است.
  - احتمال معیوب بودن یک قطعه تولیدشده توسط B برابر  $\frac{1}{6}$  است.
  - روی هر قطعه یک تست انجام می‌شود:
- اگر قطعه معیوب باشد، تست با احتمال ۱ آن را به درستی شناسایی می‌کند.
  - اگر قطعه سالم باشد، تست با احتمال  $\frac{1}{3}$  به اشتباه آن را معیوب تشخیص می‌دهد.

قطعه‌ای به صورت تصادفی انتخاب شده و تست آن را معیوب تشخیص داده است. احتمال اینکه این قطعه توسط دستگاه B تولید شده باشد چقدر است؟

پاسخ:

$$\frac{28}{47}$$

سؤال ۶

در یک جعبه، ۳ توپ قرمز و ۲ توپ آبی وجود دارد. به طور کاملاً تصادفی توپی را از جعبه خارج کرده و رنگ آن را مشاهده می کنیم. اگر رنگ توپ آبی بوده، آن را به جعبه باز می گردانیم ولی اگر رنگ آن قرمز بوده، توپ را کنار می گذاریم. این کار را سه بار به صورت مستقل از یکدیگر تکرار می کنیم. احتمال آن که سومین توپ خارج شده از جعبه، قرمز باشد چقدر است؟

پاسخ:

$$\frac{233}{500}$$

سؤال ۷

خانواده ای دو فرزند دارد. می دانیم که یکی از آن ها دختری است که در روز شنبه به دنیا آمده است. احتمال این که این خانواده دو دختر داشته باشد چقدر است؟

پاسخ:

$$\frac{13}{27}$$

سؤال ۸

سه دوست برای پرداخت هزینه رستوران تصمیم می گیرند هر یک یک سکه پرتاب کنند. کسی که نتیجه پرتابش متفاوت از دو نفر دیگر باشد، هزینه را می پردازد. اگر نتیجه سه پرتاب یکسان باشد، دوباره پرتاب می کنند و این کار را ادامه می دهند تا فرد پرداخت کننده مشخص شود. احتمال این که سکه ها بیش از ۴ مرتبه پرتاب شوند چقدر است؟

پاسخ:

$$\frac{1}{256}$$

سؤال ۹

۴۲ کارت با اعداد ۱ تا ۴۲ به صورت تصادفی چیده شده‌اند. کارت‌ها را از بالا یکی یکی باز می‌کنیم تا اولین کارت عدد اول ظاهر شود. به طور میانگین چند کارت باید باز کنیم؟

پاسخ:

$$\frac{43}{14}$$

سؤال ۱۰

در یک آزمون تستی، هر تست دارای چهار گزینه است. دانشجویی با احتمال  $\frac{6}{10}$  پاسخ درست را می‌داند. او همچنین قادر است با احتمال  $\frac{15}{100}$  تنها دو گزینه‌ی نادرست، و با احتمال  $\frac{15}{100}$  تنها یک گزینه‌ی نادرست را از بین چهار گزینه حذف کند. در غیر این صورت دانشجو یکی از چهار گزینه را به صورت کاملاً تصادفی انتخاب می‌کند. اگر فرض کنیم دانشجو پاسخ تستی را نمی‌داند ولی به آن پاسخ درست داده است، احتمال آن که دانشجو پاسخ تست را با حذف تنها یک گزینه نادرست داده باشد چقدر است؟

پاسخ:

$$\frac{1}{3}$$