概率统计练习 1

1、事件 A,B 独立，$P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.7$，则 $P(B)=$___

2、根据正态分布的分位点定义，$\Phi(z_\alpha)=$____________

3、设随机变量 $X\sim t(n)$，则 $\dfrac{1}{X^2}\sim$________

4、设随机变量 X,Y 相互独立，且均服从 $U(0,2)$，则 $P\{\max\{X,Y\}\le 1\}=$________

5、X,Y 是随机变量，$D(X)=25, D(Y)=36,\ \rho_{XY}=0.4,$ 则 $D(X-Y)=$______

6、设射击命中率为 0.1，不断独立射击 100 次，ξ 表示其中的命中次数，则用中心极限定理估算 $P\{7<\xi<13\}\approx$________________（用 $\Phi(x)$ 表示，$x>0$）

7、从 $N(0,1)$ 中抽取容量为 10 的样本, 记其样本均值为 $\overline{X}$，则 $D(\overline{X})=$______

8、X_1,X_2 是总体 $N(\mu,1)$ 的样本，$\hat{\mu}=kX_1+\dfrac{1}{2}X_2$ 是 μ 的无偏估计量，则 $k=$_____

9、设 $X\sim P(2)$, 则由切比雪夫不等式估计得 $P\{|X-2|\ge 2\}\le$_____

10、设 X,Y 均服从 $N(0,1)$，且 $P\{X<0,Y<0\}=\dfrac{1}{3}$, 则 $P\{X\le 0,Y>0\}=$______

11、设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, σ^2 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 是来自 X 的一个样本，则 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为____________________________

12、设随机变量 $X\sim E(1)$，a 为常数且大于 0，则 $P\{X\ge a+1 | X\ge a\}=$______

二 1、假设男人中有 5%是色盲患者，女人中有 0.25%是色盲患者；今从男女人数相等的人群中随机地挑选一人，试求
(1)选出的是色盲患者的概率；(2)已知选到的是色盲患者, 求此人是男人的概率.

2、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} k(1-x), & 0<x<1; \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ (1)求常数 k；
(2)求 $P\{0<X\le 0.5\}$；（3）求 $P\{X=0.5\}$；（4）$X=0.5$ 是不可能事件，对吗？

三 1、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 1-\dfrac{1}{2}x, & 0\le x\le 2; \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$
(1)求 $E(X)$ 及 $E(2X+1)$；(2)求方差 $D(X)$ 及 $D(2X+1)$.

2、设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} 6y, & 0\le x\le 1, 0\le y\le x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,
（1）求 X,Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$.（2）判断 X,Y 的相互独立性.

四 1、设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$，

$\theta>-1$ 是未知参数，又 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 是总体 X 的样本，求 θ 的矩估计量和极大似然估计量.

2、设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机抽取 36 位考生的成绩作为样本，算得平均成绩是 $\bar{x}=66.5$ 分，标准差 $s=15$ 分．问在显著性水平 0.05 下，可否认为这次全体考生的平均成绩为 70 分？（其中 $t_{0.025}(35)=2.03$ ）

概率统计练习 1 答案

1．0.5　2. $1-\alpha$　3.　$F(n,1)$　4．$\frac{1}{4}$　5.　37　6.　$2\Phi(1)-1$　7.　$\frac{1}{10}$

8.　$\frac{1}{2}$　9.　$\frac{1}{2}$　10. $\frac{1}{6}$　11.　$(\overline{X}-\frac{S}{4}t_{0.025}(15)，\overline{X}+\frac{S}{4}t_{0.025}(15))$　12.　e^{-1}

1、解：设 A 表示“选出的是色盲患者”，B_1 表示“选出的人是男人”，B_2 表示“选出的人是女人”．

则有　$P(B_1)=P(B_2)=50\%，P(A|B_1)=5\%，P(A|B_2)=0.25\%$．

(1)　由全概率公式，所求概率为

$$P(A)=P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)=5\%\times50\%+0.25\%\times50\%=2.625\%$$

(2)　由贝叶斯公式，所求概率为

$$P(B_1|A)=\frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A)}=\frac{5\%\times50\%}{2.625\%}=\frac{20}{21}.$$

2、解：(1) 因为　$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$,

所以　$\int_0^1 k(1-x)dx=1$，

即　$k(x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1=1$，因此 $\frac{1}{2}k=1$，得 $k=2$.

(2) 由(1)得　$f(x)=\begin{cases}2(1-x), & 0<x<1;\\ 0, & 其他.\end{cases}$

所求概率为　$P\{0<X<\frac{1}{2}\}=\int_0^{\frac{1}{2}}f(x)dx=\int_0^{\frac{1}{2}}2(1-x)dx$

$$=2(x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{4}.$$

(3) 0

(4) 错

1、解：(1) $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^2 x(1-\frac{1}{2}x)dx=(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{6}x^3)\Big|_0^2=\frac{2}{3}$;

$E(2X+1)=2E(X)+1=2\times\frac{2}{3}+1=\frac{7}{3}$.

(2) $E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\int_0^2x^2(1-\frac{1}{2}x)dx=(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{8}x^4)\Big|_0^2=\frac{2}{3}$;

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{2}{3}-(\frac{2}{3})^2=\frac{2}{9}$.

$D(2X+1)=4D(X)=4\times\frac{2}{9}=\frac{8}{9}$

2、解： (1) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$

$$=\begin{cases}\int_0^x 6ydy, 0\le x\le 1,\\ 0, \quad 其他.\end{cases}$$

$$=\begin{cases}3x^2, 0\le x\le 1;\\ 0, \quad 其他.\end{cases}$$

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx$

$$=\begin{cases}\int_y^1 6ydx, 0\le y\le 1,\\ 0, \quad 其他.\end{cases}$$

$$=\begin{cases}6y(1-y), 0\le y\le 1;\\ 0, \quad 其他.\end{cases}$$

(2)不相互独立

1. **解**：由 $E(X)=\frac{1+\theta}{2+\theta}=\bar{X}$，则矩估计量 $\hat{\theta}=\frac{2\bar{X}-1}{1-\bar{X}}$

似然函数为：

$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}(\theta+1)x_i^{\theta}=(\theta+1)^n(\prod_{i=1}^{n}x_i)^{\theta}, 0<x_1,x_2,\cdots,x_n<1$

当 $0<x_1,x_2,\cdots,x_n<1$ 时， $\ln L(\theta)=n\ln(\theta+1)+\theta\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$

令 $\frac{d}{d\theta}\ln L(\theta)=\frac{n}{\theta+1}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$

解之得θ的极大似然估计值为 $\hat{\theta}=-1-[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i]^{-1}$

2 解： $H_0:\mu=70, H_1:\mu\ne 70$

拒绝域： $|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}|>t_{\alpha/2}(n-1)$

$|\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}|=1.4 \qquad t_{\alpha/2}(n-1)=2.03$

认为总体平均分是 70 分

概率统计练习 2

1、事件 A,B 互斥，$P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.7$，则 $P(B)=$___

2、根据正态分布的分位点定义，$\Phi(-z_\alpha)=$____________

3、设随机变量 $\boldsymbol{X}\sim \boldsymbol{t}(\boldsymbol{n})$ ，则 $X^2\sim$________

4、设随机变量 X,Y 相互独立，且均服从 $U(0,2)$，则 $P\{\min\{X,Y\}\le 1\}=$________

5、 X,Y 是随机变量， $D(X)=25, D(Y)=36,\ \ \rho_{XY}=0.4,$ 则 $D(X-Y)=$_____

6、设射击命中率为 0.1，不断独立射击 100 次，ξ 表示其中的命中次数，则用中心极限定理估算 $P\{7<\xi<13\}\approx$_______________（用 $\Phi(x)$ 表示， $x>0$）

7、从 $N(0,1)$ 中抽取容量为 10 的样本, 记其样本均值为 $\bar{X}$ ，则 $E(\bar{X})=$______

8、 X_1,X_2 是总体 $N(\mu,1)$ 的样本， $\hat{\mu}=kX_1-X_2$ 是 μ 的无偏估计量，则 $k=$_____

9、 设 $X\sim P(2)$, 则由切比雪夫不等式估计得 $P\left\{|X-2|<2\right\}\ge$_____

10、设 X,Y 相互独立且均服从 $N(0,1)$, 则 $P\{X+Y>0\}=$_____

11、设 $X\sim N(\mu,1)$，容量 $n=16$，均值 $\bar{X}=5.2$，则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为____________________________（查表 $Z_{0.025}=1.96$）

12、设随机变量 $X\sim E(1)$，a 为常数且大于 0，则 $P\{X\ge a+2|X\ge a+1\}=$_____

二 1、假设同一年级有两个班，一班 50 名学生，其中 20 名女生；二班 45 名学生，其中 15 名女生，从中任选一个班，然后从中任选一名学生.(1)试求选出的是女生的概率；(2)已知选到的是女生,求此女生是一班的概率.

2、设连续型随机变量 X 的密度为 $f(x)=\begin{cases}Ke^{-5x}, & x>0\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$，（1)确定常数 K，

(2)求 $P\{X>0.2\}$，（3）求 $P\{X=1\}$， $X=1$ 是不可能事件，对吗？

1、设连续型随机变量 X 的概率密度

$$f(x)=\begin{cases}1+x, & -1\le x<0\\ 1-x, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$$ ，求 E(x),D(x)

2、设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0<x<y \\ 0, & 其它 \end{cases}$，

（1）求X,Y的边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$．（2）判断X,Y的相互独立性.

三 1、设$X_1,X_2,\ldots,X_n$为总体X的一个样本，X的密度函数

$f(x)=\begin{cases} \beta x^{\beta-1}, & 0<x<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，$\beta>0$．求参数$\beta$的矩估计量和极大似然估计量.

2、一台包装机包装面盐，包得的袋装面盐重是一个随机变量，它服从正态分布，当机器正常时，其均值为 0.5 公斤，标准差为 0.015 公斤，某日开工后，为检验包装机是否正常，随机抽取他所包装面盐 9 袋。经测量与计算得$\bar{x}=0.511$，取$\alpha=0.05$，问机器是否正常.（查表$Z_{0.025}=1.96$）

概率统计练习 2 答案

1．0.3　2. α　3. $F(1,n)$　4. $\frac{3}{4}$　5. 37　6. $2\Phi(1)-1$　7. 0

8. 2　9. $\frac{1}{2}$　10. $\frac{1}{2}$　11. $(4.71,5.69)$　12. e^{-1}

1、解：设A “选出的是女生”，B_1 “选出一班”，B_2 “选出二班”．

则有 $P(B_1)=\frac{1}{2}$，$P(B_2)=\frac{1}{2}$，$P(A|B_1)=\frac{20}{50}$，$P(A|B_2)=\frac{15}{45}$．

（3）　由全概率公式，所求概率为

$$P(A)=P(A\mid B_1)P(B_1)+P(A\mid B_2)P(B_2)=\frac{20}{50}\times\frac{1}{2}+\frac{15}{45}\times\frac{1}{2}=\frac{11}{30}.$$

（4）　由贝叶斯公式，所求概率为

$$P(B_1\mid A)=\frac{P(A\mid B_1)P(B_1)}{P(A)}=\frac{\frac{20}{50}\times\frac{1}{2}}{\frac{11}{30}}=\frac{6}{11}.$$

2、**解**：$\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(x)dx=\int_{-\infty}^{0}0dx+\int_{0}^{+\infty}Ke^{-5x}dx=\frac{1}{5}K=1$　(3分)

故$K=5$．（1 分）

② $P(\xi>0.2)=\int_{0.2}^{+\infty}5e^{-5x}dx=e^{-1}\approx 0.3679.$

(3) 0　错　（2 分）

1、解：$EX=\int_{-1}^{0}x(1+x)dx+\int_{0}^{1}x(1-x)dx=0$

$EX^2=\int_{-1}^{01}x^2(1+x)dx+\int_{0}^{1}x^2(1-x)dx=\frac{1}{6}$

$DX=EX^2-(EX)^2=\frac{1}{6}$

2、解：(1) $f_X(x)=\int_x^{+\infty} f(x,y)dy$

$$=\begin{cases}\int_x^{+\infty} e^{-y}dy=e^{-x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

$$f_y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx \qquad (2分)$$

$$=\begin{cases}\int_0^{y} e^{-y}dx=ye^{-y}, & y>0\\ 0, & 其它\end{cases} \qquad (2分)$$

(2)不相互独立　　　（2 分）

1. **解**：$E(X)=\int_0^1 x\beta x^{\beta-1}dx=\dfrac{\beta}{\beta+1}$

由 $\overline{X}=E(X)=\dfrac{\beta}{\beta+1}$ 知矩估计量为 $\hat{\beta}=\dfrac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$

$$L(\beta)=\beta^n\prod_{i=1}^{n}x_i^{\beta-1},0<x_i<1$$

$$\ln L(\beta)=n\ln\beta+(\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$$0=\frac{\partial\ln L(\beta)}{\partial\beta}=\frac{n}{\beta}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

故极大似然估计量为 $\hat{\beta}=\dfrac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}$

2 解：（1） $H_0:\mu=0.5;\mu\neq 0.5$

（2）检验统计量：$Z=\dfrac{\overline{x}-0.5}{0.015/\sqrt{9}}$

计算统计量的值：$Z=\dfrac{0.511-0.5}{0.015/\sqrt{9}}=2.2$

（3 ）结论：$|Z|>z_{0.025}=1.96$，落入拒绝域，拒绝 H_0

因此认为这天包装机工作不正常。