

$$\frac{\partial A}{\partial t'} = \beta \frac{\partial^2 A}{\partial x'^2} + B$$

$$\frac{A_i^{\tau+1} - A_i^\tau}{ht} = v \cdot \beta \frac{A_{i+1}^{\tau+1} - 2A_i^{\tau+1} + A_{i-1}^{\tau+1}}{hx^2} + (1-v) \cdot \beta \frac{A_{i+1}^\tau - 2A_i^\tau + A_{i-1}^\tau}{hx^2} + B^\tau$$

$$v \cdot A_{i+1}^{\tau+1} - (2v + a_i^\tau) \cdot A_i^{\tau+1} + v \cdot A_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^\tau$$

$$a_i^\tau = \frac{hx^2}{\beta \cdot ht} \quad , \quad c_i^\tau = a_i^\tau \cdot A_i^\tau + (1-v) \cdot (A_{i+1}^\tau - 2A_i^\tau + A_{i-1}^\tau) + a_i^\tau \cdot ht \cdot B^\tau$$

$$A_i^{\tau+1} = q_i \cdot A_{i+1}^{\tau+1} + w_i$$

$$v \cdot A_{i+1}^{\tau+1} - (2v + a_i^\tau) \cdot A_i^{\tau+1} + v \cdot (q_{i-1} \cdot A_i^{\tau+1} + w_{i-1}) = -c_i^\tau$$

$$(2v + a_i^\tau - v \cdot q_{i-1}) \cdot A_i^{\tau+1} = v \cdot A_{i+1}^{\tau+1} + c_i^\tau + v \cdot w_{i-1}$$

$$q_i = \frac{v}{(2 - q_{i-1}) \cdot v + a_i^\tau} \quad , \quad w_i = \frac{c_i^\tau + v \cdot w_{i-1}}{(2 - q_{i-1}) \cdot v + a_i^\tau}$$

$$q_0 = Bndr_L \quad , \quad w_0 = 0 \quad , \quad A_{N-1} = \frac{w_{N-1}}{1 - q_{N-1} \cdot Bndr_R}$$

$$Bndr_L, R = 0, 1$$

$$\frac{\partial A}{\partial t'} = \beta \frac{\partial^2 A}{\partial x'^2} + B$$

$$\frac{A_i^{\tau+1} - A_i^\tau}{ht} = v \cdot \beta \frac{A_{i+1}^{\tau+1} - 2A_i^{\tau+1} + A_{i-1}^{\tau+1}}{hx^2} + (1-v) \cdot \beta \frac{A_{i+1}^\tau - 2A_i^\tau + A_{i-1}^\tau}{hx^2} + B^\tau$$

$$v \cdot a_i^\tau \cdot A_{i+1}^{\tau+1} - (2v \cdot a_i^\tau + 1) \cdot A_i^{\tau+1} + v \cdot a_i^\tau \cdot A_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^\tau - g_i^\tau$$

$$a_i^\tau = \beta \cdot \frac{ht}{hx^2} \quad , \quad c_i^\tau = A_i^\tau + ht \cdot B^\tau \quad , \quad g_i^\tau = (1-v) \cdot a_i^\tau \cdot (A_{i+1}^\tau - 2A_i^\tau + A_{i-1}^\tau)$$

$$A_i^{\tau+1} = q_i \cdot A_{i+1}^{\tau+1} + w_i$$

$$v \cdot a_i^\tau \cdot A_{i+1}^{\tau+1} - (2v \cdot a_i^\tau + 1) \cdot A_i^{\tau+1} + v \cdot a_i^\tau \cdot (q_{i-1} \cdot A_i^{\tau+1} + w_{i-1}) = -c_i^\tau - g_i^\tau$$

$$(2v \cdot a_i^\tau + 1 - v \cdot a_i^\tau \cdot q_{i-1}) \cdot A_i^{\tau+1} = v \cdot a_i^\tau \cdot A_{i+1}^{\tau+1} + c_i^\tau + g_i^\tau + v \cdot a_i^\tau \cdot w_{i-1}$$

$$q_i = \frac{v \cdot a_i^\tau}{(2 - q_{i-1}) \cdot v \cdot a_i^\tau + 1} \quad , \quad w_i = \frac{c_i^\tau + g_i^\tau + v \cdot a_i^\tau \cdot w_{i-1}}{(2 - q_{i-1}) \cdot v \cdot a_i^\tau + 1}$$

$$q_0 = Bndr_L \quad , \quad w_0 = 0 \quad , \quad A_{N-1} = \frac{w_{N-1}}{1 - q_{N-1} \cdot Bndr_R}$$

$$Bndr_L, R = 0, 1$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j}_N = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j}_P = V(N, P, I) \\ V(N, P, I) = \gamma \cdot I(x) \cdot (1 - P - N) \cdot \left(-\ln \frac{1 - P - N}{1 - N} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ M + P + N = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{j}_N = -\alpha_{NM} (M \nabla N - N \nabla M) - \zeta_{PN} (P \nabla N - N \nabla P) \\ \mathbf{j}_P = -\eta_{MP} (M \nabla P - P \nabla M) - \zeta_{PN} (N \nabla P - P \nabla N) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{j}_N = -\alpha_{NM} [(1 - P - N) \nabla N + N (\nabla P + \nabla N)] - \zeta_{PN} (P \nabla N - N \nabla P) \\ \mathbf{j}_P = -\eta_{MP} [(1 - P - N) \nabla P + P (\nabla P + \nabla N)] - \zeta_{PN} (N \nabla P - P \nabla N) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{j}_N = -\alpha_{NM} \nabla N + (\alpha_{NM} - \zeta_{PN}) \cdot (P \nabla N - N \nabla P) \\ \mathbf{j}_P = -\eta_{MP} \nabla P - (\eta_{MP} - \zeta_{PN}) \cdot (P \nabla N - N \nabla P) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t'} = \beta_{NM} \Delta N - (\beta_{NM} - \beta_{PN}) \cdot (P \Delta N - N \Delta P) - \\ \quad - \frac{\beta_{PN} \cdot \nabla P}{P^*} \cdot (P \nabla N - N \nabla P) \\ \frac{\partial P}{\partial t'} = \beta_{MP} \Delta P + (\beta_{MP} - \beta_{PN}) \cdot (P \Delta N - N \Delta P) - \\ \quad - \frac{\nabla P}{P^*} [(\beta_{MP} - \beta_{PN}) \cdot (P \nabla N - N \nabla P) + \beta_{MP} \nabla P] + V(N, P, I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v \cdot N_{i+1}^{\tau+1} - [2v + a_i] N_i^{\tau+1} + v \cdot N_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^\tau \\ v \cdot P_{i+1}^{\tau+1} - [2v + b_i^\tau] P_i^{\tau+1} + v \cdot P_{i-1}^{\tau+1} = -d_i^\tau - f_i^\tau \end{cases}$$

$$a_i = \frac{hx^2}{\beta_{NM} ht} \quad , \quad b_i^\tau = \frac{hx^2}{\beta_{MP}^\tau ht} \quad ,$$

$$c_i^\tau = a_i N_i^\tau + (1 - v) \cdot \Delta N^\tau - \left(1 - \frac{\beta_{PN}^\tau}{\beta_{NM}} \right) \cdot \Lambda(P^\tau, N^\tau) - \frac{\beta_{PN}^\tau}{\beta_{NM}} \cdot \frac{\nabla P^\tau}{P^*} \delta(P^\tau, N^\tau) \quad ,$$

$$d_i^\tau = b_i^\tau P_i^\tau + (1 - v) \cdot \Delta P^\tau + \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_M} \right) \cdot \Lambda(P^\tau, N^\tau) - \\ - \frac{\nabla P^\tau}{P^*} \left[\left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_M} \right) \cdot \delta(P^\tau, N^\tau) + \nabla P^\tau \right] \quad ,$$

$$f_i^\tau = b_i^\tau \cdot ht \cdot \gamma \cdot I_i' \cdot (1 - P_i^\tau - N_i^\tau) \left(-\ln \frac{1 - P_i^\tau - N_i^\tau}{1 - N_i^\tau} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad ,$$

$$\Lambda(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \Delta N^\tau - N_i^\tau \Delta M^\tau \quad , \quad \Delta N^\tau = N_{i+1}^\tau - 2N_i^\tau + N_{i-1}^\tau \quad ,$$

$$\delta(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \nabla N^\tau - N_i^\tau \nabla M^\tau \quad , \quad \nabla N^\tau = \frac{N_{i+1}^\tau - N_{i-1}^\tau}{2} \quad .$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t}+div\mathbf{j}_N=0\\ \frac{\partial P}{\partial t}=V(N,P,I)\\ V(N,P,I)=\gamma\cdot I(x)\cdot (1-P-N)\cdot \left(-\ln\frac{1-P-N}{1-N}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\\ M+P+N=1\end{array}\right.$$

$$\{\mathbf{j}_N=-\alpha_{_{NM}}(M\nabla N-N\nabla M)$$

$$\{\mathbf{j}_N=-\alpha_{_{NM}}[(1-P-N)\nabla N+N(\nabla P+\nabla N)]$$

$$\{\mathbf{j}_N=-\alpha_{_{NM}}\cdot[\nabla N-(P\nabla N-N\nabla P)]$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t'}=\beta_{_{NM}}\cdot[\Delta N-(P\Delta N-N\Delta P)]\\ \frac{\partial P}{\partial t'}=V(N,P,I)\end{array}\right.$$

$$\left\{\Delta A=\frac{\partial^2 A}{\partial r^2}+\frac{n}{r}\cdot\frac{\partial A}{\partial r},\quad n=1(\text{круг}),\,2(\text{сфера})\right.$$

Процесс перераспределения массовых долей компонент ФПК (мономера M , полимера P и нейтральной компоненты N) в ходе неоднородной фотополимеризации, определяющих пространственное распределение показателя преломления среды $n(x) = n_M \cdot M + n_P \cdot P + n_N \cdot N$, рассматривался в рамках модели, учитывающей радикальную полимеризацию и диффузионный массоперенос:

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t'} = \beta_{NM} \left(M \frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} - N \frac{\partial^2 M}{\partial x'^2} \right) + \beta_{PN} \left(P \frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} - N \frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} \right) + \frac{\beta_{PN}}{P^*} \left(N \frac{\partial P}{\partial x'} - P \frac{\partial N}{\partial x'} \right) \frac{\partial P}{\partial x'} \\ \frac{\partial P}{\partial t'} = \beta_{MP} \left(M \frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} - P \frac{\partial^2 M}{\partial x'^2} \right) + \beta_{PN} \left(N \frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} - P \frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} \right) + \gamma \cdot I'(x') \cdot M \left(-\ln \frac{M}{1-N} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \\ + \frac{1}{P^*} \left[\beta_{MP} \left(P \frac{\partial M}{\partial x'} - M \frac{\partial P}{\partial x'} \right) + \beta_{PN} \left(P \frac{\partial N}{\partial x'} - N \frac{\partial P}{\partial x'} \right) \right] \frac{\partial P}{\partial x'} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $M(P, N) = 1 - P - N$, n_M , n_P , n_N – показатели преломления мономера, полимера и нейтральной компоненты, $t' = t / t_P$, $t_P = H_0 / I_0$ и $t_D = W^2 / D_M$ – характерные времена полимеризации и диффузии, D_M – коэффициент самодиффузии мономера, параметр β_{NM} характеризует взаимодиффузию мономера и нейтральной компоненты, $\beta_{MP} = \beta_M \cdot \exp\{-P/P^*\}$, $\beta_{PN} = \beta_{NM} \cdot \exp\{-P/P^*\}$, $\beta_M = t_P / t_D$, H_0 и γ – параметры, определяющие контраст композиции.

При численном моделировании область непрерывного изменения аргументов $x' \in (0, L)$, $t' \in (0, T)$ заменялась дискретным множеством точек (сетку):

$$x' = i \cdot hx, \quad t' = \tau \cdot ht \quad (2)$$

где i , hx и τ , ht – номер и величина шага по пространственной координате x' и времени t' , соответственно. Дифференциальные уравнения в частных производных системы (3) решались с использованием комбинированной разностной схемы:

$$\begin{cases} v \cdot N_{i+1}^{\tau+1} - [2v + a_i] N_i^{\tau+1} + v \cdot N_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^{\tau} \\ v \cdot P_{i+1}^{\tau+1} - [2v + b_i^{\tau}] P_i^{\tau+1} + v \cdot P_{i-1}^{\tau+1} = -d_i^{\tau} - f_i^{\tau} \end{cases}, \quad (4)$$

с коэффициентами и дифференциальными операторами:

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{hx^2}{\beta_{NM} ht}, \quad b_i^{\tau} = \frac{hx^2}{\beta_{MP} ht}, \quad f_i^{\tau} = b_i^{\tau} \cdot ht \cdot \gamma \cdot I_i^{\tau} \cdot (1 - P_i^{\tau} - N_i^{\tau}) \left(-\ln \frac{1 - P_i^{\tau} - N_i^{\tau}}{1 - N_i^{\tau}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \\ c_i^{\tau} &= a_i^{\tau} N_i^{\tau} + (1 - v) \cdot \Delta N^{\tau} - \left(1 - \frac{\beta_{PN}^{\tau}}{\beta_{NM}} \right) \cdot \Lambda(P^{\tau}, N^{\tau}) - \frac{\beta_{PN}^{\tau}}{\beta_{NM}} \cdot \frac{\nabla P^{\tau}}{P^*} \cdot \delta(P^{\tau}, N^{\tau}), \\ d_i^{\tau} &= b_i^{\tau} P_i^{\tau} + (1 - v) \cdot \Delta P^{\tau} + \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_M} \right) \cdot \Lambda(P^{\tau}, N^{\tau}) - \frac{\nabla P^{\tau}}{P^*} \left[\left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_M} \right) \cdot \delta(P^{\tau}, N^{\tau}) + \nabla P^{\tau} \right], \\ \Lambda(P^{\tau}, N^{\tau}) &= P_i^{\tau} \Delta N^{\tau} - N_i^{\tau} \Delta P^{\tau}, \quad \Delta N^{\tau} = N_{i+1}^{\tau} - 2N_i^{\tau} + N_{i-1}^{\tau}, \\ \delta(P^{\tau}, N^{\tau}) &= P_i^{\tau} \nabla N^{\tau} - N_i^{\tau} \nabla P^{\tau}, \quad \nabla N^{\tau} = \frac{N_{i+1}^{\tau} - N_{i-1}^{\tau}}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Величина шага по пространственной координате определялась как $hx = 1 / (Nx - 1)$, где Nx – количество точек по пространственной координате. А величину шага по времени ht выбирали, исходя из условия устойчивости схемы ($v = 0.5$):

$$\frac{\beta_{NM} \cdot ht}{hx^2} < \frac{1}{2}. \quad (6)$$

Моделирование осуществлялось для значений $W = 500$ мкм, $W/f = 0.4$, $\lambda = 0.63$ мкм, $P^* = 0.13$, $\gamma = 4$, $\beta_{NM} = 10\beta_M$ при варьировании параметров среды и воздействующего излучения.

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j}_N = 0 \\ \frac{\partial M}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j}_M = -V(N, M, I) \\ V(N, M, I) = \gamma \cdot I(x) \cdot M \left(-\ln \frac{M}{1-N} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ M + P + N = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{j}_N = -\alpha_{NM} (M \nabla N - N \nabla M) - \xi_{PN} (P \nabla N - N \nabla P) \\ \mathbf{j}_M = -\alpha_{NM} (N \nabla M - M \nabla N) - \eta_{MP} (P \nabla M - M \nabla P) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{j}_N = -\alpha_{NM} (M \nabla N - N \nabla M) - \xi_{PN} [(1-M-N) \nabla N + N(\nabla M + \nabla N)] \\ \mathbf{j}_M = -\alpha_{NM} (N \nabla M - M \nabla N) - \eta_{MP} [(1-M-N) \nabla M + M(\nabla M + \nabla N)] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{j}_N = -\xi_{PN} \nabla N + (\xi_{PN} - \alpha_{NM}) \cdot (M \nabla N - N \nabla M) \\ \mathbf{j}_M = -\eta_{MP} \nabla M - (\eta_{MP} - \alpha_{NM}) \cdot (M \nabla N - N \nabla M) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t'} = \beta_{PN} \Delta N - (\beta_{PN} - \beta_{NM}) \cdot (M \Delta N - N \Delta M) - \\ \quad - \frac{\beta_{PN}}{P^*} \cdot (\nabla N + \nabla M) \cdot (M \nabla N - N \nabla M - \nabla N) \\ \frac{\partial M}{\partial t'} = \beta_{MP} \Delta M + (\beta_{MP} - \beta_{NM}) \cdot (M \Delta N - N \Delta M) + \\ \quad + \frac{\beta_{MP}}{P^*} \cdot (\nabla N + \nabla M) \cdot (M \nabla N - N \nabla M + \nabla M) - V(N, M, I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v \cdot N_{i+1}^{\tau+1} - [2v + a_i^\tau] N_i^{\tau+1} + v \cdot N_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^\tau \\ v \cdot M_{i+1}^{\tau+1} - [2v + b_i^\tau] M_i^{\tau+1} + v \cdot M_{i-1}^{\tau+1} = -d_i^\tau + f_i^\tau \end{cases}$$

$$a_i^\tau = \frac{hx^2}{\beta_{PN}^\tau ht} \quad , \quad b_i^\tau = \frac{hx^2}{\beta_{MP}^\tau ht} \quad ,$$

$$c_i^\tau = a_i^\tau N_i^\tau + (1-v) \cdot \Delta N^\tau - \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{PN}^\tau} \right) \cdot \Lambda(M^\tau, N^\tau) - \\ - \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) - \nabla N^\tau] \quad ,$$

$$d_i^\tau = b_i^\tau M_i^\tau + (1-v) \cdot \Delta M^\tau + \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{MP}^\tau} \right) \cdot \Lambda(M^\tau, N^\tau) + \\ + \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) + \nabla M^\tau] \quad ,$$

$$f_i^\tau = b_i^\tau \cdot ht \cdot \gamma \cdot I_i' \cdot M_i^\tau \left(-\ln \frac{M_i^\tau}{1-N_i^\tau} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad ,$$

$$\Lambda(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \Delta N^\tau - N_i^\tau \Delta M^\tau \quad , \quad \Delta N^\tau = N_{i+1}^\tau - 2N_i^\tau + N_{i-1}^\tau \quad ,$$

$$\delta(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \nabla N^\tau - N_i^\tau \nabla M^\tau \quad , \quad \nabla N^\tau = \frac{N_{i+1}^\tau - N_{i-1}^\tau}{2} \quad .$$

Процесс перераспределения массовых долей компонент ФПК (мономера M , полимера P и нейтральной компоненты N) в ходе неоднородной фотополимеризации, определяющих пространственное распределение показателя преломления среды $n(x) = n_M \cdot M + n_P \cdot P + n_N \cdot N$, рассматривался в рамках модели, учитывающей радикальную полимеризацию и диффузионный массоперенос:

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t'} = \beta_{NM} \left(M \frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} - N \frac{\partial^2 M}{\partial x'^2} \right) + \beta_{PN} \left(P \frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} - N \frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} \right) + \frac{\beta_{PN}}{P^*} \left(N \frac{\partial P}{\partial x'} - P \frac{\partial N}{\partial x'} \right) \frac{\partial P}{\partial x'} \\ \frac{\partial M}{\partial t'} = \beta_{NM} \left(N \frac{\partial^2 M}{\partial x'^2} - M \frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} \right) + \beta_{MP} \left(P \frac{\partial^2 M}{\partial x'^2} - M \frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} \right) + \frac{\beta_{MP}}{P^*} \left(M \frac{\partial P}{\partial x'} - P \frac{\partial M}{\partial x'} \right) \frac{\partial P}{\partial x'} - \\ - \gamma \cdot I'(x') \cdot M \left(-\ln \frac{M}{1-N} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $P(M, N) = 1 - M - N$, n_M , n_P , n_N – показатели преломления мономера, полимера и нейтральной компоненты, $t' = t / t_P$, $t_P = H_0 / I_0$ и $t_D = W^2 / D_M$ – характерные времена полимеризации и диффузии, D_M – коэффициент самодиффузии мономера, параметр β_{NM} характеризует взаимодиффузию мономера и нейтральной компоненты, $\beta_{MP} = \beta_M \cdot \exp\{-P/P^*\}$, $\beta_{PN} = \beta_{NM} \cdot \exp\{-P/P^*\}$, $\beta_M = t_P / t_D$, H_0 и γ – параметры, определяющие контраст композиции.

При численном моделировании область непрерывного изменения аргументов $x' \in (0, L)$, $t' \in (0, T)$ заменялась дискретным множеством точек (сетку):

$$x' = i \cdot hx, \quad t' = \tau \cdot ht \quad (2)$$

где i , hx и τ , ht – номер и величина шага по пространственной координате x' и времени t' , соответственно. Дифференциальные уравнения в частных производных системы (3) решались с использованием комбинированной разностной схемы:

$$\begin{cases} v \cdot N_{i+1}^{\tau+1} - [2v + a_i^\tau] N_i^{\tau+1} + v \cdot N_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^\tau \\ v \cdot M_{i+1}^{\tau+1} - [2v + b_i^\tau] M_i^{\tau+1} + v \cdot M_{i-1}^{\tau+1} = -d_i^\tau + f_i^\tau \end{cases}, \quad (4)$$

с коэффициентами и дифференциальными операторами:

$$\begin{aligned} a_i^\tau &= \frac{hx^2}{\beta_{PN} ht}, \quad b_i^\tau = \frac{hx^2}{\beta_{MP} ht}, \quad f_i^\tau = b_i^\tau \cdot ht \cdot \gamma \cdot I'_i \cdot M_i^\tau \left(-\ln \frac{M_i^\tau}{1 - N_i^\tau} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \\ c_i^\tau &= a_i^\tau N_i^\tau + (1-v) \cdot \Delta N^\tau - \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{PN}} \right) \cdot \Lambda(M^\tau, N^\tau) - \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) - \nabla N^\tau], \\ d_i^\tau &= b_i^\tau M_i^\tau + (1-v) \cdot \Delta M^\tau + \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{MP}} \right) \cdot \Lambda(M^\tau, N^\tau) + \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) + \nabla M^\tau], \quad (5) \\ \Lambda(M^\tau, N^\tau) &= M_i^\tau \Delta N^\tau - N_i^\tau \Delta M^\tau, \quad \Delta N^\tau = N_{i+1}^\tau - 2N_i^\tau + N_{i-1}^\tau, \\ \delta(M^\tau, N^\tau) &= M_i^\tau \nabla N^\tau - N_i^\tau \nabla M^\tau, \quad \nabla N^\tau = \frac{N_{i+1}^\tau - N_{i-1}^\tau}{2}. \end{aligned}$$

Величина шага по пространственной координате определялась как $hx = 1 / (Nx - 1)$, где Nx – количество точек по пространственной координате. А величину шага по времени ht выбирали, исходя из условия устойчивости схемы ($v = 0.5$):

$$\frac{\beta_{NM} \cdot ht}{hx^2} < \frac{1}{2}. \quad (6)$$

Моделирование осуществлялось для значений $W = 500$ мкм, $W/f = 0.4$, $\lambda = 0.63$ мкм, $P^* = 0.13$, $\gamma = 4$, $\beta_{NM} = 10\beta_M$ при варьировании параметров среды и воздействующего излучения.

$$\begin{cases}
N_{i+1}^{\tau+1} - (2 + a_i^\tau)N_i^{\tau+1} + N_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^\tau \\
M_{i+1}^{\tau+1} - (2 + b_i^\tau)M_i^{\tau+1} + M_{i-1}^{\tau+1} = -d_i^\tau + f_i^\tau \\
a_i^\tau = \frac{hx^2}{v\beta_{PN}^\tau ht} \quad , \quad b_i^\tau = \frac{hx^2}{v\beta_{MP}^\tau ht} \quad , \quad f_i^\tau = b_i^\tau \cdot ht \cdot \gamma \cdot I'_i \cdot M_i^\tau \left(-\ln \frac{M_i^\tau}{1 - N_i^\tau} \right)^{1-1/\gamma} \quad , \\
c_i^\tau = a_i^\tau N_i^\tau + \frac{1-v}{v} \Delta N^\tau - \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{PN}^\tau} \right) \cdot \frac{\Lambda(M^\tau, N^\tau)}{v} - \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{v \cdot P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) - \nabla N^\tau] \quad , \\
d_i^\tau = b_i^\tau M_i^\tau + \frac{1-v}{v} \Delta M^\tau + \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{MP}^\tau} \right) \cdot \frac{\Lambda(M^\tau, N^\tau)}{v} + \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{v \cdot P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) + \nabla M^\tau] \quad , \\
\Lambda(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \Delta N^\tau - N_i^\tau \Delta M^\tau \quad , \quad \Delta N^\tau = N_{i+1}^\tau - 2N_i^\tau + N_{i-1}^\tau \quad , \\
\delta(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \nabla N^\tau - N_i^\tau \nabla M^\tau \quad , \quad \nabla N^\tau = \frac{N_{i+1}^\tau - N_{i-1}^\tau}{2} \quad .
\end{cases} \quad (4)$$

или ($v = 0.5$)

$$\begin{cases}
N_{i+1}^{\tau+1} - (2 + a_i^\tau)N_i^{\tau+1} + N_{i-1}^{\tau+1} = -c_i^\tau \quad , \\
M_{i+1}^{\tau+1} - (2 + b_i^\tau)M_i^{\tau+1} + M_{i-1}^{\tau+1} = -d_i^\tau + f_i^\tau \quad , \\
a_i^\tau = \frac{2hx^2}{\beta_{PN}^\tau ht} \quad , \quad b_i^\tau = \frac{2hx^2}{\beta_{MP}^\tau ht} \quad , \quad f_i^\tau = b_i^\tau \cdot ht \cdot \gamma \cdot I'_i \cdot M_i^\tau \left(-\ln \frac{M_i^\tau}{1 - N_i^\tau} \right)^{1-1/\gamma} \quad , \\
c_i^\tau = a_i^\tau N_i^\tau + \Delta N^\tau - \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{PN}^\tau} \right) \cdot 2\Lambda(M^\tau, N^\tau) - 2 \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) - \nabla N^\tau] \quad , \\
d_i^\tau = b_i^\tau M_i^\tau + \Delta M^\tau + \left(1 - \frac{\beta_{NM}}{\beta_{MP}^\tau} \right) \cdot 2\Lambda(M^\tau, N^\tau) + 2 \frac{\nabla N^\tau + \nabla M^\tau}{P^*} [\delta(M^\tau, N^\tau) + \nabla M^\tau] \quad , \\
\Lambda(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \Delta N^\tau - N_i^\tau \Delta M^\tau \quad , \quad \Delta N^\tau = N_{i+1}^\tau - 2N_i^\tau + N_{i-1}^\tau \quad , \\
\delta(M^\tau, N^\tau) = M_i^\tau \nabla N^\tau - N_i^\tau \nabla M^\tau \quad , \quad \nabla N^\tau = \frac{N_{i+1}^\tau - N_{i-1}^\tau}{2} \quad .
\end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t'} = \beta_{PN} \Delta N - (\beta_{PN} - \beta_{NM}) \cdot (M \Delta N - N \Delta M) \\ \frac{\partial M}{\partial t'} = \beta_{MP} \Delta M + (\beta_{MP} - \beta_{NM}) \cdot (M \Delta N - N \Delta M) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial N}{\partial t'} = [\beta_{PN} - (\beta_{PN} - \beta_{NM}) \cdot M] \Delta N + (\beta_{PN} - \beta_{NM}) \cdot N \Delta M \\ \frac{\partial M}{\partial t'} = (\beta_{MP} - \beta_{NM}) \cdot M \Delta N + [\beta_{MP} - (\beta_{MP} - \beta_{NM}) \cdot N] \Delta M \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc} \beta_{PN} - (\beta_{PN} - \beta_{NM}) \cdot M & (\beta_{PN} - \beta_{NM}) \cdot N \\ (\beta_{MP} - \beta_{NM}) \cdot M & \beta_{MP} - (\beta_{MP} - \beta_{NM}) \cdot N \end{array}$$

$$\mu = \exp\{-P / P^*\}$$

$$\beta_{PN} = \beta_{NM} \cdot \mu$$

$$\beta_{MP} = \beta_M \cdot \mu$$

$$\begin{array}{cc} \beta_{NM} \cdot \mu - (\beta_{NM} \cdot \mu - \beta_{NM}) \cdot M & (\beta_{NM} \cdot \mu - \beta_{NM}) \cdot N \\ (\beta_M \cdot \mu - \beta_{NM}) \cdot M & \beta_M \cdot \mu - (\beta_M \cdot \mu - \beta_{NM}) \cdot N \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \beta_{NM} \cdot [\mu + (1 - \mu) \cdot M] & - \beta_{NM} \cdot (1 - \mu) \cdot N \\ - (\beta_{NM} - \beta_M \cdot \mu) \cdot M & - \beta_{NM} \cdot N + \beta_M \cdot \mu \cdot (1 - N) \end{array}$$