《代数结构》勘误

摘要

本文旨在列出《代数结构》课本的印刷错误，勘误基于 2009 年版教材。每章习题的印刷错误，如老师有其他更正，以老师为准。在学习途中如发现教材中有其他印刷错误等问题请联系助教。

目录

1 集合

1.1 集合的基本概念

1.1.1 集合

1.1.2 集合的相等

在定理 1.1 的证明中，“反过来集合 A 的每个元素也都是集合 A 中的元素”，应为“反过来集合 A 的每个元素也都是集合 B 中的元素”.

1.1.3 集合的包含

在定义 1.2 的例中，“集合 $\{1,2,3,4\}$ 是集合 $\{x \mid x \in \mathbb{Z}且x < x < 5\}$ 的子集”，应为“集合 $\{1,2,3,4\}$ 是集合 $\{x \mid x \in \mathbb{Z}且0 < x < 5\}$ 的子集”.

定理 1.3,“对于任何集体 A”, 应为“对于任何集合 A”.

1.1.4 幂集

1.1.5 积集

1.2 集合的运算

1.3 集合的归纳定义

非负偶整数集合的归纳定义的归纳语句,“结果 $n \in E$”, 应为“如果 $n \in E$”.

2 数论初步

2.1 整除性

2.1.1 整除关系及性质

2.1.2 最大公因子

在推论 2.2 的证明中,“$abx_0x_1+m(ax_0y_2+bx_1y_0+my_0y_1)=1$”, 应为“$abx_0x_1+m(ax_0y_1+bx_1y_0+my_0y_1)=1$”.

2.1.3 最小公倍数

2.1.4 素因子分解唯一性定理

2.2 线性不定方程

在定理 2.6 的证明中, 式

$$\left(x_0+\frac{b}{(a,b)}t\right)+b\left(y_0-\frac{a}{(a,b)}t\right)=n$$

应为

$$a\left(x_0+\frac{b}{(a,b)}t\right)+b\left(y_0-\frac{a}{(a,b)}t\right)=n;$$

“若 x,y 是方程 $ax+by=n$ 的解”, 应为“若 x_0,y_0 是方程 $ax+by=n$ 的解”.

例 1 中,“$x_0=0,y_0=20$ 是一组特解”, 应为“$x_0=0,y_0=25$ 是一组特解”.

2.3 同余式与线性同余方程

2.3.1 同余式及其性质

2.3.2 线性同余方程

2.3.3 求解线性同余方程组

例 1 的解中,“$35b_1 \equiv 1 \pmod 2$”, 应为“$35b_1 \equiv 1 \pmod 3$”.

2.4 欧拉定理及欧拉函数

2.4.1 完系与缩系

2.4.2 欧拉定理与费马定理

2.4.3 计算欧拉函数

2.4.4 威尔逊定理

2.5 整数的因子及完全数

在定理 2.14 的证明中，“$\cdots = \sigma(2^{p-1})\sigma(2^p-1) = (2^{p-1}-1)\cdot 2^p = 2n$”，应为“$\cdots = \sigma(2^{p-1})\sigma(2^p-1) = (2^p-1)\cdot 2^p = 2n$”.

2.6 原根与指数

2.6.1 a 模 m 的阶

2.6.2 原根

教材 29 页第五行，“则 g^n 也是模 m 的原根”, 应为“则 g^l 也是模 m 的原根”.

引理 2.5 的证明中，“其中 $a^n \not\equiv 0 \pmod p$”, 应为“其中 $a_n \not\equiv 0 \pmod p$”.

2.6.3 指数

定理 2.17 的证明中，“$g^{y^k} \equiv g^{\mathrm{ind}_g n} \pmod p$”, 应为“$g^{yk} \equiv g^{\mathrm{ind}_g n} \pmod p$”.

例 1 的解中，“它们是 $x^3 \equiv 3 \pmod{11}$ 的解”, 应为“它们是 $x^8 \equiv 3 \pmod{11}$ 的解”.

例 2 的解中，“$\mathrm{ind}_5 = 4$”, 应为“$\mathrm{ind}_2 5 = 4$”.

表 1 中, $p = 37$ 对应的 $\mathrm{ind}_2 28$ 应为 34 而非 31.

3 映射

3.1 映射的基本知识

3.2 特殊映射

定理 3.3 的证明中，“集合 A 中的元素个数一定大于集合 B 中的元素个数”, 应为“集合 A 中的元素个数一定大于等于集合 B 中的元素个数”. 例 4 中 b_i 的定义

$$b_i = \begin{cases} 0 & a_i \notin p, \\ 1 & a_i \in P, \end{cases} \quad 1 \le i \le n.$$

应为

$$b_i = \begin{cases} 0 & a_i \notin P, \\ 1 & a_i \in P, \end{cases} \quad 1 \le i \le n.$$

3.3 映射的合成

3.4 置换

3.4.1 置换的定义与性质

教材第 44 页第一行,“$\cdots = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \sigma_6$”, 应为“$\cdots = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \sigma_6$”.

3.4.2 轮换

3.4.3 对换

3.5 开关函数

3.5.1 定义和性质

例 3 的证明中,“$\cdots = f \cdot f + h \cdot \bar{f} = \cdots$”, 应为“$\cdots = h \cdot f + h \cdot \bar{f} = \cdots$”.

3.5.2 开关函数的小项表达式

例 1 的证明中,“$f(0,0,0,)$”, 应为“$f(0,0,0)$”.

3.5.3 集合的特征函数

3.6 习题

第 1 题的 (3) 中,“(y_1, y_1)”, 应为“(y_1, y_2)”.
第 2 题,“$A = \{-1, 0, 0\}^2$”, 应为“$A = \{-1, 0, 1\}^2$”.
第 3 题的 (1),“$g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}^+ \cdot g$”, 应为“$g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}^+$”.

4 二元关系

4.1 基本概念

4.1.1 关系

教材第 55 页,“$\{y\}y \in B, \exists x \in A, (x, y) \in R\}$”, 应为“$\{y \mid y \in B, \exists x \in A, (x, y) \in R\}$”.
教材第 56 页,“$(x_0, y_0) \in R$”, 应为“$(x_0, y_2) \in R$”.

4.1.2 关系的性质

例 3 中,“aaR_9bc”, 应为“abR_9bc”.

4.1.3 关系的表示

教材第 58 页第三段倒数第三行,“两上不同结点”, 应为“图上不同结点”.

4.1.4 关系的运算

教材第 59 页第六行，“$a_i \in A$”，应为“$a_i \in A_1$”．
教材第 60 页第一行，“$(1, 3,)$”，应为“$(1, 3)$”．
教材第 61 页第四行，“aR^+b”，应为“cR^+b”．

4.2 等价关系

定理 4.5 的证明中，“$[a] \cup [b] = \varnothing$”，应为“$[a] \cap [b] = \varnothing$”．

4.3 序关系

4.3.1 部分序

4.3.2 线性序

4.3.3 极大元与极小元

4.3.4 最大元与最小元

教材 69 页第四行，“$y_2 \widetilde{\rho} y_1$”，应为“$y_1 \widetilde{\rho} y_2$”．

4.3.5 上界与下界

4.4 集合的势

4.4.1 有限集合与可数集合

4.4.2 势的大小

定理 4.11 的证明中，“由此得出 $A \prec \mathscr{P}(A)$”，应为“由此得出 $A \nsim \mathscr{P}(A)$”．

4.4.3 无限集合

4.5 习题

第 3 题，“$R_2 = \{a, b) \cdots$”，应为“$R_2 = \{(a, b) \cdots$”．
第 6 题，“$(a, b) \sim (b, d)$”，应为“$(a, b) \sim (c, d)$”．
第 20 题，“$\mathbb{N} \times \mathbb{N}$”，应为“$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$”．

5 群论初步

5.1 群的定义与简单性质

例 5 中的表应如表1.
定理 5.3 的证明中，“$e_2 * e_1 = e_1$”，应为“$e_2 * e_1 = e_2$”．
定理 5.3 的证明中，“$e_2 * e_1 = e_2$”，应为“$e_2 * e_1 = e_1$”．
定理 5.4 中，“$(a')' = a'$”，应为“$(a')' = a$”．

$*$	1	-1	i	$-i$
1	1	-1	i	$-i$
-1	-1	1	$-i$	i
i	i	$-i$	-1	1
$-i$	$-i$	i	1	-1

表 1: 例 5 表

5.2 群定义的进一步讨论

定理 5.6 的证明中, “$a * e = e_r$”, 应为“$a * x = e_r$”.

定理 5.7 的证明中, “$G' \subseteq' G$”, 应为“$G' \subseteq G$”.

教材第 81 页, “一个有限群的乘法可以用一个群来表示”, 应为“一个有限群的乘法可以用一个群表来表示”.

教材第 82 页的三幅图, “G_4”, 应为“C_4”.

例 2 中, “全体 n 阶有理数方阵记为 $(\mathbb{Q})_n$”, 应为“全体 n 阶有理数方阵记为 $\mathbb{Q}_n$”.

5.3 子群

教材第 84 页, “如果本身就是 G 的子群”, 应为“如果 S 本身就是 G 的子群”.

教材第 84 页, “$T = \{a_1^{e_1} * a_2^{e_2} * \cdots * a_n^{e_n}) \cdots\}$”, 应为“$T = \{a_1^{e_1} * a_2^{e_2} * \cdots * a_n^{e_n} \cdots\}$”.

5.4 循环群

例 1 中, “$i^3 = -1$”, 应为“$i^3 = -i$”.

教材第 86 页, “从而 $a^n \in H$”, 应为“从而 $a^v \in H$”.

5.5 置换群

定理 5.13 的证明中, “n 元转换共有 $n!$ 个”, 应为“n 元置换共有 $n!$ 个”.

5.6 群的同构

教材第 90 页, “分别换名为 e, b, c”, 应为“分别换名为 e, a, b, c”.

定义 5.8 中, “$\langle G, * \rangle$”, 应为“$\langle G_1, * \rangle$”.

教材第 91 页, “$\psi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}^+$”, 应为“$\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$”.

例 2 中, “若 a 是 n 阶无”, 应为“若 a 是 n 阶元”.

6 商群

6.1 陪集与 Lagrange 定理

定理 6.2 中, “H 是所有左陪集集合”, 应为“H 的所有左陪集集合”.

定义 6.2 中，“左（右）陪集体个数”，应为“左（右）陪集个数”.

6.2 正规子群与商群

第一句，“李节”，应为“本节”.

定理 6.5 的证明中，“$(g_1 * g_2) * (a_1 * a_2)' = n_3 * n_1 \in N$”，应为“$(g_1 * g_2) * (a_1 * a_2)' = n_3 * n_2 \in N$”.

6.3 群的同态

定理 6.9 的证明中，“即 $f : G_1 \to G_2$”，应为“$\widetilde{f} : G_1 \to G_2$”.

例 2，“n 阶循环群同构子模 n 同余类群”，应为“n 阶循环群同构于模 n 同余类群”.

7 环和域

7.1 环的定义

7.2 整环和域

7.3 子环和环同态

定义 7.8 中，“$f(R_1) = 1_{R_1}$”，应为“$f(R_1) = 1_{R_2}$”.

例 3，“构成环 $\langle L(\mathbb{R}^n, \mathbb{N}^n), +, \cdot\rangle$”，应为“构成环 $\langle L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n), +, \cdot\rangle$”.

例 4，“$f\left([x]_{24}) \cdot [y]_{24}\right)$”，应为“$f\left([x]_{24} \cdot [y]_{24}\right)$”.

7.4 理想与商环

定义 7.9 中，“I 是环 R 的空子集”，应为“I 是环 R 的非空子集”.

例 1 中，“$I_1 = \{[1], [3]\}$”，应为“$I_1 = \{[0], [3]\}$”.

例 2 中，“$\{(m, 0) + I \mid m \in \mathbb{Z}\}$”，应为“$\{(m, 0) + I_2 \mid m \in \mathbb{Z}\}$”.

7.5 多项式环

7.5.1 环上的多项式

7.5.2 域上的多项式

定理 7.11 中，“则存在唯一的 $g(x)$”，应为“则存在唯一的 $q(x)$”.

定理 7.12 的证明中，“对任何 $g(x) \in F[x]$”，应为“对任何 $q(x) \in F[x]$”.

7.5.3 域上的多项式商环

7.6 环同态定理

定义 7.11，“φ 是从环 R_1 到环 R_1 的同态映射”，应为“ϕ 是从环 R_1 到环 R_2 的同态映射”.

定理 7.13,“$\mathrm{Ker}\,\varphi$ 是 R_2 的理想”, 应为“$\mathrm{Ker}\,\varphi$ 是 R_1 的理想”.

定理 7.14 的证明中,“$\widetilde{\varphi}: R_1 \to R_2/I_1$”, 应为“$\widetilde{\varphi}: R_1 \to R_1/I_1$”;“$\varphi: R_1\mathrm{Ker}\,\varphi \to R_2$”, 应为“$\varphi: R_1/\mathrm{Ker}\,\varphi \to R_2$”.

例 1 的证明中,“由定理 7.13 知”, 应为“由定理 7.11 知”;“$p(\sqrt{2}) = a_0 - a_1\sqrt{2} = 0$”, 应为“$p(-\sqrt{2}) = a_0 - a_1\sqrt{2} = 0$”.

定理 7.15 的 1°,“$f(S_1)$ 是 R_1 的子环”, 应为“$f(S_1)$ 是 R_2 的子环”.

7.7 素理想和极大理想

定义 7.12 中,“如果 $a, b \in I$”, 应为“如果 $a \cdot b \in I$”.

8 格与布尔代数

8.1 格的定义与性质

8.2 几种特殊的格

8.2.1 完全格和有界格

8.2.2 有补格

8.2.3 分配格

8.2.4 模格

8.3 格——代数系统

8.3.1 基本定义

8.3.2 子格和格的直接积

定义 8.11 中,“$\langle A, *, \oplus\rangle$”, 应为“$\langle A_1, *, \oplus\rangle$”;“$\langle A, \wedge, \vee\rangle$”, 应为“$\langle A_2, \wedge, \vee\rangle$”;“是由第一分量接 A_1 中的 $\cdot$ 和 $\oplus$ 运算”, 应为“是由第一分量按 A_1 中的 $*$ 和 $\oplus$ 运算”.

8.3.3 格的同态与同构

8.4 布尔代数

8.4.1 布尔代数

定义 8.13 的 2° 中,“$a * b(\oplus c)$”, 应为“$a * (b \oplus c)$”.

8.4.2 布尔代数的子代数

8.4.3 布尔代数的同态与同构

8.4.4 布尔代数的原子表示

8.4.5 布尔环

8.4.6 布尔表达式