

1. P84, 27

设随机变量 X 只在区间 $(0, 1)$ 内取值, 且其分布函数 $F(x)$ 满足: 对任意 $0 \leq a < b \leq 1$, $F(b) - F(a)$ 的值仅与差 $b - a$ 有关. 试证明 X 服从 $(0, 1)$ 上的均匀分布.

2. P85, 32

在一个流水线上, 我们测量每个电阻器的电阻值 R , 只有电阻值介于 96Ω 和 104Ω 之间的电阻器才是合格的. 对下列情形试求合格电阻器的比例:

(1) 若 R 服从区间 $(95, 105)$ 上的均匀分布;

(2) 若 R 服从正态分布 $N(100, 4)$.

3. P85, 31

设随机变量 $X \sim N(1, 4)$,

(1) 试求概率 $P(0 \leq X \leq 4)$, $P(X > 2.4)$ 和 $P(|X| > 2)$;

(2) 试求常数 c , 使得 $P(X > c) = 2P(X \leq c)$.

4. P86, 49

设随机变量 $X \sim U(0, 1)$, 求下列随机变量的分布函数或密度函数:

(1) $Y = \frac{X}{1-X}$; (2) $Z = XI_{(a,1]}(X)$, 其中 $0 < a < 1$;

(3) $W = X^2 + XI_{[0,b]}(X)$, 其中 $0 < b < 1$.

5. P116, 2

袋中有一个红球, 两个黑球, 三个白球, 现有放回地从袋中取两次, 每次取一球, 以 X, Y, Z 分别表示两次取球的红、黑、白球的个数.

(1) 求 $P(X = 1|Z = 0)$;

(2) 求二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数.