1.(P306,6)设总体为均匀分布$U(0,\theta)$, $(X_1,X_2,...,X_n)$是一组样本。考虑检验问题

$$H_0:\theta\geqslant 3\leftrightarrow H_1:\theta<3$$

拒绝域取为$W=\{X_{(n)}=\max\{X_1,X_2,...,X_n\}\leqslant 2.5\}$

(1)求此检验的功效函数和显著性水平；

(2)为使显著性水平达到0.05，样本量n应取多大?

解:

(1)功效函数为$\beta_\Psi(\theta)=P\{X_{(n)}\leqslant 2.5|\Psi\}$

显著性水平为$P\{X_{(n)}\leqslant 2.5|\theta\geqslant 3\}\leqslant(\frac{2.5}{3})^n=(\frac{5}{6})^n$

(2)由题，$(\frac{5}{6})^n\leqslant 0.05, n\geqslant 16.43$，$n$至少为17

2.(P307,11) 用传统工艺加工的某种水果罐头中对每瓶维生素C的含量平均为$19mg$**，现采用一种新的加工工艺，试图减少在加工过程中对维生素C的破坏，抽查了16瓶罐头，测得维生素C的含量（单位：mg）为**

$$23,20.5,21,20,22.5,19,20,23,20.5,18.8,20,19.5,22,18,23,22.$$

已知水果罐头中维生素C的含量服从正态分布。在方差未知的情况下，问新工艺下维生素C的含量是否比旧工艺有所提高$(\alpha=0.01)$**?**

解：提出假设H_0 :新工艺下维生素C的含量不比旧工艺提高，对应H_1 :新工艺下维生素C的含量比旧工艺提高

样本均值$\bar{X}=20.8$，标准差$S=1.617$，$T=\frac{\sqrt{16}(20.8-19)}{1.617}=4.453>2.6025=t_{15}(0.01)$，因此拒绝$H_0$，新工艺维生素C提高

3.(P308,17) 随机从一批钉子中抽取9枚，测得其长度（单位：cm）为

$$2.15,2.13,2.10,2.14,2.15,2.16,2.12,2.11,2.13,$$

假设钉子长度服从正态分布，分别在(1)$\mu=2.12$**；(2)**μ**未知两种情况下，在显著性水平**5%**下检验**$H_0:\sigma\leqslant 0.01\leftrightarrow H_1:\sigma>0.01.$

解:

(1)$\frac{\sum_{i=1}^n(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}\sim\chi_n^2$，$\frac{\sum_{i=1}^n(X_i-\mu)^2}{0.01^2}=45>16.919=\chi_9^2(0.05)$，拒绝$H_0$

(2)$\frac{\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2}{\sigma^2}\sim\chi_{n-1}^2$，$\frac{\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2}{0.01^2}=31.5567>15.507=\chi_8^2(0.05)$，拒绝$H_0$

4.(P308,22) 装配一个部件可以采用不同的方法，现在关心的是哪一种方法的效率更高。现在从两种不同的装配方法中各抽取12种产品，记录各自的装配时间（单位：min）如下:

甲方法/min	30	34	34	35	34	28	34	26	31	31	38	26
乙方法/min	26	32	22	26	31	28	30	22	31	26	32	29

假设两总体为正态总体，且方差相等，问这两种方法的装配时间有无显著不同$(\alpha=0.05)$?

解：提出假设$H_0:\mu_1-\mu_2=0\leftrightarrow H_1:\mu_1-\mu_2\neq 0$

构造基于$\mu_1-\mu_2$的极大似然估计$\bar{X}-\bar{Y}$的检验统计量$T=\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{S_T\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}=2.57>2.0739=t_{22}(0.025)$，处于拒绝域，因此拒绝$H_0$，即在$\alpha=0.05$水平下可以认为两种方法的装配时间有显著不同

5.(P309,26) 为了考察A,B两种制鞋材料的耐磨性，用它们制作了10双鞋，其中每双鞋的两只鞋分别用A,B两种材料制作（左，右两只鞋随机地采用A或B）。10个男孩试穿这10双鞋之后的磨损情况如下（数字代表磨损程度）：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	13.2	8.2	10.9	14.3	10.7	6.6	9.5	10.8	8.8	13.3
B	14.0	8.8	11.2	14.2	11.8	6.4	9.8	11.3	9.3	13.6

问是否可以认为这两种材料的耐磨性无显著性差异$(\alpha=0.05)$?

解：满足成对比较检验条件，记每个男孩试穿鞋的磨损程度之差为z_k，设满足$N(\mu,\sigma^2)$，由题意，提出假设$H_0:\mu=0\leftrightarrow H_1:\mu\neq 0$

检验统计量为$T=\frac{\sqrt{n}\bar{Z}}{S}=-3.35$，$|T|>2.2622=t_9(0.025)$，可以拒绝$H_0$，认为两材料耐磨性有显著性差异

6.(P310,31) **为了解甲、乙两企业职工工资水平，分别从两企业各随机抽取若干名职工调查，得数据（单位：元）如下：**

甲公司/元	3750	5300	3750	9100	5700	5250	5000	
乙公司/元	5000	9500	4500	9000	6000	8500	9750	6000

设两企业职工工资分别服从正态分布，且总体独立且均值方差均未知。试根据以上数据判断：两企业职工工资的方差是否相等？甲企业职工平均工资是否低于乙企业职工平均工资($\alpha=0.05$)?

解：首先提出假设$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2\leftrightarrow H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

则$F=\frac{S_1^2}{S_2^2}=0.715$，因为$F_{6,7}(0.025)=5.70$，$\frac{1}{F_{6,7}(0.025)}<F<F_{6,7}(0.025)$，不能拒绝，认为两企业职工工资方差相等

接着提出假设$H_0':\mu_1\geqslant\mu_2\leftrightarrow H_1':\mu_1<\mu_2$

有$T=\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{S_T\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}=-1.827<-1.7709=-t_{13}(0.05)$，因此可以拒绝$H_0$，认为甲企业职工平均工资低于乙企业职工平均工资