1.写出下列随机试验的样本空间:

(1)在单位圆内任意取一点，记录它的坐标;

(2)以原点为圆心的单位圆内随机取一点, A = {所取之点与原点的距离小于1/2}, C = {所取之点与原点的距离小于1/2 且大于 1/3}.

解:

(1)样本空间 $\Omega=\{该单位圆内所有点的坐标\}$;

(2)样本空间 $\Omega=\{(x,y)|x^2+y^2<1\}$.

2.(习题5)一小区居民订阅报纸的统计数字如下: 订甲种报纸的占 40%, 订乙种报纸的占 25%, 同时订上述两种报纸的占15%. 求下列事件的概率:

(1) 只订甲种报纸的;

(2) 只订一种报的;

(3) 至少订一种报的;

(4) 两种报都不订的.

解：设订甲种报纸为事件A，订乙种报纸为事件B，则$P(A)=40\%,P(B)=25\%,P(AB)=15\%$

(1)$P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)=40\%-15\%=25\%$;

(2)$P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A)-P(AB)+P(B)-P(AB)=40\%-15\%+25\%\text{-}15\%=35\%$;

(3)$P(A\cup B)=P(A\overline{B}+AB+\overline{A}B)=25\%+15\%+10\%=50\%$;

(4)$P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-50\%=50\%$.

3.(习题11)从一副 52 张的扑克牌中随机抽取 10 张, 求包含所有 4 种花色牌的概率.

解：设含有4种花色牌为事件A，则最多含有3种花色牌为事件$\overline{A}$， 有$|\Omega|=C_{52}^{10}$，$|\overline{A}|=C_4^1C_{39}^{10}$，则

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_4^1C_{39}^{10}}{C_{52}^{10}}\approx0.839.$$

4.在 11 张卡片上分别写上Probability这 11 个字母，从中任意连抽 7 张，求其排列结果为 ability 的概率.

解：设排列结果为ability为事件A， 有

$$|\Omega|=\frac{11!}{4!2!2!}$$

，$|A|=2$，则$P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=0.00000481.$

5.(习题14)设有 n 个人随机地坐到礼堂第一排的 N 个座位上, 试求下列事件的概率:

(1) 任何人都没有邻座;

(2) 每人恰有一个邻座;

(3) 关于中央对称的两个座位至少有一个空着.

解：$|\Omega|=\frac{N!}{(N-n)!}$

(1)事件A任何人没有邻座可看作n个人在$N-n$个座位间插板， $|A|=n!C_{N-n+1}^{n}=\frac{(N-n+1)!}{(N-2n+1)!}$ $P(A)=\frac{(N-n)!(N-n+1)!}{N!(N-2n+1)!}$

(2)事件B每人恰有一个邻座可看作两两绑定，$\frac{n}{2}$组人在$N-2n$个座位间插板， $|B|=n!C_{N-2n+1}^{n/2}=\frac{n!(N-2n+1)!}{(n/2)!(N-\frac{5n}{2}+1)!}$

$$P(B)=\frac{n!(N-n)!(N-2n+1)!}{N!(\frac{n}{2})!(N-\frac{5}{2}n+1)!}$$

(3)事件C可分类讨论， ①若N为奇数，分为中间空着和不空两种情况， $|C|=2^n n! C_{\frac{N-1}{2}}^{n}+2^{n-1}n! C_{\frac{N-1}{2}}^{n-1}$

②若N为偶数， $|C|=2^n n! C_{N/2}^{n}$

综上，

$$P(C)=\begin{cases}\frac{2^{n-1}(\frac{N-1}{2})!(N-n)!(N-n+1)}{N!(\frac{N+1}{2}-n)!}, N\text{为奇数}\\ \frac{2^n(\frac{N}{2})!}{(\frac{N}{2}-n)!}\text{，} N\text{为偶数}\end{cases}.$$