1. （P176，43 题）

设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 为一随机变量序列, 且

$$X_n \sim Ge\left(\frac{\lambda}{n}\right), \quad n = 1, 2, 3, \cdots,$$

其中 $\lambda > 0$ 为常数. 定义随机变量 Y_n 为

$$Y_n = \frac{1}{n} X_n, \quad n = 1, 2, 3, \cdots.$$

证明 $\{Y_n\}$ 依分布收敛于 Y, 其中 $Y \sim Exp(\lambda)$.

2. （P176，44 题）

设 $\{X_n, n = 1, 2, \cdots\}$ 和 $\{Y_n, n = 1, 2, \cdots\}$ 为定义在同一样本空间上的两个随机变量序列, 如果 $X_n \xrightarrow{\mathcal{L}} X$, $Y_n \xrightarrow{P} c$, 其中 c 为常数. 证明

(1) $X_n + Y_n \xrightarrow{\mathcal{L}} X + c$;
(2) $X_n Y_n \xrightarrow{\mathcal{L}} cX$;
(3) $X_n / Y_n \xrightarrow{\mathcal{L}} X/c$, 这里 c 非零.

3. （P177，50 题）

某种计算机在进行加法时, 要对每个加数进行取整. 设每次取整的误差相互独立且服从 $(-0.5, 0.5)$ 上的均匀分布.
(1) 若现在要进行 1 500 次加法运算, 求误差总和的绝对值超过 15 的概率;
(2) 若要保证误差总和的绝对值不超过 10 的概率不小于 0.90, 至多只能进行多少次加法运算?

4. （P177，52 题）

设某保险公司每年平均承保车险的车辆数为 2 400, 每个参保车辆所交保险费为 5 000 元. 设每年内每个参保车辆的事故数 (即索赔次数) 服从参数 (速率) 为 2 的泊松分布, 即

$$P(X = k) = \mathrm{e}^{-2} \frac{2^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots.$$

且每次事故的索赔额度 (元) 服从 $[1\,000, 5\,000]$ 上的均匀分布. 求平均每年保险公司盈利 200 万元的概率.

5. （P178，53 题）

设随机变量 $X, 0 < a \leqslant X \leqslant b, E(|X|) < \infty$, 证明

$$1 \leqslant E(X) \cdot E\left(\frac{1}{X}\right) \leqslant \frac{(a+b)^2}{4ab}.$$