1. (P172，第四题只计算期望) 设X为一个连续型随机变量，试对下列各种情形，计算EX。

(1) 若 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{x}{\sigma^2}\exp\Big\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\Big\},\quad x>0,$$

其中 $\sigma>0$ 为常数, 则称 X 服从瑞利 (Rayleigh) 分布;

(2) 若 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1},\quad 0<x<1,$$

其中 $\alpha,\beta>0$ 为常数, $\Gamma(x)$ 为 Γ 函数, 则称 X 服从 β 分布;

(3) 若 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{k}{\lambda}\Big(\frac{x}{\lambda}\Big)^{k-1}\exp\Big\{-\Big(\frac{x}{\lambda}\Big)^k\Big\},\quad x>0,$$

其中 $k,\lambda>0$ 为常数, 则称 X 服从韦布尔分布.

2. （P173，第 13 题）

. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=2(x-1), 1<x<2$, 试求随机变量 $Y=\mathrm{e}^X$ 和 $Z=1/X$ 的数学期望.

3. （P173，第 17 题）

设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)},\quad -\infty<x<\infty.$$

试求 $E(\min\{|X|,1\})$.

4. （P173，第 18 题）

设随机变量 X 的分布律为 $P(X=1)=P(X=2)=1/2$, 在给定 $X=i$ 的条件下, 随机变量 Y 服从均匀分布 $U(0,i)$ $(i=1,2)$.

(1) 求 Y 的分布函数;

(2) 求期望 $E(Y)$.

5．设X_1，$X_2\cdots$为一列独立同分布的随机变量，随机变量N只取正整数值，且N与$\{X_n\}$独立，试证明：$E\left(\sum_{i=1}^{N}X_i\right)=E(X_1)E(N)$. (提示：利用条件期望的平滑公式/全期望公式)