

HW6

1.P116,1 箱中装有 6 个球, 其中红、白、黑的个数分别为 1,2,3, 现从箱中随机抽出 2 个球, 记 X 为取出红球的个数, Y 为取出白球的个数, 求随机变量 (X,Y) 的联合分布函数。

2.P116,7 设某个射手每次射中目标的概率为 $p(0 < p < 1)$, 射击进行到第二次射中目标为止, X 表示第一次射中目标所进行的射击次数, Y 表示第二次射中目标所进行的射击次数。(1)求二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律。(2)求 X,Y 的边缘分布。

3.P117, 10 设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为

$$f(x, y) = \cos(x)\cos(y), 0 < x, y < \frac{\pi}{2}$$

(1)试求 (X,Y) 的分布函数 (2)试求概率 $P(0 < X < \pi/4, \pi/4 < Y < \pi/2)$

4.P117,15 设 X 和 Y 是相互独立的随机变量, $X \sim N(0, \sigma_1^2), Y \sim N(0, \sigma_2^2)$, 其中 $\sigma_1, \sigma_2 > 0$ 是常数, 引入随机变量:

$$Z = \begin{cases} 1, & X \leq Y \\ 0, & X > Y \end{cases}$$

求 Z 的分布律。

5.P121,42 设随机向量 (X,Y,Z) 的密度函数为

$$f(x, y, z) = \begin{cases} (8\pi^3)^{-1}(1 - \sin x \sin y \sin z), & 0 \leq x, y, z \leq 2\pi, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

证明: X,Y,Z 两两独立但不相互独立。

6. P121,39(2) 设 (X,Y) 服从正方形 $\{(x,y): |x|+|y| \leq 1\}$ 内的均匀分布, 问 X,Y 是否相互独立? PS:可以直接说明理由。