

1. P234 第 23 题

设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为来自总体  $X$  的简单随机样本, 总体  $X$  的概率密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x \geq \theta, \\ 0, & x < \theta. \end{cases}$$

- (1) 选取适当的参数  $a_n, b_n$ , 使得  $\hat{\theta}_1 = \bar{X} + a_n$  和  $\hat{\theta}_2 = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\} + b_n$  都是  $\theta$  的无偏估计;
- (2) 比较  $\hat{\theta}_i (i = 1, 2)$  哪个更有效.

2. P236 第 39 题

设总体  $X$  的分布函数为

$$F(x; \theta) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2/\theta}, & x \geq 0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中  $\theta$  为未知参数且大于零,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为来自总体  $X$  的简单随机样本.

- (1) 求  $E(X), E(X^2)$ ;
- (2) 求  $\theta$  的最大似然估计量  $\hat{\theta}$ ;
- (3) 是否存在实数  $a$ , 使得  $\hat{\theta} \xrightarrow{P} a$

3. P238 第 57 题

设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为来自均匀分布总体  $U(0, \theta)$  的简单随机样本. 证明下述断言:  $\hat{\theta} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  为  $\theta$  的相合估计但不是无偏估计.

4. P263 第 16 题

一批零件的长度  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 从这批零件中随机抽取 10 件, 测得长度 (单位: mm) 分别为

49.5, 50.4, 49.7, 51.1, 49.4, 49.7, 50.8, 49.9, 50.3, 50.0.

在下列两种情况下求这批零件长度总体方差  $\sigma^2$  的 95% 置信区间:

- (1)  $\mu = 50$  mm;
- (2)  $\mu$  未知.

5. P263 第 19 题

设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为来自均匀分布总体  $U(0, \theta)$  的简单随机样本. 对任给的  $\alpha \in (0, 1)$ , 求常数  $c_n$ , 使得  $[\max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}, c_n \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}]$  为  $\theta$  的  $1 - \alpha$  置信区间.