1.(P310,28)**一个以减肥为主要目的的健美俱乐部声称，参加其训练班至少可以使肥胖者体重平均减少8kg以上。为检验该宣传是否可信，调查人员随机调查了9名参加者，得到它们训练前后的体重数据（单位：kg）如下:**

训练前/kg	104.5	94.0	104.7	96.4	91.6	90.9	92.0	99.9	109.7
训练后/kg	94.2	86.6	97.5	91.7	82.6	83.8	81.3	92.2	101.0

现假设训练前后人的体重服从正态分布，问在显著性水平0.05下，是否可以认为该俱乐部的宣传是可信的?

解：由题，这是成对比较，得到$Z=X-Y$，提出假设$H_0:\mu_z\geqslant 8\leftrightarrow H_1:\mu_z<8$

因此得到检验统计量

$$T=\frac{\sqrt{9}(\bar{Z}-8)}{S}=0.1457$$

而$T\sim t_8$，又$t_8(0.05)=1.8595$，$T>-t_8(0.05)$，因此不能拒绝H_0，在显著性水平0.05下，可以认为该俱乐部的宣传是可信的。

2.(P311,34)**设有A种药随机地给8个患者服用，经过一固定的时间后，测量患者身体细胞内药的浓度，得数据**

$$1.40, 1.42, 1.41, 1.62, 1.55, 1.81, 1.60, 1.52$$

又有B种药给其他6个患者服用，在同样固定时间后，测量患者身体细胞内药得浓度，得数据

$$1.76, 1.41, 1.87, 1.49, 1.67, 1.81$$

设两种药在患者身体细胞内得浓度都服从正态分布，试问A种药在患者身体细胞内的浓度的方差是否小于B种药在患者身体细胞内的浓度的方差$(\alpha=0.1)$**?**

解：由题，假设两种药分别服从正态分布$N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，提出假设$H_0:\sigma_1^2/\sigma_2^2\geqslant 1\leftrightarrow H_1:\sigma_1^2/\sigma_2^2<1$

检验统计量为$F=\frac{S_1^2}{S_2^2}=0.572$，因为$F\sim F_{7,5}$，又$F_{7,5}(0.9)=(F_{5,7}(0.1))^{-1}=0.3472$，因此不能拒绝$H_0$，不能认为A种药的方差小于B种药。

3.(P312,38)**1861年，新奥尔良新月报刊登了10篇文章，它们的署名是斯诺德格拉斯，有些人怀疑它们实际上是马克·吐温写的。为了调查这一点，我们考虑在马克·吐温的8篇小品文以及签名为斯诺德格拉斯的这10篇小品文中由3个字母组成的单字的比例:**

马克·吐温	0.225	0.262	0.217	0.240	0.230	0.229	0.235	0.217		
斯诺德格拉斯	0.209	0.205	0.196	0.210	0.202	0.207	0.224	0.223	0.220	0.201

设两组数据分别来自正态总体，且两总体方差相等，但参数均未知。两样本相互独立。问两位作家所写的小品文中包含由3个字母组成的单字的比例是否有显著的差异（取$\alpha=0.05$）？

解：假设两位作家的小品文中包含由3个字母组成的单字的比例分别服从$N(p_1,\sigma^2),N(p_2,\sigma^2)$，提出假设$H_0:p_1=p_2\leftrightarrow H_1:p_1\neq p_2$

统计检验量为

$$T=\sqrt{\frac{8\times 10}{8+10}}\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{S_T}=3.878$$

而$T\sim t_{16}$，又$t_{16}(0.025)=2.1199$，因此可以拒绝H_0，认为有显著的差异。

4.(P314,49)**某汽车协会的一项研究调查男性还是女性更有可能停车问路。研究假设：如果你和你的配偶正在行驶并且迷路，你会停车问路吗？由该协会的典型样本数据得到在811名女性中有300人说她们会停车问路，同时在750名男性中有255人说他们会停车问路。**

(1)研究的假设是女性更有可能说她们会停车问路，建立这个研究的原假设和备择假设。

(2)表示她们会停车问路的女性的百分数是多少?

(3)表示他们会停车问路的男性的百分数是多少?

(4)在显著性水平$\alpha=0.05$下检验假设，p值是多少？你期待从这个研究中得到什么结论?

解:

(1)设女性停车问路的可能为p_1，而男性停车问路的可能为p_2，提出假设$H_0:p_1\leqslant p_2\leftrightarrow H_1:p_1>p_2$

(2)表示会停车问路的女性百分数是$300/811=36.99\%$

(3)表示会停车问路的男性百分数是$255/750=34\%$

(4)因为样本量大，所以得到检验统计量

$$Z=[\frac{p_1(1-p_1)}{m}+\frac{p_2(1-p_2)}{n}]^{-1/2}(p_1-p_2)$$

而$Z\sim N(0,1)$，又$u_{0.05}=1.6449$，于是，p值对应为$P(Z\geqslant u_{0.05}|H_0)=0.05$，我期待得到拒绝原假设的结论，即女性更可能停车问路

5.$X_1,X_2,\ldots,X_n$**独立同分布于**$Beta(\alpha,1),\alpha>0$**是未知参数，**$Y_1,Y_2,\ldots,Y_n$**独立同分布于**$Beta(\theta,1),\theta>0$**是未知参数。**

$$H_0:\alpha=\theta\leftrightarrow H_1:\alpha\neq\theta$$

写出假设的似然比检验形式。

解：由题，有$Beta(\alpha,1)$有密度函数$f(x;\alpha)=\frac{1}{B(\alpha,1)}x^{\alpha-1}=\alpha x^{\alpha-1}I_{[0,1]}$，$Beta(\theta,1)$有密度函数$f(y,\theta)=\frac{1}{B(\theta,1)}y^{\theta-1}=\theta y^{\theta-1}I_{[0,1]}$，因此$X,Y$取值均在$[0,1]$上

因此有似然函数$L(x;\alpha)=\alpha^n\prod_{i=1}^n X_i^{\alpha-1},L(y;\theta)=\theta^n\prod_{i=1}^n Y_i^{\theta-1}$，取$f=\frac{\alpha^n\prod_{i=1}^n X_i^{\alpha-1}}{\theta^n\prod_{i=1}^n Y_i^{\theta-1}}$

则$L_{\Theta_0}=\frac{\prod_{i=1}^n X_i^{\alpha-1}}{\prod_{i=1}^n Y_i^{\alpha-1}}$，$L_{\Theta}=\frac{\alpha^n\prod_{i=1}^n X_i^{\alpha-1}}{\theta^n\prod_{i=1}^n Y_i^{\theta-1}}$

$LR=\max\{\frac{\alpha^n}{\theta^n},1\}$

因此，当$\frac{\alpha^n}{\theta^n}>c$时拒绝$H_0$。