

1. (P121, 43 题)

设随机向量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1+xy}{4}, & |x| < 1, |y| < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

证明: X, Y 不独立但是 X^2, Y^2 是相互独立的.

2. (P121, 44 题)

设连续型随机变量 $X \sim f(x)$, Y 为取有限值的离散型随机变量, 且 X, Y 相互独立.

(1) 求 $Z = X + Y$ 的分布. 由此回答随机变量 Z 是否为连续型的?

(2) 求 $W = XY$ 的分布, 问 W 是不是连续型随机变量? 以 $X \sim N(\mu, \sigma^2), Y \sim B(1, p)$ 为例求出 W 具体的分布.

3. 设随机变量 φ 和 ω 相互独立, 同服从参数 $\lambda = 1$ 的指数分布, 求 $\frac{\varphi}{\omega}$ 的密度函数.

4. 设随机变量 X_1 和 X_2 相互独立, 并且有相同的几何分布: $P(X_i = k) = p(1-p)^{k-1}$, $k = 1, 2, \dots (i = 1, 2)$, 求 $Y = \max(X_1, X_2)$ 的分布.

5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, 试证: $U = X^2 + Y^2$ 和 $V = X/Y$ 相互独立.