

1. (P204, 8)

假设总体 X 服从 $0-1$ 分布 $B(1, p)$, 其中 p 为未知参数, (X_1, X_2, \dots, X_5) 为从此总体中抽取的简单样本.

(1) 写出样本空间和抽样分布;

(2) 指出 $X_1 + X_2, \min_{1 \leq i \leq 5} X_i, X_5 + 2p, X_5 - E(X_1), \frac{(X_5 - X_1)^2}{\text{Var}(X_1)}$ 哪些是统计量, 哪些不是, 为什么?

2. (P205, 15)

设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的简单随机样本, 令 $T = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2$. 试求 a, b 使统计量 T 服从 χ^2 分布.

3. (P205, 18)

设 X_1, X_2, \dots, X_n 为从下列总体中抽取的简单样本:

(1) 正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$;

(2) 参数为 λ 的泊松总体;

(3) 参数为 λ 的指数分布,

试求样本均值 \bar{X} 的分布.

4. (P205, 19)

设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是从 $0-1$ 分布 $B(1, p)$ 中抽取的简单样本, $0 < p < 1$, 记 \bar{X} 为样本均值, 求 $S_n^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / n$ 的期望.

5. (P206, 20)

设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, \bar{X} 和 S_n^2 分别表示样本均值和样本方差, 又设 $X_{n+1} \sim N(\mu, \sigma^2)$ 且与 X_1, X_2, \dots, X_n 独立, 试求统计量

$\sqrt{\frac{n}{n+1}}(X_{n+1} - \bar{X}) / S_n$ 的分布.

6. (P206, 22)

设 $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ 为从均匀分布 $U(0, 1)$ 中抽取的次序统计量.

(1) 样本量 n 为多大时, 才能使 $P(X_{(n)} \geq 0.99) \geq 0.95$?

(2) 求极差 $R_n = X_{(n)} - X_{(1)}$ 的期望.