

1. 写出理由和答案

设 X_1, X_2, \dots, X_n ($n \geq 2$) 是来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的简单随机样本, 且记 \bar{X} 为样本均值, 则下列中不服从 χ^2 分布的是()

- (A) $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ (B) $2(X_n - X_1)^2$ (C) $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (D) $n(\bar{X} - \mu)^2$

2. P205, 第 15 题

设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的简单随机样本, 令 $T = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2$. 试求 a, b 使统计量 T 服从 χ^2 分布.

3. P205, 第 16 题

设 X_1, X_2, \dots, X_9 为独立同分布的正态随机变量, 记

$$Y_1 = \frac{1}{6}(X_1 + X_2 + \dots + X_6), \quad Y_2 = \frac{1}{3}(X_7 + X_8 + X_9), \quad S^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=7}^9 (X_i - Y_2)^2.$$

试求 $Z = \sqrt{2}(Y_1 - Y_2)/S$ 的分布.

4. P232, 第 8 题

总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta}, & 0 < x < \theta, \\ \frac{1}{2(1-\theta)}, & \theta \leq x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 X 的简单随机样本, \bar{X} 为样本平均值.

(1) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$;

(2) 判断 $4\bar{X}^2$ 是否为 θ^2 的无偏估计量, 并说明理由.

5. P234, 第 27 题第一问

(1) 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 X 的一个样本, 且 X 服从参数为 λ 的泊松分布.

求 $P(X=0)$ 的最大似然估计;

6. P235, 第 29 题

设总体 $X \sim U(\theta, \theta + |\theta|), \theta \in \Theta, (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是从总体中抽取的一个简单随机样本,

(1) 设 $\Theta = (-\infty, 0)$, 求 θ 的矩估计和最大似然估计;

(2) 设 $\Theta = (0, \infty)$, 求 θ 的矩估计和最大似然估计.