

HW9

1.(P172,4,第八次作业计算了期望)只计算方差

2.(P173,16)设 X 为一随机变量, 它的符号函数定义为

$$f(x) = \begin{cases} 0 & X=0 \\ 1 & X>0 \\ -1 & X<0 \end{cases}$$

(1)若 X 服从 $U(-2,1)$, 试求 $Var(\operatorname{sgn}(X))$ (2)若 X 服从标准正态分布, 试求 $E[\operatorname{sgn}(X)X]$

3.(P173,10)设随机变量 X 只能取有限个正值 x_1, x_2, \dots, x_k . ($k \geq 2$), 证明:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E(X^{n+1})}{E(X^n)} = \max_{1 \leq i \leq k} x_i$$

4.(P172,5)设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = ax^2 + bx + c, 0 < x < 1$$

且已知 $E(X) = 0.5, Var(X) = 0.15$, 试求常数 a, b, c

5.证明下面两个广义切比雪夫不等式:

令 $\sigma^2 = Var(X)$. 对任意的 x 和 a ,

$$P(X - EX \geq x) \leq \frac{\sigma^2 + a}{(x + a)^2}$$

$$P(X - EX \geq x) \leq \frac{\sigma^2}{(x + \sigma^2)}$$

根据这两个不等式, 证明 X 的中位数 $m(X)$ 满足:

$$|EX - m(X)| \leq \sigma$$