概统作业 (Week 3)

PB20000113 孔浩宇

March 23, 2023

1 (P45 第 37 题)

(1)

$$P(A) = P(AC) + P(A\overline{C}) = P(A|C) \cdot P(C) + P(A\overline{C}) \cdot P(\overline{C}) = 0.55.$$

(2)

$$P(B) = P(BC) + P(B\overline{C}) = P(B|C) \cdot P(C) + P(B\overline{C}) \cdot P(\overline{C}) = 0.5.$$

(3)

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(ABC) + P(AB\overline{C}) \\ &= P(AB|C) \cdot P(C) + P(AB\overline{AB|\overline{C}}) \cdot P(\overline{C}) \\ &= P(A|C) \cdot P(B|C) \cdot P(C) + P(A|\overline{C}) \cdot P(B|\overline{C}) \cdot P(\overline{C}) \\ &= 0.9 \times 0.9 \times 0.5 + 0.2 \times 0.2 \times 0.5 \\ &= 0.425 \end{aligned}$$

(4) *Proof.*

$$P(A)P(B) = 0.55 \times 0.5 = 0.275 \neq P(AB).$$

□

2 (P45 第 38 题)

设第一次射中为事件 A，第二次射中为事件 B，第三次射中为事件 C.

(1) 设恰有一次射中为事件 M

$$\begin{aligned} P(M) &= P(A\overline{BC}) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{AB}C) \\ &= 0.5 \times 0.4 \times 0.2 + 0.5 \times 0.6 \times 0.2 + 0.5 \times 0.4 \times 0.8 \\ &= 0.26. \end{aligned}$$

(2) 设至少有一次射中为事件 N

$$P(N) = 1 - P(\overline{ABC}) = 0.96.$$

3 (P81 第 4 题)

设营收为 X 万元，由题意可得 X 取值有 10，5，0，-2，一天内发生故障的概率 $p = 0.2$.

$$P(X = 10) = \binom{5}{0} p^0 (1-p)^5 = \frac{1024}{3125}.$$

$$P(X = 5) = \binom{5}{1} p^1 (1-p)^4 = \frac{256}{625}.$$

$$P(X=0)=\binom{5}{2}p^2(1-p)^3=\frac{128}{625}$$

$$P(X=-2)=1-P(X=10)-P(X=5)-P(X=0)=\frac{181}{3125}.$$

分布律如图

X	10	5	0	-2
P	$\frac{1024}{3125}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{128}{625}$	$\frac{181}{3125}$

4 (P81 第 8 题)

(1)

$$P(X\geq 1)=1-P(X=1)-P(X=0)=1-20\cdot\binom{20}{1}$$

(2)

5 (P81 第 9 题)