1. P（230,1）

设总体 X 的概率分布如下:

X	1	2	3
P	p_1	p_2	$1-p_1-p_2$

其中 $0<p_1,p_2<1$ 为未知参数. 现从此总体中抽出一样本量为 n 的简单随机样本, 其中 1 出现了 n_1 次, 2 出现了 n_2 次, 3 出现了 n_3 次. 试求 p 的矩估计.

2．P（231,4）

设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是总体 X 的一个简单随机样本, 试求总体 X 在具有下列概率密度函数时参数 θ 的矩估计:

(1) $f(x;\theta)=\begin{cases} 2(\theta-x)/\theta^2, & 0<x<\theta, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$

(2) $f(x;\theta)=\begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0<x<1,\theta>0, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$

(3) $f(x;\theta)=\begin{cases} \sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0<x<1,\theta>0, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$

(4) $f(x;\theta)=\begin{cases} \theta\, c^\theta/x^{(\theta+1)}, & x>c\ (c>0\ \text{已知}),\theta>1, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$

(5) $f(x;\theta)=\begin{cases} 6x(\theta-x)/\theta^3, & 0<x<\theta, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$

(6) $f(x;\theta)=\begin{cases} \theta^2x^{-3}\mathrm{e}^{-\theta/x}, & x>0,\ \theta>0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

3.P230,1

设总体 X 的概率分布如下:

X	0	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

其中 $0<\theta<1/2$ 为未知参数. 现从此总体中抽出一样本量为 100 的简单随机样本, 其中 0 出现了 10 次, 1 出现了 53 次, 2 出现了 16 次, 3 出现了 21 次. 试求 θ 的矩估计.

同时求极大似然估计

4.P233，14

设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 是来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 已知 $\hat{\theta}_1 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ 为 σ^2 的无偏估计. 证明 $\hat{\theta}_2 = \dfrac{n-1}{n+1}\hat{\theta}_1$ 虽然不是 σ^2 的无偏估计, 但是 $\hat{\theta}_2$ 的均方误差较小, 即 $E(\hat{\theta}_2 - \sigma^2)^2 < E(\hat{\theta}_1 - \sigma^2)^2$. 这说明无偏估计不一定是最好的选择.

5.P235,28

设电话总机在某一段时间内接到呼叫的次数服从泊松分布. 观察 1 min 内接到的呼叫次数, 设共观察了 40 次, 得如下数据:

接到的呼叫次数	0	1	2	3	4	5	$\geqslant 6$
观察到的次数	5	10	12	8	3	2	0

试求泊松分布参数 λ 的最大似然估计.

6.P238,52

设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为来自指数分布总体

$$f(x,\theta) = \mathrm{e}^{-(x-\mu)}, \quad x \geqslant \mu, -\infty < \mu < \infty$$

的简单样本.

(1) 试求 μ 的最大似然估计 $\hat{\mu}^*$, $\hat{\mu}^*$ 是 μ 的无偏估计吗? 如果不是, 试对它作修正得到 μ 的无偏估计 $\hat{\mu}^{**}$;

(2) 试求 μ 的矩估计 $\hat{\mu}$, 并证明它是 μ 的无偏估计;

(3) 试问 $\hat{\mu}^{**}$ 和 $\hat{\mu}$ 哪一个有效?