1. Вероятность некоторого случайного события равна 0.67. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0.98 можно было ожидать, что наблюденная частота этого события отклонится от его вероятности не более, чем на 0.01? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Решение:

Согласно неравенству Чебышева вероятность отклонения случайной величины от её математического ожидания на величину :

По условию задачи имеем биномиальную случайную величину – число успехов в серии из испытаний, значит . Наблюденная частота этого события отклонится от его вероятности не более, чем на 0.01 или в на .

Тогда:

Т.е., согласно неравенству Чебышева, нужно произвести не менее 110550 испытаний.

Согласно интегральной теореме Муавра-Лапласа, вероятность отклонения частоты случайного события от его вероятности:

где – интегральная функция Лапласа . При этом считаем, что , .Значения функции находим из таблиц.

Т.е., согласно интегральной теореме Муавра-Лапласа, нужно произвести не менее 12004 испытания.

2/ С использованием метода моментов для случайной выборки из генеральной совокупности X найти точечные оценки указанных параметров заданного закона распределения.

Закон распределения:

Решение:

Найдём математическое ожидание (момент первого порядка):

В нашем случае получаем:

Поскольку по правилу Лопиталя

Получаем

Таким образом, если – выборочное среднее, то оценка параметра :

3/ С использованием метода максимального правдоподобия для случайной выборки из генеральной совокупности X найти точечные оценки параметров заданного закона распределения. Вычислить выборочные значения найденных оценок для выборки .

Закон распределения

Выборка

Решение:

Функция правдоподобия

Строим логарифмическую функцию правдоподобия

Находим оценку:

По данной выборке находим

4/ По результатам n = 25 измерений скорости снаряда получена оценка дисперсии . Считая распределение контролируемого признака нормальным, построить 90%-ые доверительные интервалы для дисперсии и среднего квадратичного отклонения скорости снаряда.

Решение:

Доверительный интервал для дисперсии определяется следующим образом:

Для определения доверительного интервала, накрывающего неизвестное с доверительной вероятностью 0.9 (уровень значимости α = 0.1) нужно найти квантили -распределения  и  с числом степеней свободы .

Получаем:

С вероятностью 90% дисперсия скорости снаряда лежит в интервале (3,824; 10,087) .

Доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения скорости снаряда:

С вероятностью 90% среднее квадратическое отклонение скорости снаряда лежит в интервале (1,956; 3,176) м/с.