北京理工大学 2021-2022 学年第二学期

工科数学分析期中试题

序号_______ 班级___________ 学号______________ 姓名_________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、填空（每小题 4 分，共 20 分）

1．设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2x^3-3y^3}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，则 $f_x'(0,0)=$______，$f_y'(0,0)=$______.

2．设 $f(x,y)=x^3+8y^3-3x^2-12y^2$，则 $f(x,y)$ 取得极小值的点为__________，$f(x,y)$ 取得极大值的点为____________.

3．函数 $f(x,y,z)=x^2+3y^2-z^2$ 在 $P(-2,2,1)$ 点处沿着从 P 到 $O(0,0,0)$ 方向的方向导数为 ____________________.

4 直线 $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$ 与平面 $2x+y+z-6=0$ 的夹角 $\varphi=$____________________.

5. 设 $f(x,y)$ 具有连续偏导数，曲线 $f(x,y)=0$ 在其上点 (x_0,y_0) 处的切线斜率 $\frac{dy}{dx}=2$，又 $f_y'(x_0,y_0)=3$，则 $f_x'(x_0,y_0)=$________________.

二、(8 分) 已知 $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}=k$，求 $I=[(\mathbf{a}+\mathbf{b})\times(\mathbf{b}+\mathbf{c})]\cdot(\mathbf{c}+\mathbf{a})$

三. (8 分) 已知平面 π 过两点 $M_1(1,0,-1)$, $M_2(-2,1,3)$, 并且与向量 $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ 平行, 求此平面的方程.

四、(10 分) 设 $u(x,y)$ 是由方程 $u^2-z^2+2y^2-x=0$ 确定的可微的隐函数，其中 $z=z(x,y)=xy^2+y\ln y-y$，且 $u(x,y)>0$，求 $(2,1)$ 点处 $\frac{\partial u}{\partial x}$，$\frac{\partial u}{\partial y}$，$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$ 的值.

五、（8 分）计算二重积分 $I=\iint\limits_{D}(y^2-x)dxdy$，其中 D 是由抛物线 $x=y^2$ 与 $x=3-2y^2$ 围成的有界闭区域.

六、（10 分）在曲面 $\Sigma: z=xy$ 上求一点 P，使曲面 Σ 在 P 点处的法线垂直于平面 $x+3y+z+9=0$，并写出 Σ 在 P 点处法线的标准方程.

七. (10 分) 求函数 $z=xy(1-x-y)$ 的极值点和极值.

八 (8 分) 将 $I=\int_0^1 dx\int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{x}\frac{dy}{\sqrt{(x^2+y^2)(4-x^2-y^2)}}$ 化成极坐标系中的累次积分，并求出积分的值.

九. (9 分) 设 V 是由柱面 $y=x^2$，平面 $y+z=1$ 以及 xOy 面所围成的空间有界闭区域，计算 $I=\iiint\limits_V x^2dxdydz$.

十(9 分) 设 V 是曲面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 与 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的立体，其上任一点的密度等于此点到原点的距离，求 V 关于 z 轴的转动惯量.