

Медная веревочность
Лабораторная работа №1

Задание 2: (Вариант 1)

Случайность в этой задаче можно интерпретировать двумя способами:

1. Случайное значение по координате x
2. Случайная длина пути по параболы от точки $(0,0)$

В этой задаче будет рассмотрен второй случай ввиду его большей сложности:

1. Для длины пути в нашем случае может быть вычислена следующим образом:

Положим у случайно взятой точки значение координаты по оси Ox равно x_0 .

Тогда длина пути от точки $(0,0)$ по параболы равна: $\int_0^{x_0} \sqrt{1+y'^2} dx = \int_0^{x_0} \sqrt{1+4x^2} dx =$

Валасович Станислав №32381

$$= \left(\frac{1}{2} \sqrt{4x^2 + 1} \cdot x + \frac{1}{4} \log(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x) \right) \Big|_0^{x_0}$$

Длина параболы (её части) при $x \in (0, 2)$ равна в таком случае равна: $\sqrt{17} + \frac{1}{4} \log(\sqrt{17} + 4)$.

2. Как определить угол, образованный радиус-вектором выбранной точки, и сравнить его с $\frac{\pi}{3}$? Для этого можно воспользоваться тем, что мы можем определить его по значению координаты по оси OX:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{3} \geq \arctan\left(\frac{y}{x}\right) &\Leftrightarrow \frac{\pi}{3} \geq \arctan(x) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \tan \frac{\pi}{3} \geq x &\Leftrightarrow x \leq \sqrt{3} \end{aligned}$$

3. Значит требуемая вероятность — это вероятность знания координаты точки по оси OX, что равносильно быть меньше либо равной $\sqrt{3}$, что равносильно расстоянию точки от $(0, 0)$ по параболе быть быть меньше либо равным такому расстоянию для точки $(\sqrt{3}, 3)$

Можно сразу заметить, что, формируя разность-высоту дифференциальной модели, мы получаем формулу, которую мы уже знаем:

~~$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 0,77718\dots, \text{ где}$$~~

$$f(x) = \left(\frac{1}{2} \sqrt{4x^2 + 1} \cdot x + \frac{1}{4} \log(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x) \right)^2$$