Conceptos Básicos

September 20, 2019

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero
- Frases escritas en castellano

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero
- Frases escritas en castellano

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero
- Frases escritas en castellano

Todos ellos tienen al menos dos elementos en común:

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero
- Frases escritas en castellano

Todos ellos tienen al menos dos elementos en común:

- Están compuestos por secuencias de símbolos tomados de un cojunto finito

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero
- Frases escritas en castellano

Todos ellos tienen al menos dos elementos en común:

- Están compuestos por secuencias de símbolos tomados de un cojunto finito
- Las secuencias de símbolos tienen una longitud finita

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero
- Frases escritas en castellano

Todos ellos tienen al menos dos elementos en común:

- Están compuestos por secuencias de símbolos tomados de un cojunto finito
- Las secuencias de símbolos tienen una longitud finita

Alfabetos y Cadenas

Consideremos los siguientes elementos:

- Programas escritos en algún lenguaje de programación
- Palabras en Euskera
- Secuencias de símbolos que representan un valor entero
- Frases escritas en castellano

Todos ellos tienen al menos dos elementos en común:

- Están compuestos por secuencias de símbolos tomados de un cojunto finito
- Las secuencias de símbolos tienen una longitud finita

Definición

Alfabeto, Σ: *Conjunto finito, no vacío de símbolos*

Alfabetos y Cadenas

Ejemplos de alfabetos

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$

Alfabetos y Cadenas

Ejemplos de alfabetos

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{., -\}$

Alfabetos y Cadenas

Ejemplos de alfabetos

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{., -\}$
- $\Sigma_3 = \{a, b, c, ..., z\}$

Alfabetos y Cadenas

Ejemplos de alfabetos

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{., -\}$
- $\Sigma_3 = \{a, b, c, ..., z\}$
- $\Sigma_4 = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$

Alfabetos y Cadenas

Ejemplos de alfabetos

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{., -\}$
- $\Sigma_3 = \{a, b, c, ..., z\}$
- $\Sigma_4 = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$
- $\Sigma_5 = \{\spadesuit, \heartsuit, \diamondsuit, \clubsuit\}$

Alfabetos y Cadenas

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Por ejemplo:

- $w_1 = 0110$

Alfabetos y Cadenas

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Por ejemplo:

- $w_1 = 0110$
- $w_2 = ... - - - ...$

Alfabetos y Cadenas

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Por ejemplo:

- $w_1 = 0110$
- $w_2 = ... - - - ...$
- $w_3 = abracadabra$

Alfabetos y Cadenas

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Por ejemplo:

- $w_1 = 0110$
- $w_2 = \ldots - - - \ldots$
- $w_3 = abracadabra$
- $w_4 = 31416$

Alfabetos y Cadenas

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Por ejemplo:

- $w_1 = 0110$
- $w_2 = \ldots - - - \ldots$
- $w_3 = abracadabra$
- $w_4 = 31416$
- $w_5 = \heartsuit\heartsuit\clubsuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit$

Alfabetos y Cadenas

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Por ejemplo:

- $w_1 = 0110$
- $w_2 = \ldots - - - \ldots$
- $w_3 = abracadabra$
- $w_4 = 31416$
- $w_5 = \heartsuit\heartsuit\clubsuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit$

Alfabetos y Cadenas

Definición

Cadena, palabra o frase: *Secuencia finita de símbolos tomados de un alfabeto*

Por ejemplo:

- $w_1 = 0110$
- $w_2 = \ldots - - - \ldots$
- $w_3 = abracadabra$
- $w_4 = 31416$
- $w_5 = \heartsuit\heartsuit\clubsuit\spadesuit\spadesuit\spadesuit$

En CyA, las cadenas **no** tienen significado

Alfabetos y Cadenas

- Dos cadenas con los mismos símbolos en diferente orden, son distintas: Sea $\Sigma = \{a, b, c\}, aca \neq caa$

- Dos cadenas con los mismos símbolos en diferente orden, son distintas: Sea $\Sigma = \{a, b, c\}, aca \neq caa$
- El número de símbolos que componen la cadena es su longitud, y se denota $|w|$

Alfabetos y Cadenas

- Dos cadenas con los mismos símbolos en diferente orden, son distintas: Sea $\Sigma = \{a, b, c\}, aca \neq caa$
- El número de símbolos que componen la cadena es su longitud, y se denota $|w|$
- La cadena vacía ϵ es la que no tiene ningún símbolo: $|\epsilon| = 0$

Alfabetos y Cadenas

- Dos cadenas con los mismos símbolos en diferente orden, son distintas: Sea $\Sigma = \{a, b, c\}, aca \neq caa$
- El número de símbolos que componen la cadena es su longitud, y se denota $|w|$
- La cadena vacía ϵ es la que no tiene ningún símbolo: $|\epsilon| = 0$
- ϵ es una cadena sobre cualquier alfabeto Σ, puesto que ϵ es una secuencia vacía de símbolos tomados de cualquier alfabeto

Lenguajes

Definición

Un **lenguaje** *(formal) es un conjunto de cadenas*

Ejemplos:

- $L_1 = \{1, 234, 912, 456\}$ es un lenguaje sobre $\Sigma = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$

Lenguajes

Definición

Un **lenguaje** *(formal) es un conjunto de cadenas*

Ejemplos:

- $L_1 = \{1, 234, 912, 456\}$ es un lenguaje sobre $\Sigma = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$
- El conjunto de palabras correctas en castellano es un lenguaje sobre el alfabeto latino

Lenguajes

Definición

Un **lenguaje** *(formal) es un conjunto de cadenas*

Ejemplos:

- $L_1 = \{1, 234, 912, 456\}$ es un lenguaje sobre $\Sigma = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$
- El conjunto de palabras correctas en castellano es un lenguaje sobre el alfabeto latino
- El conjunto de programas correctos escritos en C

Lenguajes

Definición

Un **lenguaje** *(formal) es un conjunto de cadenas*

Ejemplos:

- $L_1 = \{1, 234, 912, 456\}$ es un lenguaje sobre $\Sigma = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$
- El conjunto de palabras correctas en castellano es un lenguaje sobre el alfabeto latino
- El conjunto de programas correctos escritos en C

- Si Σ es un alfabeto, también es un lenguaje

Lenguajes

Definición

Un **lenguaje** *(formal) es un conjunto de cadenas*

Ejemplos:

- $L_1 = \{1, 234, 912, 456\}$ es un lenguaje sobre $\Sigma = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$
- El conjunto de palabras correctas en castellano es un lenguaje sobre el alfabeto latino
- El conjunto de programas correctos escritos en C

- Si Σ es un alfabeto, también es un lenguaje
- Los lenguajes pueden ser infinitos: $L = \{a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \ldots\}$ Este lenguaje es infinito, a pesar de que todas sus cadenas tienen longitud finita

Lenguajes

Definición

Un **lenguaje** *(formal) es un conjunto de cadenas*

Ejemplos:

- $L_1 = \{1, 234, 912, 456\}$ es un lenguaje sobre $\Sigma = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$
- El conjunto de palabras correctas en castellano es un lenguaje sobre el alfabeto latino
- El conjunto de programas correctos escritos en C

- Si Σ es un alfabeto, también es un lenguaje
- Los lenguajes pueden ser infinitos: $L = \{a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \ldots\}$ Este lenguaje es infinito, a pesar de que todas sus cadenas tienen longitud finita
- Cuando el cardinal de un lenguaje es grande, resulta difícil especificar qué palabras lo componen

Lenguajes

Definición

Un **lenguaje** *(formal) es un conjunto de cadenas*

Ejemplos:

- $L_1 = \{1, 234, 912, 456\}$ es un lenguaje sobre $\Sigma = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$
- El conjunto de palabras correctas en castellano es un lenguaje sobre el alfabeto latino
- El conjunto de programas correctos escritos en C

- Si Σ es un alfabeto, también es un lenguaje
- Los lenguajes pueden ser infinitos:
  $L = \{a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \ldots\}$ Este lenguaje es infinito, a pesar de que todas sus cadenas tienen longitud finita
- Cuando el cardinal de un lenguaje es grande, resulta difícil especificar qué palabras lo componen
- El lenguaje vacío, $L = \emptyset$ es un lenguaje

Lenguajes

- Estos lenguajes son distintos: $\emptyset \neq \{\epsilon\}$

Lenguajes

- Estos lenguajes son distintos: $\emptyset \neq \{\epsilon\}$
- Sea Σ un alfabeto y w una cadena sobre Σ

Lenguajes

- Estos lenguajes son distintos: $\emptyset \neq \{\epsilon\}$
- Sea Σ un alfabeto y w una cadena sobre Σ
- Si L es un lenguaje formado por algunas de las cadenas sobre Σ y w está en L entonces se denota $w \in L$

- Estos lenguajes son distintos: $\emptyset \neq \{\epsilon\}$
- Sea Σ un alfabeto y w una cadena sobre Σ
- Si L es un lenguaje formado por algunas de las cadenas sobre Σ y w está en L entonces se denota $w \in L$
- Por ejemplo, $241 \in \{123, 341, 241, 987\}$

Lenguaje Universal, Σ

Definición

Lenguaje Universal: *es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre un alfabeto* Σ
Se denota Σ^*

Lenguaje Universal, Σ

Definición

Lenguaje Universal: *es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre un alfabeto* Σ
Se denota Σ^*

Ejemplos

- Si $\Sigma = \{x, 8\}$ entonces:
  $\Sigma^* = \{\epsilon, 8, x, xx, x8, 8x, 88, xxx, xx8, x8x, 8xx, \ldots\}$

Lenguaje Universal, Σ

Definición

Lenguaje Universal: *es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre un alfabeto* Σ
Se denota Σ^*

Ejemplos

- Si $\Sigma = \{x, 8\}$ entonces:
  $\Sigma^* = \{\epsilon, 8, x, xx, x8, 8x, 88, xxx, xx8, x8x, 8xx, \ldots\}$
- Si $\Sigma = \{\heartsuit\}$ entonces: $\Sigma^* = \{\epsilon, \heartsuit, \heartsuit\heartsuit, \heartsuit\heartsuit\heartsuit, \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit, \ldots\}$

Lenguaje Universal, Σ

Definición

Lenguaje Universal: *es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre un alfabeto* Σ
Se denota Σ^*

Ejemplos

- Si $\Sigma = \{x, 8\}$ entonces:
  $\Sigma^* = \{\epsilon, 8, x, xx, x8, 8x, 88, xxx, xx8, x8x, 8xx, \ldots\}$
- Si $\Sigma = \{\heartsuit\}$ entonces: $\Sigma^* = \{\epsilon, \heartsuit, \heartsuit\heartsuit, \heartsuit\heartsuit\heartsuit, \heartsuit\heartsuit\heartsuit\heartsuit, \ldots\}$
- Para cualquier alfabeto, Σ^* es infinito (puesto que $\Sigma \neq \emptyset$)

Operaciones con cadenas

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

La concatenación $w \cdot z = wz$ *es el resultado de yuxtaponer a la cadena* w *los símbolos de* z

Operaciones con cadenas

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

La concatenación $w \cdot z = wz$ *es el resultado de yuxtaponer a la cadena* w *los símbolos de* z

Ejemplo:

- Sea $x = abra$, y $r = cadabra$

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

La concatenación $w \cdot z = wz$ *es el resultado de yuxtaponer a la cadena* w *los símbolos de* z

Ejemplo:

- Sea $x = abra$, y $r = cadabra$
- Entonces $xr = abracadabra$

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

La concatenación $w \cdot z = wz$ es el resultado de yuxtaponer a la cadena w los símbolos de z

Ejemplo:

- Sea $x = abra$, y $r = cadabra$
- Entonces $xr = abracadabra$

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

La concatenación $w \cdot z = wz$ *es el resultado de yuxtaponer a la cadena* w *los símbolos de* z

Ejemplo:

- Sea $x = abra$, y $r = cadabra$
- Entonces $xr = abracadabra$

- $|wz| = |w| + |z|$

Operaciones con cadenas

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

La concatenación $w \cdot z = wz$ es el resultado de yuxtaponer a la cadena w los símbolos de z

Ejemplo:

- Sea $x = abra$, y $r = cadabra$
- Entonces $xr = abracadabra$

- $|wz| = |w| + |z|$
- ϵ es la identidad para la concatenación: $\forall w \in \Sigma^*, \epsilon w = w\epsilon = w$

Operaciones con cadenas

Sea $w \in \Sigma^*$, sea $n \in \mathbb{N}$

Definición

$$w^n = \begin{cases} \epsilon & si\ n = 0 \\ ww^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Operaciones con cadenas

Sea $w \in \Sigma^*$, sea $n \in \mathbb{N}$

Definición

$$w^n = \begin{cases} \epsilon & si\ n = 0 \\ ww^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ y $w = 101$

- $w^0 = \epsilon$

Sea $w \in \Sigma^*$, sea $n \in \mathbb{N}$

Definición

$$w^n = \begin{cases} \epsilon & si\ n = 0 \\ ww^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ y $w = 101$

- $w^0 = \epsilon$
- $w^1 = w = 101$

Operaciones con cadenas

Sea $w \in \Sigma^*$, sea $n \in \mathbb{N}$

Definición

$$w^n = \begin{cases} \epsilon & si\ n = 0 \\ ww^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ y $w = 101$

- $w^0 = \epsilon$
- $w^1 = w = 101$
- $w^2 = ww = 101101$

Operaciones con cadenas

Sea $w \in \Sigma^*$, sea $n \in \mathbb{N}$

Definición

$$w^n = \begin{cases} \epsilon & si\ n = 0 \\ ww^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ y $w = 101$

- $w^0 = \epsilon$
- $w^1 = w = 101$
- $w^2 = ww = 101101$
- $w^3 = www = 101101101$

Operaciones con cadenas

Sea $w \in \Sigma^*$, sea $n \in \mathbb{N}$

Definición

$$w^n = \begin{cases} \epsilon & si\ n = 0 \\ ww^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ y $w = 101$

- $w^0 = \epsilon$
- $w^1 = w = 101$
- $w^2 = ww = 101101$
- $w^3 = www = 101101101$
- $\ldots$

Operaciones con cadenas

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

Dos cadenas w y z son iguales si $|w| = |z|$ y tienen los mismos símbolos en las mismas posiciones

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

Dos cadenas w *y* z *son iguales si* $|w| = |z|$ *y tienen los mismos símbolos en las mismas posiciones*

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{\alpha, \beta\}$

- $\alpha\beta\beta = \alpha\beta\beta$

Operaciones con cadenas

Sean $w, z \in \Sigma^*$

Definición

Dos cadenas w y z son iguales si $|w| = |z|$ y tienen los mismos símbolos en las mismas posiciones

Ejemplo

Sea $\Sigma = \{\alpha, \beta\}$

- $\alpha\beta\beta = \alpha\beta\beta$
- $\beta\beta\alpha \neq \beta\alpha\beta$

Sufijos y prefijos

Sean $w, x \in \Sigma^*$ palabras

Definición

x *es prefijo de* w *si* $\exists y \in \Sigma^* | w = xy$

Sufijos y prefijos

Sean $w, x \in \Sigma^*$ palabras

Definición

x es prefijo de w si $\exists y \in \Sigma^* | w = xy$

Si $w = 922318178$, entonces $x = 922$ es un prefijo

Sufijos y prefijos

Sean $w, x \in \Sigma^*$ palabras

Definición

x es prefijo de w si $\exists y \in \Sigma^* | w = xy$

Si $w = 922318178$, entonces $x = 922$ es un prefijo

Definición

Prefijos propios de una cadena son los prefijos que no son iguales a la cadena

Sean $w, x \in \Sigma^*$ palabras

Definición

x es prefijo de w si $\exists y \in \Sigma^* | w = xy$

Si $w = 922318178$, entonces $x = 922$ es un prefijo

Definición

Prefijos propios de una cadena son los prefijos que no son iguales a la cadena

ϵ es un prefijo de cualquier cadena

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

w *es* **subcadena** *de* z *si existen las cadenas* x *e* y *para las cuales* $z = xwy$

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

w *es* **subcadena** *de* z *si existen las cadenas* x *e* y *para las cuales* $z = xwy$

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

*w es **subcadena** de z si existen las cadenas x e y para las cuales $z = xwy$*

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

*w es **subcadena** de z si existen las cadenas x e y para las cuales $z = xwy$*

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ
- a

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

w *es* **subcadena** *de* z *si existen las cadenas* x *e* y *para las cuales* $z = xwy$

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ
- a
- b

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

w *es* **subcadena** *de* z *si existen las cadenas* x *e* y *para las cuales* $z = xwy$

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ
- a
- b
- c

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

*w es **subcadena** de z si existen las cadenas x e y para las cuales $z = xwy$*

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ
- a
- b
- c
- ab

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

w *es* **subcadena** *de* z *si existen las cadenas* x *e* y *para las cuales* $z = xwy$

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ
- a
- b
- c
- ab
- bc

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

*w es **subcadena** de z si existen las cadenas x e y para las cuales $z = xwy$*

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ
- a
- b
- c
- ab
- bc
- abc

Subcadenas

Sean $x, y, z, w \in \Sigma^*$ palabras

Definición

w es **subcadena** *de z si existen las cadenas x e y para las cuales $z = xwy$*

Ejemplo

- Sea $w = abc$. Subcadenas de w son:
- ϵ
- a
- b
- c
- ab
- bc
- abc
- $\ldots$

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \ldots x_N$

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \ldots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \ldots x_{ik}$

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \dots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \dots x_{ik}$
- $1 \leq i1 \leq i2 \leq \dots \leq ik \leq im$

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \dots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \dots x_{ik}$
- $1 \leq i1 \leq i2 \leq \dots \leq ik \leq im$

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \dots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \dots x_{ik}$
- $1 \leq i1 \leq i2 \leq \dots \leq ik \leq im$

Ejemplo

- Sea $w = abracadabra$. Algunas subsecuencias de w son:

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \ldots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \ldots x_{ik}$
- $1 \leq i1 \leq i2 \leq \ldots \leq ik \leq im$

Ejemplo

- Sea $w = abracadabra$. Algunas subsecuencias de w son:
- $arda, rcdr, aaaa$

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \ldots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \ldots x_{ik}$
- $1 \leq i1 \leq i2 \leq \ldots \leq ik \leq im$

Ejemplo

- Sea $w = abracadabra$. Algunas subsecuencias de w son:
- $arda, rcdr, aaaa$
- ϵ es subsecuencia de toda cadena

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \dots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \dots x_{ik}$
- $1 \leq i1 \leq i2 \leq \dots \leq ik \leq im$

Ejemplo

- Sea $w = abracadabra$. Algunas subsecuencias de w son:
- $arda, rcdr, aaaa$
- ϵ es subsecuencia de toda cadena
- Toda subcadena es subsecuencia, pero el recíproco no es cierto

Subsecuencias

Definición: Sean $x, y \in \Sigma^*$

y es una **subsecuencia** de x si y tiene símbolos de x respetando su orden, pero no necesariamente contiguos

- $x = x_1 x_2 \dots x_N$
- $y = x_{i1} x_{i2} \dots x_{ik}$
- $1 \leq i1 \leq i2 \leq \dots \leq ik \leq im$

Ejemplo

- Sea $w = abracadabra$. Algunas subsecuencias de w son:
- $arda, rcdr, aaaa$
- ϵ es subsecuencia de toda cadena
- Toda subcadena es subsecuencia, pero el recíproco no es cierto
- Ejercicio: ¿cuál es el número de subsecuencias de $x \in \Sigma^*$ si $|x| = n$?

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ *se define su inversa como:*

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ *se define su inversa como:*

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ *se define su inversa como:*

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$
- $= (rroz)^i a =$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ *se define su inversa como:*

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$
- $= (rroz)^i a =$
- $= (roz)^i ra =$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ se define su inversa como:

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$
- $= (rroz)^i a =$
- $= (roz)^i ra =$
- $= (oz)^i rra =$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ se define su inversa como:

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$
- $= (rroz)^i a =$
- $= (roz)^i ra =$
- $= (oz)^i rra =$
- $= (z)^i orra =$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ se define su inversa como:

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$
- $= (rroz)^i a =$
- $= (roz)^i ra =$
- $= (oz)^i rra =$
- $= (z)^i orra =$
- $= (\epsilon)^i zorra =$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ se define su inversa como:

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$
- $= (rroz)^i a =$
- $= (roz)^i ra =$
- $= (oz)^i rra =$
- $= (z)^i orra =$
- $= (\epsilon)^i zorra =$
- $= \epsilon zorra =$

Inversa

Definición

Dada una cadena $w \in \Sigma^*$ se define su inversa como:

$$w^i = \begin{cases} w & si\ w = \epsilon \\ y^i a & si\ w = ay,\ con\ a \in \Sigma, y \in \Sigma^* \end{cases}$$

Ejemplo. Sea $w = arroz$

- $w^i = (arroz)^i =$
- $= (rroz)^i a =$
- $= (roz)^i ra =$
- $= (oz)^i rra =$
- $= (z)^i orra =$
- $= (\epsilon)^i zorra =$
- $= \epsilon zorra =$
- $= zorra =$

Operaciones con lenguajes

Las operaciones de conjuntos se pueden extender a lenguajes (los lenguajes son conjuntos...)

Operaciones con lenguajes

Las operaciones de conjuntos se pueden extender a lenguajes (los lenguajes son conjuntos...)

Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Las operaciones de conjuntos se pueden extender a lenguajes (los lenguajes son conjuntos...)
Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Definición

Concatenación *(producto cartesiano):*
$L_1 \cdot L_2 = L_1 L_2 = \{xy | x \in L_1 \wedge y \in L_2\}$
$L_1 L_2$ *está formado por todas las cadenas formadas concatenando una cadena de* L_1 *con otra de* L_2

Las operaciones de conjuntos se pueden extender a lenguajes (los lenguajes son conjuntos...)
Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Definición

Concatenación *(producto cartesiano):*
$L_1 \cdot L_2 = L_1 L_2 = \{xy | x \in L_1 \wedge y \in L_2\}$
$L_1 L_2$ *está formado por todas las cadenas formadas concatenando una cadena de* L_1 *con otra de* L_2

Si $L_1 = \{niñ@, chic@\}$ y $L_2 = \{buen@, mal@\}$

- $L_1 L_2 = \{niñ@buen@, niñ@mal@, chic@buen@, chic@mal@\}$

Operaciones con lenguajes

Las operaciones de conjuntos se pueden extender a lenguajes (los lenguajes son conjuntos...)
Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Definición

Concatenación *(producto cartesiano):*
$L_1 \cdot L_2 = L_1 L_2 = \{xy | x \in L_1 \wedge y \in L_2\}$
$L_1 L_2$ está formado por todas las cadenas formadas concatenando una cadena de L_1 con otra de L_2

Si $L_1 = \{niñ@, chic@\}$ y $L_2 = \{buen@, mal@\}$

- $L_1 L_2 = \{niñ@buen@, niñ@mal@, chic@buen@, chic@mal@\}$
- Si L_1 es un lenguaje sobre Σ_1 y L_2 es un lenguaje sobre Σ_2, $L_1 L_2$ es un lenguaje sobre $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = L = \{0, 1\}$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = L = \{0, 1\}$
- $L^2 = LL = \{00, 01, 10, 11\}$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = L = \{0, 1\}$
- $L^2 = LL = \{00, 01, 10, 11\}$
- $L^3 = LL^2 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = L = \{0, 1\}$
- $L^2 = LL = \{00, 01, 10, 11\}$
- $L^3 = LL^2 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$
- $\ldots$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = L = \{0, 1\}$
- $L^2 = LL = \{00, 01, 10, 11\}$
- $L^3 = LL^2 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$
- $\ldots$
- Obsérvese que $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = L = \{0, 1\}$
- $L^2 = LL = \{00, 01, 10, 11\}$
- $L^3 = LL^2 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$
- $\ldots$
- Obsérvese que $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$
- $\emptyset^n = \emptyset \ \ \forall n \geq 1$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & si\ n = 0 \\ LL^{n-1} & si\ n > 0 \end{cases}$$

Ejemplo. Si $L = \{0, 1\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = L = \{0, 1\}$
- $L^2 = LL = \{00, 01, 10, 11\}$
- $L^3 = LL^2 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$
- $\ldots$
- Obsérvese que $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$
- $\emptyset^n = \emptyset \ \ \forall n \geq 1$
- $\emptyset^1 = \emptyset\emptyset^0 = \{xy | x \in \emptyset \wedge y \in \{\epsilon\}\} = \emptyset$

Operaciones con lenguajes

Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Definición

Unión: $L_1 \cup L_2 = \{x | x \in L_1 \vee x \in L_2\}$

Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Definición

Unión: $L_1 \cup L_2 = \{x | x \in L_1 \vee x \in L_2\}$

Definición

Intersección: $L_1 \cap L_2 = \{x | x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$

Operaciones con lenguajes

Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Definición

Unión: $L_1 \cup L_2 = \{x | x \in L_1 \vee x \in L_2\}$

Definición

Intersección: $L_1 \cap L_2 = \{x | x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$

Definición

Sublenguaje: L_1 *es un sublenguaje de* L_2 *si* $L_1 \subseteq L_2$

Operaciones con lenguajes

Sean L_1 y L_2 lenguajes sobre un alfabeto Σ

Definición

Unión: $L_1 \cup L_2 = \{x|x \in L_1 \vee x \in L_2\}$

Definición

Intersección: $L_1 \cap L_2 = \{x|x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$

Definición

Sublenguaje: L_1 *es un sublenguaje de* L_2 *si* $L_1 \subseteq L_2$

Definición

Igualdad: $L_1 = L_2$ *Si* $L_1 \subseteq L_2$ *y* $L_2 \subseteq L_1$

Operaciones con lenguajes

Sean L_1, L_2, L_3 lenguajes sobre Σ

Teorema

- $L_1(L_2 \cup L_3) = L_1L_2 \cup L_1L_3$

Sean L_1, L_2, L_3 lenguajes sobre Σ

Teorema

- $L_1(L_2 \cup L_3) = L_1L_2 \cup L_1L_3$
- $(L_2 \cup L_3)L_1 = L_2L_1 \cup L_3L_1$

Operaciones con lenguajes

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

Cierre de Kleene *(o cierre estrella) de* L*:*

$$L^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} L^n$$

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

Cierre de Kleene *(o cierre estrella) de* L*:*

$$L^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} L^n$$

Las cadenas de L^* se forman realizando 0 ó más concatenaciones de cadenas de L

Sea L un lenguaje sobre un alfabeto Σ

Definición

Cierre de Kleene *(o cierre estrella) de* L*:*

$$L^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} L^n$$

Las cadenas de L^* se forman realizando 0 ó más concatenaciones de cadenas de L

Definición

Cierre positivo *de* L*:*

$$L^+ = \bigcup_{n=1}^{\infty} L^n$$

Las cadenas de L^+ se forman realizando 1 ó más concatenaciones de cadenas de L

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$

Operaciones con lenguajes

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$

Operaciones con lenguajes

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$
- $L^2 = \{aa\}$

Operaciones con lenguajes

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$
- $L^2 = \{aa\}$
- $L^3 = \{aaa\}$

Operaciones con lenguajes

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$
- $L^2 = \{aa\}$
- $L^3 = \{aaa\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$

Operaciones con lenguajes

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$
- $L^2 = \{aa\}$
- $L^3 = \{aaa\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$
- $L^+ = \{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$

Operaciones con lenguajes

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$
- $L^2 = \{aa\}$
- $L^3 = \{aaa\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$
- $L^+ = \{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$

Operaciones con lenguajes

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$
- $L^2 = \{aa\}$
- $L^3 = \{aaa\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$
- $L^+ = \{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$

Si Σ es un alfabeto

- Σ^* son todas las cadenas sobre Σ (concatenación de 0 ó más símbolos de Σ)

Sea $L = \{a\}$

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^1 = \{a\}$
- $L^2 = \{aa\}$
- $L^3 = \{aaa\}$
- $L^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$
- $L^+ = \{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$

Si Σ es un alfabeto

- Σ^* son todas las cadenas sobre Σ (concatenación de 0 ó más símbolos de Σ)
- y por tanto la notación es coherente

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$
- $L^+ \subseteq \Sigma^*$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \;\; \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$
- $L^+ \subseteq \Sigma^*$
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^n = \emptyset \;\; \forall n \geq 1$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \ \ \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$
- $L^+ \subseteq \Sigma^*$
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^n = \emptyset \ \ \forall n \geq 1$
- Por lo tanto: $\emptyset^* = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^+ = \emptyset$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \;\; \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$
- $L^+ \subseteq \Sigma^*$
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^n = \emptyset \;\; \forall n \geq 1$
- Por lo tanto: $\emptyset^* = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^+ = \emptyset$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$
- $L^+ \subseteq \Sigma^*$
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^n = \emptyset \quad \forall n \geq 1$
- Por lo tanto: $\emptyset^* = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^+ = \emptyset$

Sean $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$

Definición

$$L_1 - L_2 = \{w \in \Sigma^* | w \in L_1 \wedge w \notin L_2\}$$

Operaciones con lenguajes

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \ \ \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$
- $L^+ \subseteq \Sigma^*$
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^n = \emptyset \ \ \forall n \geq 1$
- Por lo tanto: $\emptyset^* = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^+ = \emptyset$

Sean $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$

Definición

$$L_1 - L_2 = \{w \in \Sigma^* | w \in L_1 \wedge w \notin L_2\}$$

Propiedades de las operaciones de cierre

- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L \subseteq \Sigma^*$
- Si L es un lenguaje sobre Σ, $L^n \subseteq \Sigma^* \ \ \forall n \in \mathbb{N}$
- $L^* \subseteq \Sigma^*$
- $L^+ \subseteq \Sigma^*$
- $\emptyset^0 = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^n = \emptyset \ \ \forall n \geq 1$
- Por lo tanto: $\emptyset^* = \{\epsilon\}$ y $\emptyset^+ = \emptyset$

Sean $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$

Definición

$L_1 - L_2 = \{w \in \Sigma^* | w \in L_1 \wedge w \notin L_2\}$

Sean $L \subseteq \Sigma^*$

Definición

Complementario: $\bar{L} = \Sigma^* - L$

Teorema

$$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$$

Teorema

$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$

Demostración

Sea $x \in A^+ \Rightarrow x \in \bigcup_{n=1}^{\infty} A^n \quad \Rightarrow$

Teorema

$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$

Demostración

Sea $x \in A^+ \Rightarrow x \in \bigcup_{n=1}^{\infty} A^n \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists k \geq 1 |\ x \in A^k = AA^{k-1} \Rightarrow$

Teorema

$$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$$

Demostración

Sea $x \in A^+ \Rightarrow x \in \bigcup_{n=1}^{\infty} A^n \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists k \geq 1 |\; x \in A^k = AA^{k-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \bigcup_{n=0}^{\infty} (AA)^n =$

Teorema

$$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$$

Demostración

Sea $x \in A^+ \Rightarrow x \in \bigcup_{n=1}^{\infty} A^n \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists k \geq 1 |\ x \in A^k = AA^{k-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \bigcup_{n=0}^{\infty} (AA)^n =$

$= A \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n = AA^*$ *de modo que*

Teorema

$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$

Demostración

Sea $x \in A^+ \Rightarrow x \in \bigcup_{n=1}^{\infty} A^n \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists k \geq 1 | \, x \in A^k = AA^{k-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \bigcup_{n=0}^{\infty} (AA)^n =$

$= A \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n = AA^*$ *de modo que*

$A^+ \subseteq AA^*$

Teorema

$$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$$

Veamos el inverso:

Teorema

$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$

Veamos el inverso:

Demostración

Sea $x \in AA^* = A \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n =$

Teorema

$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$

Veamos el inverso:

Demostración

Sea $x \in AA^* = A \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n =$

$= \bigcup_{n=0}^{\infty} (AA^n) \Rightarrow$

Teorema

$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$

Veamos el inverso:

Demostración

Sea $x \in AA^* = A \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n =$

$= \bigcup_{n=0}^{\infty} (AA^n) \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists j \geq 0 | \; x \in AA^j = A^{j+1} \subseteq \bigcup_{n=1}^{\infty} A^k = A^+ \Rightarrow$

Teorema

$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$

Veamos el inverso:

Demostración

Sea $x \in AA^* = A \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n =$

$= \bigcup_{n=0}^{\infty} (AA^n) \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists j \geq 0 | \; x \in AA^j = A^{j+1} \subseteq \bigcup_{n=1}^{\infty} A^k = A^+ \Rightarrow$

$\Rightarrow AA^* \subseteq A^+$

Teorema

$$\forall A \subseteq \Sigma^* : \quad A^+ = AA^* = A^*A$$

Veamos el inverso:

Demostración

Sea $x \in AA^* = A \bigcup_{n=0}^{\infty} A^n =$

$$= \bigcup_{n=0}^{\infty} (AA^n) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists j \geq 0 | \; x \in AA^j = A^{j+1} \subseteq \bigcup_{n=1}^{\infty} A^k = A^+ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AA^* \subseteq A^+$$

La demostración del otro teorema es similar a ésta

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

De estas propiedades proviene el nombre de cierre de estas operaciones: no se añaden cadenas adicionales a A^* (o a A^+) aunque se realicen nuevas operaciones de cierre

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

De estas propiedades proviene el nombre de cierre de estas operaciones: no se añaden cadenas adicionales a A^* (o a A^+) aunque se realicen nuevas operaciones de cierre

- $(L^+)^* = L^*$

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

De estas propiedades proviene el nombre de cierre de estas operaciones: no se añaden cadenas adicionales a A^* (o a A^+) aunque se realicen nuevas operaciones de cierre

- $(L^+)^* = L^*$
- $(L^*)^+ = L^*$

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

De estas propiedades proviene el nombre de cierre de estas operaciones: no se añaden cadenas adicionales a A^* (o a A^+) aunque se realicen nuevas operaciones de cierre

- $(L^+)^* = L^*$
- $(L^*)^+ = L^*$
- $L^+ = L^*L = LL^*$

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

De estas propiedades proviene el nombre de cierre de estas operaciones: no se añaden cadenas adicionales a A^* (o a A^+) aunque se realicen nuevas operaciones de cierre

- $(L^+)^* = L^*$
- $(L^*)^+ = L^*$
- $L^+ = L^*L = LL^*$
- $L \subseteq L^+ \subseteq L^*$

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

De estas propiedades proviene el nombre de cierre de estas operaciones: no se añaden cadenas adicionales a A^* (o a A^+) aunque se realicen nuevas operaciones de cierre

- $(L^+)^* = L^*$
- $(L^*)^+ = L^*$
- $L^+ = L^*L = LL^*$
- $L \subseteq L^+ \subseteq L^*$
- $L_1 \subseteq L_2 \Rightarrow L_1^n \subseteq L_2^n \ \ \forall n \in \mathbb{N}$

Teorema

- $(A^+)^+ = A^+$
- $(A^*)^* = A^*$

De estas propiedades proviene el nombre de cierre de estas operaciones: no se añaden cadenas adicionales a A^* (o a A^+) aunque se realicen nuevas operaciones de cierre

- $(L^+)^* = L^*$
- $(L^*)^+ = L^*$
- $L^+ = L^*L = LL^*$
- $L \subseteq L^+ \subseteq L^*$
- $L_1 \subseteq L_2 \Rightarrow L_1^n \subseteq L_2^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $L_1 \subseteq L_2 \Rightarrow L_1^* \subseteq L_2^* \;\; (L_1^+ \subseteq L_2^+)$

Sea $L \subseteq \Sigma^*$

Definición

Inverso *de* L: $L^{-1} = \{w \in \Sigma^* |\ w^i \in L\}$

Operaciones con Lenguajes

Sea $L \subseteq \Sigma^*$

Definición

Inverso *de* L: $L^{-1} = \{w \in \Sigma^* | \ w^i \in L\}$

Ejemplo: si $L = \{alfa, beta\}$

$L^{-1} = \{afla, ateb\}$