

Contents

1	Too 1.1 1.2 1.3	S vimrc	2 2 2 2
2	Ds 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7 2.8 2.9	链表 哈希表 并查集 树状数组 线段树 线军链剖分 主席树 李超树	2 2 2 2 2 2 2 2 3 4 5 5
3	Dp 3.1 3.2	数位 DP	5 5 6
4	Mat 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8	h 线性求逆元以及组合数 快速幂 矩阵乘法 高斯消元 质数 约数 Exgcd 中国剩余定理	66 66 66 67 77
5	5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 5.6 5.7 5.8 5.9 5.10 5.11 5.12	Dh SPFA 以及负环 Dijkstra Floyd 以及最小环 Kruskal 倍增 LCA Tarjan LCA 拓扑排序 欧拉回路 远拉回路 远双连通分量 点双连通分量	7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 10
6	Stri 6.1 6.2 6.3 6.4	ng Kmp	10 10 11 11 12

1. Tools

1.1 vimrc

```
2
   color xterm16
   set ts=4 sts=4 sw=4 ai
   set wildmenu nocompatible nu rnu ruler mouse=a
   set timeoutlen=666 ttimeoutlen=0 backup swapfile undofile
   set ar acd backspace=indent,eol,start foldmethod=marker
   set encoding=utf-8
10
   nmap F :e ./<CR>
   nmap <leader>n :tabnew<CR>
11
12
   nmap <leader>tc :term<CR>
13
14
   inoremap [ []<Esc>i
   inoremap {<CR> {}<ESC>i<CR><ESC>0
   inoremap ( ()<Esc>i
inoremap ' ''<Esc>i
16
17
   inoremap " ""<Esc>i
```

```
19 int query(int x) {
20     int u = H(x);
21     for(int i = head[u]; ~i; i = Next[i])
22     if(val[i] == x) return cnt[i];
23     return 0;
24 }
```

2.3 并查集

```
int root(int x) {
       if(pa[x] != x) pa[x] = root(pa[x]);
3
       return pa[x];
 4
   void Merge(int x, int y) {
5
6
       int rx = root(x), ry = rooot(y);
       if(rx == ry) return;
7
8
       if(siz[rx] < siz[ry])</pre>
           pa[rx] = ry, siz[rx] += siz[ry];
10
       else pa[ry] = rx, siz[ry] += siz[rx];
   }
11
12
   // remember to init!
```

1.2 对拍

```
g++ gen.cpp -o gen -std=c++17 -Wall -O2
  g++ ans.cpp -o ans -std=c++17 -Wall -O2
   g++ usr.cpp -o ans -std=c++17 -Wall -O2
   while true: do
5
       ./gen > 1
6
       ./ans < 1 > 2
       ./usr < 1 > 3
7
8
       diff 2 3
9
       if [ $? -ne 0 ] ; then break; fi
10
   done
```

1.3 注意事项

• Linux下开大栈空间:如果 ulimit -a 是 unlimited, 那么写入 ulimit -s 65536; ulimit -m 1048576 即可。

2. Ds

2.1 链表

```
struct node {
      int value;
      node *next, *prev;
 3
   }, head, tail;
   void init() {
6
        head = new node(), tail = new node();
        head -> next = tail, tail -> prev = head;
                                                                         12
8
   }
                                                                         13
9
   void insert(node *p, int val) {
10
        node *q; q = new node();
                                                                         14
11
        q -> val = val, p -> next -> prev = q;
        q \rightarrow next = p \rightarrow next, q \rightarrow prev = p, p \rightarrow next = q;
12
                                                                         15
13
   void remove(node *p) {
14
                                                                         16
       p -> prev -> next = p-> next,
15
                                                                         17
16
      p -> next -> prev = p-> pre; delete p;
                                                                         18
17
   }
                                                                         19
                                                                         20
```

2.2 哈希表

```
const int si = 1e5 + 10;
                                                                      23
   int n, a[si], tot = 0;
                                                                      24
   int head[si], val[si], cnt[si], Next[si];
                                                                      25
5
   int H(int x) \{ return (x % p) + 1; \}
                                                                      26
   bool insert(int x) {
7
       bool exist = false;
                                                                      28
       int u = H(x);
8
                                                                      29
       for(int i = head[u]; ~i; i = Next[i]) {
9
                                                                      30
            if(val[i] == x) {
                                                                      31
11
                cnt[i]++, exist = true;
                                                                      32
12
                break;
                                                                      33
13
            }
14
                                                                      34
       if(exist) return true;
                                                                      35
       ++tot, Next[tot] = head[u], val[tot] = x, cnt[tot] = 1,
16
                                                                      36

    head[u] = tot;
                                                                      37
17
       return false;
                                                                      38
18 }
                                                                      39
```

2.4 树状数组

```
int lowbit(int x) { return x & -x; }
class Fenwick {
    | private:
    | | int t[si], V;
    | public:
    | | void init(int n) { V = n + 1; memset(t, 0, sizeof t);
    | | void add(int x, int v) { while(x <= V) t[x] += v, x
    | += lowbit(x); }
    | | int que(int x) { int ret = 0; while(x > 0) ret +=
    | +t[x], x -= lowbit(x); return ret; }
} tr;
```

2.5 线段树

3

5

21

```
// {Lazytag} = {+}
class Segment_Tree {
    private:
        struct Node {
             int 1, r;
             i64 dat, tag;
        }t[si << 2];</pre>
        inline void pushup(int p) {
             t[p].dat = t[p << 1].dat + t[p << 1 | 1].dat;
        inline void pushdown(int p) {
             if(!t[p].tag) return;
             t[p << 1].dat += 1ll * t[p].tag * (t[p << 1].r
  \hookrightarrow - t[p << 1].1 + 1);
             t[p << 1 \mid 1].dat += 1ll * t[p].tag * (t[p << 1
  \rightarrow | 1].r - t[p << 1 | 1].l + 1);
            t[p << 1].tag += t[p].tag, t[p << 1 | 1].tag +=
  \hookrightarrow t[p].tag, t[p].tag = 0;
    public :
        void build(int p, int l, int r) {
             t[p].1 = 1, t[p].r = r, t[p].tag = 0;
             if(1 == r) {
                 t[p].dat = a[1];
                 return;
             int mid = (1 + r) >> 1;
             build(p << 1, 1, mid), build(p << 1 | 1, mid +
  \hookrightarrow 1, r);
             pushup(p); return;
        void update(int p, int l, int r, int v) {
             if(1 \leftarrow t[p].1 \&\& t[p].r \leftarrow r) {
                 t[p].dat += v * (t[p].r - t[p].l + 1);
                 t[p].tag += v; return;
             pushdown(p); // 没到可以直接返回的时候, 马上要递
  → 归子树了,也要 pushdown。
             int mid = (t[p].l + t[p].r) >> 1;
             if(1 <= mid)
                 update(p << 1, l, r, v);
             if(r > mid)
                 update(p \langle\langle 1 | 1, 1, r, v\rangle\rangle;
             pushup(p); return;
```

```
40
41
             i64 query(int p, int l, int r) {
42
                  i64 res = 0;
43
                  if(1 <= t[p].1 && t[p].r <= r)
 44
                      return t[p].dat;
                  pushdown(p); // 查询要查值, 需要子树信息, 必然要
45

→ pushdown。
 46
                  int mid = (t[p].l + t[p].r) >> 1;
                  if(1 <= mid)
47
 48
                      res += query(p << 1, 1, r);
 49
                  if(r > mid)
 50
                      res += query(p << 1 | 1, 1, r);
 51
                  return res;
 52
             }
 53
    };
 54
55
    // {Lazytag} = {+, *}
 56
    class Segment_Tree {
 57
         nrivate:
 58
             struct Node {
 59
                  int 1, r;
 60
                  i64 dat, add, mul;
 61
             }t[si << 2];</pre>
 62
             inline void pushup(int p) {
                  t[p].dat = (t[p << 1].dat + t[p << 1 | 1].dat)
 63
      \hookrightarrow % mod;
 64
 65
             inline void pushdown(int p) {
                  if(!t[p].add && t[p].mul == 1) return;
 66
                  t[p << 1].dat = (t[p << 1].dat * t[p].mul +
 67
      \hookrightarrow t[p].add * (t[p << 1].r - t[p << 1].l + 1)) % mod
 68
                  t[p << 1 | 1].dat = (t[p << 1 | 1].dat *
      \hookrightarrow t[p].mul + t[p].add * (t[p << 1 | 1].r - t[p << 1 |
      \hookrightarrow 1].1 + 1)) % mod;
 69
                  t[p << 1].mul = (t[p << 1].mul * t[p].mul) %
 70
      ن mod;
                  t[p << 1 | 1].mul = (t[p << 1 | 1].mul *
 71
      \hookrightarrow t[p].mul) \% mod;
 72
 73
                  t[p << 1].add = (t[p << 1].add * t[p].mul +
       \hookrightarrow t[p].add) % mod;
                  t[p << 1 | 1].add = (t[p << 1 | 1].add *
 74
      \hookrightarrow t[p].mul + t[p].add) % mod;
 75
 76
                  t[p].add = 0, t[p].mul = 1;
 77
 78
         public :
 79
             void build(int p, int l, int r) {
80
                  t[p].l = 1, t[p].r = r, t[p].mul = 111,
      \hookrightarrow t[p].add = 011;
 81
                  if(1 == r) {
                      t[p].dat = a[1] \% mod;
 82
 83
                      return;
 84
                  int mid = (1 + r) >> 1;
85
                  build(p << 1, 1, mid), build(p << 1 | 1, mid +
 86
      \hookrightarrow 1, r);
 87
                  pushup(p); return;
 88
             void update_add(int p, int l, int r, i64 v) {
 89
                  if(1 <= t[p].1 && t[p].r <= r) {</pre>
 90
91
                      t[p].add = (t[p].add + v) \% mod;
 92
                      t[p].dat = (t[p].dat + v * (t[p].r - t[p].l
      \hookrightarrow + 1)) % mod;
 93
                      return;
 94
 95
                  pushdown(p);
 96
                  int mid = (t[p].l + t[p].r) >> 1;
97
                  if(1 <= mid)
98
                      update_add(p << 1, 1, r, v);
 99
                  if(r > mid)
100
                      update_add(p << 1 \mid 1, l, r, v);
                  pushup(p); return;
102
103
             void update_mul(int p, int l, int r, i64 v) {
104
                  if(1 <= t[p].1 && t[p].r <= r) {
                      t[p].add = (t[p].add * v) % mod;
105
106
                      t[p].mul = (t[p].mul * v) % mod;
                      t[p].dat = (t[p].dat * v) % mod;
107
108
                      return:
109
                  }
```

```
pushdown(p);
                 int mid = (t[p].l + t[p].r) >> 1;
                 if(1 <= mid)</pre>
112
113
                     update_mul(p << 1, 1, r, v);
114
                 if(r > mid)
115
                     update_mul(p << 1 | 1, 1, r, v);
                pushup(p); return;
116
17
            i64 query(int p, int l, int r) {
118
110
                 i64 res = 011;
20
                 if(1 <= t[p].1 && t[p].r <= r)
                     return t[p].dat % mod;
                 pushdown(p);
123
                 int mid = (t[p].l + t[p].r) >> 1;
124
                 if(1 <= mid)
                     res = (res + query(p << 1, 1, r)) % mod;
125
                 if(r > mid)
126
127
                     res = (res + query(p << 1 | 1, 1, r)) %

→ mod:
128
                 return res;
129
            }
130
   };
131
   Segment_Tree tr;
132
133
   // 不要到主函数里定义,容易爆栈。
134
   // Merge
35
136
   int merge(int p, int q, int l, int r) {
137
        if(!p) return q;
138
        if(!q) return p;
139
        if(1 == r){
140
            t[p].mx += t[q].mx;
41
            return p;
42
43
        int mid = (1 + r) \gg 1;
       t[p].ls = merge(t[p].ls, t[q].ls, l, mid);
144
45
        t[p].rs = merge(t[p].rs, t[q].rs, mid + 1, r);
146
        pushup(p); return p;
47
148
49
   // SweenLine
150
   void change(int p, int l, int r, int v) {
        int nl = t[p].1, nr = t[p].r;
151
152
        if(1 <= n1 && nr <= r) {
53
            t[p].cnt += v;
            if(t[p].cnt == 0)
154
155
                 t[p].len = (nl == nr) ? 0 : t[p << 1].len + t[p]
      \hookrightarrow << 1 | 1].len;
                 // 虽然当前区间直接被覆盖的次数等于 0 了, 但还是要
156
      → 考虑下面的子树, 因为它们有可能没被修改完。
157
            else t[p].len = raw[nr + 1] - raw[nl];
158
            return;
159
160
        int mid = (nl + nr) >> 1;
161
        if(1 <= mid) change(p << 1, 1, r, v);</pre>
        if(r > mid) change(p \langle\langle 1 \mid 1, 1, r, v\rangle\rangle;
162
        if(t[p].cnt > 0) t[p].len = raw[nr + 1] - raw[nl];
163
164
        else t[p].len = t[p << 1].len + t[p << 1 | 1].len;
   }
165
166
```

2.6 轻重链剖分

```
// 处理重儿子,父亲,深度,子树大小
   void dfs1(int u, int fa) {
3
       int kot = 0:
       hson[u] = -1, siz[u] = 1;
       fat[u] = fa, dep[u] = dep[fa] + 1;
       for(int i = head[u]; \sim i; i = e[i].Next) {
          int v = e[i].ver;
          if(v == fa) continue;
8
          dfs1(v, u), siz[u] += siz[v];
          if(siz[v] > kot)
10
11
              kot = siz[v], hson[u] = v;
12
13
   // 处理 dfn,rnk,并进行重链剖分。
   void dfs2(int u, int tp) {
15
16
       top[u] = tp, dfn[u] = ++tim, rnk[tim] = u;
17
       if(hson[u] == -1) return;
      dfs2(hson[u], tp);
18
       // 先 dfs 重儿子, 保证重链上 dfn 连续, 维持重链的性质
19
       for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
20
```

27

28

29

30

32

33

36

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

51

52

53

55

61

74

75

76

81

82

86

89

90

91

92

93

94

95

96

97

99

.00

```
int v = e[i].ver;
22
           if(v == fat[u] || v == hson[u]) continue;
23
           dfs2(v, v);
24
25
26
   void add_subtree(int u, int value) {
27
       tr.update(1, dfn[u], dfn[u] + siz[u] - 1, value);
       // 子树代表的区间的左右端点分别是 dfn[u], dfn[u] + siz[i]
28

→ - 1;

29
30
   int query_subtree(int u) {
       return tr.query(1, dfn[u], dfn[u] + siz[u] - 1) % mod;
31
32
   // 类似倍增 LCA 的跳重链过程
33
34
   void add_path(int u, int v, int value) {
35
       while(top[u] != top[v]) {
36
           if(dep[top[u]] < dep[top[v]])</pre>
37
                swap(u, v);
           // 让链顶深度大的来跳
38
39
40
           tr.update(1, dfn[top[u]], dfn[u], value);
41
           // 把 u 到链顶的权值全部修改。
42
           u = fat[top[u]];
           // 跳到链顶的父亲节点。
43
44
45
46
       if(dep[u] > dep[v]) swap(u, v);
47
       tr.update(1, dfn[u], dfn[v], value);
       // 一条重链上的 dfn 是连续的。
48
49
50
   int query_path(int u, int v) {
51
       int ret = 0;
       while(top[u] != top[v]) {
52
53
           if(dep[top[u]] < dep[top[v]])</pre>
54
               swap(u, v);
55
           ret = (ret + tr.query(1, dfn[top[u]], dfn[u])) %
     \hookrightarrow mod;
56
           u = fat[top[u]];
57
58
       if(dep[u] > dep[v]) swap(u, v);
59
       ret = (ret + tr.query(1, dfn[u], dfn[v])) % mod;
60
       return ret % mod;
61
   }
62
   int lca(int u, int v) {
63
       while(top[u] != top[v]) {
           if(dep[top[u]] < dep[top[v]])</pre>
64
65
               swap(u, v);
66
           u = fat[top[u]];
67
       if(dep[u] > dep[v]) swap(u, v);
68
69
       return u:
70
   }
```

2.7 主席树

```
// 静态区间第 K 大
   const int si = 1e5 + 10;
   int n, m, len;
   int a[si], id[si];
   int tot = 0;
   int ls[si << 5], rs[si << 5];</pre>
   int root[si << 5], dat[si << 5];</pre>
   int build(int 1, int r) {
8
9
       int p = ++tot;
10
       if(1 == r) return p;
11
       int mid = (1 + r) >> 1;
12
       ls[p] = build(l, mid), rs[p] = build(mid + 1, r);
13
14
   }
15
   int insert(int last, int l, int r, int val) { // last 是上
     → 一个版本的 [1, r] 节点。
16
       int p = ++tot;
       dat[p] = dat[last] + 1;
17
18
       if(1 == r) return p;
19
       int mid = (1 + r) >> 1;
20
       if(val <= mid)</pre>
21
           ls[p] = insert(ls[last], 1, mid, val), rs[p] =

    rs[last];

22
23
           rs[p] = insert(rs[last], mid + 1, r, val), ls[p] =
     return p;
25 }
```

```
int ask(int p, int q, int l, int r, int kth) {
       if(1 == r) return 1;
       int mid = (1 + r) >> 1;
       int lcnt = dat[ls[q]] - dat[ls[p]];
       if(kth <= lcnt)
           return ask(ls[p], ls[q], l, mid, kth);
       else
           return ask(rs[p], rs[q], mid + 1, r, kth - lcnt);
34
   }
35
   int index(int val) {
       return lower_bound(id + 1, id + 1 + len, val) - id;
37
   int main() {
       read(n), read(m);
       for(int i = 1; i <= n; ++i)
           read(a[i]), id[i] = a[i];
       sort(id + 1, id + 1 + n);
       len = unique(id + 1, id + 1 + n) - id - 1;
       root[0] = build(1, len);
       for(int i = 1; i <= n; ++i)
           root[i] = insert(root[i - 1], 1, len, index(a[i]));
       while(m--) {
           int 1, r, k; read(1), read(r), read(k);
            write(id[ask(root[l - 1], root[r], 1, len, k)]);
            write(endl);
       return 0;
54
   // 单点修改
56
57
   const int si = 2e5 + 10;
59
   int n, m, len;
   int a[si], id[si << 1];</pre>
62
   int tot = 0;
63
   int ls[si << 8], rs[si << 8];</pre>
64
   int root[si << 8], dat[si << 8];</pre>
66
   int cnt1, cnt2;
67
   int tr1[si], tr2[si];
68
69
   struct Query { char opt; int 1, r, x; } q[si];
   inline int lowbit(int x) { return x & -x; }
   inline int getid(int val) { return lower_bound(id + 1, id +
71
     \hookrightarrow 1 + len, val) - id; }
73
   int build(int 1, int r) {
       int p = ++tot;
       if(1 == r) return 1;
       int mid = (1 + r) >> 1;
       ls[p] = build(1, mid), rs[p] = build(mid + 1, r);
78
79
80
   void insert(int &p, int last, int l, int r, int val, int

    delta) {
       p = ++tot;
       dat[p] = dat[last] + delta, ls[p] = ls[last], rs[p] =

    rs[last];

83
       if(1 == r) return;
       int mid = (1 + r) >> 1;
85
       if(val <= mid) insert(ls[p], ls[last], l, mid, val,</pre>
       else insert(rs[p], rs[last], mid + 1, r, val, delta);
87
   int ask(int 1, int r, int kth) {
88
       if(1 == r) return 1;
       int mid = (1 + r) >> 1;
       int lcnt = 0;
       for(int i = 1; i <= cnt2; ++i) lcnt += dat[ls[tr2[i]]];</pre>
       for(int i = 1; i <= cnt1; ++i) lcnt -= dat[ls[tr1[i]]];</pre>
       if(kth <= lcnt) {</pre>
            for(int i = 1; i <= cnt1; ++i) tr1[i] = ls[tr1[i]];</pre>
            for(int i = 1; i <= cnt2; ++i) tr2[i] = ls[tr2[i]];</pre>
            return ask(l, mid, kth);
       else {
            for(int i = 1; i <= cnt1; ++i) tr1[i] = rs[tr1[i]];
            for(int i = 1; i <= cnt2; ++i) tr2[i] = rs[tr2[i]];
            return ask(mid + 1, r, kth - lcnt);
103
       }
```

```
104
    void change(int x, int v) {
105
        int y = getid(a[x]);
106
        while(x <= n) {
107
108
            insert(root[x], root[x], 1, len, y, v);
109
             x += lowbit(x);
110
111
    int query(int 1, int r, int kth) {
112
113
        1 --, cnt1 = cnt2 = 0;
114
        while(l) tr1[++cnt1] = root[l], l -= lowbit(l);
        while(r) tr2[++cnt2] = root[r], r -= lowbit(r);
115
        return ask(1, len, kth);
116
117
    }
118
119
    int main() {
120
        cin >> n >> m;
121
        int cnt = 0;
        for(int i = 1; i <= n; ++i)
122
123
             cin >> a[i], id[++cnt] = a[i];
124
        for(int i = 1; i <= m; ++i) {
125
             Query &p = q[i];
126
             cin >> p.opt;
             if(p.opt == 'C')
127
                 cin >> p.l >> p.x, id[++cnt] = p.x;
128
129
             if(p.opt == '0')
130
                 cin >> p.l >> p.r >> p.x;
131
        sort(id + 1, id + 1 + cnt);
132
        len = unique(id + 1, id + 1 + cnt) - id - 1;
133
134
        for(int i = 1; i <= n; ++i) change(i, 1);</pre>
135
        for(int i = 1; i <= m; ++i) {
             Query &p = q[i];
136
             if(p.opt == 'C') change(p.l, -1), a[p.l] = p.x,
      \hookrightarrow change(p.1, 1);
             if(p.opt == 'Q') cout << id[query(p.l, p.r, p.x)]
138
      139
        }
140
141
        return 0;
142
```

2.8 李超树

```
const ldb eps = 1e-9;
   const int mod1 = 39989;
   const int mod2 = 1e9;
   const int si = 1e5 + 10;
 6
   int n, tot = 0;
 7
   struct Line { double k, b; } a[si];
 8
   ldb calc(int idx, int x) { return (a[idx].k * x +
     \hookrightarrow a[idx].b); }
9
   void add(int x, int y, int xx, int yy) {
       if(x == xx) a[tot].k = 0, a[tot].b = max(y, yy);
11
12
       else a[tot].k = (ldb)((1.0 * (yy - y)) / (1.0 * (xx - y)))
     \hookrightarrow x))), a[tot].b = y - a[tot].k * x;
   }
13
   int cmp(ldb x, ldb y) {
14
       if((x - y) > eps) return 1; // Greater.
15
16
       else if((y - x) > eps) return -1; // Less
17
       return 0;
18
   }
19
   pdi Max(pdi x, pdi y) {
       if(cmp(x.first, y.first) == 1) return x;
20
21
       else if(cmp(y.first, x.first) == 1) return y;
22
       return (x.second < y.second) ? x : y;</pre>
23
   }
24
   struct LichaoTree {
25
26
       int id[si << 2];
27
       void modify(int p, int l, int r, int u) {
28
            int &v = id[p], mid = (l + r) >> 1;
29
            if(cmp(calc(u, mid), calc(v, mid)) == 1)
30
                swap(u, v);
31
           Lich boundl = cmp(calc(u, 1), calc(v, 1));
            int boundr = cmp(calc(u, r), calc(v, r));
32
33
            if(boundl == 1 || (!boundl && u < v))
34
           Lich modify(p \ll 1, l, mid, u);
35
            if(boundr == 1 || (!boundr && u < v))
                modify(p << 1 | 1, mid + 1, r, u);
36
       } //
37
```

```
void update(int p, int nl, int nr, int l, int r, int u)
     -→ {
39
            if(1 <= n1 && nr <= r)
                return modify(p, nl, nr, u);
40
41
            int mid = (nl + nr) >> 1;
42
            if(1 <= mid)
                update(p << 1, nl, mid, l, r, u);
43
44
            if(r > mid)
                update(p << 1 | 1, mid + 1, nr, 1, r, u);
45
46
47
       pdi query(int p, int l, int r, int x) {
48
            if(x < 1 \mid | r < x)
                return {0.0, 0};
49
            ldb ret = calc(id[p], x), mid = (1 + r) \gg 1;
50
51
            if(1 == r)
52
                return {ret, id[p]};
            return Max({ret, id[p]}, Max(query(p << 1, 1, mid,</pre>
53
     \rightarrow x), query(p << 1 | 1, mid + 1, r, x)));
54
       }
55
   } tr;
```

2.9 珂朵莉树

```
struct node {
       int 1, r;
3
       mutable int val;
        node(const int &il, const int &ir, const int &iv) :
     \hookrightarrow l(il), r(ir), val(iv) {}
       bool operator < (const node &b) const { return 1 < b.1;</pre>
     → }
   }; std::set<node> odt;
6
8
   std::set<node>::iterator split(int pos) {
        if(pos > n) return odt.end();
        std::set<node>::iterator it =
        --odt.upper_bound((node){pos, 0, 0});
12
        if(it -> 1 == pos) return it;
       int l = it \rightarrow l, r = it \rightarrow r, v = it \rightarrow val;
13
14
        odt.erase(it), odt.insert((node){1, pos - 1, v});
15
        return odt.insert((node){pos, r, v}).first;
   \} // split the node [l,r] to two smaller node [l,pos),
16
     \hookrightarrow [pos,r];
   void assign(int 1, int r, int v) {
17
        std::set<node>::iterator itr = split(r + 1), itl =

    split(1):
19
       odt.erase(itl, itr), odt.insert((node){1, r, v});
   } // change all element in the interval [1,r] to v;
   void example(int 1, int r, int v) {
21
       std::set<node>::iterator itr = split(r + 1), itl =
22
     \hookrightarrow \mathsf{split}(1);
        for(; itl != itr; ++itl) {
23
            // blablabla...
25
26
    | return;
27
   }
```

3. Dp

3.1 数位 DP

```
2
  def dfs(当前位数 x, 当前状态 y, 前导零限制 st, 上界限制
   → limit):
     if 到达边界 and 符合要求 then
     返回边界的合法答案
5
   if 到达边界 and 不符合要求 then
                          # 这个一般不会有, 一般枚举填
     返回边界的不合法答案
      ⇔ 数的时候如果没有限制就会有(只要会访问到边界不合法情况
      → 就要加上)。
   if 当前的状态已经记忆化过 then
     返回记录的答案
                     # 记录答案
11
   var result = 0
     var up = 9
                    # 当前位填数的上限
12
     if 有上界限制 then
        up = 当前位在 n 当中的数字
                                # n 是要求的 F(n) 的
14
         → 自变量
15
     for 枚举当前位的填数值 from 0 to up:
16
        if 当前位填的数不符合限制 then
17
18
           continue
```

12

16

17 18

19

20

22

23

25

26

27

28

29

30

31 32

33

34

35

36

37

39

40

41

42

43

44

45

46

47

49

50

```
if 有前导零限制 and 当前填写的是 0 then
             result += dfs(x - 1, 下一个状态, True, 是否触碰
20
              → 上界限制)
21
         else then
             result += dfs(x - 1, 下一个状态, False, 是否触碰
22
23
    记录当前状态的答案 f[x][y] = result
24
    返回答案 result
25
26
27
  def solve(要求的 F 的自变量 n):
28
      存储每一位数字的 vector 清空
29
      while n != 0 then:
30
                                   # base表示是哪一个进制
31
         vector <-- n % base
32
         n /= base
      清空状态数组
33
      返回对应状态的答案(调用 dfs)
```

3.2 子集卷积/SOS DP

4. Math

4.1 线性求逆元以及组合数

```
int inv[si], fact[si], invf[si];
   void init(int n) {
       inv[1] = 1, fact[0] = invf[0] = 1;
3
       for(int i = 2; i <= n; ++i)
           inv[i] = 111 * (mod - mod / i) * inv[mod % i] %
5
6
       for(int i = 1; i <= n; ++i)
           fact[i] = 111 * fact[i - 1] * i % mod,
7
8
           invf[i] = 111 * invf[i - 1] * inv[i] % mod;
9
   int C(int n, int m) {
10
       if(m < 0 || n < m) return 0;
11
12
       return 1ll * fact[n] * invf[n - m] % mod * invf[m] %
13
  }
14
   int Catalan(int n) {
       return 111 * C(n * 2, n) % mod * inv[n + 1] % mod;
15
16
```

4.2 快速幂

```
int Qpow(int a, int b) {
    | int ret = 1 % mod;
    | for(; b; b >>= 1) {
    | | if(b & 1) ret = ret * a % mod;
    | | a = a * a % mod;
    | }
    | return ret % mod;
}
```

4.3 矩阵乘法

```
struct Matrix {
      int a[si][si];
      Matrix() { memset(a,0,sizeof a); }
      Matrix operator * (const Matrix &B) const {
4
          Matrix C, A = *this;
5
          for(int i = 1; i <= cnt; ++i)</pre>
              for(int j = 1; j <= cnt; ++j)</pre>
                  for(int k = 1; k \leftarrow cnt; ++k)
8
                     C.a[i][j] += A.a[i][k] * B.a[k][j];
10
          return C;
11
      }
12
13
  // 循环的时候最好不要用 si。
  // 用一个设定好的常数或者题目给的变量会比较好。
14
15
   // 但是如果乘法不止需要适用于一对 n,m,k, 那么就最好用 si - 1。
   // 为啥不会有影响呢? 因为构造函数里把没有用到的设置成 0 了。
```

4.4 高斯消元

```
using i64 = long long;
using ldb = long double;
const int si = 50 + 10;
const ldb eps = 1e-5;
int n;
ldb c[si][si], d[si], x[si];
int Gauss() {
    for(int i = 1; i <= n; ++i) {
        int l = i:
        for(int j = i + 1; j \le n; ++j)
            if(fabs(c[j][i]) > fabs(c[l][i]))
                1 = j; // 找到最大的
        if(1 != i) {
            for(int j = 1; j <= n; ++j)
                swap(c[i][j], c[l][j]);
            swap(d[i], d[l]);
        } // 交换
        if(fabs(c[i][i]) >= eps) {
            for(int j = 1; j <= n; ++j) {
                if(j == i) continue;
                ldb rte = c[j][i] / c[i][i];
                for(int k = 1; k <= n; ++k)
                    c[j][k] -= rte * c[i][k];
                d[j] -= rte * d[i];
        } // 消元
    bool nosol = false, infsol = false;
    for(int i = 1; i <= n; ++i) {
        int j = 1;
        while(fabs(c[i][j]) < eps && j <= n)
            j ++;
        j += (fabs(d[i]) < eps);</pre>
        if(j > n + 1) infsol = true;
        if(j == n + 1) nosol = true;
    } // 检查自由元
    if(nosol) return 0;
    if(infsol) return 1;
    for(int i = n; i >= 1; --i) {
        for(int j = i + 1; j <= n; ++j)
            d[i] -= x[j] * c[i][j];
        x[i] = d[i] / c[i][i];
    } // 回代
    for(int i = 1; i <= n; ++i)
        cout << "x" << i << "=" << fixed << setprecision(2)</pre>
  \hookrightarrow << x[i] << endl;
    return 2;
```

4.5 质数

```
bool is_prime(int n) {
       if(n < 2) return false;</pre>
       for(int i = 2; i * i <= n; ++i)
           if(n % i == 0) return false;
4
5
       return true;
6
   }
   int vis[si];
 9
   int m, prime[si];
   // O(n log log n)
11
   void get_primes(int n) {
12
13
       memset(vis, 0, sizeof vis);
14
       for(int i = 2; i <= n; ++i) {
            if(!vis[i]) prime[++m] = i;
15
            for(int j = i * i; j <= n; ++j)
16
17
                vis[j] = 1;
18
       }
19
20
21
   // Euler 0(n)
22
   void get_primes(int n) {
23
       m = 0;
       memset(vis, 0, sizeof vis);
24
       for(int i = 2; i <= n; ++i) {
25
           if(vis[i] == 0) {
```

10

12

14

15

16

18

26

27

29

30

31

33

34

36

37

38

39

41

42

44

45

46

48

49

51

53

54

56

58

59

60

```
vis[i] = i;
28
                prime[++m] = i;
29
            for(int j = 1; j <= m; ++j) {
30
                if(prime[j] > vis[i] || prime[j] * i > n)
31
32
33
                vis[prime[j] * i] = prime[j];
34
35
       }
36
37
   int c[si]; // exponential
38
   int m = 0, p[si]; // prime factor
   void divide(int n) {
40
41
       for(int i = 2; i * i <= n; ++i) {
42
            if(n % i == 0) {
43
44
                p[++m] = i, c[m] = 0;
                while(n % i == 0) n /= i, c[m]++;
45
46
47
       if(n > 1) p[++m] = n, c[m] = 1;
48
49
```

约数 4.6

```
int m, div[si];
   void get_factors(int n) {
        m = 0:
        for(int i = 1; i * i <= n; ++i)
             if(n % i == 0) {
 5
 6
                 div[++m] = i;
                  if(i * i != n) div[++m] = n / i;
 8
9
10
11
   std::vector<int> fact[si];
12
   void get_factors(int n) {
13
        for(int i = 1; i <= n; ++i)
             for(int j = 1; j <= n / i; ++j)
14
                  fact[i * j].emplace_back(i);
15
16
17
18
   int gcd(int a, int b) {
    | return b ? gcd(b, a % b) : a;
19
20
21
22
   int phi[si];
23
   int m = 0, prime[si], vis[si];
   void calc_euler_func(int n) {
25
     m = 0, phi[1] = 1;
26
      memset(vis, 0, sizeof vis);
27
      for(int i = 2; i <= n; ++i) {
28
          if(vis[i] == 0)
          \label{eq:vis} \begin{array}{l} vis[i] = i \;,\; prime[++m] = i \;,\; phi[i] = i \;-\; 1; \\ for(int\; j = 1;\; j <= m;\; ++i) \; \{ \end{array}
29
30
               if(prime[j] > vis[i] || prime[j] * vis[i] > n)
31
32
               vis[prime[j] * i] = prime[j];
               if(i % prime[j] == 0)
33
                    phi[prime[j] * i] = phi[i] * prime[j];
34
35
                    phi[prime[j] * i] = phi[i] * (prime[j] - 1);
36
37
          }
38
     }
39
   }
```

Exgcd

```
int exgcd(int a, int b, int &x, int &y) {
2
      if(!b) { x = 1, y = 0; return a; }
3
       int d = exgcd(b, a % b, x, y);
      int z = x; x = y; y = z - y * (a / b);
4
5
  }
```

4.8 中国剩余定理

```
#define int long long
                                                                 64
int crt(std::vector<int> &r, std::vector<int> &m) {
    int n = 1, ans = 0;
                                                                 66
    for(int i = 0; i < (int)m.size(); ++i)</pre>
                                                                 67
        n = n * m[i];
                                                                 68
    for(int i = 0; i < (int)m.size(); ++i) {
```

```
int mi = n / m[i], b, y;
              exgcd(mi, m[i], b, y);
ans = (ans + r[i] * mi * b % n) % n;
 8
 9
11
         return (ans % n + n) % n;
12
```

5. Graph

SPFA 以及负环

```
std::queue<int> q;
   void spfa(int s) {
    | memset(dis, 0x3f, sizeof dis);
       memset(vis, false, sizeof vis);
       dis[s] = 0, q.push(s), vis[s] = true;
       while(!q.empty()) {
           int u = q.front();
       | q.pop(), vis[u] = false;
           for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
                int v = e[i].ver, w = e[i].w;
                if(dis[v] > dis[u] + w){
    dis[v] = dis[u] + w;
                    if(!vis[v]) q.push(v), vis[v] = true;
                }
       }
17
   // Minus Ring Check
19
20
   bool vis[si];
   std::queue<int> Q;
   int dis[si], cnt[si];
   bool spfa(int s) {
       memset(dis, 0, sizeof dis);
      memset(cnt, 0, sizeof cnt);
    memset(vis, false, sizeof vis);
       for(int i = 1; i <= n; ++i)
           Q.push(i), vis[i] = true;
    | cnt[s] = 0; // 全部入队,相当于建立一个超级源点。
       while(!Q.empty()) {
           int u = Q.front();
         Q.pop(), vis[u] = false;
           for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
                int v = e[i].ver, w = e[i].w;
                if(dis[v] > dis[u] + w) {
                    dis[v] = dis[u] + w, cnt[v] = cnt[u] + 1;
                    if(cnt[v] >= n) return true;
                    if(!vis[v]) Q.push(v), vis[v] = true;
           }
    | return false;
   // SLF + Swap Optimize
   struct Slfswap {
       std::deque<int> dq;
       Slfswap() { dq.clear(); }
       void push(int x) {
           if(!dq.empty()) {
                if(dis[x] < dis[dq.front()])</pre>
             | dq.push_front(x);
                else dq.push_back(x);
                if(dis[dq.front()] > dis[dq.back()])
             | swap(dq.front(), dq.back());

// 这里的两重 if 可以保证只会在至少有两个元素的时
     → 候才交换。
           } else dq.push_back(x);
       void pop() {
           dq.pop_front();
           if(!dq.empty() && dis[dq.front()] > dis[dq.back()])
          | swap(dq.front(), dq.back());
       int size() { return dq.size(); }
       int front() { return dq.front(); }
       bool empty() { return !dq.size(); }
   } q;
```

```
5.2
    Dijkstra
```

```
std::priority_queue<std::pair<int, int> > q;
   void dijkstra(int s) {
    | memset(dis, 0x3f, sizeof dis);
       memset(vis, false ,sizeof vis);
5
       dis[s] = 0, q.push({dis[s], s});
6
       while(!q.empty()) {
           int u = q.top().second;
8
      | q.pop();
           if(vis[u]) continue;
       | vis[u] = true;
           for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
11
12
               int v = e[i].ver, w = e[i].w;
13
               if(dis[v] > dis[u] + w)
             | dis[v] = dis[u] + w, q.push({-dis[v], v}); //利
14
     → 用相反数把大根堆-> 小根堆
15
               // 一定要先更新 dis[v] 再 q.push
16
17
       }
18
  }
```

```
5.3 Floyd 以及最小环
   for(int k = 1; k \leftarrow n; ++k)
       for(int i = 1;i <= n; ++i)
3
            for(int j = 1; j <= n; ++j)
4
                dis[i][j] = min(dis[i][j], dis[i][k] + dis[k]

    [j]);

   // 不要忘记初始化.
 6
   // 最小环:
 8
   std::vector<int> ans_path;
Q
   void gopath(int u, int v) {
10
       if(pos[u][v] == 0)
11
12
       gopath(u, pos[u][v]), ans_path.push_back(pos[u][v]),

    gopath(pos[u][v], v);

13
14
15
   signed main() {
16
       cin >> n >> m;
       memset(a, 0x3f, sizeof a);
18
       for(int i = 1; i <= n; ++i)
19
           a[i][i] = 0;
20
       for(int i = 1; i <= m; ++i) {
21
            int u, v, w;
22
           cin >> u >> v >> w;
23
            a[u][v] = min(a[u][v], w), a[v][u] = a[u][v];
24
25
       memcpy(dis, a, sizeof a);
       int ans = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f, tmp = ans;
26
27
       for(int k = 1; k \leftarrow n; ++k)
            for(int i = 1; i < k; ++i) // 注意是dp之前, 此时 dis
28
     → 还是 k-1 的时候的状态。
29
                for(int j = i + 1; j < k; ++j)
30
                    if(a[j][k] < tmp / 2 && a[k][i] < tmp / 2</pre>
     \hookrightarrow && ans > dis[i][j] + a[j][k] + a[k][i])
                        ans = dis[i][j] + a[j][k] + a[k][i],
31
32
                        ans_path.clear(),
     → ans_path.push_back(i), gopath(i, j)
                        ans_path.push_back(j),
33
     \hookrightarrow ans_path.push_back(k);
                    // 不判的话 a[j][k]+a[k][i] 有可能爆, 导致答
     → 案出错。
            // 更新最小环取min的过程
35
            for(int i = 1; i <= n; ++i)
36
                for(int j = 1; j <= n; ++j)</pre>
37
                    if(dis[i][j] > dis[i][k] + dis[k][j])
38
39
                        pos[i][j] = k, dis[i][j] = dis[i][k] +
     \hookrightarrow dis[k][j];
40
            // 正常的 Floyd
41
42
       if(ans == 0x3f3f3f3f3f3f3f3f)
           return puts("No solution."), 0;
43
        for(auto x : ans_path)
44
45
           cout << x <<
       return puts(""), 0;
46
   }
```

5.4 Kruskal

```
struct Edge {
   int x, y, z;
```

```
bool operator < (const Edge &b)const {</pre>
4
           return z < b.z;
5
   } a[si_m];
   for(int i = 1; i <= m; ++i)
   | cin >> a[i].x >> a[i].y >> a[i].z;
   sort(a + 1, a + 1 + m);
   int ans = 0:
   for(int i = 1; i <= m; ++i) {
    if(dsu.same(a[i].x, a[i].y))
14
       | continue;
      dsu.Union(a[i].x, a[i].y), ans += a[i].z;
16
```

Prim

```
void Prim() {
    memset(dis, 0x3f, sizeof dis);
       memset(vis, false, sizeof vis), dis[1] = 0;
       for(int i = 1; i < n; ++i) {
           int x = 0;
           for(int j = 1; j <= n; ++j)
               if(!vis[j] \&\& (x == 0 || dis[j] < dis[x]))
                   x = j;
           vis[x] = true;
           for(int y = 1; y \le n; ++y)
                if(!vis[y]) dis[y] = min(dis[y], a[x][y]);
12
13
14
   memset(a, 0x3f, sizeof a);
   for(int i = 1; i < n; ++i) {
16
17
      a[i][i] = 0;
18
      for(int j = 1; j <= n; ++j) {
19
       | int value;
         cin >> value;
21
         a[i][j] = a[j][i] = min(a[i][j], value);
22
23
24
   Prim();
   int ans = 0;
   for(int i = 2; i <= n; ++i)
26
    | ans += dis[i];
```

5.5 倍增 LCA

```
int dep[si_n],f[si_n][20];
   void dfs(int u, int fa) {
       dep[u] = dep[fa] + 1, f[u][0] = fa;
       for(int i = 1; i <= 19; ++i)
           f[u][i] = f[f[u][i - 1]][i - 1];
       for(int i = head[u]; \sim i; i = e[i].Next) {
           int v = e[i].ver;
           if(v == fa) continue;
8
           dfs(v, u);
 9
   int lca(int x, int y) {
12
       if(dep[x] < dep[y]) swap(x,y);</pre>
       for(int i = 19; i >= 0; --i)
           if(dep[f[x][i]] >= dep[y]) x = f[x][i];
16
       if(x == y) return x;
17
       for(int i = 19; i >= 0; --i)
           if(f[x][i] != f[y][i]) x = f[x][i], y = f[y][i];
18
19
       return f[x][0];
20
```

5.6 Tarjan LCA

```
int pa[si];
   int root(int x) {
       if(pa[x] != x)
4
           return pa[x] = root(pa[x]);
5
       return pa[x];
6
   }
   int n, q, s;
 8
9
   int lca[si];
   bool vis[si];
10
11 | std::vector<int> que[si], pos[si];
```

```
void tarjan(int u) {
13
       vis[u] = true;
        for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
14
            int v = e[i].ver;
15
16
            if(vis[v] == true) continue;
17
            tarjan(v), pa[v] = root(u);
18
       for(int i = 0; i < (int)que[u].size(); ++i) {</pre>
19
            int v = que[u][i], po = pos[u][i];
20
21
            if(vis[v] == true) lca[po] = root(v);
22
23
24
25
   int main(){
26
    | cin >> n >> q >> s;
       for(int i = 1; i <= n; ++i)
27
            pa[i] = i, vis[i] = false,
28
29
            que[i].clear(), pos[i].clear();
       for(int i = 1; i < n; ++i) {
30
            int u, v;
31
32
       | cin >> u >> v;
33
            add(u, v), add(v, u);
34
35
       for(int i = 1; i <= q; ++i) {
36
            int u, v;
37
       | cin >> u >> v;
38
            if(u == v) lca[i] = u;
39
40
                que[u].pb(v), que[v].pb(u);
                pos[u].pb(i), pos[v].pb(i);
41
42
            }
43
       tarjan(s);
44
45
       for(int i = 1; i <= q; ++i)
46
            cout << lca[i] << endl;</pre>
47
        return 0;
48
```

5.7 拓扑排序

```
int cnt = 0:
   std::queue<int> q;
   for(int i = 1; i <= n; ++i)
        if(!ind[i]) q.push(i);
   while(!q.empty()) {
       int u = q.front(); q.pop();
       ord[u] = ++cnt; // topo 序
       for(auto v : G[u]) if(!(--ind[v])) q.push(v);
// 删掉边,顺便判一下要不要入队。
8
9
10
   }
```

5.8 欧拉回路

```
std::stack<int> s;
   void dfs(int u) {
       for(int i = head[u]; ~i ; i = e[i].Next) {
           int v = e[i].ver;
           if(!vis[i]){ // 当前边没有访问过
5
               vis[i] = true; // 注意一定要访问到就直接标记,不
     → 然复杂度会假。
               dfs(v), s.push(v);
8
9
       }
10
   dfs(1); // 因为有欧拉回路, 所以其实从哪个点开始都一样。
   std::vector<int>ans;
14
   while(!s.empty())
15
    | ans.push_back(s.top()), s.pop();
  reverse(ans.begin(), ans.end());
for(auto x : ans) cout << x << " "; // 倒序输出。
```

5.9 强连通分量

```
bool ins[si];
std::stack<int> s;
std::vector<int> scc[si];
int n, m, cnt_t = 0, tot = 0;
int dfn[si], low[si], c[si];
void tarjan(int u) {
    dfn[u] = low[u] = ++cnt_t;
```

```
s.push(u), ins[u] = true;
       for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
11
            int v = e[i].ver;
            if(!dfn[v])
13
          | tarjan(v), low[u] = min(low[u], low[v]);
14
            // 没有访问过, 递归搜索然后更新 low。
            else if(ins[v]) low[u] = min(low[u], dfn[v]); // 已经在栈中了,用 dfn[v] 来更新 low[u]。
16
17
18
       if(dfn[u] == low[u]) {
19
            ++tot; int x;
21
            do {
                x = s.top(), s.pop(), ins[x] = false;
23
                c[x] = tot, scc[tot].pb(x);
24
            } while(u! = x);
       } // 出现了一个 SCC。
25
26
27
   Edge edag[si << 1];</pre>
28
   void contract() {
29
30
       for(int u = 1; u <= n; ++u) {
31
            for(int i = head[u]; \sim i; i = e[i].Next) {
                int v = e[i].ver;
                if(c[u] == c[v]) continue;
                add_n(c[u], c[v]);
            }
35
       } // 缩点。
36
37
38
   for(int i = 1; i <= n; ++i)
39
    | if(!dfn[i]) tarjan(i);
```

5.10 边双连通分量

```
int n, m, q;
   // 原图
   int head[si], tot1 = 0;
   struct Edge { int ver, Next; }e[si << 2];</pre>
 4
   inline void add1(int u, int v) { e[tot1] = (Edge){v,
     \hookrightarrow head[u]}, head[u] = tot1++; }
   // 缩完点之后的图
   // 如果原来的图是连通图的话
   // 可以证明缩完点之后必然是一棵树。
   int Head[si], tot2 = 0;
   struct Tree { int ver, Next; }t[si << 2];</pre>
   inline void add2(int u, int v) { t[tot2] = (Tree){v,
     \hookrightarrow Head[u]}, Head[u] = tot2++; }
13
   // E-dcc 的个数.
14
15
   int cnt = 0;
   int dfn[si], low[si], tim = 0, c[si];
16
   bool bridge[si << 2]; // 是否是桥
17
   // in_edge 是用来消除重边的影响的。
19
   // 表示当前状态是从哪一条边过来的。
20
   void tarjan(int u, int in_edge) {
       dfn[u] = low[u] = ++tim;
22
       for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
23
24
           int v = e[i].ver;
25
           if(!dfn[v]) {
               tarjan(v, i);
26
               low[u] = min(low[u], low[v]);
27
               if(dfn[u] < low[v]) bridge[i] = bridge[i ^ 1] =</pre>

    true:
29
30
           else if((i ^ 1) != in_edge) low[u] = min(low[u],
     \hookrightarrow dfn[v]);
31
32
   }
33
   // 去掉桥边的连通块染色
34
35
   void dfs(int u, int col) {
36
       c[u] = col;
       for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
37
           int v = e[i].ver;
           if(c[v] || bridge[i]) continue;
39
40
           dfs(v, col);
41
42
43
   void Construct() {
       for(int i = 1; i <= n; ++i){
```

```
45
           for(int j = head[i]; ~j; j = e[j].Next) {
46
               int v = e[j].ver;
47
                if(c[i] == c[v]) continue;
                // 只需要加一次,遍历到反向边的时候会自动补全成无
48
     → 向边
49
               add2(c[i], c[v]);
50
           }
51
52
   }
53
54
   int main() {
55
       memset(head, -1, sizeof head);
       memset(Head, -1, sizeof Head);
56
       memset(bridge, false, sizeof bridge);
57
58
       cin >> n >> m;
       for(int i = 1; i <= m; ++i) {
59
60
           int u, v;
61
           cin >> u >> v;
           add1(u, v), add1(v, u);
62
63
       for(int i = 1; i <= n; ++i) if(!dfn[i]) tarjan(i, -1);</pre>
64
65
       for(int i = 1; i \le n; ++i) if(!c[i]) ++cnt, dfs(i,

  cnt);
66
       Construct();
```

5.11 点双连通分量

```
int n, m, root;
   int head[si], tot1 = 0;
   int Head[si], tot2 = 0;
   struct Edge { int ver, Next; }e[si << 2], g[si << 2];</pre>
 6
   void add1(int u, int v) { e[tot1] = (Edge){v, head[u]},
     \hookrightarrow head[u] = tot1++; }
   void add2(int u, int v) { g[tot2] = (Edge){v, Head[u]},
     \hookrightarrow Head[u] = tot2++; }
9
   // Vdcc 的个数
10
   int cnt = 0;
   int dfn[si], low[si], c[si], tim;
11
   int new_id[si]; // 割点的新编号
12
   bool cut[si]; // 是否是割点
13
14
   std::stack<int> s;
15
   std::vector<int> vdcc[si];
16
17
   void tarjan(int u) {
18
       dfn[u] = low[u] = ++tim;
19
       s.push(u);
20
       // 孤立点
       if(u == root && head[u] == -1) {
21
22
           vdcc[++cnt].emplace_back(u);
23
           return;
24
25
       int flag = 0;
26
       for(int i = head[u]; ~i; i = e[i].Next) {
27
           int v = e[i].ver;
28
           if(!dfn[v]) {
                tarjan(v), low[u] = min(low[u], low[v]);
29
30
                if(dfn[u] <= low[v]) {</pre>
31
                    ++flag;
                    // 根节点特判
32
                    if(u != root || flag > 1) { // 注意这里是短
33
     → 路运算符,不要打反了。
                        cut[u] = true;
35
36
                    int x; ++cnt;
37
                    do {
38
                        x = s.top(), s.pop();
39
                        vdcc[cnt].emplace_back(x);
                    } while(v != x);
40
                    // 注意这里要是 v 不是 u
41
                    // 如果 u 被弹出了, 之后的连通块就会少 u。
42
43
                    vdcc[cnt].emplace_back(u);
44
45
46
           else low[u] = min(low[u], dfn[v]);
47
       }
48
49
   int num;
50
   void Construct() {
       num = cnt:
```

```
for(int u = 1; u <= n; ++u)
54
           if(cut[u]) new_id[u] = ++num;
       for(int i = 1; i <= cnt; ++i) {
55
56
           for(int j : vdcc[i]) {
57
                if(cut[j]) add2(i, new_id[j]), add2(new_id[j],
     \hookrightarrow i);
58
                else c[j] = i;
           // 如果是割点, 就和这个割点所在的 v-Dcc 连边
60
61
           // 反之染色。
62
       // 编号 1~cnt 的是 v-Dcc, 编号 > cnt 的是原图割点
63
64
65
66
   int main() {
       memset(head, -1, sizeof head);
67
68
       memset(Head, -1, sizeof Head);
70
       cin >> n >> m;
       for(int i = 1; i <= m; ++i) {
72
           int u, v;
73
           cin >> u >> v;
           // 判重边
75
           if(u == v) continue;
76
           add1(u, v), add1(v, u);
77
78
       for(int i = 1; i <= n; ++i)
79
           if(!dfn[i]) root = i, tarjan(i);
80
       Construct();
81
       return 0;
82
```

5.12 虚树

```
int k, a[si];
   int stk[si], top = 0;
   bool cmp(int x, int y) { return dfn[x] < dfn[y]; }</pre>
   inline void ADD(int u, int v, int w) { E[Tot] = (Edge)\{v,
     \hookrightarrow Head[u], w}, Head[u] = Tot++; }
   inline void Add(int u, int v) { int w = dist(u, v); ADD(u,
     \hookrightarrow v, w), ADD(v, u, w); }
   void build() {
       sort(a + 1, a + 1 + k, cmp);
        stk[top = 1] = 1, Tot = 0, Head[1] = -1; // 这样清空复杂
8
     ⊶ 度才是对的。
       for(int i = 1, Lca; i <= k; ++i) {</pre>
            if(a[i] == 1) continue;
            Lca = lca(a[i], stk[top]);
            if(Lca != stk[top]) {
                while(dfn[Lca] < dfn[stk[top - 1]])</pre>
13
14
                    Add(stk[top - 1], stk[top]), --top;
                if(dfn[Lca] > dfn[stk[top - 1]])
                    Head[Lca] = -1, Add(Lca, stk[top]),
16

    stk[top] = Lca;
                else Add(Lca, stk[top--]); // Lca = stk[top -
     → 1].
            Head[a[i]] = -1, stk[++top] = a[i];
19
20
       for(int i = 1; i < top; ++i)</pre>
21
            Add(stk[i], stk[i + 1]);
       return;
23
24
   }
```

6. String

6.1 Kmp

```
Next[1] = 0;
   for(int i = 2, j = 0; i <= n; ++i) {
       while(j > 0 && s[i] != s[j + 1]) j = Next[j];
4
       if(s[i] == s[j + 1]) j ++;
5
       Next[i] = j;
6
   }
 7
   for(int i = 1, j = 0; i <= m; ++i) {
       while(j > 0 && (j == n \mid \mid s[i] != s[j + 1])) j =
8
     → Next[i];
       if(t[i] == s[j + 1]) ++j;
10
       f[i] = j;
11
       if(f[i] == n) orc[++cnt] = i - n + 1;
12
   }
```

```
6.2
         Trie
   // 定义 NULL 为 0, 字符集为 a~z。
   int tr[si][27];
   bool exist[si];
   int tot, root;
6
   void init() {
       memset(tr, 0, sizeof tr);
8
       memset(exist, false, sizeof exist);
9
       tot = 0, root = ++tot;
10
   }
11
   void insert(string s) {
12
       int p = root;
       for(int i = 0; i < (int)s.size(); ++i) {</pre>
13
14
            int ch = (int) (s[i] - 'a') + 1;
            if(!tr[p][ch])
16
                tr[p][ch] = ++tot;
17
           p = tr[p][ch];
18
19
       exist[p] = true;
20
21
   bool query(string s) {
22
       int p = root;
23
       for(int i = 0; i < (int)s.size(); ++i) {</pre>
24
            int ch = (int) (s[i] - 'a') + 1;
25
            if(!tr[p][ch])
26
                return false;
27
            p = tr[p][ch];
28
29
       return exist[p];
30
```

6.3 01Trie

```
using i64 = long long;
   const int si = 1e5 + 10;
   const int k = 32;
   int tr[k * si][2];
   i64 value[k * si];
   int tot = 0, root = ++tot;
 8
   int newnode() {
       tr[++tot][0] = tr[tot][1] = value[tot] = 0;
10
11
       return tot;
12
13
   int cacid(int num, int pos) {
14
       return (num >> pos) & 1;
   void insert(int num) {
16
17
       int p = root;
       for(int i = 32; i >= 0; --i) {
18
19
           int ch = cacid(num, i);
20
           if(!tr[p][ch])
21
               tr[p][ch] = newnode();
22
           p = tr[p][ch];
23
24
       value[p] = num;
25
   // 查询异或 x 最大的一个。
26
27
   i64 query(i64 num) {
28
       int p = root;
29
       for(int i = 32; i >= 0; --i) {
           int ch = cacid(num, i);
30
           if(tr[p][ch ^ 1])
31
               p = tr[p][ch ^ 1];
32
33
34
               p = tr[p][ch];
35
36
       return value[p];
37
38
   // 维护异或和,全局加一。
39
40
   const int si = 1e4 + 10;
41
   const int MaxDepth = 21;
42
43
   int tr[si * (MaxDepth + 1)][2];
   int wei[si * (MaxDepth + 1)], xorv[si * (MaxDepth + 1)];
44
45
   int tot = 0, root = ++tot;
   // 其实这里 root 可以不用赋值, 递归开点的时候会自动给编号的。
46
47
48
       tr[++tot][0] = tr[tot][1] = wei[tot] = xorv[tot] = 0;
49
```

```
return tot;
51
   void maintain(int p) {
      wei[p] = xorv[p] = 0;
53
       // 为了应对不断的删除和插入,每次维护 p 的时候都令 wei,
54
       // 也就是每次都**重新收集一次信息**, 而不是从原来的基础上
55
     →修改。
      if(tr[p][0]) {
56
57
          wei[p] += wei[tr[p][0]];
          xorv[p] ^= (xorv[tr[p][0]] << 1);</pre>
58
          // 因为儿子所维护的异或和实际上比 p 少一位,
59
           // 如果要按位异或就要让儿子的异或和左移一位, 和 p 对齐。
61
       if(tr[p][1]) {
62
          wei[p] += wei[tr[p][1]];
63
          xorv[p] ^= (xorv[tr[p][1]] << 1) | (wei[tr[p][1]] &</pre>

→ 1);

           // 利用奇偶性计算。
65
66
67
      wei[p] = wei[p] & 1;
68
       // 每插入一次或者删除一次, 奇偶性都会变化。
69
   // 类似线段树的 pushup,从底向上收集信息。
70
   // 换种说法, 是更新节点 p 的信息。
72
   void insert(int &p, int x, int depth) {
73
       if(!p)
74
          p = newnode();
75
       if(depth > MaxDepth) {
76
          wei[p] += 1;
78
       insert(tr[p][x \& 1], x >> 1, depth + 1);
79
80
       // 从低到高位插入, 所以是 x >> 1。
       maintain(p);
81
82
83
   // 插入元素 x。
   void remove(int p, int x, int depth) {
84
       // 不知道是不是应该写 > MaxDepth - 1 还是 > MaxDepth ?
86
       if(depth == MaxDepth) {
87
          wei[p] -= 1;
88
          return:
89
       remove(tr[p][x & 1], x \gg 1, depth + 1);
      maintain(p);
91
92
93
   // 删除元素 x, 但是 x 不能是不存在的元素。
   // 否则会访问空节点 0 然后继续往下,会出错。
94
   void addall(int p) {
96
       swap(tr[p][0], tr[p][1]);
       if(tr[p][0])
          addall(tr[p][0]);
98
       maintain(p);
gg
       // 交换后下面都被更改了, 需要再次 maintain。
   // 全部加一
103
104
   int main() {
105
       int n;
106
       cin >> n;
       std::vector<int> v(n + 1);
       for(int i = 1; i <= n; ++i) {
109
          cin >> v[i],
          insert(root, v[i], 0);
       cout << xorv[root] << endl;</pre>
       // 查询总异或和
113
       int m;
114
       cin >> m;
116
       for(int i = 1; i <= m; ++i) {
          int x, y;
117
          cin >> y >> x;
          if(y == 0)
119
20
              remove(root, x, 0);
              // remove 和 addall 混用时小心 remove 掉不存在的
21
     → 元素!
123
              addall(root);
124
          cout << xorv[root] << endl;</pre>
125
```

```
126
   | }
                                                                      using namespace Ac_Automaton;
127
                                                                  47
                                                                      // 求次数。
128
    // merge
                                                                      namespace Ac_Automaton {
129
    int merge(int p, int q) {
                                                                  49
130
        if(!p)
                                                                  50
                                                                       | const int si = 2e6 + 10;
                                                                        int root = 0, tot = 0, cnt_f = 0;
131
            return q;
        if(!q)
                                                                         int tr[si][27], End[si], fail[si], cnt[si];
132
                                                                  52
                                                                         int cal(char ch) { return (int)(ch - 'a') + 1; }
133
            return p;
        wei[p] += wei[q], xorv[p] ^= xorv[q];
134
                                                                         void init() {
135
        tr[p][0] = merge(tr[p][0], tr[q][0]);
                                                                  55
                                                                            tot = 0;
        tr[p][1] = merge(tr[p][1], tr[q][1]);
136
                                                                  56
                                                                            memset(tr, 0, sizeof tr);
137
        return p;
                                                                  57
                                                                            memset(cnt, 0, sizeof cnt);
                                                                            memset(End, 0, sizeof End);
                                                                            memset(fail, 0, size of fail);
                                                                  59
         Ac Automaton
                                                                  60
   6.4
                                                                         void insert(char *s, int nu) {
                                                                  61
   // 求有多少个 s 在 t 中出现过。
                                                                            int u = 0;
                                                                  62
    namespace Ac_Automaton{
                                                                            for(int i = 1; s[i]; ++i) {
 3
       const int si = 1e6 + 10;
                                                                             | if(!tr[u][cal(s[i])])
                                                                  64
       int root = 0, tot = 0;
                                                                               | tr[u][cal(s[i])] = ++ tot;
       int tr[si][27], End[si], fail[si];
                                                                  66
                                                                             | u = tr[u][cal(s[i])];
       int cal(char ch) { return (int)(ch - 'a') + 1; }
 6
                                                                  67
                                                                            }
       void init() {
                                                                  68
                                                                          | End[nu] = u; // 这里改为记录第 nu 个模式串的结尾的位置。
        | tot = 0:
 8
                                                                  69
                                                                        }
 9
          memset(tr, 0, sizeof tr);
                                                                  70
                                                                         int head[si];
10
          memset(End, 0, sizeof End);
                                                                  71
                                                                         struct Fail_Tree{ int ver, Next; }ft[si << 1];</pre>
11
          memset(fail, 0, sizeof fail);
                                                                  72
                                                                         void add(int u, int v) { ft[cnt_f] = (Fail_Tree){v,
12
      }
                                                                        → head[u]}, head[u] = cnt_f++; }
       void insert(char *s) {
13
                                                                  73
                                                                         std::queue<int>q;
14
          int u = 0;
                                                                         void build() {
          for(int i = 1; s[i]; ++i) {
15
                                                                           for(int i = 1; i <= 26; ++i)
                                                                  75
16
          | if(!tr[u][cal(s[i])])
                                                                  76
                                                                               if(tr[root][i]) q.push(tr[root][i]);
17
              | tr[u][cal(s[i])] = ++ tot;
                                                                            while(!q.empty()) {
18
           | u = tr[u][cal(s[i])];
                                                                  78
                                                                               int u = q.front();
19
          }
                                                                               add(fail[u], u), q.pop(); // 构建 Fail 树
20
         ++End[u];
                                                                               for(int i = 1; i \le 26; ++i) {
                                                                  80
21
                                                                  81
                                                                                | if(tr[u][i])
22
       std::queue<int>q;
                                                                                   | fail[tr[u][i]] = tr[fail[u]][i],
       void build() {
23
                                                                        \hookrightarrow q.push(tr[u][i]);
24
          for(int i = 1; i <= 26; ++i)
                                                                         25
          | if(tr[root][i]) q.push(tr[root][i]);
                                                                  84
                                                                             | }
26
          while(!q.empty()) {
                                                                  85
                                                                          }
27
            int u = q.front();
                                                                        }
                                                                  86
28
             q.pop();
                                                                  87
                                                                         void dfs(int u, int fa) {
29
             for(int i = 1; i <= 26; ++i) {
                                                                            for(int i = head[u]; ~i; i = ft[i].Next) {
30
             | if(tr[u][i])
                                                                               int v = ft[i].ver;
                                                                  89
31
                 | fail[tr[u][i]] = tr[fail[u]][i],
                                                                  90
                                                                               if(v == fa) continue;

    q.push(tr[u][i]);

                                                                  91
                                                                             | dfs(v, u), cnt[u] += cnt[v];
32
             | else tr[u][i] = tr[fail[u]][i];
                                                                  92
                                                                           } // 统计
33
                                                                  93
                                                                        }
34
        | }
                                                                         void query(char *t) {
                                                                  94
35
       }
                                                                            int u = 0;
36
       int query(char *t) {
                                                                            for(int i = 1; t[i]; ++i)
                                                                  96
37
        | int u = 0, res = 0;
                                                                  97
                                                                               u = tr[u][cal(t[i])], ++cnt[u];
          for(int i = 1; t[i]; ++i) {
38
                                                                            // 记录每个状态被匹配多少次
            u = tr[u][cal(t[i])];
39
                                                                  99
                                                                            dfs(root, -1);
40
             for(int j = u; j && End[j] != -1; j = fail[j])
                                                                            for(int i = 1; i <= n; ++i)
                                                                  100
41
             | res += End[j], End[j] = -1;
                                                                            printf("%d\n", cnt[End[i]]);
42
          }
43
         return res;
                                                                  103
                                                                      }
44
                                                                  104
                                                                      using namespace Ac_Automaton;
45 }
```

Good Luck && Have Fun!