NOIP2022模拟赛20221122

8:00--12:15, 12:00开放提交

赛后去吃饭，然后回寝室收拾行李，13:00在学校正门口集合

linux, std=c++14, O2

A. 小黄鸭与矩阵（matrix 1S 512M）

题目描述

小黄鸭跨入了大学。她选了一门课，叫 “高等线性代数 (1)”。今天课上老师讲了矩阵的乘法运算。矩阵的乘法运算定义如下：对一个 n 行 l 列的矩阵A，和一个 l 行 m 列大小的矩阵 B，记它们的乘积为 AB，其中 AB 是一个 n 行 m 列的矩阵，$\forall 1 \le i \le n, 1 \le j \le m$，$(AB)_{i,j} = \sum_{k=1}^{l} A_{i,k}B_{k,j}$。特殊的，定义 k 个 n 行 n 列的矩阵 A 的连乘积为 A 的 k 次幂 A^k。

老师留了一道作业题：对于一个 n 行 n 列的 01 矩阵 A（即 A 中的每个元素都是 0 或 1），满足其 k 次幂 $A^k = O$（O 表示全零矩阵），那么 A 中最多有多少个 1?

虽然小黄鸭没有认真听课，但是她还是轻松的做出来了这道题，她现在想考考你这道题，你能成功答对吗?

输入格式

对每个测试点，输入文件有一行两个正整数，分别表示题目描述中的 n 和 k。

输出格式

对每个测试点，输出一行一个整数，表示所有使得 $A^k = O$ 的 n 行 n 列 01 矩阵 A 中，最多有多少个元素是 1。

样例

样例输入 #1

```
3 2
```

样例输出 #1

```
2
```

样例解释 #1

一个满足要求的矩阵如下：

$$A=\begin{bmatrix}0&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

可以证明 $A^2=O$ 且不存在含有 1 的数量更多的矩阵。

样例 #2

见右侧「下发文件」中的 `ex_matrix2.in/ans`。

该样例满足测试点 2 的限制。

样例 #3

见右侧「下发文件」中的 `ex_matrix3.in/ans`。

该样例满足测试点 4 ~ 5 的限制。

数据范围与约定

测试点编号	$n\le$	$k\le$
1	3	10
2	4	100
3	5	10^9
4	300	2
5	300	2
6	10^9	2
7	10^9	2
8	10^9	10^9
9	10^9	10^9
10	10^9	10^9

对于 100% 的测试点，满足 $1\le n,k\le 10^9$。

B. 小黄鸭与最短路（path 2S 512M）

题目描述

离散数学老师给了小黄鸭一张 n 个节点的无向图，一开始图中没有边，她要进行 q 次操作，每次操作向图中添加一条无向边。

如果某次操作后，节点 1 到节点 n 的最短路的长度 **小于等于** 给定的阈值 T（若 $1,n$ 不连通则最短路长度为正无穷），则清空当前图中的所有边。

离散数学老师要求小黄鸭告诉她图被清空的次数和每一次清空的时间。

小黄鸭从来没有认真上过离散数学课，她希望你能够帮帮她。

输入格式

对每个测试点，第一行有三个整数 n,q,T，表示节点的数量、操作次数和给定的阈值。

接下来 q 行，每行三个整数 x,y,z 表示添加了一条连接 x,y，边权为 z 的无向边。

输出格式

输出一共 2 行，第一行一个整数 $times$ 表示图被清空的次数，第二行 $times$ 个整数 $t_1,t_2,\dots,t_{times}$ 分别表示添加完第 $t_1,t_2,\dots,t_{times}$ 条边后图被清空。

样例

样例输入 #1

```
4 4 4
1 3 1
3 4 5
3 4 3
1 4 3
```

样例输出 #1

```
2
3 4
```

样例解释 #1

添加完第一条边后，1 到 4 的最短路的长度为正无穷。
添加完第二条边后，1 到 4 的最短路的长度为 6。
添加完第三条边后，1 到 4 的最短路的长度为 4 满足条件，图被清空。
添加完第四条边后，1 到 4 的最短路的长度为 3 满足条件，图被清空。

样例 #2

见右侧「下发文件」中的 `ex_path2.in/ans`。

该样例满足测试点 4 的限制。

样例 #3

见右侧「下发文件」中的 `ex_path3.in/ans`。

该样例满足测试点 5 ~ 6 的限制。

数据范围与约定

测试点编号	$n \le$	$q \le$	特殊性质
1	10	50	
2	100	100	
3	1000	1000	
4	3000	3000	
5	5×10^4	3×10^5	Yes
6	5×10^4	3×10^5	Yes
7	2000	3×10^5	
8	10^4	3×10^5	
9	5×10^4	3×10^5	
10	5×10^4	3×10^5	

对于 100% 的数据，$2 \le n \le 5 \times 10^4$，$1 \le q \le 3 \times 10^5$，$0 \le z \le 10^4$，$0 \le T \le 10^9$。

特殊性质：图被清空的次数不超过 5 次。

C. 小黄鸭与涂色画（painting 3S 512M）

题目描述

小黄鸭下课了！她决定玩涂色画的游戏来放松一下。涂色画可以看作一个 $n \times m$ 个格子的矩形，每个格子需要被涂成红色或者蓝色，用 `#` 和 `.` 表示。小黄鸭很懒，所以她希望能尽快的完成涂色。对于一个子矩形，小黄鸭如下定义了涂满这个子矩形所需要的复杂度：

- 如果这个子矩形内所有格子所需要被涂成的颜色一致，则复杂度为 0。
- 否则小黄鸭可以画一条平行于矩形的边的线将这个子矩形分为两个部分，令两个部分的复杂度分别为 $c1, c2$

，则该子矩形的复杂度是所有分割中 $\max(c1, c2)$ 的最小值 $+1$。

由于涂色画可以很大，而且小黄鸭是数学系的，不会用计算机，所以她希望你能告诉她整个矩形的复杂度，这样她可以提前规划好用时，防止 ddl 堆满。

输入格式

对每个测试点，第一行有两个整数 n, m 表示矩形涂色画的长和宽。

接下来 n 行，每行是一个长为 m 的只含有 `#` 和 `.` 的字符串，表示对应的格子需要被涂成的颜色。

输出格式

输出一行一个整数，表示整个矩形的复杂度。

样例

样例输入 #1

```
3 3
...
.##
.##
```

样例输出 #1

```
2
```

样例解释 #1

先在一二两行之间分割，第一行要涂的颜色一致复杂度是 0。对二三行再把第一列分开，则两部分要涂的颜色也一致，复杂度是 0，于是二三两行构成的矩形复杂度是 1，整个矩形的复杂度是 2。

样例 #2

见右侧「下发文件」中的 `ex_painting3.in/ans`。

该样例满足测试点 3 ∼ 4 的限制。

样例 #3

见右侧「下发文件」中的 `ex_painting3.in/ans`。

该样例满足测试点 5 的限制。

数据范围与约定

数据点编号	$n, m \le$	特殊性质
1	7	
2	15	
3	40	
4	40	
5	250	Yes
6	150	
7	150	
8	250	
9	250	
10	250	

对于 100% 的数据，$1 \le n, m \le 250$。

特殊性质：所有通过一条边相邻的格子所需要涂的颜色都不同。

D. 小黄鸭与数列（sequence 4S 512M）

题目描述

小黄鸭有一个长为 n 的数列 $a_1, a_2, \ldots, a_n$。由于小黄鸭是一名强迫症患者，她希望通过使用她的魔法让这个数列变得单调不下降，也就是 $\forall i < n$, $a_i \le a_{i+1}$。但小黄鸭从来没有认真上过她的魔法课，她只学会了两种魔法：

1. 选择一个位置 $1 \le i \le n$，让当前的 a_i 变为 $\lfloor \frac{a_i}{2} \rfloor$。
2. 选择一个位置 $1 \le i \le n$，让当前的 a_i 变为 $2 \times a_i$。

这两种魔法每使用一次都需要消耗小黄鸭 1 点魔力值。

小黄鸭并不想消耗太多魔力值，所以她向精通数学的你发起了求助：最少需要消耗多少魔力值才能让原数列变得单调不下降。

输入格式

对每个测试点，第一行有两个整数 T, id，表示该测试点内有 T 组测试数据，且该测试点的编号为 id（样例数据中 id 无意义）。

对每组测试数据，第一行有一个整数 n，表示数列 $\{a_n\}$ 的长度。接下来一行有 n 个整数，表示 $a_1, a_2, \ldots, a_n$。

输出格式

对每一组测试数据，输出一行一个整数 c，表示最少需要消耗魔力值的点数。

样例

样例输入 #1

```
2 0
7
6 3 3 4 10 8 2
10
9 9 4 7 3 10 10 8 4 3
```

样例输出 #1

```
4
11
```

样例解释 #1

对于第一组测试数据，小黄鸭可以通过使用至少 4 次魔法让 a 变得单调不下降，以下是一组可行的操作步骤：

1. 让 a_1 变为 $\lfloor\frac{a_1}{2}\rfloor$，此后 $\{a_n\}$ 变为 $3,3,3,4,10,8,2$；
2. 让 a_5 变为 $\lfloor\frac{a_5}{2}\rfloor$，此后 $\{a_n\}$ 变为 $3,3,3,4,5,8,2$；
3. 让 a_7 变为 $2\times a_7$，此后 $\{a_n\}$ 变为 $3,3,3,4,5,8,4$；
4. 让 a_7 变为 $2\times a_7$，此后 $\{a_n\}$ 变为 $3,3,3,4,5,8,8$。

可以证明不存在消耗了更少魔力值的操作步骤。

对于第二组测试数据，小黄鸭可以通过使用至少 11 次魔法让 a 变得单调不下降。可以证明不存在消耗了更少魔力值的操作步骤。

样例 #2

见右侧「下发文件」中的 `ex_sequence2.in/ans`。

该样例满足测试点 4 ∼ 6 的限制。

样例 #3

见右侧「下发文件」中的 `ex_sequence3.in/ans`。

该样例满足测试点 11 ∼ 12 的限制。

样例 #4

见右侧「下发文件」中的 `ex_sequence4.in/ans`。

该样例满足测试点 13 的限制。

数据范围与约定

令 $m=\max\{a_1,a_2,\dots,a_n\}$。

测试点编号	$n\le$	$m\le$	特殊性质 1	特殊性质 2
1	5	5		
2	10	10		
3	10	10		
4	800	800		
5	800	800		
6	800	800		
7	2000	2000		
8	2000	2000		
9	10^5	10^5	Yes	
10	10^5	10^5	Yes	
11	10^5	10^5		Yes
12	10^5	10^5		Yes
13	1.5×10^4	10^5		
14	1.5×10^4	10^5		
15	3×10^4	10^5		
16	10^5	10^5		
17	10^5	10^5		
18	10^5	10^5		
19	10^5	10^5		
20	10^5	10^5		

特殊性质 1：$\forall 1\le i\le n$，$a_i=2^{k_i}$，其中 k_i 是非负整数，即 a_i 都是 2 的非负整数次幂。

特殊性质 2：存在一种魔力值消耗最少的操作步骤，使得操作过程中任意时刻 $\forall 1\le i\le n$，$a_i<2^{127}$。

对于 100% 的测试点，$1\le T\le 5$，$1\le n,a_i\le 10^5$。