

# Permutasi dan Kombinasi yang Diperumum

3KOM49105 - Matematika Diskrit

Semester Genap 2021/2022  
17 Maret 2022

# Sasaran Kuliah Hari ini

- 1 Permutasi dengan Pengulangan
- 2 Permutasi dengan Objek Identik
- 3 Kombinasi dengan Pengulangan

# Permutasi dengan Pengulangan

## Definisi 1

Permutasi dengan pengulangan merupakan permutasi yang membolehkan objek yang sama muncul lebih dari sekali.

# Permutasi dengan Pengulangan

Contoh.

Berapa banyak string dengan panjang 5 yang dapat dibentuk dari huruf (huruf besar dan huruf kecil dianggap sama) bila masing-masing huruf boleh dipakai lebih dari sekali?

# Permutasi dengan Pengulangan

## Teorema 1

Banyaknya permutasi- $r$  dari himpunan dengan  $n$  anggota yang membolehkan pengulangan adalah  $n^r$ .

# Permutasi dengan Objek Identik

## Definisi 2

Permutasi dengan objek identik adalah permutasi dari  $n$  objek yang terdiri atas tepat  $k$  jenis objek identik.

# Permutasi dengan Objek Identik

## Definisi 2

Permutasi dengan objek identik adalah permutasi dari  $n$  objek yang terdiri atas tepat  $k$  jenis objek identik.

## Teorema 2

Diberikan sekumpulan objek yang terdiri atas  $k$  jenis, jika masing-masing jenis secara berurutan memuat sebanyak  $n_1, n_2, \dots, n_k$  objek identik, maka banyaknya permutasi berbeda dari objek-objek tersebut adalah

$$\frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!},$$

terkadang ekspresi di atas ditulis sebagai  $P(n; n_1, \dots, n_k) = C(n; n_1, \dots, n_k)$ .

# Permutasi dengan Objek Identik

Contoh.

Tentukan banyaknya string berbeda yang dapat dibentuk dari semua huruf pada kata **MISSISSIPPI** bila semua huruf pada string tersebut harus dipakai.



# Permutasi dengan Objek Identik

Contoh.

Tentukan banyaknya string berbeda yang dapat dibentuk dari semua huruf pada kata **MATEMATIKA** bila semua huruf pada string tersebut harus dipakai.

# Kombinasi dengan Pengulangan

- Kita telah melihat sebelumnya bahwa jika diberikan suatu himpunan  $A$  yang memuat  $n$  anggota, maka terdapat  $\binom{n}{r}$  cara berbeda untuk mengkonstruksi himpunan bagian  $A$  yang memuat tepat  $r$  anggota.
- Dalam hal di atas pengulangan tidak diperbolehkan, artinya jika suatu unsur  $x$  telah diambil dari  $A$ , maka  $x$  **tidak boleh diambil lagi** dari  $A$ . Bagaimana jika pengulangan dibolehkan?

# Kombinasi dengan Pengulangan

Contoh.

Anda berjalan-jalan ke sebuah swalayan yang menjual 3 jenis buah, yaitu apel, jeruk, dan melon. Ada berapa banyak cara untuk memilih 4 buah yang berisi kombinasi 3 buah tersebut (urutan pengambilan tidak diperhatikan dan asumsikan setiap jenis buah yang sama identik)?

# Kombinasi dengan Pengulangan

Contoh.

# Kombinasi dengan Pengulangan

Contoh.

# Kombinasi dengan Pengulangan

## Definisi 3

Kombinasi- $r$  dengan pengulangan merupakan banyaknya cara mengambil  $r$  objek dari  $n$  jenis objek berbeda yang membolehkan setiap jenis objek diambil hingga  $r$  kali.

# Kombinasi dengan Pengulangan

Contoh.

Tentukan banyaknya solusi persamaan  $x + y + z = 11$  dengan syarat  $x, y, z \in \mathbb{N} \cup 0$ .

# Kombinasi dengan Pengulangan

Contoh.

Tentukan banyaknya solusi dari persamaan  $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = r$  jika  $x_i \in \mathbb{N} \cup 0$  untuk semua  $1 \leq i \leq n$ .



# Kombinasi dengan Pengulangan

## Teorema 3

Nilai dari kombinasi- $r$  dengan pengulangan, yaitu banyaknya **cara mengambil  $r$  objek dari  $n$  jenis objek** yang membolehkan setiap jenis objek diambil lebih dari sekali adalah

$$\binom{r+n-1}{r} = \binom{r+n-1}{n-1}.$$

# Kombinasi dengan Pengulangan

## Teorema 3

Nilai dari kombinasi- $r$  dengan pengulangan, yaitu banyaknya **cara mengambil  $r$  objek dari  $n$  jenis objek** yang membolehkan setiap jenis objek diambil lebih dari sekali adalah

$$\binom{r + n - 1}{r} = \binom{r + n - 1}{n - 1}.$$

Anda dapat mengingat teorema di atas sebagai berikut: nilai kombinasi- $r$  dengan pengulangan dari  $n$  jenis objek berbeda adalah

$$\binom{(\text{\#yang diambil}) + (\text{\#jenis}) - 1}{\text{\#yang diambil}} = \binom{(\text{\#yang diambil}) + (\text{\#jenis}) - 1}{(\text{\#jenis}) - 1}$$



Discrete Mathematics and Its Applications, Edisi 8, 2019,  
Kenneth H. Rosen.



*Slide* kuliah Matematika Diskret (2017) di FIF Tel-U, MZI.