

Università degli Studi di Perugia

**Dottorato di Ricerca in
Ingegneria Civile e Materiali Innovativi
XXV Ciclo – ICAR09
Anno Accademico 2011/2012**



Approccio Energetico per la Valutazione della Risposta Sismica delle Strutture Mediante la Analisi Statica Non Lineare

dott. ing. Enrico Tomassoli

relatore:
prof. Marco Mezzi

Indice

Capitolo 1 – Introduzione all’Approccio Energetico

1.1. Introduzione	1
1.2. Impiego del concetto di energia nell’ingegneria sismica	1
1.3. Approccio energetico applicato all’analisi di modelli comportamentali	4

Capitolo 2 – Approccio Energetico al Problema Sismico

2.1. Introduzione al problema sismico nell’ottica energetica	7
2.2. Equazione del bilancio energetico	9
2.2.1 Equazione del bilancio energetico in termini assoluti	10
2.2.2 Equazione del bilancio energetico in termini relativi	11
2.3. Confronto delle Equazioni del bilancio energetico nei due approcci	12

Capitolo 3 – Analisi Pushover

3.1. L’analisi statica non lineare per la valutazione della risposta sismica delle strutture	17
3.2. Metodologie di analisi statica non lineare	19
3.3. Modellazione della Struttura	26
3.4. Distribuzione di forze laterali	27
3.5. Equivalenza tra sistema MODF e SDOF	30
3.6. Differenza tra un approccio statico e uno dinamico	31
3.7. Scelta del punto di controllo	32
3.8. Confronto tra domanda sismica e capacità strutturale	32

Capitolo 4 – Risposta Strutturale

4.1. Risposta strutturale espressa in termini energetici	35
4.2. Valutazione dell’energia mediante l’analisi statica non lineare	37
4.3. Spostamento equivalente di eguale energia	39
4.4. Considerazioni preliminari sullo spostamento di eguale energia	40
4.5. Curva di capacità in termini energetici	41
4.6. Significato fisico dell’energia valutata mediante analisi pushover	42

Capitolo 5 – Input Sismico

5.1. Problematiche legate alla definizione dell’input sismico in un’ottica energetica	43
5.2. Energia come input sismico	44
5.3. Definizione della pseudo-energia	45
5.4. Valutazione degli spettri di pseudo-energia	48

Capitolo 6 – Domanda Sismica e Capacità Strutturale

6.1. Confronto tra domanda sismica e capacità strutturale	55
6.1.1 Metodologia di pushover basata su un approccio energetico – Metodo A	55
6.1.2. Metodologia di pushover basata su un approccio energetico – Metodo B	60
6.2. Scelta della massa effettiva del sistema	63
6.3. Metodologia di confronto dell’affidabilità dei metodi energetici	64

Capitolo 7 – Esempi Applicativi su Sistemi SDOF

7.1. Esempi applicativi del metodo di pushover basata su criteri energetici	65
7.2. Metodologia di indagine dei risultati	67
7.3. Analisi e confronto dei risultati ottenuti dalle analisi	69
7.4 Considerazioni sulla metodologia di pushover basata sull'energia	75

Capitolo 8 – Esempi Applicativi su Sistemi MDOF piani

8.1. Esempi applicativi del metodo di pushover basata su criteri energetici	83
8.2. Metodologia di indagine dei risultati	84
8.3. Definizione del parametro errore per il confronto sintetico dei risultati	86
8.3.1. Indagine della risposta espressa in termini di spostamento di piano	88
8.3.2. Indagine della risposta espressa in termini di scorrimento di piano	91
8.3.3. Indagine della risposta espressa in termini di taglio alla base	94
8.4. Considerazioni a priori sulla migliore distribuzione di forze laterali da impiegare	97
8.5. Considerazioni sui parametri del metodo di analisi statica non lineare	99
8.6. Considerazioni sulla distribuzione di forze laterali	100
8.7. Considerazioni sulla metodologia di pushover basata sull'energia	103
8.8 Considerazioni sulla massa partecipante nel trattamento della curva capacitiva	106
8.9. Considerazioni sulla migliore metodologia adottata	109
8.9.1. Indagine della risposta basata sull'errore spostamento	109
8.9.2. Indagine della risposta basata sull'errore scorrimento di piano	113
8.9.3. Indagine della risposta basata sull'errore taglio alla base	118
8.10. Discussione sull'uso degli spettri normativi, generati e registrati	122

Capitolo 9 – Esempio Applicativo su Sistema MDOF 3D

9.1. Esempio applicativo del metodo di pushover basata su criteri energetici	125
9.2. Metodologia di indagine dei risultati	126
9.3. Analisi unidirezionale su modello 3D	128
9.3.1. Analisi pushover e capacità strutturale	129
9.3.2. Spettri e domanda sismica	130
9.3.3. Stima della soluzione mediante metodi di analisi pushover	130
9.3.4. Soluzione trovata mediante l'uso di analisi dinamiche non lineari	133
9.3.5. Valutazione dell'attendibilità delle metodologie di pushover	139
9.4. Analisi multi direzionale su modello 3D	140
9.4.1. Analisi pushover e capacità strutturale	141
9.4.2. Spettri e domanda sismica	142
9.4.3. Stima della soluzione mediante metodi di analisi pushover	143
9.4.4. Soluzione trovata mediante l'uso di analisi dinamiche non lineari	146
9.4.5. Valutazione dell'attendibilità delle metodologie di pushover	151

Capitolo 10 – Conclusioni

10.1. Conclusioni della tesi	161
10.2. Sviluppi futuri	170

Riferimenti

Appendici

Appendice A – Spettri di Pseudo-energia

A.1. Spettri di domanda sismica	A.i
A.2. Spettri di riferimento secondo Eurocodice 8	A.i
A.3. Spettri di pseudo-accelerazione per duttilità assegnata	A.iv
A.4. Spettri di spostamento per duttilità assegnata	A.v
A.5. Spettri di pseudo-energia per duttilità assegnata	A.vii
A.6. Spettri di Pseudo-Energia al variare dei diversi parametri	A.vii
A.7. Osservazioni sull'utilizzo di relazioni per la definizione della PsE	A.x
A.8. Influenza dei fattori di Newmark-Hall e Miranda sul rapporto R_{PsE}	A.xii

Appendice B – Spettri di Pseudo-energia per Sismi Registrati

B.1. Spettri di domanda sismica facendo uso di accelerogrammi registrati	B.i
B.2. Definizione del database	B.i
B.3. Definizione del modello isteretico dei sistemi spettrali e dei parametri correlati	B.iv
B.4. Influenza dei parametri sugli spettri di pseudo-energia	B.vii
B.4.1. Influenza del modello isteretico	B.vii
B.4.2. Influenza della duttilità	B.ix
B.4.3. Influenza della tipologia di suolo	B.xi
B.4.4. Influenza della magnitudo	B.xii
B.4.5. Influenza della distanza epicentrale	B.xiii
B.5. Confronto degli spettri in pseudo-energia con quelli di riferimento	B.xiv

Appendice C – Valutazione della Risposta Strutturale

C.1. Valutazione della risposta media strutturale nel caso piano e per sistemi simmetrici	C.i
C.2. Valutazione della risposta media strutturale nel caso piano e per sistemi asimmetrici	C.ii
C.3. Valutazione della risposta media strutturale nel caso 3D e per sistemi asimmetrici	C.iv
C.4. Osservazioni sull'inviluppo delle soluzioni	C.ix
C.5. Spettro-compatibilità degli accelerogrammi nel caso 3D	C.xii
C.6. Scelta degli accelerogrammi come input sismico nel caso 3D	C.xviii
C.7. Valutazione della risposta nel caso 3D mediante l'analisi statica non lineare	C.xix

Capitolo 1

Introduzione all'Approccio Energetico

1.1. Introduzione

Oggigiorno il notevole sviluppo raggiunto nei differenti campi della tecnica ha permesso di avere una conoscenza sempre più approfondita e dettagliata dei fenomeni naturali. La notevole innovazione tecnologica, avutasi specialmente nel campo dei software, ha permesso di poter contare su una modellazione/rilevazione e su di un controllo sistematico dei numerosi fattori che governano qualsiasi fenomeno naturale. Di contro, la potenza degli strumenti a disposizione non deve condurre alla errata idea che sia possibile prescindere dall'interpretazione fisica del fenomeno, dovendosi necessariamente fondare su solide basi teoriche. A tal proposito occorre, come è poi implicito nello stesso metodo scientifico, armonizzare teoria e pratica.

Nella presente tesi di dottorato, proprio con questo fine, si è voluto interpretare il complesso fenomeno della risposta delle strutture della ricorrente ingegneria civile di fronte agli eventi sismici che, in molte zone del globo ed in particolar modo nel territorio Italiano, rappresentano fonte di rischio e pericolosità, sia per quanto concerne la salvaguardia della vita umana sia per quello che interessa il danno economico derivante. Si è partiti cercando di utilizzare metodi basati su criteri di energia al fine di proporre un corretto strumento per la valutazione ed interpretazione della risposta dei sistemi sismo-resistenti non volendo di proposito tralasciare una corretta formulazione teorica di base. Definita la linea teorica da perseguire, qui indicata sinteticamente come Approccio Energetico (*Energy Approach, EA*), si è poi provveduto ad una sua riprova al fine di validarne la reale affidabilità. Risultati confortanti hanno mostrato come tale approccio abbia un significato fisico molto importante nella corretta lettura dei fenomeni qui analizzati.

1.2. Impiego del concetto di energia nell'ingegneria sismica

Negli ultimi decenni l'impiego di un approccio energetico come mezzo per l'interpretazione del comportamento e della risposta delle strutture eccitate da azioni sismiche ha avuto sempre più larga diffusione ed attenzione. L'uso dell'energia è già ampiamente impiegato nei diversi campi dell'ingegneria e della tecnica (meccanica, termodinamica, ecc.) ed i notevoli esempi a disposizione mostrano in maniera evidente come questa sia un potente strumento per la corretta interpretazione dei fenomeni naturali. In quest'ottica, negli ultimi anni il concetto di energia ha

avuto un suo fiorente sviluppo ed impiego anche nel campo dell’ingegneria della dinamica delle strutture.

In ambito sismico uno dei primi utilizzi dei concetti basati sull’approccio energetico al problema fu introdotto all’interno del 1st World Conference on Earthquake Engineering (Berkeley, 1956). Uno dei primi autori ad interessarsi di tali aspetti fu *Housner* [1] nel suo articolo dal titolo *Limit Design od Structures to Resist Earthquake*. Una prima formulazione del bilancio energetico era espressa secondo la seguente formula

$$E_p = c \cdot (E_t - E_e) \quad (1.1)$$

dove E_p rappresenta l’energia che la struttura è in grado di assorbire plasticamente, E_e l’energia che il sistema immagazzina elasticamente e c un fattore di sicurezza. L’energia totale in ingresso, qui chiamata E , può essere valutata mediamente come

$$E_t = \frac{1}{2} \cdot M \cdot S_{V\xi}^2 \quad (1.2)$$

dove M rappresenta la massa totale della struttura, $S_{V\xi}$ è la massima velocità, relativa al terreno, del sistema valutata per uno smorzamento ξ . In pratica tale energia in ingresso può essere espressa come una sorta di energia cinetica che il sistema possiede. Tale assunzione ha il vantaggio di essere indipendente dalla deformata strutturale e dal numero di modi considerati nella risposta. Per tracciare gli spetti di energia (ossia di velocità) soltanto 4 accelerogrammi furono prese in conto (El Centro 1934, El Centro 1940, Olympia 1949, Taft 1952). Inoltre si poté arrivare ai seguenti risultati: (1) dal valore di S_V è possibile ottenere il massimo valore del taglio alla base per la struttura; (2) tale energia rappresenta la massima energia cinetica che ci si può attendere durante tutto l’evento sismico; (3) lo spettro medio mostra un tratto praticamente orizzontale nell’intervallo dei medi periodi (0.4 ÷ 3.0 sec), oggi conosciuto come zona ad energia costante. Nonostante il ristretto numero di accelerogrammi impiegati, i concetti introdotti derivati dalle osservazioni delle risposte sono ancora oggi ritenuti validi. Di contro Housner non ha specificato come utilizzare l’equazione del bilancio energetico ma fermandosi soltanto ad una panoramica sui concetti basi inerenti alla stessa.

Negli anni successivi molti autori si sono mossi verso questa direzione al fine di interpretare e utilizzare tali concetti nella progettazione sismica. *Blume* (1960, 1961) [2] fu uno dei primi a pubblicare articoli a riguardo, ponendo in particolar modo l’attenzione sul fatto che una semplice progettazione basata su considerazioni statiche ed elastiche, largamente usata nel passato da molte normative sismiche, portava a sottostimare e non rappresentare in maniera corretta il reale stato di danneggiamento delle strutture a seguito di eventi sismici. Al contrario, una corretta interpretazione poteva essere perseguita solo relazionando la domanda sismica con la capacità della struttura di dissipare energia. Inoltre l’uso di metodologie semplificate e di largo ed immediato uso contrastano con un approccio energetico più rigoroso e di più difficile applicazione, specialmente quando questo dovrebbe essere usato nella corrente pratica progettuale.

Sempre nel 1960 *Berg e Thomaides* [3] presentarono uno studio sull’energia spettrale valutata attraverso la risposta di sistemi SDOF a comportamento elasto-plastico (EP). Sfortunatamente l’eccitazione sismica era composta soltanto da due accelerogrammi ma due importanti risultati

furono ottenuti: (1) lo snervamento del sistema non aumenta l’energia totale in input nel sistema; (2) per valori superiori a 0.06 g, una diminuzione della forza di snervamento non porta ad un incremento del massimo spostamento del sistema. Comunque, oltre al limitato database, le metodologie proposte fondamentalmente coincidevano con quelle introdotte da Housner.

Nello stesso anno anche *Veletsos e Newmark* [4] posero l’attenzione sul fatto che l’energia dissipata non elasticamente permetteva effettivamente di ridurre la forza in ingresso e che una corretta interpretazione di come detta energia venisse dissipata dal sistema era di fondamentale importanza per i processi progettuali ed era comune durante un evento sismico.

Nel 1965 sempre *Veletsos e Newmark* [5] con l’aiuto di *Chelepati* [5] mostraron, attraverso i risultati della loro campagna di indagine sulla risposta di sistemi EP-SDOF, che l’energia inelastica presente nel sistema non può essere tenuta semplicemente in conto utilizzando il fattore di smorzamento costante.

Sempre nel 1965 *Jennings* [6] studiò la risposta di sistemi SDOF a comportamento non lineare osservando che, per alcuni casi di analisi considerati dallo stesso Housner, l’energia rimaneva la stessa indipendentemente dal fatto che il sistema fosse elastico o inelastico.

Nel 1968 *Goel e Berg* [7] si occuparono della risposta di edifici pluripiano valutando nel particolare la componente energetica dissipata dagli stessi sistemi. Conclusero che l’effetto inelastico della struttura a griglia (a telaio) riduceva fino al 50% la risposta ma che l’uso di leggi inelastiche EPP tendevano a sovrastimare la risposta in comparazione a modelli più accurati. Fu inoltre considerata l’influenza dei principali parametri delle storie di accelerazione a cui sottoporre gli edifici.

Forse furono *Anderson e Bertero* [8], nel 1969, a dare un forte impulso alla ricerca andando ad applicare l’equazione del bilancio energetico allo scopo di valutare e quantificare le varie componenti dell’energia incluse nella risposta delle strutture.

Nella decade successiva, più precisamente nel 1974, *Gluck* [9] propose un fattore di riduzione definito come il rapporto tra l’energia immagazzinata dalla struttura nello stato finale e quella nel momento in cui viene raggiunto il primo snervamento. Tale fattore fu poi usato come parametro di progettazione per attenuare l’intensità del sisma al fine di ottenere un’azione di progetto da impiegare.

Altri autori, *Kato e Akijama* [10] (1975, 1977), discussero riguardo l’uso dell’energia per interpretare lo stato di danneggiamento delle strutture, ragionando sull’energia in input e sulla capacità della struttura di immagazzinare/dissipare tale energia.

Altri autori si sono comunque occupati dei vari aspetti riguardanti l’energia, ed in particolar modo nell’applicazione del bilancio energetico, per lo più investigando la risposta sia di sistemi SDOF che MDOF e sulla variazione di questa al variare dei principali parametri caratterizzanti lo scenario sismico. In particolare un notevole passo in avanti in questa direzione è stato fatto soprattutto negli anni ’80. Già dal 1980 *Akijama* [11] pubblicò un libro in cui proponeva una metodologia di progettazione basata su un approccio energetico al problema. Principale risultato, in accordo con quanto già predetto in via teorica da Housner, fu quello che l’energia totale in input era funzione solo della massa del sistema e del suo periodo di vibrazione T. Inoltre fu uno dei più importanti esempi di applicazione dei concetti energetici alla pratica progettuale che diedero un notevole impulso anche nella stesura delle innovative (al tempo) Normative Sismiche Giapponesi.

Park and Ang [12] riconobbero nel 1985 l’importanza di considerare non solo la massima deformazione registrata in un sistema a seguito di un evento sismico ma che particolare importanza era rivestita dal numero dei cicli anelastici compiuti, valutabili in maniera corretta solo

attraverso l’uso dell’energia dissipata dagli stessi. Furono inoltre introdotti gli indici di danno per valutare in modo accurato il danneggiamento delle strutture stesse.

Tembulkar and Nau [13] (1987) posero l’attenzione, grazie ai loro risultati, sull’importanza della scelta di corretti modelli comportamentali anelastici per la corretta valutazione delle componenti energetiche.

Nel 1988 Uang e Bertero [14, 15] pubblicarono un articolo dal titolo *Use of Energy as a Design Criterion in Earthquake Resistant Design* dove era posta particolare attenzione alla formulazione dell’equazione del bilancio energetico in *termini relativi* ed *assoluti* ed il conseguente significato fisico della stessa. Inoltre aggiunsero considerazioni importanti sul fatto che lo stato di danneggiamento di una struttura era fortemente influenzato da vari fattori che spesso nelle metodologie di progettazione non sono nemmeno tenuti in conto. In particolare si parla dell’effetto di amplificazione dovuta al sisma, delle componenti in frequenza e specialmente della durata dell’evento stesso. Un approccio energetico permette infatti di intendere meglio il comportamento reale e lo stato di danno per il sistema. Negli anni successivi (1990) gli stessi autori posero l’attenzione sull’importanza dell’approccio energetico espresso in termini assoluti (invece che relativi), avendo questo maggior significato fisico. Mostrarono altresì che la differenza era trascurabile per i medi periodi mentre era più marcata per i corti e lunghi periodi, dove i due approcci si discostavano sensibilmente.

Nelle successive decadi, fino ad arrivare ai giorni nostri, importanti progressi sono stati fatti nello studio della risposta delle strutture sismo-resistenti e dell’interpretazione del loro comportamento a mezzo di concetti energetici. La notevole spinta è soprattutto dovuta al rinnovato interesse che negli ultimi anni ha suscitato l’approccio energetico al problema sismico e soprattutto alla diffusione di potenti strumenti di calcolo che hanno comunque permesso di valutare e computare le varie grandezze in gioco senza avere un eccessivo sforzo computazionale. In particolar modo molti sono stati gli autori e gli studiosi che hanno applicato alle più svariate situazioni i concetti energetici, riprendendo fondamentalmente la via tracciata dai primi ricercatori in materia citati precedentemente.

1.3. Approccio energetico applicato all’analisi di modelli comportamentali

Uno dei problemi fondamentali nell’applicazione delle metodologie energetiche è sicuramente quello di avere una corretta valutazione delle grandezze in gioco. In particolare, per una corretta quantificazione dell’energia immessa nel sistema dal terreno mediante il sistema fondale e la differenziazione della stessa nelle varie componenti (elastica, isteretica, cinetica, viscosa) si possono seguire differenti percorsi.

La metodologia attualmente considerata come convenzionalmente esatta è costituita dall’analisi dinamica non lineare applicata alla struttura 3D caratterizzata da un adeguato modello comportamentale dei suoi elementi costituenti. Oggigiorno i nuovi software permettono di avere modellazioni sempre più accurate e precise del comportamento reale degli oggetti a costo però di un notevole onere computazionale. Inoltre solo pochissimi programmi sono pensati per tali fini e di solito non hanno un largo impiego se non per situazioni molto specifiche. L’idea cardine è quella di modellare la struttura in esame in modo quanto più accurato possibile ottenendo quindi un modello che rappresenti in maniera quanto più esatta possibile il reale comportamento degli elementi costituenti il sistema. Inevitabilmente bisogna tenere in conto delle intrinseche approssimazioni sia del modello sia della teoria che governa il problema. Una volta messo a

punto il modello di calcolo, questo andrebbe sottoposto ad un numero quanto più elevato possibile di storie di accelerazione al fine di valutare la risposta nel numero di casi più alto possibile. Valutando poi la risposta media (ed il suo scostamento da questa mediante la deviazione standard) dei parametri in gioco si può risalire ad una valutazione convenzionale della risposta. Per i motivi già illustrati prima, questo approccio risulta difficoltoso ed a volte non perseguibile, specialmente nei casi ricorrenti di progettazione sismica di strutture convenzionali (edilizia residenziale, industriale, ecc). In considerazione di quanto detto, altre metodologie sicuramente più semplici, ma di più accessibile impiego, possono essere usate allo scopo di valutare la risposta dei sistemi sismo-resistenti. In particolare i metodi oggigiorno presenti sono catalogabili in quattro principali categorie nel seguito brevemente richiamate:

Analisi Statiche Lineari:

Solitamente sono metodologie molto semplici basate su equivalenze statiche ed affette da notevoli approssimazioni e quindi necessariamente più conservative. Applicare concetti energetici a tale tipo di analisi è comunque possibile ma a discapito della precisione e dell’accuratezza della risposta. Possono ad ogni modo essere utilizzate per prime stime (predimensionamento) o controllo sommario della risposta ottenuta da analisi più sofisticate.

Analisi Dinamiche Lineari:

Solitamente sono metodologie più raffinate rispetto a quelle statiche ed hanno il vantaggio di tenere in conto le caratteristiche dinamiche della risposta della struttura. Esempio classico è rappresentato dall’analisi modale con spettro di risposta, considerato oggi il normale metodo di progettazione sismica. Applicare concetti energetici a tale tipo di analisi è ancora possibile ma sempre tenendo in conto forti semplificazioni specie per rappresentare la componente anelastica della risposta. Questa, come noto, è convenzionalmente messa in conto attraverso il cosiddetto fattore di struttura che abbatte lo spettro elastico di domanda sismica.

Analisi Statiche Non Lineari:

Tali metodologie permettono di avere una quantificazione migliore della componente anelastica della risposta sismica a vantaggio di un meno gravoso onere computazionale che potrebbe essere richiesto invece per un’analisi time history. La componente dinamica della risposta si va a perdere ma può essere tenuta in conto grazie a considerazioni semplificate e concetti di equivalenza. Una metodologia basata sull’energia può qui essere applicata, con le dovute semplificazioni, per tenere in conto soprattutto della componente anelastica della risposta. Si può osservare che, quando il comportamento è puramente elastico, l’analisi statica non lineare degenera in una semplice analisi statica lineare.

Analisi Dinamiche Non Lineari:

Tale tipo di analisi rappresenta attualmente il migliore e convenzionalmente esatto approccio alla valutazione della risposta sismica delle strutture. Grazie a tale tipo di analisi si possono valutare tutti i principali aspetti della risposta sia per quanto riguarda la componente anelastica sia per quanto concerne l’aspetto dinamico. Come mostrato in precedenza però, essendo un’analisi molto accurata, essa richiede anche una più precisa modellazione del comportamento degli elementi, in particolar modo per quello che riguarda i cicli dissipativi di isteresi.

Si vuole ora anticipare brevemente la procedura generale seguita per quello che concerne la metodologia introdotta nel presente studio. I vari aspetti verranno poi discussi in maniera maggiormente dettagliata nei successivi capitoli. Si consideri la generica struttura della quale se ne voglia studiare la risposta a fronte di eventi sismici mediante l’impiego di interpretazioni basate su concetti energetici. L’analisi dinamica lineare può essere adottata al fine di avere un primo dimensionamento della struttura ed in particolar modo dei suoi elementi costituenti. Pronto il modello, si sottopone questo ad analisi statiche non lineari (pushover) al fine di valutarne la risposta. Tali tipo di analisi sono basate, come anticipato, su considerazioni puramente energetiche. Sono comunque state eseguite anche analisi statiche non lineari convenzionali (suggerite dalle normative sismiche) usate come termine di paragone. Per testare l’affidabilità del metodo di pushover energetica sono state eseguite inoltre analisi dinamiche non lineari che rappresentano, come detto, la soluzione esatta al problema. Nei capitoli successivi sono illustrati i principali aspetti di questo metodo e le varie assunzioni e/o semplificazioni adottate per superare singole problematiche presentatesi.

Capitolo 2

Approccio Energetico al Problema Sismico

2.1. Introduzione al problema sismico nell'ottica energetica

Il forte bisogno di realizzare strutture sempre più efficienti ha portato, nel recente passato, a mettere a punto nuove metodologie di analisi per una sempre più accurata interpretazione della risposta di sistemi sismo-resistenti. Per quanto concerne l'aspetto progettuale, un approccio basato su criteri energetici sembra essere un valido strumento per una corretta ed accurata lettura del comportamento delle strutture e, di conseguenza, un adeguato mezzo di analisi per una affidabile valutazione della risposta di sistemi di protezione sismica. I principali vantaggi che si possono ottenere sono già stati trattati per sommi capi nell'introduzione al presente studio [Capitolo 1]. Il punto focale sta ora nella definizione delle grandezze in gioco. Poi, una volta note le quantità di interesse, è necessario stimare in modo quanto più accurato possibile la risposta del sistema sismo-resistente. Convenzionalmente questo è quello che possiamo chiamare il *problema sismico*. In generale si può dire che da un lato andrà definita la domanda imposta dal sisma, esplicabile ad esempio mediante opportuni spettri di energia, e dall'altro quantificare la capacità di risposta che la struttura stessa è in grado di fornire, attraverso curve di capacità. Lo scopo di questo lavoro è proprio quello di passare da metodi tradizionali a metodologie più innovative ed efficienti. Lo sforzo è mirato sostanzialmente nell'abbandonare le vecchia concezione incentrata sulla visione del sisma che si manifesta attraverso forze sulla struttura con il fine poi ricontrollare semplicemente che le sollecitazioni in termini di tensioni non superino un fissato valore ammissibile, magari contemplando addirittura soltanto il comportamento elastico. Già recentemente, con l'introduzione del concetto di Stato Limite Ultimo (SLU), si è compiuto un passo avanti, evitando di arrestare la verifica al limite elastico. Da qui poi l'introduzione del concetto di *performance* (Park & Paulay) [48] richiesta alla struttura durante un attacco sismico. Un ulteriore miglioramento può essere poi ottenuto, appunto, mediante l'impiego dell'approccio energetico. Fondamentalmente il metodo si basa sulla quantificazione della richiesta, in termini di energia, imposta dal sisma e quindi confrontare questa con la capacità dissipativa della struttura. Nasce immediatamente il problema di determinare quale sia la più corretta forma di energia da prendere in considerazione per quantificare in maniera appropriata la risposta degli edifici reali. Molti sono stati, nel corso del recente passato, gli studi riguardanti tale aspetto dell'ingegneria civile come già illustrato in precedenza. Forse uno dei più importanti passi in avanti è stato poi compiuto da *Uang e Bertero* [14, 15] ai quali va il merito di aver introdotto le equazioni

fondamentali del bilancio energetico. In particolare sono state definite le grandezze fondamentali di interesse: le energie recuperabili E_a (*Energia Cinetica*) ed E_s (*Energia Elastica*) e quelle irrecuperabili E_h (*Energia Isteretica*) ed E_ξ (*Energia Viscosa*). In aggiunta è stato approfondito il significato della differenza tra un approccio di tipo assoluto e uno di tipo relativo. Anche nel presente studio si fa riferimento alle forme energetiche sopradette.

Per fissare le idee si faccia utile riferimento a quanto proposto nel seguito. L'azione di un carico di tipo dinamico su un sistema strutturale corrisponde all'immissione in esso di una determinata quantità di energia che viene appunto indicata come *Energia Input* E_I . Tale energia mette in moto le masse strutturali e viene trasformata dalla struttura in forme di energia accumulata e dissipata. La prima è anche detta recuperabile mentre la seconda è invece detta irrecuperabile. L'equazione (2.1) rappresenta il bilancio energetico di un sistema

$$E_I = E_a + E_d \quad (2.1)$$

Il primo termine rappresenta l'energia in ingresso che penetra nella struttura attraverso le fondazioni che non è altro che il lavoro compiuto dalle forze di inerzia agenti sulla struttura a seguito del movimento del loro punto di applicazione. Il primo termine a secondo membro rappresenta l'*energia accumulata* E_a (recuperabile) dalla struttura sotto due diverse forme ovvero come energia di deformazione elastica E_s e come energia cinetica E_k .

$$E_a = E_s + E_k \quad (2.2)$$

Infine, il secondo termine delle (2.1), sempre a secondo membro, costituisce la parte *dissipata* ed *irrecuperabile* E_d di energia, dispersa per via viscosa E_ξ ed isteretica E_h .

$$E_d = E_h + E_\xi \quad (2.3)$$

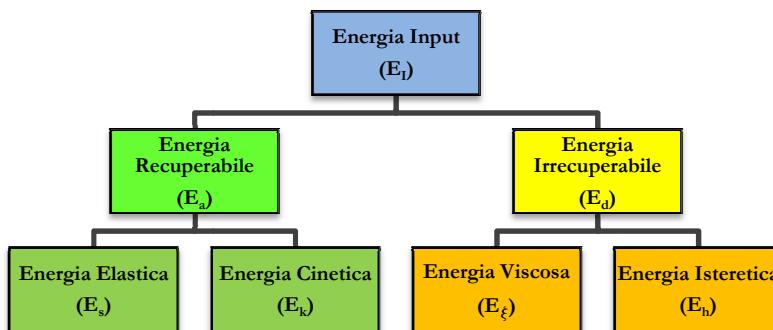


Figura 2.1.I – Componenti energetiche

Nella Fig. 2.1.I precedente è rappresentato in maniera grafica come l'energia si scompone nelle varie forme. Per la corretta quantificazione di tali energie occorre, a rigore, effettuare analisi sul sistema sottoponendo questo ad un gran numero input sismici rappresentati da accelerogrammi al fine di computare, per ogni evento, le varie componenti energetiche sopradette. Spesso accade che tale tipo di approccio non sia perseguitibile a causa degli intrinseci problemi computazionali ed allora soluzioni alternative possono essere adottate per ovviare tale inconveniente. La soluzione

convenzionalmente adottata e riconosciuta a livello progettuale è costituita dalla definizione di spettri di risposta delle varie grandezze di interesse del problema. Come già accennato in precedenza, esistono poi molti altri fattori che governano il fenomeno. Ad esempio, nel comportamento della struttura stessa, è difficile quantificare l'effetto dell'interazione con parti non strutturali. La funzione esplicata dal corpo fondazione è un altro aspetto di difficile interpretazione, rappresentando a volte un fattore amplificante ed a volte un fattore smorzante della risposta. Si cerca usualmente di mettere in conto questo legandolo, da un lato, alla tipologia di terreno e, dall'altro, assimilandolo a comportamenti viscosi equivalenti incorporandolo nel fattore di smorzamento ξ .

È noto anche che gli spettri sono comunemente ottenuti per sistemi ad un sol grado di libertà (SDOF) con un fissato comportamento non lineare mentre nelle strutture reali i gradi di libertà sono molti e spesso anche i comportamenti non elastici sono complessi da codificare con l'impiego di leggi analitiche. Un ulteriore aspetto è costituito dal fatto che, anche per via sperimentale, è arduo scindere gli effetti imputabili a comportamenti viscosi da quelli di natura isteretica. Un inevitabile errore viene commesso poi nella formulazione analitica del problema, cioè quando si vogliono rappresentare grandezze dotate di andamenti piuttosto irregolari con espressioni analitiche semplificate. La scelta delle grandezze da prendere in esame porta inevitabilmente ad approssimazioni e risultati a volte discordanti. Si vuol porre inoltre l'attenzione anche sul fatto che, quando si prende un certo terremoto, questo risulta essere caratterizzato da differenti parametri come l'ampiezza delle oscillazioni del terreno, i contenuti in frequenza, la durata della scossa, la particolare successione delle pulsazioni dell'accelerazione e così via. È ovvio allora che due terremoti con stessa magnitudo considerati nel medesimo sito possono portare a risposte profondamente differenti. Occorrerebbe allora effettuare un'indagine su un numero di eventi quanto maggiore possibile su un prefissato sito e infine inviluppare i risultati ottenuti. Sfortunatamente non sono disponibili un così consistente numero di registrazioni per una fissata zona, quindi l'unica alternativa è quella di raggruppare e classificare fenomeni tra loro simili anche se fanno capo a luoghi molto distanti fra loro. Il termine *simile* allora acquista un'importanza cruciale nella comparazione dei dati che comunque sono tra loro eterogenei. Di contro, raggruppare terremoti da un punto di vista di contenuto energetico potrebbe essere una soluzione da tenere in considerazione.

2.2. Equazione del bilancio energetico

Si vuole nel proseguo definire in modo analitico i passaggi che portano alla definizione delle grandezze energetiche introdotte nel paragrafo precedente. Allo scopo di scrivere l'equazione del bilancio energetico, si faccia per comodità riferimento ad un sistema SDOF caratterizzato da una massa m , un coefficiente di smorzamento proporzionale alle velocità c e da un comportamento elasto-plastico. Ovviamente l'estensione di tale equazione a sistemi MDOF è immediata facendo un semplice uso della rappresentazione matriciale. L'equazione base del moto può essere scritta in forma generale come

$$m \cdot \ddot{x}_a + c \cdot \dot{x}_r + f_s = 0 \quad (2.4)$$

dove si è indicato con x_a lo spostamento della massa rispetto ad un sistema di riferimento assoluto, con x_r quello relativo, tra loro legati secondo la classica relazione della meccanica del moto

$$x_a = x_t + x_r \quad (2.5)$$

dove è stato indicato lo spostamento del terreno con x_r , che non è altro che la componente di trascinamento. Notiamo anche che il termine f_s rappresenta la componente elasto-plastica del sistema essendo esprimibile, indicando con k l'opportuna rigidezza elastica del sistema, come

$$f_s = \begin{cases} k \cdot x_r & - \text{campo elastico} \\ k'(x_r) & - \text{campo plastico} \\ k''(x_r) & - \text{ramo di scarico} \end{cases} \quad (2.6)$$

Usualmente, per un sistema con incrudimento plastico (ESH), la rigidezza post-elastica k' è espressa come percentuale di quella elastica k . Sempre per un sistema ESH si assume che la rigidezza del ramo di scarico sia proprio pari a quella elastica. Va ricordato che, in generale, per sistemi comportamentali più complessi, la formulazione matematica può diventare notevolmente più articolata con notevoli aggravi dal punto di vista computazionale.

Nei paragrafi successivi è mostrato come ottenere l'equazione del bilancio energetico in base al sistema di riferimento assunto.

2.2.1 Equazione del bilancio energetico in termini assoluti

Nel proseguito si vogliono illustrare i passaggi necessari per riuscire a scrivere l'equazione del bilancio energetico nella forma cosiddetta *assoluta*. A tale proposito si parta dall'equazione del moto (2.4) proposta in precedenza. Moltiplicando ora l'equazione del moto per il termine dx_r ed integrando il tutto si ottiene

$$\int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_r + \int c \cdot \dot{x}_r \cdot dx_r + \int f_s \cdot dx_r = 0 \quad (2.7)$$

Prendendo in esame il primo termine della (2.7), e sostituendoci quanto trovato nella (2.8), si ottiene la relazione proposta in (2.9).

$$x_r = x_a - x_t \rightarrow dx_r = dx_a - dx_t \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_r &= \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot (dx_a - dx_t) = \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_a - \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_t = \\ &= \int m \cdot \frac{d\dot{x}_a}{dt} \cdot dx_a - \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_t \end{aligned} \quad (2.9)$$

Andando ora a sostituire la (2.9) nella (2.7), attraverso semplici passaggi si trova

$$\int m \cdot d\dot{x}_a \cdot \frac{dx_a}{dt} + \int c \cdot \dot{x}_r \cdot dx_r + \int f_s \cdot dx_r = \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_t \quad (2.10)$$

Il primo termine della (2.10) rappresenta l'*Energia Cinetica* posseduta dal sistema durante il suo moto ed è espressa in termini assoluti. Dalla sua integrazione si ottiene la formulazione più nota

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_a)^2 + \text{const.} \quad \text{Energia Cinetica Assoluta} \quad (2.11)$$

Il secondo termine, sempre della (2.10) invece rappresenta l'energia dissipata per effetto viscoso ed è sempre non negativa. Verrà chiamata semplicemente *Energia Viscosa*

$$E_\xi = \int c \cdot \dot{x}_r \cdot dx_r \quad \text{Energia Viscosa} \quad (2.12)$$

Il terzo termine della (2.10) rappresenta l'energia assorbita relativamente ad f_s ed è data dalla somma dell'*Energia Elastica* recuperabile E_s ed all'*Energia Isteretica* irrecuperabile E_h .

$$E_a = \int f_s \cdot dx_r = E_s + E_h \quad \text{Energia Assorbita} \quad (2.13)$$

In particolare la componente recuperabile può essere espressa, nella classica ipotesi di proporzionalità tra forza e spostamento, come

$$f_s = k \cdot x_r \quad (2.14)$$

Sotto tale ipotesi, integrando la componente elastica della relazione proposta in (2.13) si ha

$$E_s = \int f_s \cdot dx_r = \int k \cdot x_r \cdot dx_r = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_r)^2 + \text{const.} \quad \text{Energia Elastica Assorbita} \quad (2.15)$$

Infine, il termine a secondo membro della (2.10) è per definizione l'*Energia in Entrata*

$$E_I = \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_t \quad \text{Energia Input Assoluta} \quad (2.16)$$

Essendo definita in termini assoluti, la (2.16) rappresenta proprio l'energia assoluta immessa dal terremoto nella struttura. Si può notare che il termine $m \cdot \ddot{x}_a$ non è altro che la forza di inerzia in un riferimento assoluto applicata al sistema e può essere interpretata come una sorta di taglio alla base. Moltiplicando per lo spostamento del terreno otteniamo l'espressione del lavoro in input. In conclusione, l'equazione del bilancio energetico in termini assoluti può allora essere formulata nella seguente forma compatta

$$E_I = E_k + E_\xi + E_s + E_h \quad \text{Equazione del Bilancio Energetico Assoluta} \quad (2.17)$$

che formalmente esprime la relazione che esiste tra l'energia in ingresso e le varie forme in cui questa viene trasformata dal sistema.

2.2.2 Equazione del bilancio energetico in termini relativi

Prendendo di nuovo il sistema SDOF considerato prima, l'equazione (2.4) del moto può essere espressa, analogamente a prima, come

$$m \cdot \ddot{x}_a + c \cdot \dot{x}_r + f_s = 0 \quad (2.18)$$

dove valgono sempre le notazioni usate in precedenza. Derivando due volte la relazione del moto che lega gli spostamenti del sistema (2.19) e sostituendo nella (2.18) si ottiene quanto proposto nella (2.20).

$$x_a = x_t + x_r \rightarrow \ddot{x}_a = \ddot{x}_t + \ddot{x}_r \quad (2.19)$$

$$m \cdot (\ddot{x}_t + \ddot{x}_r) + c \cdot \dot{x}_r + f_s = 0 \quad (2.20)$$

Alla fine portando a secondo membro il termine relativo al terreno si ottiene

$$m \cdot \ddot{x}_r + c \cdot \dot{x}_r + f_s = -m \cdot \ddot{x}_t \quad (2.21)$$

L'equazione (2.21) non è altro che la classica relazione utilizzata nello studio del moto dei SDOF in cui tutto è espresso in un sistema di riferimento *relativo* in cui si applica al piede del sistema una storia di accelerazione \ddot{x}_t , che rappresenta appunto l'accelerazione del terreno durante un evento sismico. Dall'integrazione della (2.21) si arriva ad avere

$$\int m \cdot \ddot{x}_r \cdot dx_r + \int c \cdot \dot{x}_r \cdot dx_r + \int f_s \cdot dx_r = - \int m \cdot \ddot{x}_t \cdot dx_r \quad (2.22)$$

È facile notare che il secondo e terzo termine della (2.22) sono sempre, rispettivamente, E_ζ ed E_a . Focalizzando l'attenzione sul primo termine della (2.22) ed integrando, si ha

$$\int m \cdot \ddot{x}_r \cdot dx_r = \int m \cdot \frac{d\dot{x}_r}{dt} \cdot dx_r = \int m \cdot \dot{x}_r \cdot d\dot{x}_r = \frac{m \cdot (\dot{x}_r)^2}{2} + \text{const.} \quad (2.23)$$

Tale grandezza non è altro che l'*Energia cinetica* espressa in termini relativi ossia

$$E_k' = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_r)^2 + \text{const.} \quad \text{Energia Cinetica Relativa} \quad (2.24)$$

Il secondo membro della (2.22) invece rappresenta l'energia immessa nella struttura dal sisma ed è anch'essa definita in termini relativi

$$E_I' = - \int m \cdot \ddot{x}_t \cdot dx_r \quad \text{Energia Input Relativa} \quad (2.25)$$

Si può dire che l'energia in input è relativa al lavoro fatto dalle forze statiche equivalenti $-m \cdot \ddot{x}_t$ nell'equivalente sistema a base fissa. Formalmente l'equazione energetica diventa uguale a prima

$$E_I' = E_k' + E_\xi + E_s + E_h \quad \text{Equazione del Bilancio Energetico Relativa} \quad (2.26)$$

Si osservi che, nonostante la somiglianza formale, le due equazioni sono caratterizzate da un significato fisico sensibilmente differente.

2.3. Confronto delle Equazioni del bilancio energetico nei due approcci

Per alcuni aspetti studiare il sistema SDOF in un riferimento relativo oppure assoluto non porta ad alcuna differenza. Risultati discordanti si hanno invece per la trattazione di alcune grandezze, come appunto quelle energetiche, che qui si vogliono analizzare. Prima differenza sostanziale risiede nel fatto che nella classica trattazione del sistema a base fissa, ossia nell'approccio relativo, si trascura la traslazione di corpo rigido imputabile al movimento del terreno. In Fig. 2.3.I è mostrato schematicamente quanto affermato.

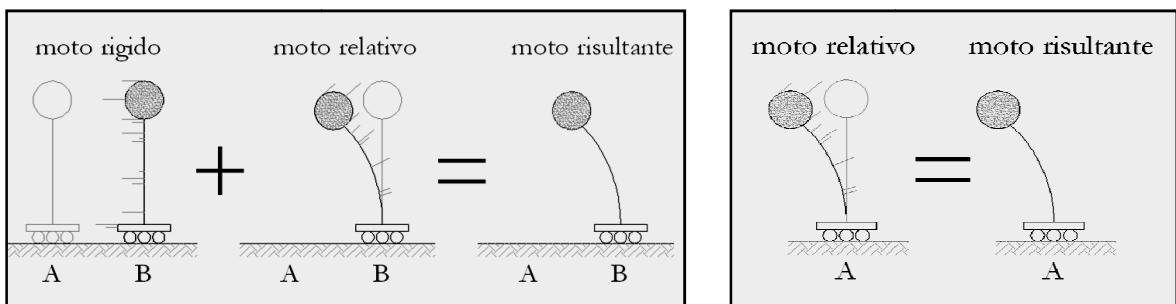


Figura 2.3.I - Moto del sistema SDOF nel riferimento assoluto (sinistra) ed in quello relativo (destra)

Questo porta principalmente a differenze nella valutazione dell'energia cinetica e quindi anche dell'energia in input. Si fa notare che le componenti energetiche E_s , E_ξ , ed E_h sono indipendenti dall'approccio impiegato ossia sono sempre le medesime in entrambi i casi. Passando ora al confronto analitico tra le energie in input ottenute con i due approcci si riesce meglio a mettere in evidenza tale discrepanza. Per fare questo, si faccia utile riferimento ai passaggi proposti in (2.27)

$$\begin{aligned} E_I &= \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_t = \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot (dx_a - dx_r) = \\ &= \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_a - \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_r = \int m \cdot \frac{d\dot{x}_a}{dt} \cdot dx_a - \int m \cdot (\ddot{x}_r + \ddot{x}_t) \cdot dx_r = \\ &= \frac{m \cdot (\dot{x}_a)^2}{2} - \int m \cdot \frac{d\dot{x}_r}{dt} \cdot dx_r - \int m \cdot \ddot{x}_a \cdot dx_r = \\ &= \frac{m \cdot (\dot{x}_a)^2}{2} - \frac{m \cdot (\dot{x}_r)^2}{2} + E_I' = E_k - E_k' + E_I' \end{aligned} \quad (2.27)$$

Manipolando opportunamente l'equazione appena trovata (2.27) si ottiene

$$\begin{aligned} E_I - E_I' &= E_k - E_k' = \frac{m \cdot (\dot{x}_a)^2}{2} - \frac{m \cdot (\dot{x}_r)^2}{2} = \frac{m \cdot (\dot{x}_t + \dot{x}_r)^2}{2} - \frac{m \cdot (\dot{x}_r)^2}{2} = \\ &= \frac{m \cdot (\dot{x}_t)^2}{2} + \frac{m \cdot (\dot{x}_r)^2}{2} + m \cdot x_t \cdot x_r - \frac{m \cdot (\dot{x}_r)^2}{2} = \frac{m \cdot (\dot{x}_t)^2}{2} + m \cdot \dot{x}_t \cdot \dot{x}_r \end{aligned} \quad (2.28)$$

In definitiva, nella (2.29) è proposta la differenza tra i due termini energetici in input che vale

$$E_I - E_I' = E_k - E_k' = \frac{m \cdot (\dot{x}_t)^2}{2} + m \cdot \dot{x}_t \cdot \dot{x}_r \quad Differenza\ Energia\ Input \quad (2.29)$$

È facile capire come non sia immediato determinare il valore della differenza appena proposta. Allo scopo di fissare le idee, risulta conveniente fare un confronto per brevi e lunghi periodi relativamente al generico sistema SDOF.

Supponendo T molto grande, cioè tendente al limite anche ad infinito, si può supporre che

$$x_r = -x_t \rightarrow x_a = x_r + x_t = 0 \rightarrow \ddot{x}_a = 0 \quad (2.30)$$

Normalizzando le energie input rispetto alla massa del sistema e sostituendo quanto trovato nella (2.30), rispettivamente nella (2.16) e nella (2.25), si ottiene

$$\frac{E_I}{m} = \int \ddot{x}_a \cdot dx_t = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{E_I'}{m} = - \int \ddot{x}_t \cdot dx_r = - \int \ddot{x}_t \cdot (-dx_t) = \int \frac{d\dot{x}_t}{dt} \cdot dx_t = \frac{(\dot{x}_t)^2}{2} \quad (2.32)$$

si può allora calcolare la differenza tra i due termini semplicemente sottraendo alla (2.31) la (2.32) che vale

$$\frac{E_I - E_I'}{m} = \frac{(\dot{x}_t)^2}{2} \quad (2.33)$$

Si presti attenzione al fatto che per l'energia in input si fa riferimento al valore massimo calcolato su tutta la durata della time history infatti, se si prendesse il valore alla fine dell'evento sismico, si avrebbe che l'accelerazione del terreno tenderebbe a zero quindi si annullerebbe anche la differenza tra le energie sopradette.

Supponendo ora T molto piccolo, cioè tendente a zero, è ragionevole assumere che

$$x_r = 0 \rightarrow x_a = x_t \rightarrow \ddot{x}_a = \ddot{x}_t \quad (2.34)$$

Analogamente a prima, si sostituisce il risultato scaturito dalla (2.43) ancora nella (2.16) e nella (2.25) ottenendo

$$\frac{E_I}{m} = \int \ddot{x}_a \cdot dx_t = \int \ddot{x}_t \cdot dx_t = \frac{(\dot{x}_t)^2}{2} \quad (2.35)$$

$$\frac{E_I'}{m} = - \int \ddot{x}_t \cdot dx_r = 0 \quad (2.36)$$

Si può allora calcolare, anche in questo caso, la differenza tra i due termini energetici sottraendo alla (2.35) la (2.36) ed ottenendo

$$\frac{E_I - E_I'}{m} = \frac{(\dot{x}_I)^2}{2} \quad (2.37)$$

Si osservi, dal confronto tra la (2.37) e la (2.33), che in entrambi i casi la differenza è la medesima. Si fa notare però che il loro significato fisico è profondamente differente infatti gli stessi risultati sono stati raggiunti con considerazioni tra loro profondamente lontane. Si osservi però, come già detto da Housner, che tale discrepanza è alta solo nelle zone degli alti e dei bassi periodi. Nel range dei medi periodi i due approcci conducono sostanzialmente ai medesimi risultati in termini di energia input totale. In Fig. 2.3.II sono proposti gli spettri elastici di energia input relativa ed assoluta valutati assumendo come input sismico la componente in accelerazione *FRIULI/TMZ270* del terremoto del Friuli del 1976 (NGA-PEER database no. NGA0125).

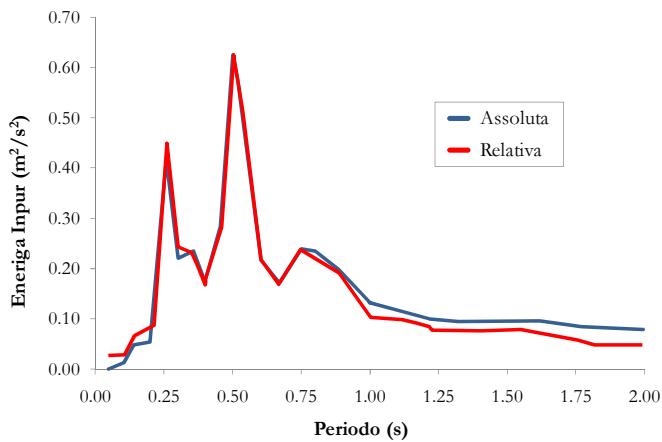


Figura 2.3.II – Confronto spettrale tra Energia Input Relativa ed Assoluta (Sisma Friuli '76)

2.4. Equazioni energetiche per l'analisi statica non lineare

Sembra ora opportuno trattare nello specifico cosa accade, dal punto di vista energetico, quando si esegue un'analisi statica non lineare (pushover) su una struttura reale. Per fare questo si passa alla riformulazione dell'equazione del bilancio energetico per questo particolare tipo di analisi. Per semplicità si faccia ancora utile riferimento ad un sistema SDOF, essendo immediata l'estensione al caso MDOF mediante l'adozione di una rappresentazione matriciale delle equazioni nel seguito proposte. Nella forma assoluta, l'equazione di bilancio energetico (2.17) si scrive come

$$E_I = E_a + E_\xi + E_k \quad (2.38)$$

avendo mantenuto la medesima notazione utilizzata nei paragrafi precedenti. Nello specifico le varie componenti energetiche si scrivono come

$$E_a = E_s + E_h = \int f_s \cdot dx_r; \quad E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_a)^2; \quad E_\xi = \int c \cdot \dot{x}_r \cdot dx_r \quad (2.39)$$

È ovvio che, in una analisi statica, si annullano le velocità e che quindi l'equazione si semplifica notevolmente diventando

$$E_k = E_k(\dot{x}_a, \dot{x}_r) = 0 \quad (2.40)$$

$$E_\xi = E_\xi(\dot{x}_a, \dot{x}_r) = 0 \quad (2.41)$$

$$E_I = E_a = E_s + E_h = \int f_s \cdot dx_r \quad (2.42)$$

Eseguendo gli stessi ragionamenti, ma stavolta da un punto di vista relativo, si ottengono risultati analoghi, ovvero

$$E'_I = E_a + E_\xi + E'_k \quad (2.43)$$

$$E'_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x}_r)^2 = 0 \quad (2.44)$$

$$E_\xi = \int c \cdot \dot{x}_r \cdot dx_r = 0 \quad (2.45)$$

L'equazione generale dell'energia relativa diventa semplicemente

$$E'_I = E_a = E_s + E_h = \int f_s \cdot dx_r \quad (2.46)$$

Confrontando la (2.45) con la (2.42), si deduce che le due equazioni energetiche portano, nel caso di tale analisi, al medesimo risultato

$$E_I = E'_I \quad (2.47)$$

Si può allora affermare che, in campo statico, sia lineare che non lineare, le relazioni del bilancio energetico, cioè sia quella in termini relativi che quella in termini assoluti, coincidono. Questo è un risultato abbastanza ovvio infatti la discrepanza tra energia input assoluta e relativa era proprio da ricercare nella componente cinetica, che si annulla a causa dell'annullamento delle velocità.

Altro risultato notevole è costituito dal fatto che l'energia input è valutabile in maniera immediata attraverso semplici analisi pushover. Da sottolineare comunque la differente natura delle equazioni scritte sopra. Si osservi, nello specifico, che l'equazione del bilancio energetico è riferita, una volta integrata, alla durata dell'evento considerato. Passando all'analisi statica si perde la natura dinamica del problema. Questo significa che l'energia input sopra proposta deve essere vista come una energia input equivalente e non reale. Questo concetto è comunque meglio spiegato nei capitoli successivi, in particolar modo nella sezione dedicata alla definizione degli spettri espressi in termini di energia.

Capitolo 3

Analisi Pushover

3.1. L'analisi statica non lineare per la valutazione della risposta sismica delle strutture

Nella valutazione della risposta sismica di strutture a fronte di eventi tellurici, particolare attenzione va posta sulla scelta e sull'impiego di metodi di analisi affidabili. A tal proposito, come illustrato già nel § 1.3 del Capitolo 1, quattro sono le principali tipologie di analisi disponibili. Nel presente studio è analizzata l'analisi statica non lineare, nota anche come analisi pushover, dato che, come detto in precedenza, rappresenta uno strumento non eccessivamente oneroso dal punto di vista computazionale ma che permette di avere una valutazione più attendibile e accurata della risposta sismica dei sistemi rispetto alle classiche metodologie lineari sia statiche che dinamiche. Si ricorda comunque che il metodo di analisi pushover proposto dalla Normativa (Metodo N2 dell'Eurocode 8 preso qui come riferimento) ha validità per strutture regolari in senso generale e va opportunamente calibrata per situazioni particolari dove irregolarità piano-altimetriche possono portare ad una errata interpretazione della reale risposta del sistema. Sono qui elencati brevemente i principali vantaggi ottenibili dall'impiego di tale tipo di analisi.

- Reale valutazione della richiesta di resistenza su elementi fragili come colonne, nodi trave-pilastro e pilastro-fondazione, elementi tozzi, pareti di taglio;
- Reale valutazione della richiesta di deformazione su elementi duttili i quali devono, volutamente, entrare in campo plastico allo scopo di consumare energia;
- Conoscenza dell'effettiva distribuzione della domanda anelastica locale e globale;
- Individuazione delle zone critiche dove è maggiore la richiesta di duttilità;
- Verificare il comportamento globale della struttura a seguito della perdita di funzionalità di uno o più particolari elementi;
- Individuazione di eventuali irregolarità in pianta o in elevato in termini sia di resistenza che di deformazione;
- Valutazione degli spostamenti tra i vari piani in particolar modo per stimare eventuali danni su elementi non strutturali come tamponature, impianti, ecc.;
- Monitoraggio continuo di deformazioni, sollecitazioni, snervamento e rottura di ogni elemento componente il sistema resistente;
- Minore onere computazionale rispetto ad un'analisi dinamica non lineare e rappresentazione più sintetica della risposta attraverso semplici curve di capacità.

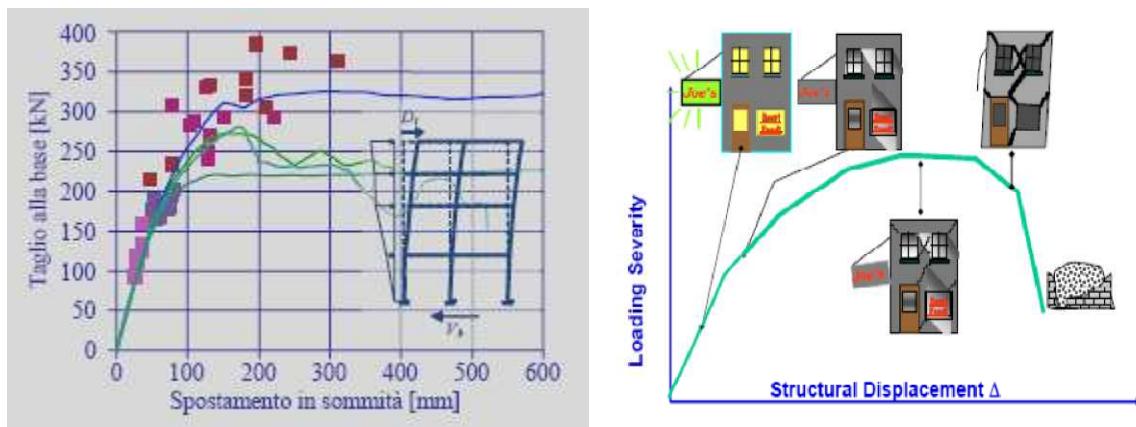


Figura 3.1.I – Significato dell'analisi pushover

La performance di una struttura soggetta ad input sismico dipende in maniera molto marcata dalla sua capacità a deformarsi quando sottoposta a forze laterali e dalla sua duttilità intrinseca. Analisi elastiche, sia statiche che dinamiche, non riescono a mettere bene in evidenza, come accennato sopra, i cambiamenti della risposta del sistema man mano che elementi strutturali componenti entrano in campo plastico. Attualmente tali tipi di procedure vengono svolte sostanzialmente abbattendo gli spettri di domanda elastici di pseudo-accelerazione mediante opportuni fattori di struttura ottenendo i cosiddetti spettri di progetto. Questi parametri, che prendono in esame il sistema resistente nella sua globalità, non riescono comunque a dare informazioni sulle richieste locali di duttilità, adottando regole implicite di progettazione che riguardano i particolari costruttivi. Metodi più precisi, come sono appunto le analisi pushover, permettono invece di cogliere meglio gli aspetti sopra annoverati e rappresentano un utile ed efficace strumento in fase di verifica, valutando le reali capacità duttili delle strutture. Operativamente un'analisi pushover consiste nello *spingere* la nostra struttura oltre il limite elastico. Si parte dalla costruzione di un adeguato modello con uno dei tanti codici di calcolo presenti in commercio o realizzati ad hoc, cercando di cogliere al meglio gli aspetti peculiari del problema. Viene, in una seconda fase, assegnata una nota distribuzione di forze laterali con lo scopo di simulare gli effetti inerziali dovuti sisma. Una volta effettuata l'analisi, la risposta della struttura è espressa convenzionalmente a mezzo della *curva di pushover* che non è altro che una *curva taglio alla base/spostamento* che ne rappresenta in maniera sintetica il comportamento globale. La metodologia di verifica può essere espressa concettualmente mediante la seguente diseguaglianza

$$S \leq R \quad (3.1)$$

dove S rappresenta la *sollecitazione (richiesta)* data dal sisma ed R la *resistenza (capacità)* fornita dalla struttura. Sarà allora opportuno identificare e quantificare quale sia effettivamente questa capacità (R) e di conseguenza sarà opportuno definire appropriati spettri che costituiscano la domanda imposta dall'evento tellurico (S). Si osservi che le metodologie lineari, sia statiche che dinamiche, identificano sia la sollecitazione sia la resistenza attraverso i classici parametri strutturali quali momento, taglio, sforzo normale, spostamento. Nell'analisi pushover, al contrario, la sollecitazione e la risposta strutturale sono espressi direttamente in termini di spostamento del punto di controllo. Concettualmente in tale tipo di analisi è meglio indagata la risposta in termini di performance che solo implicitamente viene considerata nei metodi semplificati.

Nel prosegoo vengono analizzati per sommi capi quali sono i punti più delicati di tale metodologia. Gli aspetti più importanti, e le migliorie che si è cercato di apportare, saranno poi analizzati in modo più esaustivo nelle relative sezioni riportate nei successivi capitoli.

3.2. Metodologie di analisi statica non lineare

Storicamente il metodi di analisi pushover non hanno trovato applicazione su larga scala se non negli ultimi anni. Questa situazione va ricercata in diverse motivazioni. Prima fra tutte è sicuramente la disponibilità di mezzi (elaboratori elettronici) che solo negli ultimi anni ha subito un notevole sviluppo e tale da poter essere utilizzati nella consueta pratica professionale. Un'altra motivazione va ricercata nel non solerte aggiornamento Normativo di fronte alle nuove metodologie. Per assurdo, alcune normative nemmeno tenevano in conto tali analisi per la valutazione di strutture. Storicamente, un isolato esempio di tale metodo era costituito dal cosiddetto *Metodo POR* che, anche con forti semplificazioni e valido solo per alcune tipologie di strutture in muratura, rappresentava pur sempre un strumento di indagine statico non lineare del comportamento strutturale. Un notevole passo avanti è stato compiuto con l'emanazione di nuove Normative in materia che hanno avuto il loro inizio, a livello italiano, nel 2003 (O.P.C.M. no.3274/03 [17], O.P.C.M. no.3431/03 [18], D.M. 14.09.05 [19], D.M. 14.01.08 [20]). Tali Normative hanno sostanzialmente recepito le indicazioni contenute nel Codice Sismico di riferimento Europeo (Eurocodice 8 [22]). Queste Normative tecniche, entrate in vigore con non poche difficoltà e denotando una forte repulsione da parte della maggioranza degli addetti, ha permesso, da un lato, l'introduzione degli ormai noti concetti del *Capacity Design*, e, dall'altro, la codifica di nuove metodologie di progetto e verifica. In riferimento a quanto detto, insieme all'obsoleta analisi statica lineare, è stato reso possibile effettuare analisi statiche non lineari, dette comunemente pushover, analisi dinamiche sia lineari che non. È chiaro che questi nuovi metodi di progetto e verifica vanno a cogliere meglio aspetti caratteristici dei sistemi strutturali, con particolare riguardo al comportamento post-elastico. Va comunque ricordato che i metodi pushover sono noti in letteratura scientifica da oramai diversi anni e che ne sono disponibili un ampia gamma. Nel prosegoo viene riportata una breve carrellata dei più conosciuti (e tradizionali) metodi presenti in letteratura scientifica al fine di fornire una breve panoramica dei mezzi di analisi disponibili. Data la grande varietà di approcci, ognuno con le sue peculiarità, vengono qui presi in esame soltanto i più conosciuti ed adottati dai vari paesi a livello normativo. Si osservi che, in generale, gran parte delle metodologie sostanzialmente differiscono soltanto nella ricerca del punto di performance strutturale. È consuetudine che la domanda sismica sia espressa attraverso spettri diagrammati nel piano pseudo accelerazione – spostamento (ADSR) mentre la capacità strutturale sia rappresentata dalla curva tagliente alla base – spostamento opportunamente trasformata.

Metodo N2 – Eurocode 8:

Tale metodologia è adottata dall'Eurocodice 8 (illustrata nell'Annex B della stessa norma) ed è stata introdotta e sostanzialmente recepita in Italia per la prima volta con l'emanazione dell'O.P.C.M. no. 3274/03. Tale procedura fa riferimento al metodo N2 di analisi statica non lineare proposto da *Fajfar* [29]. Nel seguito sono specificati i passi da compiere in quanto, nel presente studio, tale metodo verrà impiegato come utile riferimento comparativo per valutare l'attendibilità dei risultati ottenuti da analisi non lineari che fanno uso di un approccio energetico.

- Si parte dalla *curva di pushover* espressa come taglio alla base – spostamento del punto di controllo (baricentro dell'ultimo impalcato) che costituisce la sintesi comportamentale del sistema MDOF. Per realizzare questo si fa uso di due distribuzioni di forze laterali denominate dallo stesso Eurocodice 8 come *Modale* ed *Uniforme*. Si arriva alla *curva capacitiva* dividendo questa per un fattore, funzione delle caratteristiche modali del sistema, definito come

$$\Gamma = \frac{\{\varphi\}^T \cdot [M]}{\{\varphi\}^T \cdot [M] \cdot \{\varphi\}} = \frac{\sum_i m_i \cdot \varphi_i}{\sum_i m_i \cdot \varphi_i^2} \quad (3.2)$$

dove φ_i rappresentano gli spostamenti dei baricentri delle masse m_i del sistema relativi alla prima forma modale e normalizzati rispetto al massimo spostamento del punto di controllo. Nella pratica comune tale espressione si semplifica come mostrato nella (3.2) grazie alla diagonalità della matrice delle masse $[M]$. Alla fine la curva capacitiva può essere espressa attraverso i parametri equivalenti

$$F^* = \frac{F}{\Gamma}, \quad d^* = \frac{d}{\Gamma} \quad (3.3)$$

dove è stato indicato con F il taglio alla base e d lo spostamento del punto di controllo. Questo permette di avere il diagramma comportamentale del sistema SDOF equivalente caratterizzato dal taglio alla base F^* e spostamento d^* .

- A tale sistema SDOF equivalente è associabile la massa effettiva valutabile come

$$m^* = \{\varphi\}^T \cdot [M] = \sum_i m_i \cdot \varphi_i \quad (3.4)$$

il quale rappresenta una sorta di fattore di scala per passare dal sistema MDOF a quello SDOF e per tenere inoltre conto che non tutta la massa entra in gioco nella risposta strutturale. Inoltre la massa ha anche la funzione principale di poter scrivere la curva capacitiva in termini di pseudo-accelerazione ed essere quindi confrontabile con le informazioni riportate nello spettro di domanda sismica;

- Partendo dalla curva di capacità è necessario poi eseguire la bi-linearizzazione della curva stessa mediante opportune procedure standardizzate.

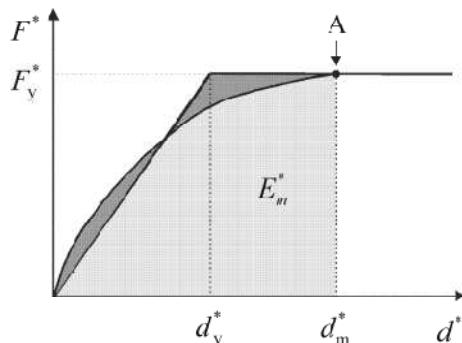


Figura 3.2.I – Trattamento (bi-linearizzazione) della curva capacitiva

L'EC8 propone di fissare il tratto plastico in corrispondenza della massima forza alla base (corrispondente al massimo punto raggiunto dalla curva) e di inclinare il tratto elastico al fine di avere la stessa area sottesa (criterio di eguale energia). Quanto detto è illustrato graficamente in Figura 3.2.I.

- A seguito della bi-linearizzazione si possono valutare i parametri equivalenti del sistema ossia rigidezza k^* e il relativo periodo proprio di vibrazione T^* valutati come

$$k^* = \frac{F_y^*}{d_y^*}; \quad T^* = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m^*}{k^*}} \quad (3.5)$$

dove d_y^* rappresenta lo spostamento del sistema al limite elastico.

- Noto il periodo proprio del sistema si passa alla verifica vera e propria ossia, in funzione del periodo proprio del sisma T_c , si valuta lo spostamento imposto dall'eccitazione sismica valutato come

$$d_{max}^* = d_{e,max}^* = S_D(T^*) = S_e(T^*) \cdot \left(\frac{T^*}{2\pi} \right)^2 \quad \text{per } T^* \geq T_c \quad (3.6)$$

$$d_{max}^* = \frac{d_{e,max}}{q^*} \cdot \left[1 + (q^* - 1) \cdot \frac{T_c}{T^*} \right] \geq d_{e,max}^* \quad \text{per } T^* < T_c \quad (3.7)$$

e dove $S_e(T^*)$ rappresenta la pseudo-accelerazione spettrale valutata per T^* , $d_{e,max}^*$ lo spostamento elastico e d_{max}^* quello anelastico spettrale ed infine

$$q^* = \frac{S_e(T^*) \cdot m^*}{F_y^*} \quad (3.8)$$

il fattore di struttura del sistema equivalente con il già citato significato dei simboli. Graficamente le formulazioni sopra riportate vengono illustrate nella Figura 3.2.II sotto per i due casi sopra annoverati.

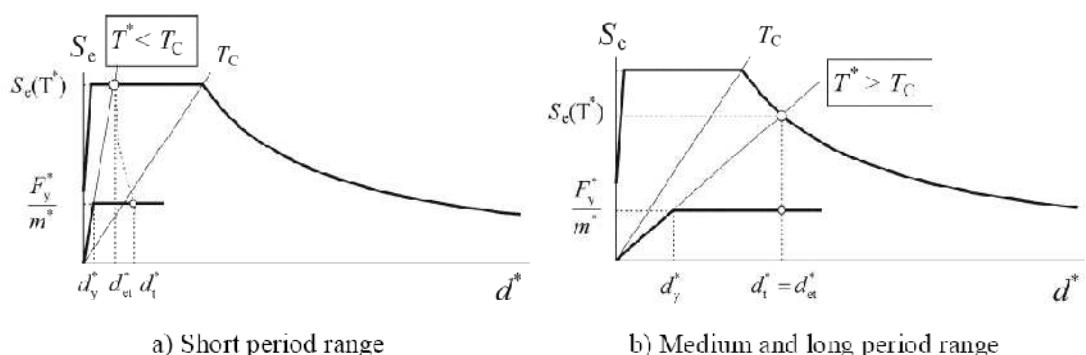


Figura 3.2.II – Determinazione del punto di target per $T^* < T_c$ (sinistra) e per $T^* > T_c$ (destra)

6. La verifica si completa andando a confrontare la domanda imposta dal sisma (d_{max}^*) con la capacità espressa dalla struttura (d_u^*). Il sistema risulta verificato se è vera la seguente disegualanza ossia

$$S(\text{domanda}) = d_{\max}^* \leq d_u^* = R(\text{capacità}) \quad (3.9)$$

Lo stesso EC8 propone comunque la opzionale procedura di iterare quanto esposto sopra al fine di trovare il reale punto di performance ossia fare in maniera tale che risulti

$$S(\text{domanda}) = d_{\max}^* = d_u^* = R(\text{capacità}) \quad (3.10)$$

Per gli scopi del presente studio si rende necessario valutare appunto la corretta soluzione al problema una volta fissato l'input sismico attraverso la definizione univoca dello spettro. Per questo fine, l'individuazione del punto di performance, ossia per valutare il livello di sfruttamento della capacità della struttura a resistere al sisma di progetto, è necessario riportare sia la curva bilineare equivalente sia lo spettro elastico nel piano ADSR. Questa comparazione diretta permette di ottenere il vero punto prestazionale della curva.

Metodo N2 – Ordinanza no.3274/2003:

Nel 2003 la O.P.C.M. ha introdotto l'uso dell'analisi pushover nella valutazione sismica degli edifici. La metodologia ricalca in pratica quanto proposto dallo stesso Eurocodice 8. Si rimanda per tanto al paragrafo precedente per l'illustrazione del metodo.

Metodo N2 – Normativa Tecnica per le Costruzioni (NTC) del D.M. del 14.01.2008:

Nel 2008 la Normativa Italiana ha subito un ulteriore aggiornamento con l'emanazione delle Normative Tecniche per le Costruzioni. Per quanto concerne l'analisi statica non lineare sono state introdotte alcune modifiche. Una delle più importanti riguarda l'uso delle distribuzioni di forze laterali che, oltre alle classiche Modali e Uniformi, tiene conto di altre casistiche più generali in particolar modo per quelle strutture in cui il primo modo di vibrare non è sufficiente a rappresentarne in maniera esaustiva il comportamento. Dal punto di vista analitico i passi da seguire sono i medesimi illustrati per il metodo N2 riportato sopra. L'unica differenza va ricercata nella bi-linearizzazione della curva (punto 3 del primo sottoparagrafo). A tal proposito si fa utile riferimento alla procedura illustrata nella Circolare alle NTC08 no. 617 del 02.02.2009 [21]. Si riporta nel seguito soltanto detto punto che andrà sostituito nella metodologia precedentemente illustrata.

3. Al fine di ottenere la bi-linearizzazione della curva, il tratto lineare elastico deve passare per il punto della curva individuato dal 60% della massima forza alla base (70% se si tratta di edificio in muratura) e di considerare poi il tratto plastico costante (orizzontale) in modo da avere la stessa area (equivalenza energetica) sottesa dalle due curve. Infine il punto di controllo si valuta ancora confrontando la curva capacitiva bi-linearizzata con lo spettro elastico come mostrato sinteticamente in Figura 3.2.IV.

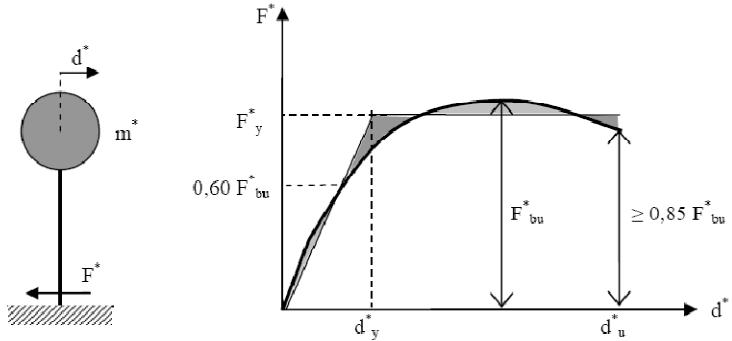


Figura 3.2.III – Trattamento (bi-linearizzazione) della curva capacitiva

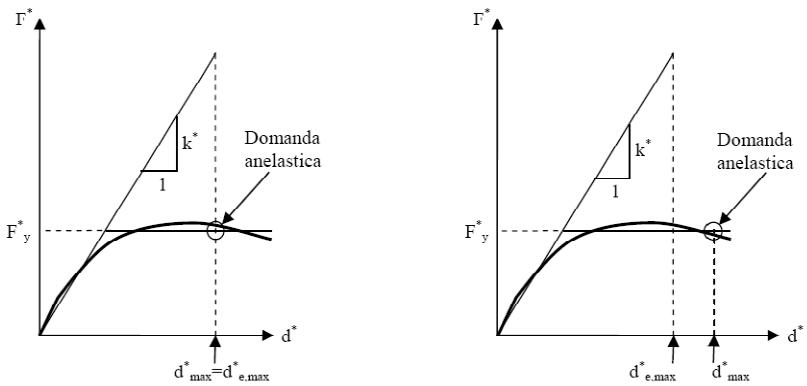


Figura 3.2.IV – Determinazione del punto di target per $T^* > T_c$ (sinistra) e per $T^* < T_c$ (destra)

Metodo CMDM – FEMA 356:

La metodologia denominata *Coefficient Method of Modification Factor (CMDM)* è la prima procedura presentata dalla FEMA 356 [23]. L'approccio prevede di modificare la risposta del sistema equivalente a mezzo di coefficienti C_0 , C_1 , C_2 , C_3 , ognuno dei quali tiene conto di particolari aspetti. Nel seguito sono illustrati in maniera sintetica i principali passaggi da eseguire in tale tipo di analisi.

- Si parte ancora dalla *curva di pushover* espressa come taglio alla base – spostamento del punto di controllo (baricentro dell'ultimo impalcato) che costituisce la sintesi comportamentale del sistema MDOF. Per realizzare questo si fa uso di distribuzioni di forze laterali che dipendono fondamentalmente dalla massa partecipante di primo modo. Si rimanda alla stessa Norma per i dettagli del caso. Nota la curva occorre procedere alla sua bi-linearizzazione. Tale procedura può essere fatta per via grafica così come riportato nella Figura 3.2.V sottostante. I parametri principali risultano essere, una volta scelto il punto finale della curva: il periodo iniziale T_i relativo alla rigidezza iniziale K_i ; il periodo effettivo T_e relativo alla rigidezza elastica effettiva K_e ed ottenuta per il punto che passa per il 60% dell'effettiva forza di snervamento V_j ; la rigidezza del ramo incrudente valutata mediante la percentuale α di K_e . Tale rigidezza equivalente viene considerata per tenere conto della perdita di rigidezza nel passare dal comportamento elastico a quello plastico.

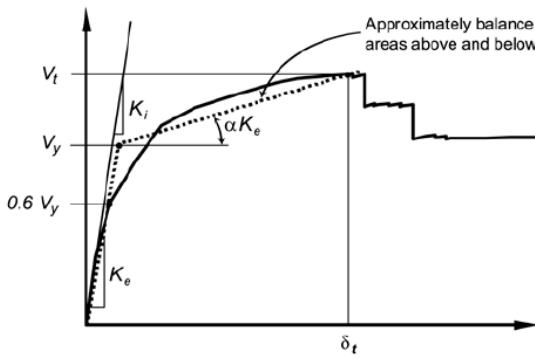


Figura 3.2.V – Trattamento della curva capacitiva (CMDM)

2. Noti i parametri equivalenti del sistema così determinato, è immediato passare al calcolo del *periodo equivalente* valutato direttamente come

$$T_e = T_i \cdot \sqrt{\frac{K_i}{K_e}} \quad (3.11)$$

3. Nota la curva equivalente, si riporta questa nel piano spettrale di pseudo-accelerazione e spostamento (ADSR). Dal confronto della curva con lo spettro rappresentante la domanda sismica, si ricava lo *spostamento target* valutato come

$$\delta_t = (C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3) \cdot S_d \quad (3.12)$$

in cui lo spostamento spettrale S_d è valutabile partendo dallo spettro elastico in pseudo-accelerazione relativamente al periodo effettivo della struttura equivalente valutato mediante la (3.11)

$$S_d = \frac{T_e^2}{4\pi^2} \cdot S_a(T_e) \cdot g \quad (3.13)$$

I coefficienti sopra riportati tengono ognuno conto di particolari condizioni e sono tabellati nella stessa FEMA 356. In particolare si ha che: C_0 serve per relazionare il sistema MDOF a quello SDOF e solitamente assunto pari al coefficiente di partecipazione della prima forma modale; C_1 si rende necessario per relazionare lo spostamento anelastico con quello elastico atteso. La sua formulazione è identica a quella riportata nelle (3.6) e (3.7); C_2 rappresenta il fattore per tenere conto del degrado della rigidezza e del deterioramento della resistenza. Tale coefficiente è tabulato e dipende dallo stato limite assunto e dal tipo di struttura esaminata; C_3 tiene infine conto dell'effetto P-Δ e dell'aumento dello spostamento a seguito di questa causa.

4. Il metodo si completa comparando tra loro domanda e capacità del sistema equivalente.

Da una attenta analisi si può facilmente intuire che la metodologia appena esposta non differisce concettualmente dai metodi proposti in precedenza. L'aspetto peculiare di tale procedura risiede nella metodologia di bi-linearizzazione della curva di capacità che tiene in conto anche

l'incrudimento, sia positivo che negativo, del ramo plastico. I coefficienti proposti sono facilmente riconducibili alle formulazioni proposte nei paragrafi precedenti.

Metodo CSM – ATC 40:

La metodologia proposta dalle ATC-40 [24] viene denominata *Capacity-Spectrum Method (CSM) of Equivalent Linearization*. L'assunzione cardine di tale metodologia sta nel fatto che lo spostamento massimo anelastico può essere stimato mediante lo spostamento elastico di un sistema SDOF caratterizzato da un periodo ed un smorzamento generalmente più grandi di quelli iniziali posseduti dal sistema. Il processo è virtualmente identico a quello introdotto dalle FEMA 356. Con processi analoghi indicati dalla stessa (FEMA 356) si riporta nel piano ADSR sia la curva di pushover opportunamente bi-linearizzata sia lo spettro elastico del terremoto di progetto.

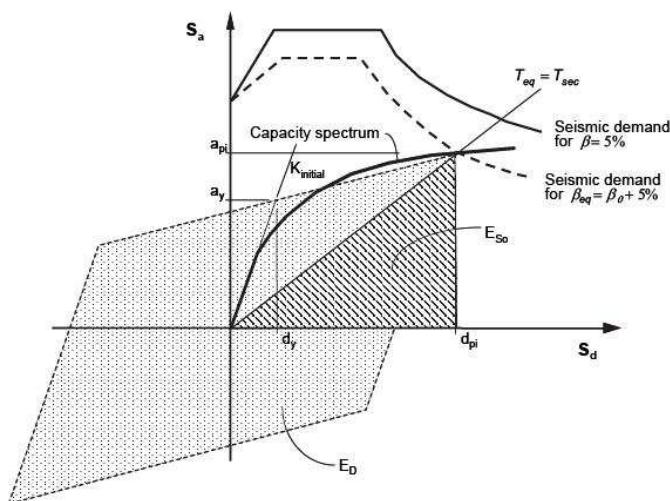


Figura 3.2.VI – Metodo dello spettro capacitivo (CSM)

La procedura si concretizza considerando, da una parte, il sistema caratterizzato dal ciclo di isteresi ideale e, dall'altro, lo spettro relativo. Nello specifico occorre eseguire una procedura iterativa del processo. Si parte conoscendo l'area racchiusa dal ciclo, ottenuto dalla curva capacitiva, che risulta proporzionale allo smorzamento equivalente del sistema. Il periodo equivalente è quello secante ottenuto in corrispondenza del massimo spostamento spettrale anelastico. Si compara tale spostamento con quello spettrale relativo a detto periodo. Come primo passo si assume un smorzamento del 5% che via via cresce fino a quando spostamento spettrale e spostamento della struttura coincidono. Questa rappresenta la soluzione al problema.

Metodo CMDM e CSM (Improvement) – FEMA 440:

Le due metodologie precedentemente proposte sono state oggetto di miglioramento grazie alla FEMA 440 [25]. In particolare tale miglioria risiede nel computo maggiormente dettagliato dei coefficienti modificatori, rimanendo le procedure sostanzialmente le stesse. Vengono comunque qui citate per completezza e si rimanda alla relativa Norma per specifici dettagli.

3.3. Modellazione della Struttura

Primo aspetto fondamentale del metodo è costituito dal fatto di poter contare su di un modello della struttura affidabile. In altre parole la modellazione del sistema reale riveste un ruolo chiave nella corretta interpretazione della risposta del sistema sismo-resistente. Il modello dovrà avere maggiore accuratezza rispetto a quello utilizzato nelle analisi lineari, dovendo nello specifico cogliere il reale comportamento del sistema sia dal punto di vista globale che locale. Il problema si sposta quindi alla corretta modellazione di ogni elemento costituente la struttura ed in particolar modo per quello che concerne la risposta post-elastica e/o non lineare, dovendo rappresentare in modo accurato i cicli ed i comportamenti di isteresi e dissipazione.

Modelli comportamentali:

Nel caso di edilizia ricorrente dove il comportamento delle strutture può essere oggetto di forti semplificazioni e non essere così accurato, è consuetudine adottare modelli elastici perfettamente plasticci (EPP) per modellare la risposta dei singoli elementi strutturali. Inoltre tale assunzione va di pari passo con l'adozione di *modelli a plasticità concentrata* dove il comportamento non lineare è individuabile in punti fissati della struttura (*hinge*). Modelli più sofisticati, detti a *plasticità diffusa*, possono essere usati per situazioni più particolari e complesse. Di solito questi ultimi sono accompagnati da un elevato onere computazionale e sono quindi poco usati a vantaggio dell'altro approccio. Nel presente studio è doveroso osservare quanto segue. La corretta scelta del modello matematico è di primaria importanza per una corretta valutazione del reale comportamento strutturale. Questo aspetto riguarda però il passaggio dal *sistema reale* al *sistema comportamentale* che è identificato dal modello il quale intrinsecamente riesce solo a cogliere gli aspetti principali della risposta e di nostro interesse. Da notare al contrario che, qualunque sia il modello adottato nelle analisi, sia questo affetto da un maggiore o minore grado di accuratezza, questo non ha effetti sulla metodologia adottata. In altre parole una volta assunto un certo modello, questo rimane il medesimo sia nel caso delle analisi pushover che in quello delle analisi time history. La metodologia adottata fornisce quindi una soluzione formalmente corretta ma che può non rappresentare il vero comportamento soltanto per i motivi sopra detti. Uno dei vantaggi nell'impiego della pushover è quello di poter adottare modelli di comportamento dei singoli elementi meno accurati rispetto a quelli che andrebbero impiegati in una analisi time history.

I principali errori o aspetti delicati nel passare dal sistema reale a quello matematico sono brevemente qui elencati:

- Corretta interpretazione dei parametri strutturali che devono cogliere fenomeni comportamentali quali fessurazione, isteresi del materiale, effetti viscosi;
- Geometria della struttura, in particolar modo per quello che riguarda la connessione reciproca tra i vari elementi, la loro reale distribuzione piano-altimetrica, i pesi che insistono sul sistema, ecc.;
- Interazione degli elementi resistenti primari con quelli definiti secondari quali tamponatura, finestre, masse non strutturali rilevanti ma che hanno effetti sulla risposta locale e globale, eccetera;
- Interpretazione dell'interazione tra struttura ed elementi esterni, primo fra tutti il terreno di fondazione che rappresenta il punto di trasmissione del movimento ondulatorio sismico alla struttura.

Molteplici sono comunque i fattori che influenzano la risposta reale e che difficilmente riescono a trovare nel modello una corretta ed esaustiva interpretazione.

3.4. Distribuzione di forze laterali

Un altro aspetto molto delicato risiede nell'assegnare una corretta distribuzione di forze applicate al sistema per poter rappresentare in modo quanto mai accurato l'effetto del terremoto sulle masse sismiche. Attualmente le principali Normative Tecniche (NTC08 [20], EC8 [22]) propongono di adottare fondamentalmente due configurazioni, una proporzionale al prodotto della deformata di primo modo di vibrare moltiplicata per le relative masse di piano, l'altra proporzionale soltanto alle masse di piano. Tale scelta deriva dal fatto che la prima forma sembra più adeguata per rappresentare il comportamento della struttura in campo elastico mentre la seconda coglie meglio gli aspetti della fase plastica.

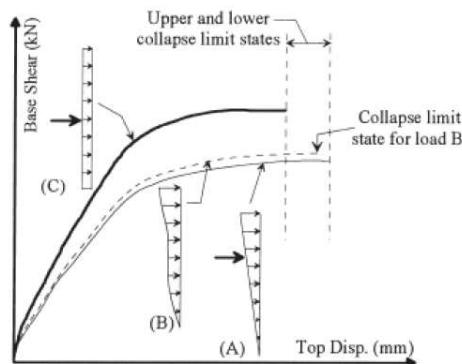


Figura 3.4.I – Distribuzioni di forze laterali

Un aspetto a cui prestare attenzione è che queste distribuzioni rimangono inalterate nel corso della storia di carico mentre in realtà, con l'evolversi delle plasticizzazioni, anche le azioni sismiche tendono a modificarsi in modo sostanziale. Vengono allora scelte queste particolari leggi in quanto rappresentano, se vogliamo, i limiti estremi di comportamento. Ovviamente nella realtà la vera risposta sta nel mezzo. Una miglioria di questo fatto può essere vista nell'adottare, ad ogni istante, una distribuzione che tenga conto dell'effettiva deformata della struttura, parlando quindi di *pushover evolutive* (*Antoniou et Alt.*) [26]. Altri approcci sono stati comunque proposti in letteratura scientifica a riguardo. Tra questi sicuramente può essere qui ricordata la cosiddetta *pushover multi-modal* (*Chopra*) [27] che fa uso della sovrapposizione degli effetti dovuti a differenti distribuzioni di forze valutate per le differenti componenti modali della vibrazione. Una volta scelta la distribuzione di forze da applicare alla struttura, si comincia l'analisi incrementando monotonicamente detti carichi laterali. Nel presente caso di studio si sono adottate sia le convenzionali distribuzioni di forze, ossia quelle proposte dall'attuale Eurocodice 8 e riprese dalla stessa Norma Italiana (NTC08), sia quelle evolutive e multimodali come meglio descritto nel seguito. Allo scopo di fissare le idee, impiegando la consueta notazione dell'analisi dinamica delle strutture, si considerino rispettivamente la *matrice delle masse* $[M]$, il vettore rappresentativo della i -esima forma modale $\{\varphi\}$, ed il vettore dei *coefficienti di partecipazione* $\{\Gamma\}$ relativi ad un edificio (qui per semplicità considerato 2D) caratterizzato da N -gradi di libertà (che nello specifico coincidono con il numero dei piani dovuta all'ipotesi di solaio rigido).

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix}; \quad \{\varphi\}_i = \begin{Bmatrix} \varphi_{i,1} \\ \varphi_{i,2} \\ \dots \\ \varphi_{i,N} \end{Bmatrix}; \quad \{\Gamma\} = \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \dots \\ \Gamma_N \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

Le diverse distribuzioni di forze laterali da impiegare come carico monotono durante l'analisi statica non lineare si possono valutare come segue:

Distribuzione di forze Modale:

Distribuzione di forze proporzionali al prodotto della prima forma modale per le relative masse di piano e denominata da qui in avanti semplicemente *Distribuzione Modale*. Numericamente tale distribuzione si ottiene come

$$F_{\text{Modale}} = [M] \cdot \{\varphi\}_1 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_{1,1} \\ \varphi_{1,2} \\ \dots \\ \varphi_{1,N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_1 \cdot \varphi_{1,1} \\ m_2 \cdot \varphi_{1,2} \\ \dots \\ m_N \cdot \varphi_{1,N} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Distribuzione di forze Uniforme:

Distribuzione di forze proporzionali alle masse di piano e denominata da qui in avanti semplicemente *Distribuzione Uniforme*. Tale distribuzione corrisponde ad un vettore deformata con tutte le coordinate uguali. In forma matriciale si ha

$$F_{\text{Uniforme}} = [M] \cdot \{1\} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_N \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Distribuzione di forze Adattiva:

Distribuzione di forze proporzionali al prodotto della prima forma modale per le relative masse di piano che viene aggiornata durante l'analisi pushover tenendo conto delle modifiche che interessano la prima forma modale a seguito dello svilupparsi di fenomeni anelastici e denominata da qui in avanti semplicemente *Distribuzione Adattiva*. La formulazione matriciale è identica a quella proposta per la distribuzione modale soltanto che è riferita al generico passo dell'analisi e tiene dunque conto delle modifiche che subisce la deformata modale a seguito delle plasticizzazioni successive durante la storia di carico monotono.

Distribuzione di forze Multimodale:

Distribuzione di forze ottenute considerando contemporaneamente più forme modali moltiplicate per le rispettive masse di piano e denominata da qui in avanti semplicemente *Distribuzione Multimodale*. La forma modale equivalente è ottenuta come media pesata delle varie forme modali della struttura in cui i pesi sono rappresentati dai fattori di partecipazione secondo l'ipotesi di *Valles* [28]. Scrivendo il tutto in forma matriciale si ha

$$F_{\text{Multi-modale}} = [M] \cdot \{\varphi\}_e = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_{e,1} \\ \varphi_{e,2} \\ \dots \\ \varphi_{e,N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_1 \cdot \varphi_{e,1} \\ m_2 \cdot \varphi_{e,2} \\ \dots \\ m_N \cdot \varphi_{e,N} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

dove la i -esima coordinata della deformata modale equivalente è ottenuta come

$$\varphi_{e,i} = \sqrt{\sum_{m=1}^N (\Gamma_m \cdot \varphi_{m,i})^2} \quad (3.18)$$

Si osservi che esistono differenti formulazioni della distribuzione di forze laterali che fanno uso della combinazione delle caratteristiche modali della struttura. Altre formulazioni sono presenti in letteratura scientifica tra cui ricordiamo, per dovere di completezza, quella proposta da *Fajfar* [29, 30] e da *Freeman* [31] a cui si rimanda per maggiore dettaglio.

Si osservi che l'errata scelta di dette distribuzioni porta inevitabilmente ad un errato input sismico e di conseguenza una valutazione della capacità della struttura affetta da notevole incertezza. Si osservi inoltre che la scelta adottata sopra è stata fatta in riferimento a quanto proposto dalla Norma vigente sul territorio nazionale (ed Europeo essendo simile a quanto proposto dall'EC8). Va comunque inteso che la corretta scelta della configurazione di forze laterali è un aspetto molto delicato e difficilmente interpretabile. Uno dei motivi principali in cui ricercare tale incertezza è rappresentato dall'accoppiamento delle forme modali nella risposta globale del sistema. In pratica l'eccitazione della struttura dipende da un lato dall'input sismico e dall'altro dalla configurazione strutturale intrinseca. Per dipendenza dall'input sismico si intende il fatto che un terremoto è caratterizzato da molti parametri come durata dell'evento, composizione in frequenza, condizioni di sito, ecc. che necessariamente hanno diversi effetti sulla struttura. Di solito tutte queste informazioni vengono sintetizzate a mezzo di spettri di risposta. Resta ovvio che comunque diversi sismi portano a differenti effetti sul sistema. Per configurazione strutturale intrinseca si può invece indicare la capacità della struttura ad essere eccitata o meno da un effetto esterno quale il sisma. Tale peculiarità è usualmente espressa mediante le forme modali componenti la risposta. Rimane chiaro che se il comportamento globale è governato da un sol modo anche il fattore di incertezza rimane relativamente basso. Al contrario, quanto entra in gioco l'accoppiamento delle forme modali, la sovrapposizione degli effetti difficilmente è interpretabile e sintetizzabile utilizzando una semplice distribuzione di forze. In più, l'evolversi della risposta nel passare dal campo elastico a quello plastico peggiora le cose. Tali aspetti sono discussi in modo più esauriente nella sezione dedicata all'equivalenza tra sistemi SDOF e MDOF a cui si rimanda per dettagli. Lo scopo fondamentale dell'adozione di una corretta distribuzione di forze rimane pur sempre quello di dare un inviluppo nella risposta al fine di evitare pericolose debolezze strutturali che possono compromettere il buon funzionamento sismico.

3.5. Equivalenza tra sistema MODF e SDOF

Sembra interessante analizzare più in particolare cosa accade quando si vuol rappresentare un sistema a molti gradi di libertà, detto semplicemente *MDOF (Multi Degree of Freedom)*, con un sistema equivalente con un sol grado di libertà indicato con *SDOF (Singol Degree of Freedom)*. La prassi oramai adottata negli studi inerenti la materia sismica è quella di determinare, mediante un quanto più alto numero di analisi possibile, spettri di risposta di una prefissata grandezza di nostro interesse. Sfortunatamente questo lo si fa su strutture semplici, in particolare su sistemi ad un grado di libertà caratterizzati da un certo comportamento elasto-plastico, da una certa massa, da una certa rigidezza e da un prefissato valore dello smorzamento relativo. Si è spinti ad adottare tale assunzione poiché, per strutture reali regolari sia in pianta che in altezza e con un numero di piani non elevato, il primo modo di vibrare costituisce la parte preponderante della risposta ossia la prima forma modale governa in gran parte il comportamento dell'intera struttura. I comportamenti proposti nelle Figure 3.5.I e 3.5.II rappresentano in maniera intuitiva il fenomeno appena descritto.

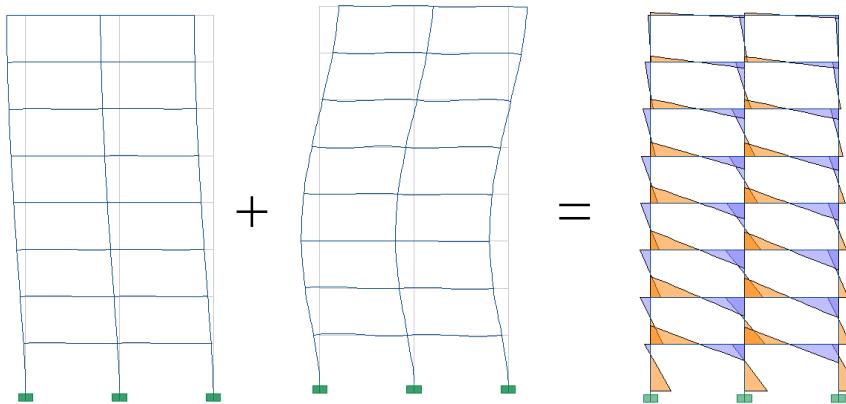


Figura 3.5.I – Comportamento di una struttura con molti piani (struttura alta)

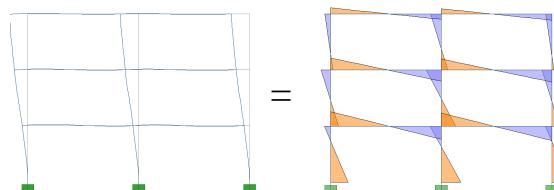


Figura 3.5.II – Comportamento di una struttura con pochi piani (struttura bassa)

Le limitazioni prima esposte derivano proprio da questa questione. Se sono presenti irregolarità in pianta e/o in altezza oppure la struttura possiede un numero considerevole di piani, può accadere che anche modi superiori al primo influenzino la risposta in maniera sensibile. Questo porta quindi a commettere degli errori non trascurabili dovuti al fatto che la prima forma modale non riesce più a rappresentare ed a cogliere particolari aspetti del comportamento globale della struttura stessa. Da sottolineare anche che quando si parla di analisi modale implicitamente si assume l'ipotesi di comportamento elastico lineare della struttura. Per una più corretta descrizione del fenomeno occorrerebbe tenere conto del fatto che, a seguito di plasticizzazioni locali, anche i modi di vibrare vengono alterati in maniera irreversibile, portando a delle modifiche sostanziali nella risposta dinamica. Di contro, sarebbe impensabile realizzare spettri effettuando analisi al

passo su strutture a più gradi di libertà, diventando, oltre che oneroso, anche poco significativo. Questo accade poiché nella realtà sono infinite le forme strutturali che possono essere adottate nella realizzazione di edifici e, a rigor di logica, infiniti dovrebbero essere gli spettri forniti per una corretta interpretazione della risposta. Allora lo studio è limitato nel riferirsi ad analisi su modelli equivalenti ma comunque importanti per il loro carattere semplice sia dal punto di vista della modellazione che della risposta fornita. Per uno studio più approfondito del comportamento delle strutture sembra allora necessario, da un lato, perseguire un’approccio basato sui concetti di equivalenza MDOF-SDOF e, dall’altro, testare i risultati ottenuti tramite analisi dirette sulle strutture reali in esame. Procedendo quindi in parallelo si ha un monitoraggio continuo del primo metodo messo a confronto con il secondo che risulta, sotto certe ipotesi, più esatto. Molti infatti sono stati gli autori che hanno intrapreso questo approccio al problema. Alcune ricerche hanno trattato in maniera esaustiva tale aspetto della risposta ed in particolare si richiamano brevemente i risultati raggiunti dal *Decanini et Alt.* [32, 33, 34 ,35]. Questi studi hanno mostrato come il numero di piani influenza sensibilmente la risposta, espressa in termini di spostamento, dei sistemi reali. Si può generalizzare asserendo che l’aumento del numero di piani (da leggere anche come aumento del numero di gradi di libertà) porta necessariamente con sé un errore che difficilmente si riesce ad eliminare. Fattori di ulteriore incertezza sono poi costituiti dalla duttilità del sistema stesso che notevole effetto ha sulla risposta. Come già accennato in precedenza, l’uso di analisi pushover più sofisticate (adattive, multi-modali o entrambe) possono in parte ridurre tali effetti sulla corretta interpretazione della risposta.

3.6. Differenza tra un approccio statico e uno dinamico

Un altro fattore di incertezza intrinseco nelle analisi pushover è rappresentato dal fatto che sono pur sempre metodologie statiche. Questo significa che risulta comunque difficoltoso riuscire a valutare la risposta dinamica di un sistema attraverso metodi che fanno uso di un approccio statico alla soluzione. Convenzionalmente si considera come risposta esatta quella ottenuta dall’analisi time history. Quindi l’analisi dinamica non lineare costituisce il metodo più accurato per la valutazione della capacità strutturale. Durante l’evento sismico, i vari elementi resistenti costituenti il sistema, rispondono all’eccitazione immagazzinando/rilasciando (elastica, cinetica) e/o dissipando energia (isteretica, viscosa). Quest’ultimo tipo di comportamento dissipativo, come noto, dipende dalla storia di carico dinamico per cui dipende, oltre che dalla struttura, anche dal sisma che agisce sulla stessa. Questo significa, in altre parole, che l’input sismico in generale forzerà la struttura a compiere dei cicli durante l’evento al fine di dissipare l’energia in input. Di contro, adottando un comportamento pseudo-statico per il sistema, che è poi quello che l’analisi statica non lineare assume, non si tiene conto della componente ciclica e del relativo decadimento della resistenza/rigidezza del singolo elemento. Una soluzione, anche se non perseguitibile per ovvi motivi, potrebbe essere quella di tarare i modelli comportamentali della struttura “a comportamento statico”, ossia quelli utilizzati per l’analisi pushover, impiegando i risultati ottenuti da quelli a “comportamento dinamico”, ossia quelli presi in conto nell’analisi dinamica non lineare. Tale approccio non è nuovo all’ingegneria sismica. Un noto esempio è costituito dalla modellazione dei dispositivi di isolamento che, anche se caratterizzati da comportamento non lineare, vengono modellati con sistemi equivalenti lineari con smorzamento estrapolati da risultati comportamentali sperimentali dinamici. Ovviamente tali approcci risultano approssimati ed affetti da notevole incertezza. Al fine di ridurre questa incertezza dovuta a tali

aspetti, nel presente studio sono presi in esame per gli elementi costituenti il sistema (travi, pilastri, ecc.) modelli comportamentali EPP che permettono di ridurre in modo sostanziale (ma non eliminare del tutto) la discrepanza passando da un'analisi statica ad una dinamica.

3.7. Scelta del punto di controllo

Notevoli problemi vengono fuori quando si vuol rappresentare il comportamento globale di un sistema discreto, che già di suo conto è una semplificazione del sistema continuo nonostante sia esso costituito da un numero non trascurabile di punti, attraverso la sintesi del comportamento di un solo suo punto più significativo. La scelta del cosiddetto *punto di controllo* costituisce un elemento di incertezza soprattutto in virtù del fatto che in questo passaggio di solito molte informazioni vengono perse. In più la scelta di detto punto rappresenta solo una convenzione e non ha fondamento fisico ma concettualmente è di più immediata interpretazione. Per dare un esempio, alcune Normative (O.P.C.M. 3274/03 e O.P.C.M. 3431/05) nel passato suggerivano di assumere come punto di controllo il baricentro di solaio dell'ultimo piano per gli edifici in cemento armato ed acciaio ed il punto posizionato a 2/3 dell'altezza della struttura per le strutture in muratura. Questo già rende chiaro come sia grande l'incertezza legata a tale scelta. Nel presente studio è mostrato come adottare un criterio energetico per la valutazione della risposta del sistema permetta, collateralmente, di ovviare anche a tale inconveniente. A tal fine è stato introdotto il cosiddetto *spostamento equivalente* o *spostamento di eguale energia*. Si rimanda alla relativa sezione per la sua definizione e per l'interpretazione del suo significato fisico.

3.8. Confronto tra domanda sismica e capacità strutturale

La metodologia di analisi non lineare si completa nel confronto tra la domanda imposta dal sisma, espressa a mezzo di spettri di risposta di progetto, e la capacità strutturare, rappresentata dalla curva di pushover opportunamente trattata. Esistono differenti metodologie per esprimere entrambi gli aspetti ed in letteratura tecnica sono proposti molti esempi, ognuno con le sue assunzioni più o meno forti. Nel seguito sono proposti alcune considerazioni riguardo le problematiche generali legate a quanto detto sopra.

Spettri di risposta:

La domanda sismica è espressa mediante spettri di risposta valutati per oscillatori semplici SDOF. Di solito nella pratica progettuale le Normative Sismiche forniscono spettri di pseudo-accelerazione elastici. Sono fornite inoltre relazioni per ottenere gli spettri di spostamento. Molte metodologie in letteratura fanno riferimento a detti spettri elastici che, utilizzando appropriate ipotesi, vengono ridotti a spettri di spostamento anelastici. Per portare alcuni esempi, le NTC08 riducono lo spostamento spettrale grazie al fattore di struttura q^* oppure le ATC-40 utilizzano lo smorzamento equivalente, ed il relativo fattore di riduzione η per ottenere tale scopo. Nel presente studio, per ovviare a tali inconvenienti portati da approcci che inevitabilmente si trascinano dietro intrinseci errori, sono state proposte differenti soluzioni come riportato nei relativi capitoli. Soltanto allo scopo di darne un breve accenno, sono state considerate sia relazioni trasformazione presenti il letteratura per passare da spettri elastici a quelli anelastici, sia calcolati direttamente spettri anelastici per duttilità costante.

Curva di capacità strutturale:

Per l'identificazione della capacità posseduta dalla struttura convenzionalmente viene assunta la curva di pushover che da una rappresentazione sintetica e globale della risposta. L'aspetto più delicato sta nel passaggio dalla curva di pushover alla curva capacitiva. Anche qui molti sono i processi suggeriti in letteratura scientifica. Maggiori poi sono i fattori che influenzano questo passaggio. Solo per citarne qualcuno, tra i più importanti si può ricordare: la massa del sistema, che può essere assunta pari a quella totale o una quota parte di essa; lo spostamento del punto di controllo ed in particolare la normalizzazione della risposta rispetto a questo; la bi-linearizzazione della curva, che riveste un ruolo chiave nella corretta interpretazione della risposta equivalente; la corretta distribuzione di forze laterali rappresentanti l'effetto inerziale del sisma. Alcuni di questi aspetti sono comunque stati trattati nello specifico nelle sezioni precedenti.

Confronto tra domande e capacità:

In virtù di quanto detto sopra lo scopo ricercato in questo studio è proprio quello di, se non eliminare, almeno ridurre quanto possibile le cause di incertezza nella valutazione della prestazione strutturale. Il concetto fondamentale sta nel fatto di poter confrontare tra loro quantità omogenee ossia comparabili ma soprattutto coerenti. A tal proposito, e come meglio discusso nei capitoli successivi, la rappresentazione nel piano ADSR sembra essere un utile mezzo per tali scopi. Un miglioramento si è cercato di raggiungerlo utilizzando, nella stessa filosofia, la rappresentazione nel piano EDSR (energia-spostamento). L'aspetto cardine è comunque concretizzato nell'obiettivo di comparare sistemi anelastici (SDOF spettrale e SDOF equivalente) che siano caratterizzati dagli stessi parametri.

Pagina in bianco

Capitolo 4

Risposta Strutturale

4.1. Risposta strutturale espressa in termini energetici

Per quanto detto nei capitoli precedenti, adottare un approccio energetico per interpretare il comportamento delle strutture soggette ad input sismico sembra avere un notevole significato fisico. In quest'ottica si può esprimere anche la risposta strutturale in termini di energia una volta che è stato definito in maniera univoca e non ambigua il significato, appunto, di energia. A tal proposito, allo scopo di fissare le idee, si prenda in esame la struttura riportata in Figura 4.1.I. Per semplicità si consideri un telaio caratterizzato da N piani e si analizzi la struttura solo nel piano 2D verticale, dove si sono indicati con s_i lo spostamento, con d_i lo scorrimento e con F_i la forza applicata al baricentro dell'impalcato, tutto quanto riferito al generico piano i -esimo. È chiaro che tale esempio permettere di estendere in maniera immediata la trattazione a situazioni più complesse. Inoltre si consideri, come consuetudine, di applicare detto sistema di forze F_i , con $i = 1, \dots, N$, agli N punti rappresentanti le coordinate lagrangiane del sistema (spostamenti di piano).

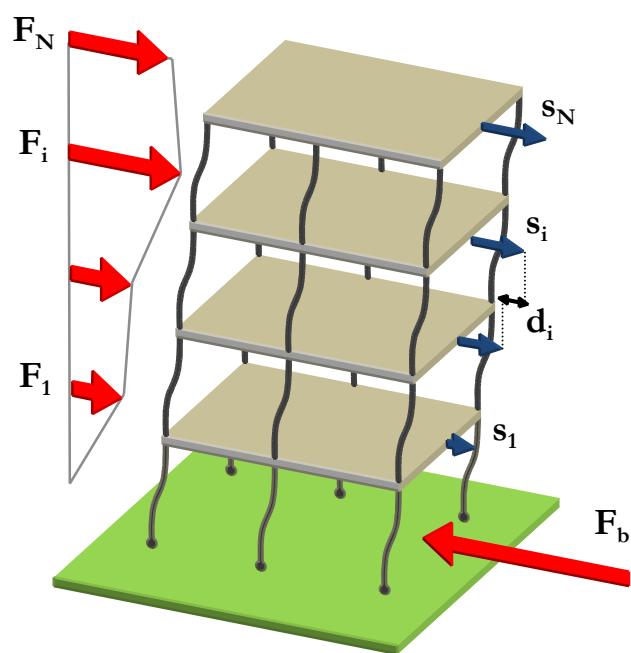


Figura 4.1.I – Sistema multipiano a N gradi di libertà (analisi nel piano verticale)

Si consideri poi il tempo t soltanto come parametro per individuare i successivi stati del sistema. La risposta strutturale al generico instante t è identificata per mezzo del vettore degli spostamenti s e del vettore degli scorrimenti d . Anche il sistema di forze esterne F può essere espresso in forma vettoriale. Sotto sono riportati detti vettori.

$$s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dots \\ s_i \\ \dots \\ s_N \end{bmatrix}; \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_i \\ \dots \\ d_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 - s_1 \\ \dots \\ s_i - s_{i-1} \\ \dots \\ s_N - s_{N-1} \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ F_i \\ \dots \\ F_N \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Matematicamente, essendo sia gli spostamenti $s(t)$ che le forze $F(t)$ parametrizzate rispetto al tempo, è possibile esprimere le forze come funzione degli spostamenti ossia con una relazione del tipo

$$F = F(s) \rightarrow F_i = F_i(s_i) \quad (4.2)$$

Considerato un incremento di tempo infinitesimo dt , a questo corrisponde un incremento, sempre infinitesimale, del vettore spostamento ds . A questo punto si può andare a definire il lavoro. In particolare si possono definire le seguenti grandezze utili per la valutazione energetica della risposta. Il lavoro ∂W_i , fatto in relazione alle i -esima coordinata lagrangiana (i -esimo grado di libertà) nell'intervallo infinitesimale di tempo, corrispondente allo spostamento ds della struttura, vale

$$\partial W_i = F_i \cdot \partial s_i \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4.3)$$

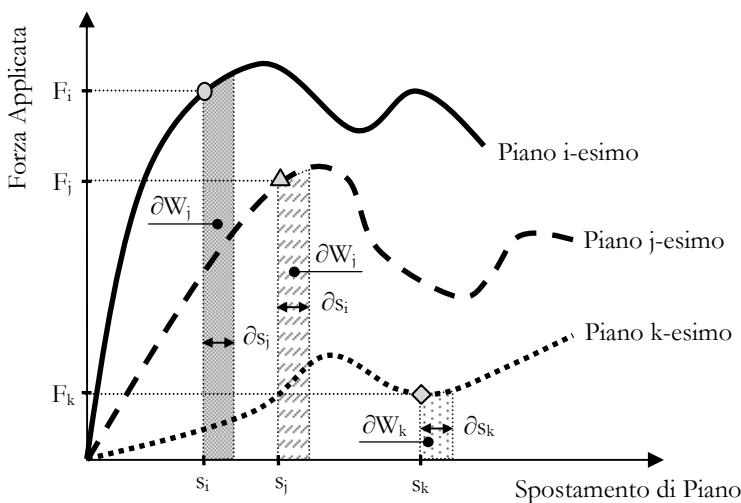


Figura 4.1.II – Significato grafico del lavoro fatto dall' i -esima coordinata lagrangiana

Il lavoro totale fatto dal sistema è dato semplicemente dalla sommatoria di tutti i singoli contributi dati dalla (4.3) ossia

$$dW = \sum_{i=1}^N \partial W_i = \sum_{i=1}^N F_i \cdot \partial s_i \quad (4.4)$$

In forma vettoriale tale espressione, con l'ovvio significato dei simboli, diventa

$$dW = F^T \times ds \quad (4.5)$$

Per calcolare il *Lavoro Totale W* fatto al tempo *t* dalle forze esterne sul sistema occorre integrare lungo il percorso di carico

$$W = W(t) = \int_0^t dW = \int_0^t \sum_{i=1}^N F_i \cdot ds_i = \int_0^t F^T \times ds \quad (4.6)$$

Tale espressione matematica rappresenta il lavoro fatto dalle forze esterne sul sistema a seguito degli spostamenti delle coordinate lagrangiane ed ha validità generale. Si può facilmente dimostrare che tale relazione è applicabile sia al caso dell'analisi time history sia che a quello della pushover. Questo rappresenta già un primo e significativo strumento per la formulazione energetica della risposta strutturale. Ricordando poi quanto riportato nella definizione del bilancio energetico (Paragrafo 2.2 e successivi del Capitolo 2), si può chiaramente osservare che il lavoro totale *W* fatto sulla struttura è proprio la *Energia Input E_t* (nella formulazione relativa) quando il vettore delle forze rappresenta proprio le forze di inerzia applicate alle masse generalizzate relative alle coordinate lagrangiane. Inoltre, facendo uso del Principio del Lavori Virtuali opportunamente esteso ai sistemi di forze non conservative (dissipative e anelastiche), si può mostrare che il lavoro esterno (*L_e = W*) è pari all'energia accumulata internamente dalla struttura ossia al lavoro intento (*L_i*). Ovviamente tale lavoro interno è costituito dall'energia immagazzinata/dissipata dal sistema mediante deformazione/plasticizzazione/frizioni interne delle sue parti componenti (travi, colonne, cerniere plastiche, sistemi di dissipazione, ecc).

4.2. Valutazione dell'energia mediante l'analisi statica non lineare

In base a quanto mostrato nel paragrafo precedente, la risposta di un qualsiasi sistema strutturale può essere espressa ed interpretata da un punto di vista energetico. Nel proseguito è mostrato come valutare la risposta strutturale mediante l'analisi statica non lineare. Come già ampiamente discusso nei precedenti capitoli, l'analisi pushover consiste nell'applicare al nostro sistema una distribuzione di forze laterali monotonamente crescente andando a monitorare l'evolversi dei vari stati di sollecitazione mediante la lettura dei parametri di risposta. In particolare tale tipo di analisi è compiuta per passi (step) ossia andando a incrementare in maniera discreta il carico laterale. Per fissare le idee si consideri il generico passo *k*-esimo relativo ad un certo stato di deformazione/sollecitazione e sia *P* il numero totale degli step effettuati nell'analisi pushover. Scrivendo sia i parametri di risposta che l'azione esterna in forma vettoriale si ha

$$s^{(k)} = \begin{bmatrix} s_1^{(k)} \\ s_2^{(k)} \\ \dots \\ s_i^{(k)} \\ \dots \\ s_N^{(k)} \end{bmatrix}; \quad d^{(k)} = \begin{bmatrix} d_1^{(k)} \\ d_2^{(k)} \\ \dots \\ d_i^{(k)} \\ \dots \\ d_N^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1^{(k)} \\ s_2^{(k)} - s_1^{(k)} \\ \dots \\ s_i^{(k)} - s_{i-1}^{(k)} \\ \dots \\ s_N^{(k)} - s_{N-1}^{(k)} \end{bmatrix}; \quad F^{(k)} = \begin{bmatrix} F_1^{(k)} \\ F_2^{(k)} \\ \dots \\ F_i^{(k)} \\ \dots \\ F_N^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

con l'ovvio significato dei simboli. L'obbiettivo è allora riscrivere le precedenti espressioni del lavoro (energia) nel caso dell'analisi pushover tenendo conto del carattere “discreto” dell'analisi. In sostanza si sostituisce all'intervallo di tempo dt lo *step*. Il lavoro $\Delta W_i^{(k)}$ ($\sim \partial W$) fatto in relazione alle i-esima coordinata lagrangiana (i-esimo grado di libertà) nello step k -esimo, corrispondente allo spostamento $\Delta s_i^{(k)}$ ($\sim ds$) della struttura, vale

$$\Delta W_i^{(k)} = F_i^{(k)} \cdot \Delta s_i^{(k)} \cong \left(\frac{F_i^{(k)} + F_i^{(k+1)}}{2} \right) \cdot (s_i^{(k+1)} - s_i^{(k)}) \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4.8)$$

avendo adottato la regola geometrica di Simpson per il calcolo approssimato del lavoro. Si osservi che l'approssimazione è tanto maggiore quanto più è alto il numero degli step in cui dividere l'intervallo di analisi.

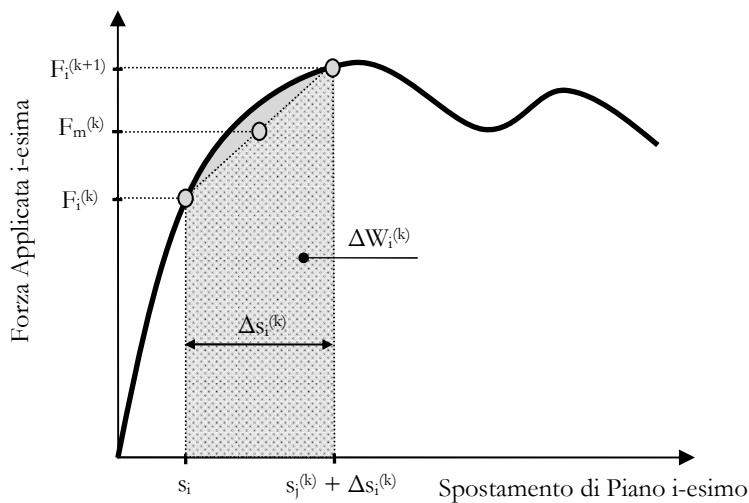


Figura 4.2.I – Significato grafico del calcolo del lavoro compiuto dalle forze esterne sulla struttura

Il lavoro totale fatto dalle forze sul sistema è dato semplicemente dalla sommatoria di tutti i singoli contributi

$$\Delta W^{(k)} = \sum_{i=1}^N \Delta W_i^{(k)} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{F_i^{(k)} + F_i^{(k+1)}}{2} \right) \cdot (s_i^{(k+1)} - s_i^{(k)}) \quad (4.9)$$

In forma vettoriale l'espressione (4.9), con l'ovvio significato dei simboli, diventa

$$\Delta W^{(k)} = (F^{(k)})^T \times \Delta s^{(k)} \quad (4.10)$$

Per calcolare il *Lavoro Totale* W fatto fino al passo p dalle forze esterne sul sistema occorre sostituire all'integrale la sommatoria ottenendo

$$W^{(p)} = W(p) = \sum_{k=1}^p \Delta W^{(k)} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^p \Delta W_i^{(k)} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^p \left(\frac{F_i^{(k)} + F_i^{(k+1)}}{2} \right) \cdot (s_i^{(k+1)} - s_i^{(k)}) \quad (4.11)$$

oppure in forma vettoriale più compatta scrivere

$$W^{(p)} = \sum_{k=1}^p (F^{(k)})^T \times \Delta s^{(k)} \quad (4.12)$$

Le formulazioni riportate sopra servono per il calcolo del lavoro (energia) immagazzinata dalla struttura quando questa è sottoposta ad un sistema di forze laterali fissate crescenti monotonamente.

4.3. Spostamento equivalente di eguale energia

Una volta espressa la risposta del sistema mediante l'energia immagazzinata/dissipata dallo stesso, rimane la questione di rappresentare questa in opportuni termini. Per analogia si potrebbe tracciare la curva lavoro (energia) – spostamento ultimo impalcato ottenendo una sorta di curva di pushover espressa in termini energetici. Come già ampiamente discusso nella relativa sezione a questo dedicata, la scelta del punto di controllo rappresenta un notevole fattore di incertezza e costituisce soltanto una (arbitraria) convenzione e senza alcun preciso fondamento fisico. A tale scopo può ancora essere adottato un approccio energetico per ovviare a tale inconveniente. Una via perseguitibile potrebbe essere quella illustrata nel seguito andando a definire il cosiddetto *spostamento energeticamente equivalente o spostamento equienergetico*. L'idea cardine è quella di egualizzare, al generico istante t , il lavoro totale fatto dalla struttura dW quello compiuto da una struttura equivalente caratterizzata dal medesimo taglio alla base F_b . Tale uguaglianza si esplica formalmente come

$$dW = F_b \cdot du_e \quad (4.13)$$

che, opportunamente invertita, fornisce l'incremento di spostamento relativo all'intervallo infinitesimo dt valutabile semplicemente come

$$du_e = \frac{dW}{F_b} \quad (4.14)$$

Lo spostamento equienergetico del sistema all'istante t di ottiene integrando tutti i singoli contributi ossia

$$u_e = u_e(t) = \int_0^t du_e = \int_0^t \frac{dW}{F_b} \quad \text{Spostamento di Eguale Energia} \quad (4.15)$$

La formulazione matematica si traduce, in una analisi pushover, come la sommatoria dei contributi calcolati ad ogni singolo step. Utilizzando le notazioni adottate in precedenza si può scrivere detto incremento di spostamento come

$$\Delta u_e^{(k)} = \frac{\Delta W^{(k)}}{F_b^{(k)}} \quad (4.16)$$

e dalla sommatoria dei singoli elementi arrivare allo spostamento relativo allo step p come

$$u_e^{(p)} = u_e(p) = \sum_{k=1}^p \Delta u_e^{(k)} = \sum_{k=1}^p \frac{\Delta W^{(k)}}{F_b^{(k)}} \quad (4.17)$$

Si osservi che tutte le quantità matematiche definite fino ad ora rappresentano differenziali esatti solo nel caso in cui sia assunto un comportamento elastico lineare. Al contrario, quando il comportamento, imputabile a diversi fattori (dissipazione, anelasticità, non linearità geometrica, ecc.), è non lineare allora le quantità sopra definite dipendono inevitabilmente dal percorso di carico seguito.

4.4. Considerazioni preliminari sullo spostamento di eguale energia

A seguito dell'introduzione dello spostamento di eguale energia alcune notevoli considerazioni possono essere fatte. Prima di tutto si può porre l'accento sul fatto che, adottando questo particolare parametro, si omette l'arbitraria scelta del punto di controllo. Nello specifico si osservi che tale grandezza (u_e) ha le dimensioni di uno spostamento e può essere visto come una sorta di spostamento (uno ed uno solo) pesato rispetto alle forze e agli spostamenti di piano (che unendoli portano all'energia). Fisicamente tale quantità non rappresenta nessun particolare spostamento di alcun punto della struttura ma semplicemente è lo spostamento infinitesimo che porta all'egualianza del lavoro fatto dall'intera struttura nell'intervallo di tempo dt con quello fatto da una struttura energeticamente equivalente caratterizzata dallo stesso taglio alla base. Intrinsecamente il calcolo di tale parametro energetico permette già di sostituire al sistema complesso MDOF un sistema SDOF, più semplice da trattare, caratterizzato dal medesimo taglio alla base e dalla stessa risposta in termini energetici.

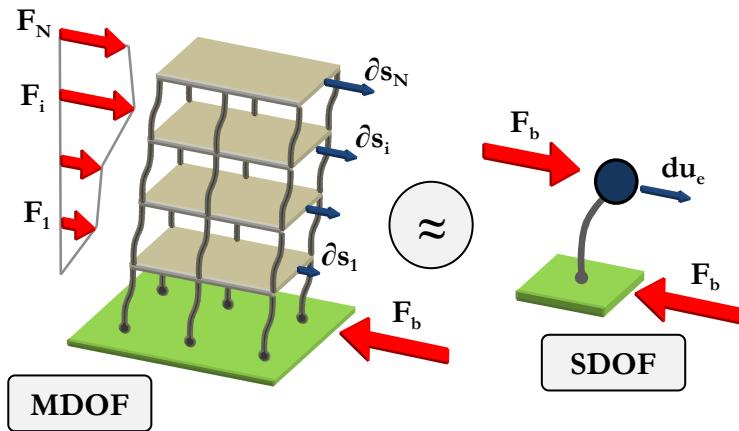


Figura 4.4.I – Equivalenza energetica tra sistema MDOF e SDOF

Tale concetto è ancor meglio messo in evidenza quando il sistema MDOF degenera in un sistema ad una sola coordinata lagrangiana. In questo caso il vettore delle forze e quello degli spostamenti degenerano in scalari e l'espressioni dell'energia e dello spostamento diventano

$$dW = F^T \times ds = \sum_{i=1}^{N=1} F_i \cdot \partial s_i = F_b \cdot ds \quad (4.18)$$

$$du_e = \frac{dW}{F_b} = \frac{F_b \cdot ds}{F_b} = ds \rightarrow u_e = s \quad (4.19)$$

ossia nel caso di sistemi caratterizzati da un solo grado di libertà spostamento e spostamento di eguale energia coincidono. Viceversa si potrebbe partire da un sistema SDOF e, grazie all'uso di tale parametro energetico, estendere il concetto a sistemi MODF. Una ulteriore considerazione può essere fatta riguardo al notevole significato fisico di tale parametro. Il fatto che nel suo calcolo si faccia uso dell'energia (lavoro) ottenuta come prodotto di forze per spostamenti, permette intrinsecamente di tener conto della reale deformata della struttura e quindi, implicitamente, si riesce a tenere in conto dell'evolversi dello stato di danneggiamento dovuto al sistema e, contemporaneamente, dell'azione che lo genera. Nelle classiche formulazioni, è consuetudine applicare un'azione sollecitante, di solito a mezzo di forze che simulano l'effetto di inerzia, e poi andare a leggere il risultato che queste generano ossia gli spostamenti e le deformazioni ottenute. Al contrario lo spostamento di uguale energia non più è fondato soltanto su questo concetto ma tiene conto contemporaneamente sia della causa che dell'effetto legandoli intimamente insieme.

4.5. Curva di capacità in termini energetici

Al fine di arrivare al calcolo dello spostamento equienergetico è necessario calcolare il lavoro fatto dalle forze esterne come precedentemente illustrato. A questo punto sono disponibili un numero sensibile di informazioni relative al comportamento strutturale (forze esterne, forze di piano, spostamenti, scorrimenti di piano, taglio alla base, ecc.) che possono essere riportate per meglio leggere ed interpretare la risposta del sistema. Ad esempio la classica curva di pushover, ossia taglio alla base – spostamento punto di controllo, può ora essere sostituita da un nuovo diagramma comportamentale dove il tagliante può essere visto come funzione dello spostamento equienergetico, rappresentazione caratterizzata da un maggiore significato fisico racchiudendo, in maniera compatta, tutti i principali parametri strutturali (forze e spostamenti). Un ulteriore rappresentazione può inoltre essere in termini energetici. La naturale estensione della curva di pushover sembra essere ora quella che potrebbe essere chiamata *Curva Energetica di Pushover*. In pratica si riporta ancora nell'asse delle ascisse lo spostamento di egual energia e nelle ordinate il lavoro fatto. Immediatamente si ha a disposizione un potente strumento per rappresentare sinteticamente l'energia dissipata/immagazzinata dalla struttura durante l'evolversi dell'analisi pushover. Inoltre, con le dovute accortezze legate soprattutto a problemi computazionali, si può estendere il calcolo di detto parametro anche alle analisi time history. Si noti ora, come verrà poi ampiamente discusso più nel dettaglio nei capitoli successivi, che alla curva capacitiva "classica" può essere affiancata la nuova curva capacitiva dove il posto dello spostamento del punto di controllo è preso da quello equienergetico. Addirittura è possibile sostituire la curva capacitiva con la *Curva Energetica Capacitiva* ed utilizzare questa nelle valutazioni della risposta sismica delle strutture.

4.6. Significato fisico dell'energia valutata mediante analisi pushover

Infine sembra doveroso aprire una parentesi riguardo il reale significato del lavoro/energia calcolato mediante un'analisi pushover. In base alle dimostrazioni matematiche fatte sopra e ricordando quanto detto nella sezione relativa al calcolo dell'energia input (relativa), si possono trarre le conclusioni proposte nel seguito. Valutando l'energia nel caso di analisi dinamiche non lineari, questa rappresenta proprio l'energia input relativa come analizzato nel relativo paragrafo (Paragrafo 2.2.2 del Capitolo 2). Particolare attenzione può essere posta al caso della pushover. In un approccio energetico l'analisi statica non lineare, in linea generale, permette soltanto di valutare l'energia immagazzinata elasticamente, mediante la deformazione dei suoi elementi, e quella dissipata anelasticamente, mediante la formazione di zone di plasticizzazione (hinge). Si osservi inoltre che il significato grafico dell'energia è facilmente individuabile una volta plottata la curva di energia di pushover.

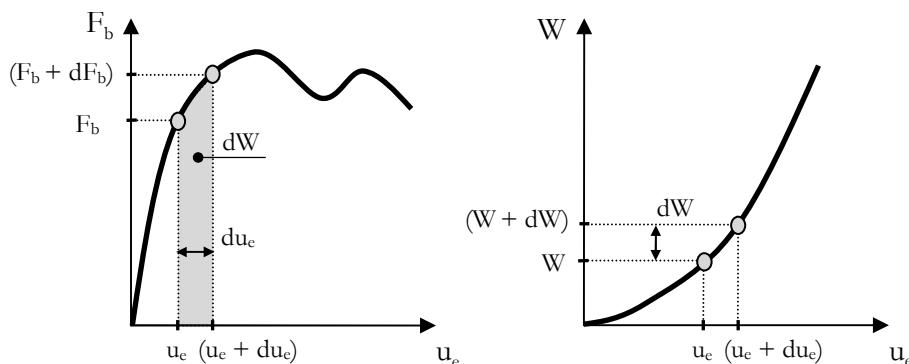


Figura 4.6.I – Curva di pushover (sinistra) e curva energetica (destra) espresse in funzione dello spostamento equienergetico

Nella Figura 4.6.I è illustrata la relazione esistente tra la curva di pushover e la curva di energia. La connessione matematica è immediata una volta ripresa la definizione di incremento di spostamento equienergetico.

$$dW = F_b \cdot du_e \quad (4.20)$$

Si può quindi dire che l'area sottesa dalla curva di pushover, espressa nella forma taglio alla base – spostamento di eguale energia, rappresenta proprio l'energia dissipata/immagazzinata dalla struttura durante il percorso di carico monotono. Questo è un altro chiaro esempio dell'importante significato di esprimere la risposta strutturale in termini energetici e per mezzo di questo parametro di spostamento.

Capitolo 5

Definizione Input Sismico

5.1. Problematiche legate alla definizione dell'input sismico in un'ottica energetica

Una volta analizzata la questione relativa alla valutazione della risposta sismica di un sistema e della sua rappresentazione, il problema si sposta su come rappresentare l'input sismico ossia come definire la domanda a cui la struttura è soggetta. Convenzionalmente la domanda sismica è espressa sottoforma di spettri di risposta di un particolare parametro di interesse relativo a sistemi SDOF. I parametri di risposta più utilizzati sono lo spostamento spettrale e la pseudo-accelerazione da questo derivata. È cosa diffusa infatti che le normative antisismiche dei vari paesi forniscano solamente spettri elastici di spostamento (S_D) e pseudo-accelerazione (S_A). Esistono tuttavia relazioni matematiche approssimate proposte in letteratura scientifica da vari autori (*Miranda* [36], *Newmark*, *Hall* [37]) per trasformare tali spettri e ricondurli al caso anelastico. Gli studi disponibili a riguardo sono numerosi. Va sottolineato che comunque tali ricerche sono affette da un notevole grado di incertezza, soprattutto per quello che concerne il database di accelerogrammi utilizzati nella formulazione di tali fattori di trasformazione. In particolare utilizzare differenti database per la definizione delle leggi che governano gli andamenti di detti fattori porta inevitabilmente ad avere a volte anche marcate differenze tra i risultati proposti dai vari autori. In aggiunta va considerata anche l'intrinseca approssimazione nel rappresentare risultati con andamento piuttosto irregolare mediante andamenti basati su formulazioni matematiche semplificate. Analoghi problemi possono essere ritrovati nel caso di formulazione di spettri di energia. L'aspetto peculiare e di notevole criticità risiede anche nella definizione dell'energia e di cosa si intenda con tale termine. Riprendendo gli studi intrapresi da *Housner* [1], si ricorda che egli fu uno dei primi ad introdurre tale concetto ed a proporre una formulazione della stessa anche se matematicamente piuttosto semplice. Da ricordare che in detto studio l'energia era intesa come pseudo-energia essendo funzione soltanto della velocità del sistema e dove la componente anelastica era presa in conto attraverso metodi semplificati.

Un esempio di studio più approfondito inerente all'energia ed al suo utilizzo sottoforma di spettri, è stato presentato, come già citato in precedenza, da *Mollaioli*, *Decanini* e *Mura* [32]. Tale studio ha avuto lo scopo di fornire spettri di domanda sismica sotto forma di energia input (relativa) ed ha anche valutato la relazione che intercorre tra l'energia in ingresso e quella dissipata per via isteretica dal sistema. Tali grandezze sono riferite a comportamenti strutturali dinamici e le quantità indagate sono solitamente cumulate durante la storia di accelerazione. In aggiunta, tale

studio si è limitato alla sola definizione degli spettri di domanda, non provvedendo a fornire una metodologia attendibile per l'impiego diretto degli stessi nella progettazione antisismica. Per tali motivi detti spettri non possono essere utilizzati e questo è particolarmente vero quando il suo impiego è indirizzato verso metodologie di analisi statica non lineare introdotte in questo studio. Partendo da questa considerazione, diventa quindi di primaria importanza definire un input sismico che sia coerente con quanto valutabile da un'analisi pushover. Per tale scopo possono essere definite diverse grandezze basate sul concetto dell'energia. Inoltre lo stesso scrivente (*Mezzi et Alt.* [39], *Parducci et Alt.* [40], *Tomassoli e Mezzi* [42]) si è occupato della questione riguardante la definizione degli spettri di energia come meglio richiamato nelle successive sezioni. Il punto focale sta quindi nel definire, in maniera chiara, cosa si intenda per energia richiesta dal sisma e quale sia la sua più corretta formulazione e rappresentazione nell'ottica di una sua comparazione con la capacità strutturale valutata a mezzo di analisi statiche non lineari.

5.2. Energia come input sismico

Volendo applicare i concetti energetici fino a qui introdotti per definire l'input sismico occorre capire quale siano le grandezze di reale interesse. Avendo come fine l'applicazione dell'analisi statica non lineare occorre subito specificare che non ha alcun senso fisico assumere come input l'energia accumulata durante l'evento sismico (Energia Input nell'accezione classica). Le principali motivazioni vanno ricercate nel fatto che sarebbe sbagliato concettualmente associare un parametro dinamico, come è appunto l'energia input durante una time history, ad un parametro statico ottenuto dall'analisi pushover. Durante una storia dinamica, nella struttura entra energia la quale viene immagazzinata/dissipata sotto diverse forme (elastica, anelastica, viscosa, cinetica). Lo stesso sistema, per compiere questi processi di trasformazione dell'energia, deve compiere un certo numero di cicli “avanti ed indietro”. Questo fatto porta ad avere parametri di risposta, e questo è valido in particolar modo per le energie irrecuperabili, cumulati e quindi è difficile, se non praticamente impossibile, rappresentare a mezzo di una analisi pushover il reale comportamento della struttura. La cosa che invece può essere fatta è quella di impiegare l'analisi statica non lineare come strumento per ottenere una stima (inviluppo) della risposta dinamica della struttura necessariamente con le dovute approssimazioni. Primo passo da fare è allora rendere congruente l'input sismico con quanto è possibile stimare con un'analisi pushover.

A tale proposito si consideri l'oscillatore elementare SDOF caratterizzato da una massa M (assunta unitaria per semplicità), da una rigidezza K , da un smorzamento proporzionale alla velocità C e sottoposto ad una eccitazione (accelerazione) sismica $a(t)$ che esplica l'effetto inerziale sulle masse. Per completezza si consideri inoltre che tale sistema sia caratterizzato, in prima istanza, da un comportamento elastico perfettamente plastico (EPP). Per definire questo occorre fissare, ad esempio, la soglia plastica della resistenza F_y .

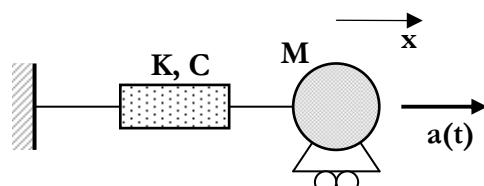


Figura 5.2.I – Sistema SDOF per la definizione degli spettri di risposta

Attraverso l'analisi time history di tale oscillatore, ossia sottoponendo il sistema ad un numero quanto più possibile alto di storie di accelerazione, è possibile ottenere i vari parametri di risposta. Tralasciando per ora quali siano i vari approcci e metodologie per ottenere tali accelerogrammi ed in particolare il loro raggruppamento per generare spettri, si consideri a titolo di esempio la risposta del singolo oscillatore caratterizzato dai parametri sopra detti ed eccitato da un fissato input sismico.

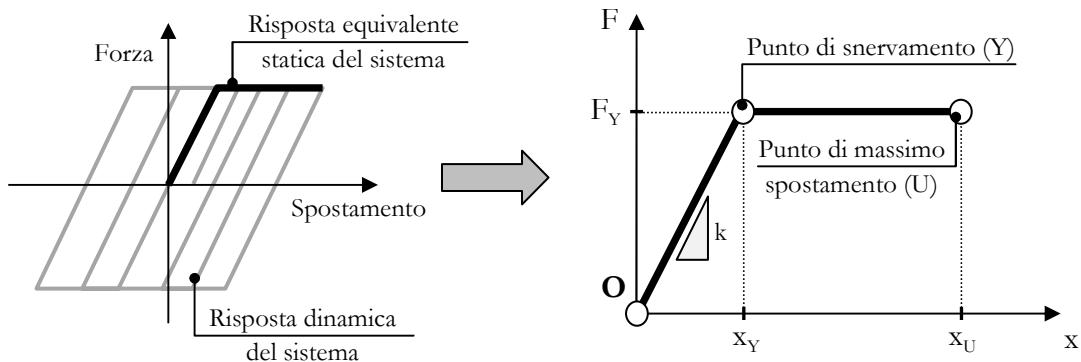


Figura 5.2.II – Risposta dinamica (sinistra) e statica equivalente (destra) del sistema SDOF

Quando la risposta del sistema è di tipo dinamico non lineare, la struttura compie dei cicli trasformando continuamente l'energia cinetica in potenziale elastica e viceversa, dissipandone la componente viscosa mediante attriti e la parte plastica attraverso l'accumulo anelastico in particolari zone del sistema (cerniere plastiche). Questo complesso fenomeno della risposta può essere sintetizzato a mezzo del grafico riportato in Figura 5.2.II (sinistra) dove la risposta dell'oscillatore è rappresentata nel piano forza – spostamento. L'idea sta allora nel tentare di rappresentare la risposta dinamica del sistema mediante l'introduzione di una risposta statica equivalente. A tale scopo si potrebbe pensare di costruire la *Curva di Inviluppo della Risposta*, così come indicato graficamente in Figura 5.2.II (destra), assumendo come parametri base la forza di snervamento F_y , la rigidezza K (o in maniera equivalente il periodo T) e lo spostamento massimo x_u riscontrato durante l'analisi dinamica. Grazie a questo approccio è possibile estrapolare la bilineare costituente l'inviluppo che rappresenta la risposta spettrale che può essere presa in conto. Concettualmente la stessa curva può essere ottenuta anche a mezzo di un'analisi statica non lineare sul sistema SDOF portata fino al raggiungimento del massimo spostamento. Qui sta il punto focale della metodologia basata su di un approccio energetico. L'obbiettivo raggiunto è stato quello di poter associare alla risposta dinamica del sistema spettrale SDOF una curva statica equivalente che ne costituisce l'inviluppo. È altresì evidente che l'area racchiusa dal ciclo totale e quella calcolata solo per la risposta equivalente sono intimamente legate.

5.3. Definizione della Pseudo-Energia

Partendo dai concetti introdotti nel paragrafo precedente, è possibile calcolare l'area sottesa dalla curva statica non lineare associata alla risposta dinamica. Questa area rappresenta proprio l'energia dissipata dal sistema statico equivalente per arrivare fino al massimo spostamento. Facendo allora uso di tale considerazione, viene introdotto un nuovo parametro chiamato *Pseudo-Energia PsE* che rappresenta proprio l'area sottesa dalla curva capacitiva del sistema SDOF. Allo scopo di fornire una procedura generale per il calcolo di questo parametro, si consideri il modello

elasto-plastico con ramo anelastico incrudente (ESH). L'inclinazione di detto ramo sia data come percentuale (α) della *Rigidezza Elastica K*. Ovviamente tale approccio rimane valido, con le dovute accortezze al caso specifico, anche per alti tipi di modelli comportamentale. Si faccia inoltre riferimento, per una migliore leggibilità, alla notazione della Figura 5.3.I. In particolare si fa uso delle grandezze spettrali quali lo *Spostamento S_D* e la *Pseudo-accelerazione S_A*. Si ricordi che nella definizione degli spettri si assume una massa del sistema unitaria. Questo permette di avere il medesimo valore di forza e accelerazione a meno solo della costante di gravità.

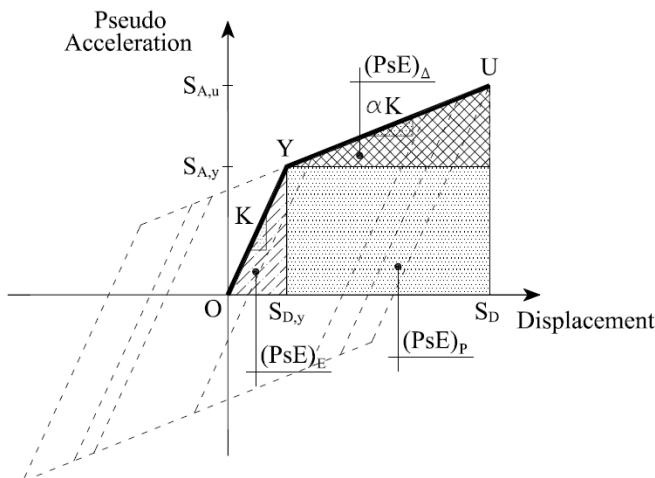


Figura 5.3.I – Risposta statica equivalente del sistema SDOF

Per semplicità di trattazione si scrivono le due grandezze spettrali fondamentali di interesse (spostamento e pseudo-accelerazione) in funzione del *Periodo T* del sistema SDOF, della *Duttilità μ* e del parametro α . Le relazioni utili all'identificazione dei vari parametri sono proposte nel seguito.

$$S_D = S_D(T, \mu, \alpha); \quad S_{D,y} = \frac{S_D(T, \mu, \alpha)}{\mu} \quad (5.1)$$

$$S_{A,u} = S_{A,y} + (S_D - S_{D,y}) \cdot \alpha K; \quad S_{A,y} = S_{D,y} \cdot K \quad (5.2)$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M}{K}} \equiv \frac{2\pi}{\sqrt{K}}; \quad K = \frac{4\pi^2}{T^2}; \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (5.3)$$

Grazie alle equazioni riportate in (5.1), (5.2) e (5.3) è possibile arrivare al calcolo dell'area sottesa dalla curva. L'equazione (5.4) fornisce l'integrale della curva statica equivalente associata alla risposta dinamica del sistema e risulta essere valida per uno SDOF bi-lineare con incrudimento dato come percentuale della rigidezza elastica (*Modello ESH*).

$$PsE(T, \mu, \alpha) = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot S_D(T, \mu, \alpha)^2 \cdot \left[\frac{\alpha-1}{2\mu^2} + \frac{1-\alpha}{\mu} + \frac{\alpha}{2} \right] \quad Pseudo-Energia \quad (5.4)$$

Come si evince dalla formula (5.4), tale grandezza è esprimibile soltanto in funzione dello spostamento spettrale per assegnato periodo T e duttilità μ . Questo è possibile poiché, come

noto, la pseudo-accelerazione è derivata direttamente dallo spostamento. Si noti anche che lo stesso parametro può essere scritto anche o solo in funzione dell'accelerazione o come prodotto di spostamento e accelerazione. In sostanza una volta fissati α , T e μ è immediato conoscere il valore spettrale dello spostamento $S_D(T, \mu, \alpha)$ e quindi quello della PsE . Si osservi poi che la Pseudo-Energia può essere vista come la somma di due contributi ossia una parte elastica recuperabile $(PsE)_E$ ed una plastica non recuperabile $(PsE)_H$.

$$PsE = (PsE)_E + (PsE)_H \quad (5.5)$$

A sua volta la parte anelastica della Pseudo-Energia, $(PsE)_H$, può essere idealmente scomposta tra una parte plastica relativa al sistema EPP $(PsE)_P$ ed un altro contributo imputabile alla presenza dell'incrudimento nella fase post elastica $(PsE)_{\Delta}$. Quanto appena descritto è proposto nell'equazione (5.6).

$$(PsE)_H = (PsE)_P + (PsE)_{\Delta} \quad (5.6)$$

Tale differenziazione è utile per relazionare il modello ESH più generale con quello EPP (ESH con incrudimento plastico nullo) adottato comunemente. Si noti inoltre che, nel caso di sistema EPP, ossia quando $\alpha = 0$, l'espressione della PsE si semplifica nella forma proposta in (5.7), dove scompare la dipendenza da tale fattore

$$PsE(T, \mu) = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot S_D(T, \mu)^2 \cdot \left[\frac{1}{\mu} - \frac{1}{2\mu^2} \right] \quad \text{Pseudo-Energia per SDOF EPP} \quad (5.7)$$

Infine nel caso più semplice di comportamento puramente lineare elastico, caratterizzato da un valore unitario della duttilità, la relazione sopra si semplifica ulteriormente ottenendo la seguente espressione

$$PsE(T) = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot S_D(T)^2 \cdot \frac{1}{2} \quad \text{Pseudo-Energia per SDOF Elastico} \quad (5.8)$$

che coincide proprio con l'energia elastica del sistema SDOF. Considerando inoltre le relazioni in (5.3) relativamente alla rigidezza del sistema, ed assumendo unitaria la massa, si ha

$$K = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot M = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (5.9)$$

La stessa pseudo-energia può essere scritta nelle forme riportate nel seguito per meglio capire il suo reale significato. La pseudo-energia elastica può essere vista come energia potenziale elastica immagazzinata dal sistema SODF pari a

$$PsE(T) = \frac{1}{2} \cdot K \cdot S_D(T)^2 \quad (5.10)$$

Considerando poi che il prodotto di rigidezza per spostamento da la pseudo-accelerazione, si può scrivere la relazione sotto un'altra forma

$$PsE(T) = \frac{1}{2} \cdot [K \cdot S_D(T)] \cdot S_D(T) = \frac{1}{2} \cdot S_A(T) \cdot S_D(T) \quad (5.11)$$

che è di più immediato significato geometrico rappresentando l'area del triangolo sottesa dalla curva (retta) forza – spostamento del sistema. Inoltre, facendo uso delle relazioni che legano spostamento e pseudo-velocità

$$S_V(T) = \omega \cdot S_D(T) \quad (5.12)$$

si può arrivare alla formulazione della pseudo-energia scritta come pseudo-energia cinetica. Quanto appena proposto risulta essere valido per sistemi elastici lineari. È immediato notare che i risultati appena illustrati nelle equazioni (5.10), (5.11) e (5.12) coincidono proprio con le consuete formulazioni della risposta di sistemi SDOF a comportamento elastico.

5.4. Valutazione degli spettri di Pseudo-Energia

Una volta definito il parametro pseudo-energia, rimane la questione di come arrivare ad ottenere gli spettri di tale quantità. A tal proposito diversi possono essere gli approcci perseguiti. Nel prosegue sono indicate alcune soluzioni per ovviare a tale problematica. Vengono qui brevemente proposti a mo' di elenco e descritti meglio nelle sezioni successive. Gli spettri di pseudo-energia possono essere ottenuti:

- dallo spettro di spostamento elastico fornito dalle Normative;
- in maniera diretta facendo uso di un gran numero di accelerogrammi, ognuno dei quali risulta essere caratterizzato da vari parametri (magnitudo, condizioni di suolo, distanza epicentrale, ecc.);
- in maniera semi-diretta facendo uso di un numero ristretto di accelerogrammi spettro-compatibili.

PsE derivata da Spettri di Spostamento forniti da Norma:

Questo primo approccio si fonda sulla possibilità di calcolare la pseudo-energia facendo uso degli spettri forniti dalla Normativa. In particolare si fa riferimento agli spettri di spostamento, calcolati a ritroso da quelli di pseudo-accelerazione, forniti dall'Eurocodice 8. La Norma (EC8) permette di assumere come quantificazione dell'input sismico lo spettro elastico di pseudo-accelerazione S_A definito in funzione della zonizzazione sismica e della classe di suolo. Noto tale spettro si calcola quello di spostamento dalla semplice relazione valida per gli oscillatori elementari elastici in cui la duttilità è assunta unitaria.

$$S_D(T,1) = \frac{S_A(T,1)}{\omega^2} = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot S_A(T,1) \quad (5.13)$$

Si fa inoltre uso della pseudo-energia fornita dal prodotto tra la pseudo-accelerazione e lo spostamento spettrali

$$PsE(T,\mu) = S_A(T,\mu) \cdot S_D(T,\mu) \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu} \right) \quad (5.14)$$

Dalla relazione (5.14) si evince che, una volta noti, in funzione di periodo e duttilità, spostamento e pseudo-accelerazione, è immediato calcolare per ogni singolo oscillatore la relativa pseudo-energia. Come già ricordato, le Normative forniscono soltanto spettri elastici di tali grandezze per cui è necessario trovare relazioni che i qualche modo permettano di arrivare alla formulazione di spettri anelastici, qui scritti in funzione del parametro duttilità. A tale scopo esistono in letteratura differenti relazioni per passare da spettri elastici a spettri anelastici. Tra le varie proposte si fa uso di quanto segue. Per la pseudo-accelerazione S_A si impiega il fattore di riduzione della forza (*Strength Reduction Factor*) R proposto da *Newmark ed Hall* [37] espresso come

$$R = R(T, \mu) = \frac{S_{A,e}}{S_{A,\mu}} = \frac{S_A(T,1)}{S_A(T, \mu)} \quad (5.15)$$

ossia come rapporto tra l'accelerazione elastica e quella nel caso anelastico relativo ad un sistema caratterizzato da una duttilità μ . È importante notare che si è indicato con $S_{A,\mu}$ l'accelerazione relativa allo snervamento, espressa appunto come forza di snervamento divisa per la massa. A rigore infatti la pseudo-accelerazione, nel caso di comportamento anelastico, è rappresentata da quella che permette, al sistema elastico associabile, di raggiungere lo stesso spostamento massimo. Si ricorda inoltre che tali leggi sono valide per sistemi EPP per cui non è qui riportato il parametro α caratterizzante solo i sistemi ESH. Per quanto riguarda invece lo spostamento, si fa uso della relazione proposta da *Miranda* [36] del fattore R_δ e valutabile come

$$R_\delta = R_\delta(T, \mu) = \frac{S_{D,\mu}}{S_{D,e}} = \frac{S_D(T, \mu)}{S_D(T,1)} \quad (5.16)$$

ossia come rapporto tra lo spostamento raggiunto dal sistema anelastico e quello del sistema a comportamento puramente elastico lineare. Anche tale relazione rimane valida per sistemi EPP per cui rimane vero quanto affermato prima. Noti entrambi tali rapporti, esprimibili semplicemente tramite la conoscenza di T e μ , si arriva ai due spettri anelastici cercati

$$S_A(T, \mu) = \frac{S_A(T,1)}{R(T, \mu)}; \quad S_D(T, \mu) = R_\delta(T, \mu) \cdot S_D(T,1) \quad (5.17)$$

Dal loro prodotto si arriva infine al parametro cercato. La legge comportamentale di tali parametri e le osservazioni riguardo al loro uso sono riportate nella relativa appendice [Appendice A] a cui si rimanda per maggiori dettagli. Graficamente il passo da fare per arrivare a tale risultato sono illustrati nella Figura 5.4.I e valutati per una generica duttilità fissata μ_0 .

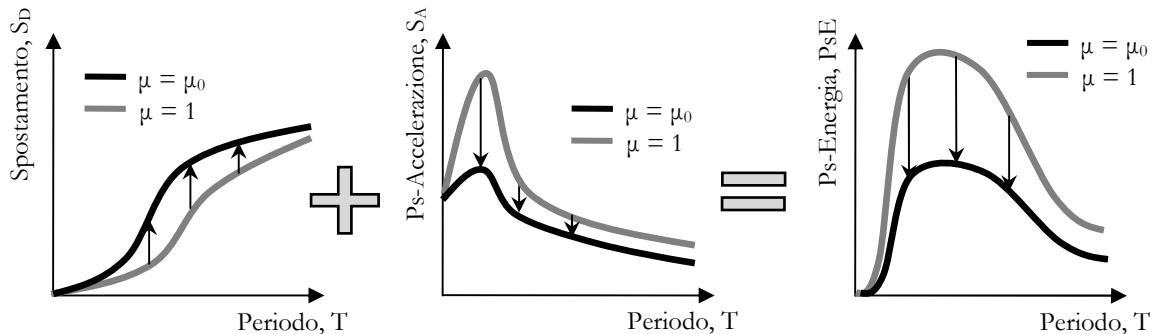


Figura 5.4.I – Procedura per la definizione degli spettri di Pseudo-energia

In più, sostituendo nella (5.14) le due espressioni proposte in (5.17), si arriva alla seguente formulazione

$$\begin{aligned} \text{PsE}(T, \mu) &= \left[\frac{S_A(T, 1)}{R(T, \mu)} \right] \cdot [S_D(T, 1) \cdot R_\delta(T, \mu)] \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu} \right) = \\ &= S_A(T, 1) \cdot S_D(T, 1) \cdot \left[\frac{R_\delta(T, \mu)}{R(T, \mu)} \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

Dividendo e moltiplicando per 2 l'ultimo membro della (5.18) si ottiene un'espressione più significativa ossia

$$\begin{aligned} \text{PsE}(T, \mu) &= \frac{S_A(T, 1) \cdot S_D(T, 1)}{2} \cdot \left[\frac{R_\delta(T, \mu)}{R(T, \mu)} \cdot \left(2 - \frac{1}{\mu} \right) \right] = \\ &= \text{PsE}(T, 1) \cdot \left[\frac{R_\delta(T, \mu)}{R(T, \mu)} \cdot \left(2 - \frac{1}{\mu} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.19)$$

dove nella (5.19) il primo prodotto non è altro che la pseudo-energia nel caso elastico. Con il medesimo approccio fatto per gli altri rapporti, può essere definito il parametro R_{PsE} esprimibile proprio come

$$R_{\text{PsE}} = \frac{\text{PsE}(T, \mu)}{\text{PsE}(T, 1)} = \left[\frac{R_\delta(T, \mu)}{R(T, \mu)} \cdot \left(2 - \frac{1}{\mu} \right) \right] \quad (5.20)$$

In pratica si ha che, partendo dalla pseudo-accelerazione e dallo spostamento elastici forniti da Norma, mediante il rapporto fornito dalla (5.20), è possibile ottenere immediatamente il valore della PsE per duttilità μ fissata. Graficamente tale passaggio è rappresentato in figura sotto.

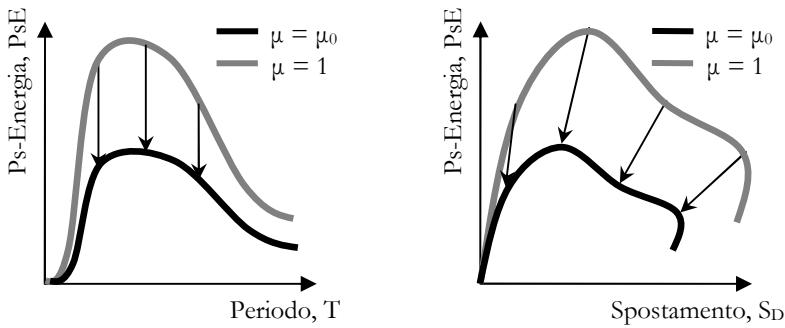


Figura 5.4.II – Passaggio dallo spettro di pseudo-energia elastico a quello anelastico.

Si elencano nel seguito, in maniera sintetica, gli aspetti connessi a tale metodologia. Tra i *vantaggi* di questo approccio si possono sicuramente annoverare:

- utilizzo degli spettri di normativa elastici per calcolare direttamente gli spettri di pseudo-energia e quindi di far uso di spettri già compatibili con quanto fornito dai codici antisismici;
- possibilità di tradurre direttamente lo spettro di pseudo-energia elastico in quello anelastico mediante l'uso del fattore sopra trovato;

- evitare di creare ad hoc spettri di energia essendo già presenti sia gli spettri forniti dalle norme sia le relative relazioni di trasformazione;

Di contro, si possono individuare i seguenti *svantaggi* legati a tale approccio tra cui:

- le leggi di trasformazione sono di carattere empirico e comunque affette da un certo grado di incertezza che porta inevitabilmente ad errori nella trasformazione da elastico ad anelastico. L'aspetto più peculiare sta nel fatto che queste relazioni sono ricavate da interpolazioni e/o inviluppi di un numero ristretto di storie di accelerazione;
- in letteratura sono presenti differenti leggi sia per lo spostamento sia per la pseudo-accelerazione, fatto che porta a dover scegliere un risultato trovato da certi autori piuttosto che da altri, rendendo quindi arbitraria la definizione della PsE anelastica;

Tutti gli aspetti annoverati sopra sono comunque meglio analizzati e discussi, avendo inoltre riportato esempi di confronto, nella relativa Appendice [Appendice A]. Un esempio del processo di trasformazione sopra esposto è illustrato nella Fig. 5.4.III sotto e relativo ad un suolo tipo A (secondo Eurocodice 8) per differenti valori di duttilità. Detti spettri sono definiti per una PGA pari a $0.35 \cdot g$ ($S = 1.00$ e $a_g = 0.35 \cdot g$).

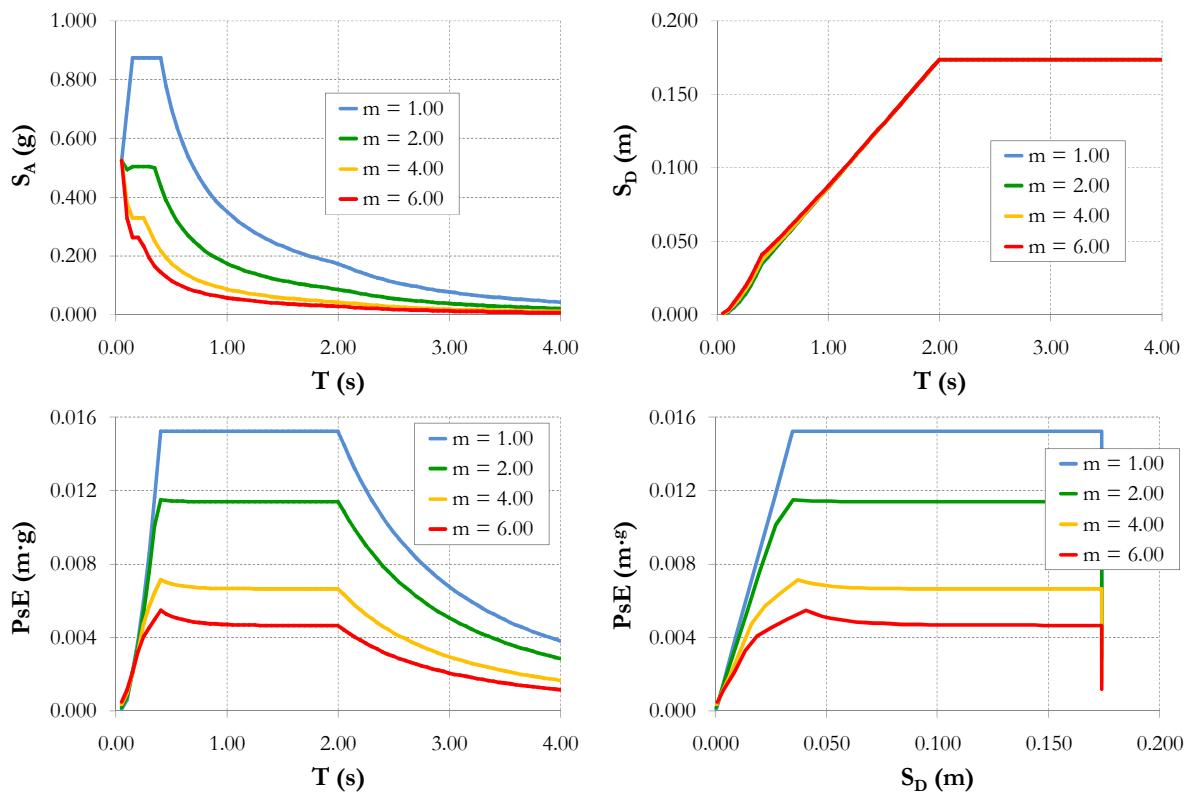


Figura 5.4.III – Spettri di pseudo-accelerazione (alto, sinistra), spostamento (altro, destra), pseudo-energia (basso, sinistra) e relativa rappresentazione nel piano energia-spostamento (basso, destra) per suolo tipo A

PsE derivata direttamente da accelerogrammi registrati:

Questo secondo approccio si fonda sulla possibilità di calcolare la pseudo-energia in modo diretto ossia prendere un gran numero di accelerogrammi e generare gli spettri cercati. L'idea è quella di attingere ad un nutrito database di storie di accelerazione di eventi sismici passati e poter catalogare questi in base a parametri notevoli come possono essere magnitudo, velocità delle onde di taglio nel suolo, distanza dalla sorgente, ecc. Il metodo per fare questo è concettualmente molto semplice. In pratica si assume un numero quanto più possibile elevato di storie di accelerazioni una volta fissati i parametri di riferimento. Fatto questo si passa al calcolo diretto della risposta di oscillatori SDOF caratterizzati da uno smorzamento equivalente $\xi = 5\%$ (valore assunto convenzionalmente) e da diversi livelli di soglia plastica al fine di arrivare a definire in modo diretto gli spettri rispettivamente di spostamento e pseudo-accelerazione

$$S_D = S_D(T, \mu); \quad S_A = S_A(T, \mu) \quad (5.21)$$

Tradotto in formule, questo approccio porta semplicemente a calcolare in maniera diretta la relazione proposta in (5.22) che formalmente è la stessa presentata in (5.14)

$$PsE(T, \mu) = S_A(T, \mu) \cdot S_D(T, \mu) \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu}\right) \quad (5.22)$$

Graficamente la situazione illustrata sotto è simile a quanto riportato prima ma stavolta si evita il passaggio della trasformazione da elastico ad anelastico avendo appunto adottato un metodo diretto di calcolo degli spettri.

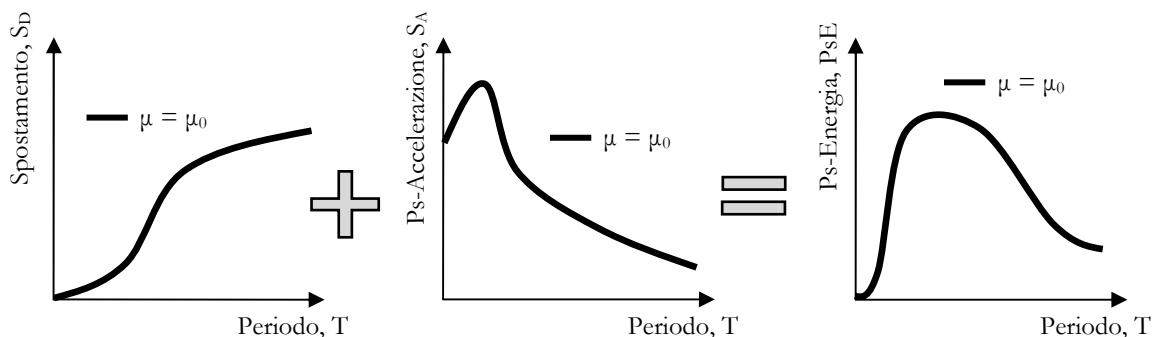


Figura 5.4.IV – Calcolo diretto dello spettro di pseudo-energia

Come fatto prima, si elencano ora in maniera sintetica gli aspetti connessi a tale metodologia. Tra i vantaggi di questo approccio si possono sicuramente annoverare:

- calcolo diretto degli spettri di interesse una volta scelto il parametro duttilità μ ;
- evitare l'uso di fattori di trasformazioni, sia dell'accelerazione sia dello spostamento, evitando le incertezze legate a questo passaggio;
- disponibilità immediata degli accelerogrammi impiegati nella costruzione degli spettri, utili magari nell'applicazione di analisi non lineari dinamiche a riprova del metodo;
- possibilità del calcolo a ritroso dei fattori sopra introdotti ossia R_δ e R .

Di contro si possono individuare i seguenti *svantaggi* legati a tale approccio tra cui:

- nasce la grossa problematica legata alla definizione degli spettri solitamente basata su considerazioni statistiche e di rischio sismico sul territorio e non banalmente nel raggruppamento di accelerogrammi caratterizzati dagli stessi parametri;
- notevole incertezza nei risultati (spettri tracciati) che potrebbero differire in maniera sostanziale con quelli forniti dalle Normative e, conseguentemente, non direttamente utilizzabili nella progettazione antisismica degli edifici;
- notevole sforzo computazionale legato alla generazione di un gran numero di spettri che, anche se classificati per suolo, zona sismica, ecc., devono essere necessariamente tracciati per un numero quanto più possibile alto di duttilità;
- non poter utilizzare leggi di correlazione dato che, altrimenti, si perderebbe il vantaggio del calcolo diretto degli spettri.

PsE derivata direttamente da accelerogrammi spettro-compatibili:

L'ultima metodologia qui proposta rappresenta una via di mezzo rispetto a quanto proposto con i precedenti metodi. Per tale ragione questo può essere visto come un metodo semi-diretto. L'idea cardine sta nel definire uno spettro di riferimento il quale può essere espresso sotto forma di spostamento, pseudo-accelerazione o anche al limite di energia (con le dovute accortezze). Noto lo spettro di riferimento, si usa questo come termine di paragone. In altre parole si va a selezionare un gruppo di accelerogrammi (costituito ad esempio 7 storie di accelerazione come le norme suggeriscono per le analisi time history) caratterizzati da uno spettro medio compatibile con quello di riferimento. In pratica si seleziona un certo database e da questo si prende la combinazione di 7 accelerogrammi che meno discorda dallo spettro assunto a paragone. Una volta in possesso di tale gruppo, è immediato usare questo come input nelle analisi degli SDOF spettrali e quindi determinare gli spettri di interesse. Formalmente l'espressione del calcolo della PsE rimane identico solo che i singoli spettri di accelerazione e spostamento sono ottenuti come media dei risultati scaturiti dalle analisi. Come prima si possono discutere i seguenti aspetti. Tra i *vantaggi* di questo approccio si possono sicuramente annoverare:

- calcolo diretto degli spettri di interesse una volta scelto il parametro duttilità μ ;
- evitare l'uso di fattori di trasformazioni sia dell'accelerazione sia dello spostamento evitando le incertezze legate a questo passaggio;
- disponibilità immediata degli accelerogrammi impiegati nella costruzione degli spettri, utili magari nell'applicazione di analisi non lineari dinamiche a riprova del metodo;
- limitare l'onere computazionale legata all'analisi della risposta di sistemi SDOF utilizzando soltanto un numero ristretto di storie di accelerazione.

Di contro si possono individuare i seguenti *svantaggi* legati a tale approccio tra cui:

- nasce la grossa problematica legata alla definizione dello spettro di riferimento. Può essere ad esempio assunto lo spettro di pseudo-accelerazione o spostamento, sia elastico che anelastico, con il necessario uso di formule di trasformazione degli spettri Normativi nel secondo ultimo caso;

- partendo da spettri di spostamento ed accelerazione elastici dati da Norma, utilizzare come riferimento quello di pseudo-energia elastico;
- difficoltà di disporre di un notevole database al fine di ottenere un ristretto numero di accelerogrammi e contemporaneamente cercando di limitare sia lo scostamento con quello di riferimento sia la dispersione dei risultati mediati.

Tutti i metodi discussi sopra rappresentano varie vie per quantificare l'input sismico. A tal proposito si rimanda anche a quanto trattato dallo stesso scrivete (*Tomassoli e Mezzì* [42, 43]) riguardo la definizione dell'input sismico basando questo su criteri energetici. Inoltre un'indagine sulla definizione delle pseudo-energia e delle sue diverse formulazioni, del suo andamento al variare dei diversi parametri sismici presi a riferimento (magnitudo, distanza epicentrale, tipologia di suolo, duttilità, modello comportamentale) sono proposte nella relativa Appendice [Appendice B] in maniera esaustiva e qui non riportare per motivi di brevità.

Capitolo 6

Domanda Sismica e Capacità Strutturale

6.1. Confronto tra domanda sismica e capacità strutturale

Una volta definito l'input sismico e valutata la capacità strutturale, diventa necessario confrontare le due cose al fine determinare quale sia la performance richiesta dal sisma al sistema resistente. Per quanto riguarda la domanda sismica, questa è stata introdotta in termini energetici mediante l'introduzione di un nuovo parametro denominato *Pseudo-Energia* ed ampiamente discussa nei suoi vari aspetti nel Capitolo 5. Per quanto concerne la capacità sismica strutturale è stata invece messa a punto una metodologia di analisi statica non lineare basata anch'essa su un approccio energetico. Detta capacità, come spiegato in dettaglio nel relativo capitolo, è identificata con la curva di pushover espressa in termini di lavoro (energia). Una volta a disposizione domanda e capacità, diverse possono essere le vie da seguire per arrivare al loro confronto. Nel proseguo sono illustrate le due soluzioni adottate dalla metodologia di pushover basata su un approccio energetico. Una sua prima formulazione era già stata introdotta in passato (*Mezzì, Comodini, Lucarelli, Parducci, Tomassoli* [39, 40]) ma ancora in forma embrionale. Negli anni successivi la metodologia ha subito un ulteriore sviluppo, specializzandosi poi nei due metodi ora qui proposti (*Mezzì, Parducci, Tomassoli* [41], *Mezzì e Tomassoli* [44]).

6.1.1 Metodologia di pushover basata su un approccio energetico – Metodo A

La prima metodologia di pushover basata su di un approccio energetico al problema sismico è denominata *Metodo A*. Si parte prendendo in considerazione la curva di pushover scritta nella forma taglio alla base in funzione dello spostamento equienergetico. Come indicato nei capitoli precedenti, è possibile calcolare anche la curva di energia (lavoro fatto) associabile a detta curva di pushover. Il passo successivo consiste nella bi-linearizzazione di detta curva ($F_b u$) basandosi sul principio di egual energia dissipata e quindi sull'uguaglianza delle aree sottese dai due diagrammi (curva e bilineare). L'operazione di bi-linearizzazione, comune peraltro ad altre procedure di analisi statica non lineare, rappresenta sempre un elemento di forte criticità. La modalità con cui si opera, che può ipotizzare curve elasto-plastiche incrudenti oltre che elastiche perfettamente-plastiche, può influenzare significativamente il valore della duttilità associata alla soluzione. Studi sugli aspetti legati alle modalità di bi-linearizzazione delle curve di pushover sono presenti in

letteratura (*Faella, Mezzì* [45]). Questo passaggio permette di definire uno spostamento al limite elastico u_Y (6.2), esprimibile in funzione dello spostamento massimo u_U , della forza di snervamento F_Y e della energia (lavoro) dissipata dal sistema W pari proprio all'area sottesa dalla curva. In formule questo diventa

$$W = W_Y + W_p = \frac{1}{2} \cdot F_Y \cdot u_Y + F_Y \cdot (u_U - u_Y) \quad (6.1)$$

$$u_Y = 2 \cdot \left(u_U - \frac{W}{F_Y} \right) \quad (6.2)$$

dove il lavoro (energia) dissipato dal sistema è scindibile nel contributo elastico W_Y ed in quello plastico W_p (6.1). Il significato delle relazioni sopra riportate è mostrato chiaramente nella Figura 6.1.I.

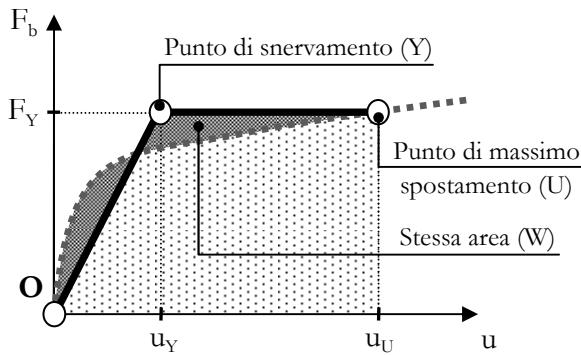


Figura 6.1.I – Significato energetico della bilinearizzazione della curva di pushover

Noto lo spostamento ultimo e quello al limite elastico, è immediato il calcolo della duttilità μ che può essere scritta al solito come

$$\mu = \frac{u_U}{u_Y} \quad (6.3)$$

Si osservi che il calcolo della duttilità è necessariamente collegato alla bilinearizzazione della curva, rendendosi questa necessaria per arrivare a definire lo spostamento al limite elastico altrimenti incognito. Si ponga inoltre l'attenzione sul fatto che la duttilità può anche essere scritta in funzione dell'energia ed in particolare, nella (6.1), dividendo il lavoro totale W per quello al limite elastico W_Y , arrivare alla seguente formulazione

$$\mu_E = \frac{W}{W_Y} = (2\mu - 1) \quad \text{Duttilità Energetica} \quad (6.4)$$

che può essere esprimere una sorta di *Duttilità Energetica* correlabile con quella in spostamento classica. Come si può osservare dalla relazione proposta nella (6.4), occorre disporre di una duttilità del sistema elevata per garantire una altrettanto elevata duttilità energetica.

Il passo successivo è quello di passare dalla curva di pushover espressa in termini di energia a quella dove l'energia è definita per l'unità di massa. Questo passaggio si rende necessario al fine di rendere compatibili domanda e capacità e si concretizza dividendo il lavoro totale W per la massa del sistema. La scelta della massa da prendere in esame diventa un punto focale della metodologia

e per questo viene discussa in maniera più dettagliata nella sezione più avanti ed ad essa dedicata. Alla fine si ottiene la *Curva Capacitiva di Energia* dove il lavoro per unità di massa w è scritto in funzione dello spostamento equienergetico u . Questa curva viene riportata nel piano energia-spostamento (EDRS) insieme agli spettri di domanda di pseudo-energia (S_D - PsE). In questo piano (Figura 6.1.1.II a sinistra) la curva strutturale interseca ogni spettro nel i -esimo un punto

$$P_i \equiv (u_i, w_i, \mu_i) \equiv (S_{D,i}, PsE_i, \mu_i) \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (6.5)$$

dove m è il numero di tutte le duttilità (spettri) prese in considerazione. Nella curva di Figura 6.1.1.II il punto Y costituisce il caso corrispondente al raggiungimento dello snervamento strutturale. Tutti i punti di intersezione rappresentano una potenziale soluzione per la quale sono uguali la capacità e la domanda di pseudo-energia. Di tutte le intersezioni solamente una ha significato fisico ossia quella per cui la duttilità del sistema coincide con la duttilità dello spettro.

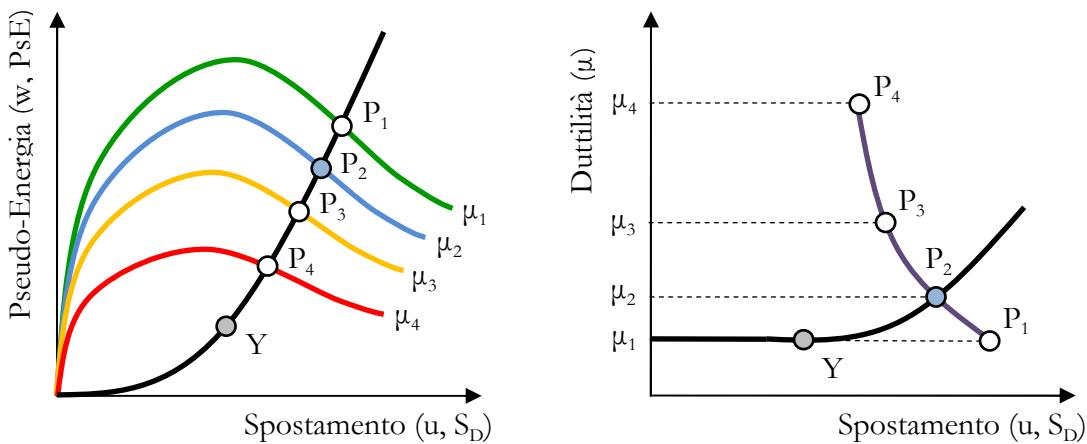


Figura 6.1.1.II – Rappresentazione del Metodo Energetico A

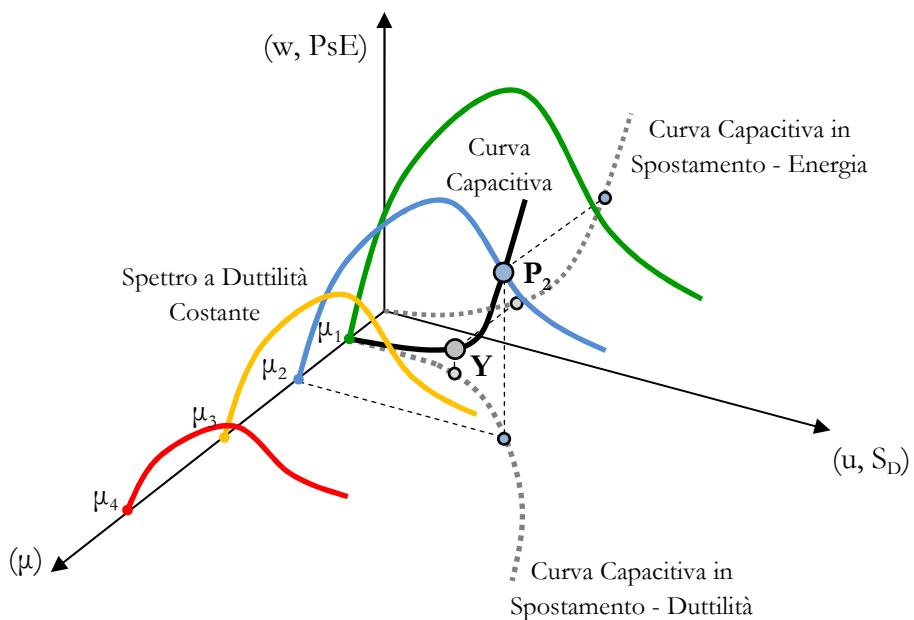


Figura 6.1.1.III – Rappresentazione tridimensionale del Metodo Energetico A

La determinazione della prestazione strutturale richiesta si può allora opportunamente ottenere nel piano duttilità-spostamento (Figura 6.1.1.II a destra) come intersezione della curva relativa alla capacità del sistema con la curva delle soluzioni potenziali corrispondente alle intersezioni prima definite. Dalla conoscenza del *target displacement* del sistema SDOF equivalente si risale allo stato di deformazione e di sollecitazione della struttura reale proprio come per gli altri metodi di analisi statica non lineare. Il significato grafico di tale metodologia diventa maggiormente chiaro se spettri e curva sono proposti nello spazio energia-spostamento-duttilità (EDμRS). In Figura 6.1.1.III è proposto, a titolo esemplificativo, quando detto.

Dalla rappresentazione tridimensionale (Figura 6.1.1.III) si evince che il metodo fa uso di intersezioni fintizie (Figura 6.1.1.II) in quanto sono intersezioni apparenti nel piano energia-spostamento. Nella realtà la curva capacitiva interseca la superficie degli spettri in uno ed in un sol punto che rappresenta proprio il punto di performance strutturale.

Come caso particolare si potrebbe considerare il comportamento puramente elastico della struttura. Questo porterebbe alle notevoli semplificazioni proposte graficamente nella Figura 6.1.1.IV e nella Figura 6.1.1.V.

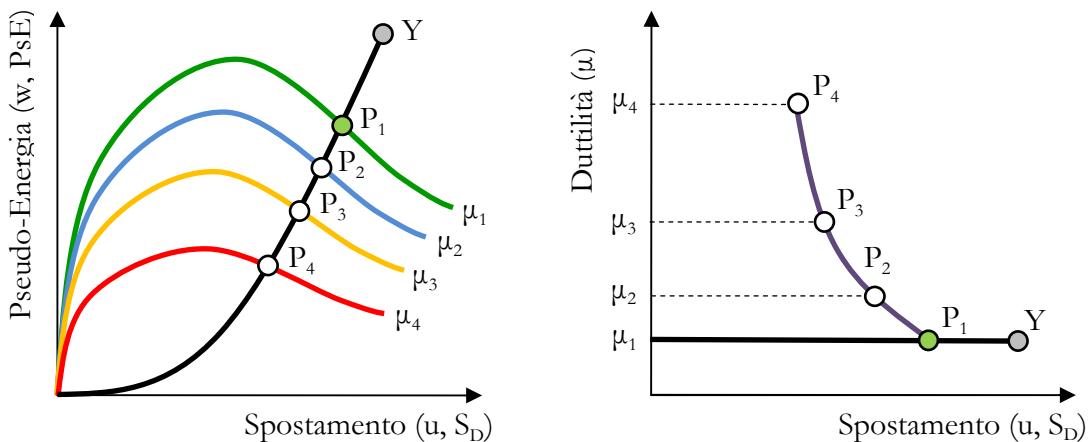


Figura 6.1.1.IV – Rappresentazione del Metodo Energetico A nel caso puramente elastico

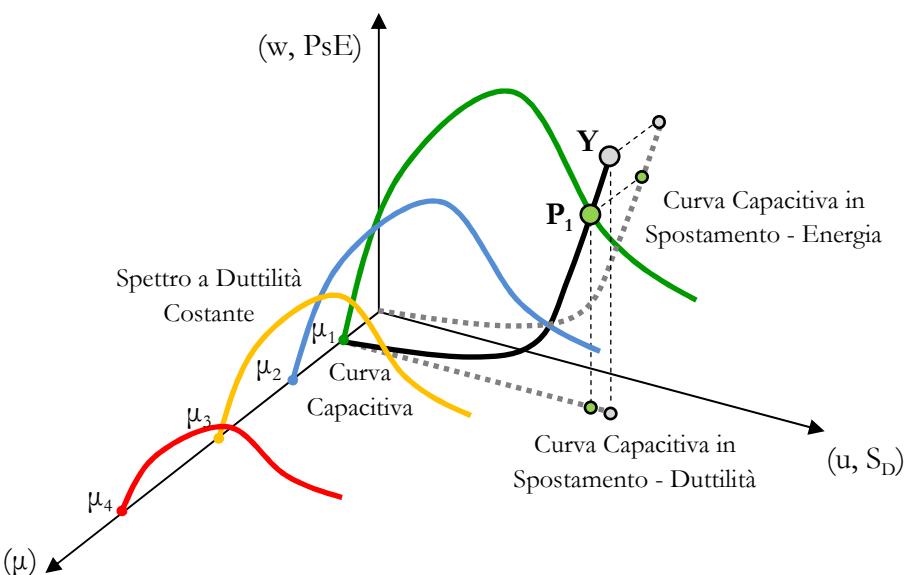


Figura 6.1.1.V – Rappresentazione tridimensionale del Metodo Energetico A nel caso puramente elastico

Nello specifico la curva capacitiva nella formulazione spostamento-duttilità (Figura 6.1.1.IV a destra) degenererebbe in una retta di valore costante $\mu=1$. Anche le intersezioni della curva con gli spettri (Figura 6.1.1.IV a sinistra) sarebbe fittizia essendo ovviamente ragionevole soltanto l'intersezione con lo spettro elastico.

Inoltre sembra doveroso fare alcune osservazioni sull'operazione di bilinearizzazione ed in particolare sul calcolo della duttilità ad essa associata. Il processo di bilinearizzazione viene operativamente fatto per ogni singolo punto della curva di pushover. A tale scopo si faccia utile riferimento alla Figura 6.1.1.VI proposta sotto.

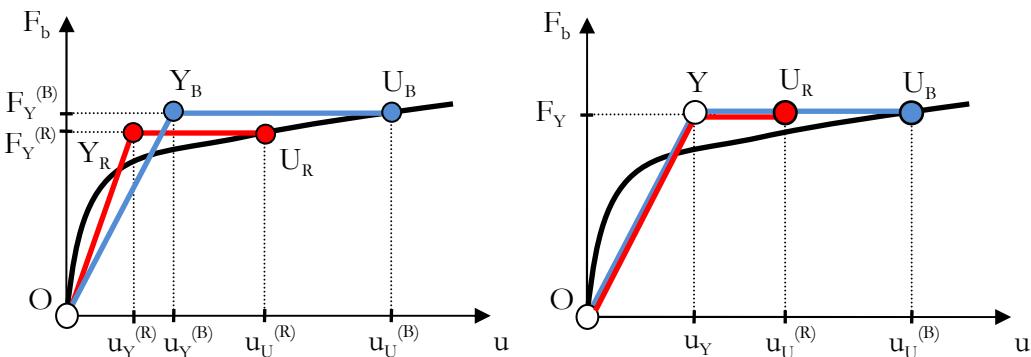


Figura 6.1.1.VI – Modalità di calcolo della duttilità

Fissato il generico punto della curva è possibile bi-linarizzare la stessa con i metodi descritti in precedenza facendo opportuno uso delle relazioni (6.1), (6.2) e (6.3). Da osservare che la bilineare è necessariamente funzione del punto scelto come chiaramente mostra la Figura 6.1.1.VI a sinistra. Questo significa che assunti due differenti punti della curva U_B e U_R , necessariamente i relativi parametri risultano essere differenti e le relative duttilità si possono valutare come

$$\mu_B = \frac{u_U^{(B)}}{u_Y^{(B)}}; \quad \mu_R = \frac{u_U^{(R)}}{u_Y^{(R)}} \quad (6.6)$$

Da notare che entrambe le duttilità fanno riferimento a due differenti bilineari. Questo è stato fatto per evitare il fraintendimento che potrebbe generarsi nel calcolo delle duttilità e quindi compromettere l'affidabilità del metodo. Infatti un'altra soluzione potrebbe essere quella di prendere la curva di pushover e fissare soltanto l'ultimo punto (Figura 6.1.1.VI a destra). In base a questa assunzione soltanto una bilinearizzazione sarebbe necessaria. In particolare, rispetto al caso precedente, alcuni parametri coinciderebbero ossia

$$F_Y^{(B)} = F_Y^{(R)} = F_Y; \quad u_Y^{(B)} = u_Y^{(R)} = u_Y \quad (6.7)$$

Il calcolo delle duttilità si esplica secondo le due seguenti relazioni

$$\mu_B = \frac{u_U^{(B)}}{u_Y^{(B)}} = \frac{u_U^{(B)}}{u_Y}; \quad \mu_R = \frac{u_U^{(R)}}{u_Y^{(R)}} = \frac{u_U^{(R)}}{u_Y} \quad (6.8)$$

dove è importante notare che stavolta il risultato ottenuto per la duttilità è differente perché diverso è il modo in cui è stato calcolato. Per i nostri scopi è usata la prima formulazione poiché questo modo di procedere permette proprio di considerare il sistema equivalente relativo alla soluzione al problema.

6.1.2. Metodologia di pushover basata su un approccio energetico – Metodo B

La seconda metodologia di analisi statica non lineare basata su un approccio energetico al problema, denominata *Metodo B*, fa uso di considerazioni leggermente differenti rispetto a quanto fatto in precedenza. Si parte, come prima, dalla curva di pushover ma stavolta direttamente espressa in termini energetici ossia si tiene in conto la curva lavoro (energia) in funzione dello spostamento equienergetico. Questa viene scalata rispetto al fattore massa ossia si passa dal lavoro totale W a quello per l'unità di massa w al fine di rendere congruente la curva con le grandezze spettrali che saranno messe a confronto con essa. Per quanto riguarda la massa assunta come *Massa Efficace* si rimanda alla relativa sezione proposta nel seguito. Si peggiano poi sia le curve capacitive energetiche elastica (*CE*) ed anelastica (*CP*) sia gli spettri a duttilità assegnata nel piano energia-spostamento. In questa seconda metodologia è necessario calcolare anche la curva capacitiva energetica nell'ipotesi che la risposta del sistema sia elastica lineare. I passaggi da fare sono i medesimi a quelli illustrati nella relativa sezione del calcolo delle curve di pushover. La differenza sostanziale è che, in questo particolare caso, struttura risponde in maniera elastica senza che entrino in gioco fenomeni anelastici. Operativamente si traccia la curva di lavoro (energia) w in funzione dello spostamento equienergetico u (*CE*) relativa al comportamento elastico. L'intersezione di questa con lo spettro di energia elastico (ossia quello per $\mu_1 = 1$) permette di trovare il punto di intersezione E . Tale punto è caratterizzato dai seguenti parametri

$$E \equiv (u_E, PsE_E, T_E, \mu_E = \mu_1 = 1) \quad (6.9)$$

Questo permette di determinare il periodo elastico corrispondente T_E andando semplicemente a leggere il relativo valore sullo spettro (rispetto a cui è parametrizzato). A questo punto si può pensare di costruire la *Curva a Periodo Costante* (*CT*) come indicato in Figura 6.1.2.I. L'intersezione di detta curva (*CT*) con quella di pushover energetica elasto-plastica (*CP*) permette di trovare il punto di intersezione P che rappresenta proprio la soluzione del problema.

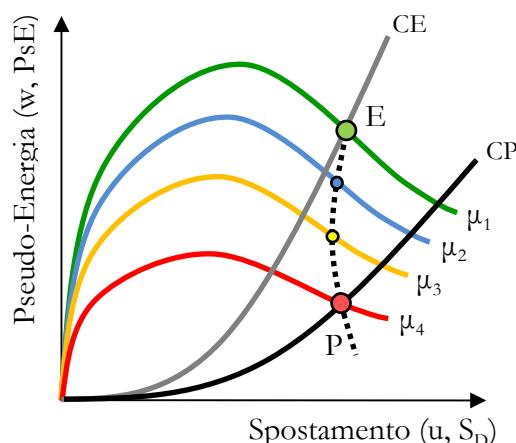


Figura 6.1.2.I – Rappresentazione del Metodo Energetico B

Come fatto in precedenza, plottare sia le curve capacitive energetiche sia gli spettri a duttilità assegnata nello spazio energia-spostamento-duttilità (ED μ RS), permette di capire meglio il significato della metodologia.

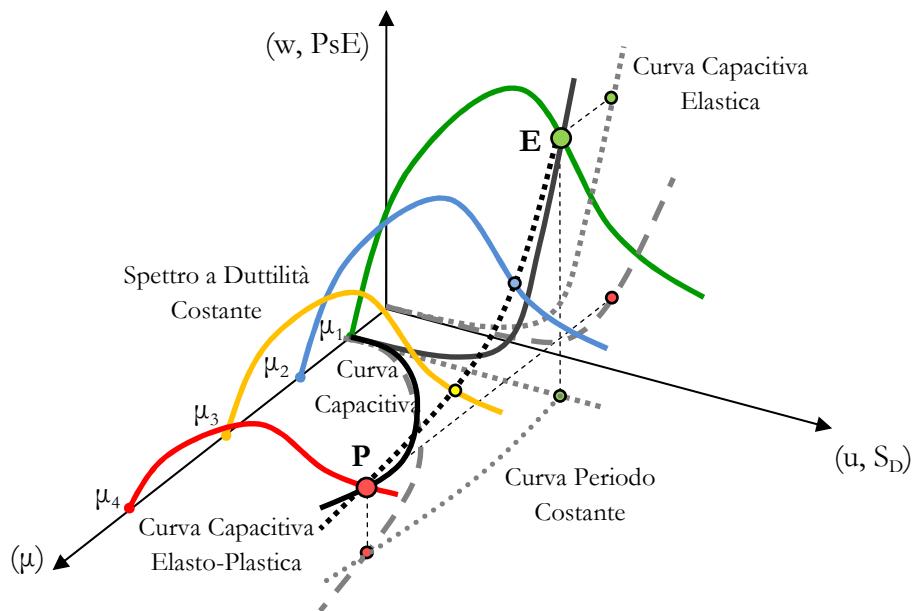


Figura 6.1.2.II – Rappresentazione tridimensionale del Metodo Energetico B

Come casistica particolare, ossia nell'ipotesi di comportamento puramente elastico, il tutto degenera nelle sola curva capacitiva ed il relativo spettro elastico che risultano interessare soltanto il piano a duttilità costante $\mu = 1$.

Si osservi che tale metodologia, rispetto a quella introdotta in precedenza (Metodo B), ha il grande vantaggio di eliminare l'operazione di bi-linearizzazione che, come detto, è un punto di notevole criticità delle metodologie statiche non lineari. L'unico scotto da pagare è rappresentato dal fatto che va effettuata un'analisi statica non lineare su di un sistema a comportamento elastico associato a quello anelastico. In particolare, per quanto appena detto, è chiaro che questo si traduce in una semplice analisi statica lineare solitamente di non difficile esecuzione dal punto di vista computazionale. L'idea cardine del metodo sta nel fatto che la bilinearizzazione è intrinseca nel metodo ossia si può determinare a ritroso. Allo scopo di fissare le idee si consideri quanto proposto nel seguito. Le curve spettrali sono parametrizzabili rispetto a sole due grandezze ossia periodo T e duttilità μ . Questo significa operativamente dire che dalla conoscenza di entrambi i due parametri citati è immediato conoscere anche le quantità spettrali necessarie. Procedere preliminarmente con la determinazione della soluzione elastica significa implicitamente fissare la duttilità al valore unitario. Dalla prima intersezione (E) si può quindi determinare il relativo periodo T_E come spiegato sopra. Nel successivo passaggio si va a variare μ per cui si rende necessario fissare il periodo (appunto pari a quello elastico) al fine di avere l'univocità della curva. Questa assunzione è abbastanza forte ma basata su di preciso criterio. Questo si fonda infatti sul come vengono computati gli spettri di risposta di qualunque grandezza. Per fissare le idee si faccia utile riferimento alla Figura 6.1.2.III dove sia S il generico parametro spettrale, avendo usato il pedice e per il caso elastico e con μ nel caso anelastico.

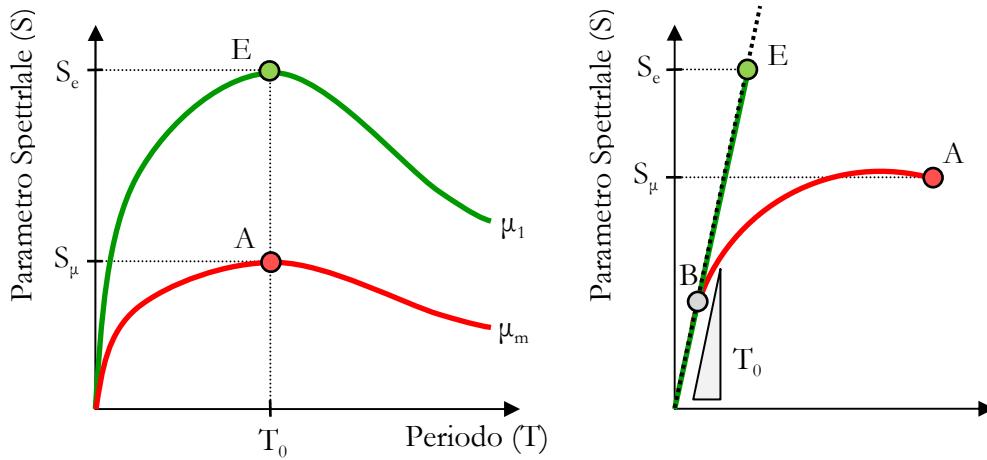


Figura 6.1.2.III – Motivazione grafica della scelta della curva a periodo costante

I due punti rappresentativi rispettivamente dello stato elastico (E) e di quello anelastico (A) sono caratterizzati in generale dalle seguenti parametri

$$E \equiv (T_0, S_e, \mu_e = 1); \quad A \equiv (T_0, S_\mu, \mu_m) \quad (6.10)$$

ed, in particolare, si ha il medesimo periodo elastico (rigidezza iniziale) di riferimento essendo partiti dallo stesso sistema SDOF. Questo concetto può ad esempio essere messo bene in evidenza dal sistema riportato in Figura 6.1.2.II a destra. In pratica il concetto è che è sempre possibile associare ad un parametro anelastico il relativo parametro elastico essendo, per convenzione, entrambi caratterizzati dallo stesso comportamento elastico iniziale. In altre parole ogni sistema è caratterizzato da un primo comportamento puramente elastico lineare (per ipotesi) dopodiché avviene una biforcazione (B) della risposta in due rami, quello elastico e quello anelastico. Operativamente il metodo sfrutta principalmente tale proprietà degli spettri.

6.2. Scelta della massa effettiva del sistema

Una volta illustrate le due metodologie, sembra doveroso focalizzare l'attenzione su quale sia la scelta della cosiddetta *Massa Efficace* (m) della struttura da assumere come riferimento nello scalare la curva di energia per passare da quella totale (W) a quella specifica (w). Diverse potrebbero essere le vie perseguibili. Sotto è proposto un breve elenco con le soluzioni dette. Un'idea potrebbe essere anche quella di associare la massa ad una relativa distribuzione di forze laterali.

Massa partecipante equivalente di primo modo:

Tale scelta è in accordo con quanto proposto dal metodo N2 dell'EC8 il quale suggerisce di prendere come massa proprio quella partecipante (equivalente di primo modo) calcolata come

$$m = m^* = \sum_{i=1}^N m_i \cdot \varphi_i \quad (6.11)$$

con il significato dei simboli già definito nel relativo capitolo riguardante i metodi di analisi pushover.

La sua formulazione matriciale diventa semplicemente in forma più compatta

$$m = m^* = \{\varphi\}_1 \cdot [M] \cdot I \quad (6.12)$$

Tale massa è in realtà difficilmente associabile ad una particolare distribuzione di forze laterali e lo stesso EC8 assume implicitamente che sia valida sia per la distribuzione di forze modale sia per quella uniforme.

Massa partecipante di primo modo:

Un'altra scelta fattibile è quella di assumere direttamente la massa di primo modo computata da un'analisi dinamica lineare (modale). Il suo calcolo si esprime in forma matriciale come

$$m = m_1 = \frac{(\{\varphi\}_1^T \cdot [M] \cdot \{1, \dots, 1\}^T)^2}{\{\varphi\}_1^T \cdot [M] \cdot \{\varphi\}_1} \quad (6.13)$$

Tale massa efficace potrebbe essere associata ad una distribuzione di forze modale essendo entrambe (distribuzione e massa) calcolate facendo uso delle coordinate della prima forma modale del sistema. Con tale formulazione si potrebbe di contro trascurare l'eventuale effetto dei modi superiori specialmente nei sistemi con un elevato numero di gradi di libertà.

Massa partecipante dei primi (n) modi:

Un miglioramento del caso analizzato in precedenza può essere di tenere in conto degli n ($n < N$) modi della struttura caratterizzati ognuno da una massa partecipante superiore al 5% e comunque tale da avere quella complessiva non inferiore all'85% (regola dell'analisi modale). Il suo calcolo si esprime in forma matriciale come

$$m = \sum_{i=1}^n m_i = \sum_{i=1}^n \frac{(\{\varphi\}_i^T \cdot [M] \cdot \{1, \dots, 1\}^T)^2}{\{\varphi\}_i^T \cdot [M] \cdot \{\varphi\}_i} \quad (6.14)$$

Tale massa efficace potrebbe essere associata ad una distribuzione di forze multimodale essendo entrambe (distribuzione e massa) calcolate tenendo in conto le n deformate modali significative per la risposta. Nel caso in cui si tengano in conto tutte le forme, ossia quando $n = N$, la massa efficace è proprio pari a quella totale.

Massa totale della struttura:

Tale opzione è supportata dal seguente fatto. Solitamente la distribuzione di forze uniformi è relativa ad uno stato fortemente anelastico della struttura e schematizzabile mediante una deformata limite in cui tutte le coordinate sono assunte uguali.

$$\{\varphi\}_1^T = \{1, \dots, 1\}^T \quad (6.15)$$

Sostituendo questa deformata limite equivalente nella precedente espressione (6.14) della massa, avendo indicando con M proprio la massa totale del sistema, si può ottenere

$$m = \frac{\left(\{\varphi\}_1^T \cdot [M] \cdot \{1, \dots, 1\}^T\right)^2}{\{\varphi\}_1^T \cdot [M] \cdot \{\varphi\}_1} = \frac{\left(\{1, \dots, 1\} \cdot [M] \cdot \{1, \dots, 1\}^T\right)^2}{\{1, \dots, 1\} \cdot [M] \cdot \{1, \dots, 1\}^T} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N m_i\right)^2}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{M^2}{M} = M \quad (6.16)$$

Le ipotesi fatte sopra saranno poi confortate oppure smentite dai risultati delle analisi svolte su casi reali di strutture proposte nei capitoli delle applicazioni delle metodologie. Le considerazioni fatte sopra costituiscono comunque un approccio teorico per l'interpretazione dei risultati scaturiti dalle analisi svolte a riprova del metodo.

6.3. Metodologia di confronto dell'affidabilità dei metodi energetici

Per testare l'affidabilità dei due metodi energetici sopra introdotti, si fa uso di una metodologia di comprovata validità e proposta dall'EC8. Questa, conosciuta comunemente sotto il nome di *Metodo N2*, rappresenta un termine di paragone per avere una stima sulla reale attendibilità dei risultati ottenuti. La sua esecuzione è stata ampliamente trattata nel capitolo relativo all'illustrazione dei metodi di analisi statica non lineare disponibili in letteratura tecnica. Si puntualizza qui che tale metro di paragone è utilizzato per confrontare tra loro le metodologie di pushover. Al contrario la vera stima della bontà degli approcci energetici è fatta confrontando la risposta trovata con i Metodi A e B con quanto scaturito da un'analisi dinamica non lineare costituente, convenzionalmente, la soluzione esatta la problema.

Capitolo 7

Esempi Applicativi su Sistemi SDOF

7.1. Esempi applicativi del metodo di pushover basata su criteri energetici

A riprova dei metodi di analisi statica non lineare (pushover) basati sull'interpretazione della risposta da un punto di vista energetico, si riportano nel seguito alcuni esempi applicativi. In tale capitolo saranno trattate le risposte di sistemi semplici ossia ad un solo grado di libertà comunemente chiamati sistemi SDOF. Tale preliminare indagine su tale tipo di modelli permette di avere alcune semplificazioni esecutive. In primo luogo, avendo un oscillatore semplice, la distribuzione di forze laterali da impiegare nella pushover è univocamente determinata degenerando in una semplice forza applicata al sistema. Secondariamente, anche la massa effettiva da utilizzare nelle analisi statiche non lineari è univocamente individuata proprio nella massa totale. Anche il fattore di partecipazione di primo modo assume un valore unitario. Aspetto più importante è poi quello che la risposta del sistema SDOF analizzato è direttamente confrontabile con quella ottenuta dalle analisi dinamiche non lineare. Questo permette un diretto confronto di tutte le grandezze utili a identificare la risposta.

Come input sismico vengono assunti due scenari di analisi. Nello specifico, vengono fissati due spettri, forniti dall'Eurocodice 8 ed entrambi definiti per una tipologia di suolo A, relativi rispettivamente alle categorie sismiche I e II. Nel seguito sono proposti, in Tab. 7.1.I, tutti i parametri degli spettri elastici scelti. La Figura 7.1.I è proposta un'immagine degli stessi spettri nel piano pseudo-accelerazione vs. periodo. Per la definizione della domanda sismica si è poi proceduto nel seguente modo. Sono stati generati 9 accelerogrammi compatibili con lo spettro in pseudo-accelerazione elastico di riferimento, limitando lo scattering al 10%, sia in positivo che in negativo, come suggerito dall'Eurocodice (in realtà Norma prevede soltanto il limite inferiore). In particolare, il set di accelerogrammi verrà usato, come spiegato meglio nel seguito, come input sismico per le analisi dinamiche non lineari sugli elementi SDOF. Vengono altresì calcolati gli spettri a duttilità costante tali da poter essere impiegati nelle analisi statiche non lineari basate su un approccio energetico nella stima della soluzione.

Categoria	Suolo	A_g	S	F_o	T_A	T_B	T_C	T_D
I	A	0.35 g	1.00	2.50	0.05 s	0.15 s	0.40 s	2.00 s
II	A	0.25 g	1.00	2.50	0.05 s	0.15 s	0.40 s	2.00 s

Tabella 7.1.I – Caratteristiche degli spettri elastici di risposta sismica

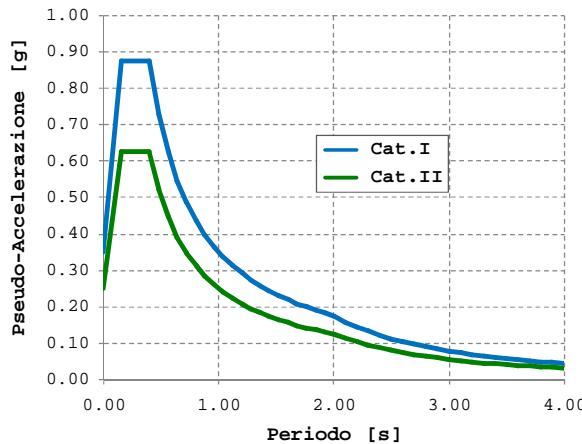


Figura 7.1.I – Spettri elastici di domanda relativi alla categoria I ($ag = 0.35 \cdot g$) e II ($ag = 0.25 \cdot g$)

Per quanto riguarda i sistemi 1-GdL oggetto di analisi, nelle Tab. 7.1.II, Tab. 7.1.III e Tab. 7.1.IV vengono riportate le loro principali caratteristiche. Nelle analisi si è partiti fissando il periodo del sistema T e la massa m . Inoltre si è fissata anche la forza di snervamento F_Y . Tutti gli altri parametri possono essere ricavati direttamente da tali informazioni base. Per comodità, vengono raggruppati in tre categorie avendo scelto il periodo come fattore comune.

Modello	Periodo (s)	Massa (t)	Peso (kN)	F_Y (kN)	u_Y (m)	Rigidezza (kN)
A1	0.330	1.00	9.81	4.69860	0.01300	361.4308
A2	0.330	1.00	9.81	2.46760	0.00680	362.8824
A3	0.330	1.00	9.81	1.67320	0.00460	363.7391

Tabella 7.1.II – Principali caratteristiche dei modelli SDOF analizzati (Gruppo A)

Modello	Periodo (s)	Massa (t)	Peso (kN)	F_Y (kN)	u_Y (m)	Rigidezza (kN)
B1	0.500	1.00	9.81	3.43000	0.02170	158.0645
B2	0.500	1.00	9.81	3.34278	0.02117	157.9137
B3	0.500	1.00	9.81	1.74734	0.01106	157.9137
B4	0.500	1.00	9.81	1.71500	0.01090	157.3394
B5	0.500	1.00	9.81	1.23186	0.00780	157.9137
B6	0.500	1.00	9.81	1.14330	0.00720	158.7917

Tabella 7.1.III – Principali caratteristiche dei modelli SDOF analizzati (Gruppo B)

Modello	Periodo (s)	Massa (t)	Peso (kN)	F_Y (kN)	u_Y (m)	Rigidezza (kN)
C1	1.000	1.00	9.81	1.71500	0.04340	39.5161
C2	1.000	1.00	9.81	1.69834	0.04302	39.4784
C3	1.000	1.00	9.81	1.01136	0.02562	39.4784
C4	1.000	1.00	9.81	0.85750	0.02170	39.5161
C5	1.000	1.00	9.81	0.69982	0.01773	39.4784
C6	1.000	1.00	9.81	0.57170	0.01450	39.4276

Tabella 7.1.IV – Principali caratteristiche dei modelli SDOF analizzati (Gruppo C)

Nei successivi paragrafi sono riportati i principali risultati, proposti in modo sintetico, per mettere in evidenza, tramite le analisi su diversi modelli, l'attendibilità delle scelte fatte. In particolare lo scopo è proprio quello di constatare quali siano le migliore assunzioni/scelte da fare al fine di avere un affidabile metodo di analisi statica non lineare che fa uso di un criterio energetico. In tale analisi preliminare, facendo appunto uso di sistemi SDOF, si possono trarre importanti informazioni sull'attendibilità del metodo avendo ridotto in modo significativo parte delle incertezze intrinseche dell'analisi pushover come la distribuzione di forze laterali da applicare, la massa effettiva da adottare, ecc.

7.2. Metodologia di indagine dei risultati

Tale modo di procedere, illustrato nel seguito, rimane valido per tutti i casi qui analizzati, rappresentano dunque una metodologia generale.

1. Si considera il sistema in esame il quale sarà caratterizzato, in generale, dai parametri comportamentali riportati nelle Tab. 7.1.II, Tab. 7.1.III e Tab. 7.1.IV. La modellazione è stata eseguita con il programma SAP2000[©] [51] essendo questo un codice di calcolo specifico per analisi sismiche (statiche e dinamiche, lineari e non lineari);
2. Una volta noto il modello matematico-comportamentale del sistema si effettuano su di esso le analisi statiche non lineari ed in particolare si tracciano le curve di pushover conoscendo tutta la storia di spostamento e taglio alla base. Come spiegato ampiamente nel capitolo relativo, si tracciano tutte le curve di interesse. Nello specifico si dovranno avere a disposizione:
 - la curva di pushover (taglio alla base-spostamento ultimo impalcato) per il caso di analisi statica non lineare N2 secondo l'Eurocodice 8;
 - la curva di pushover nei tre differenti formati al fine di poter applicare il Metodo A ossia: (i) taglio alla base funzione dello spostamento equienergetico per rendere possibile la bilinearizzazione della curva stessa; (ii) energia specifica funzione dello spostamento equienergetico per poter trovare i punti di intersezione con gli spettri; (iii) duttilità funzione dello spostamento equienergetico per arrivare a trovare la soluzione;
 - la curve di pushover nella forma lavoro (energia) funzione dello spostamento equienergetico sia nel caso elastico che in quello anelastico per poter applicare il Metodo B.

È da ricordare che il sistema SDOF, avendo un sol grado di libertà, ammette una sola distribuzione di azioni laterali che degenera nella singola forza. Questo permette di eliminare già una prima incertezza sulla scelta della distribuzione di forze laterali.

3. Nota la capacità strutturale, trovata in accordo con quanto scritto al precedente Punto 2, occorre ora definire la domanda sismica. A tal proposito serve tracciare gli spettri di Pseudo-Energia per differenti duttilità fissate. Nello specifico si assumono i seguenti valori di lavoro

$\mu = 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00, 3.50, 4.00, 5.00, 6.00, 7.00, 8.00, 9.00$

Tali spettri sono riportati nel piano $PsE-S_D$ (Pseudo-Energia vs. Spostamento).

4. Una volta disponibile la domanda sismica e la risposta strutturale rimane da trovare il punto di performance del sistema eccitato da un certo input sismico. Come descritto in precedenza, tre sono le metodologie di analisi statica non lineare adottate per la stima della soluzione:

- Metodo N2 secondo l'Eurocodice 8 (metodo di confronto);
- Metodo A basato su un criterio energetico;
- Metodo B basato su un criterio energetico;

Per quanto concerne la massa efficace da impiegare nelle metodologie di analisi statica non lineare, la scelta rimane vincolata nell'assumere la massa totale del sistema. Anche in questo caso si elimina l'incertezza di quale sia il valore del peso sismico da tenere in conto.

5. Noto il punto di performance strutturale è possibile risalire allo stato di deformazione/sollecitazione del sistema. In particolare è possibile avere a disposizione tutte le informazioni relative alla risposta stimata con i diversi metodi. I parametri presi a confronto per valutare la validità dei diversi metodi sono:

- Spostamento ultimo (d);
- Spostamento al limite elastico (d_Y);
- Taglio alla base (F_c);
- Periodo di vibrazione (T);
- Duttilità in spostamento (μ);
- Fattore di riduzione della forza (R).

Si osservi che il sistema MDOF degenera nel sistema ad un grado di libertà. Questo porta all'evidente vantaggio che il sistema SDOF reale e quello equivalente associato coincidono.

6. Per avere comunque una valutazione della maggiore o minore affidabilità delle diverse metodologie adottate, viene calcolata anche la soluzione convenzionalmente esatta scaturita da analisi dinamiche non lineari effettuate sul sistema. A tale scopo un gruppo di nove accelerogrammi è utilizzato come input sismico. Per coerenza, l'analisi statica non lineare fa uso degli spettri calcolati come media della risposta scaturita da tale set di accelerogrammi. Per maggiori dettagli si rimanda alla relativa Appendice [Appendice C] per la descrizione della metodologia adottata.

Nei paragrafi successivi sono mostrati i risultati ottenuti in accordo con il modo di procedere fino a qui spiegato.

7.3. Analisi e confronto dei risultati ottenuti dalle analisi

Al fine di avere un parametro sintetico per la rappresentazione immediata del scostamento della risposta approssimata trovata a mezzo della pushover rispetto a quella esatta scaturita dall'analisi dinamica non lineare, viene introdotta la seguente grandezza

$$\varepsilon = \frac{P_{\text{push}} - P_{\text{time}}}{P_{\text{time}}} \cdot 100 \quad (7.1)$$

dove P_{push} rappresenta il generico parametro P di risposta considerato (spostamento ultimo e al limite elastico, taglio alla base, periodo, duttilità, fattore di riduzione della forza, ecc.) relativo alla pushover mentre P_{time} è la medesima grandezza ma riferita a quanto ottenuto con l'analisi time history.

Da Tabella 7.3.II ad Tabella 7.3.VI, si propongo, in forma compatta e per ogni singolo sistema SDOF, tutti i risultati trovati nelle analisi. In particolare si riportano i parametri di risposta valutati attraverso i metodi di pushover (N2, A, B) e quelli scaturiti dall'analisi dinamica non lineare. In aggiunta sono proposti anche i valori dell'errore percentuale ε così come definito sopra. Si osservi che, per i risultati ottenuti dalle analisi time history, sono proposte la media, la deviazione standard e il coefficiente di variazione (COV). Solo nel calcolo del periodo T si è fatto uso di un'analisi modale. Tale eccezione è riportata nelle tabelle con un asterisco (*). I risultati proposti nel seguito fanno riferimento a due gruppi di analisi ognuno dei quali è riferito ad un diverso spettro di domanda sismica così come illustrato nel precedente paragrafo.

Modelli SDOF – Gruppo A ($a_g = 0.25 \cdot g$)										
Parametri Risposta	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)			
	N2	A	B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B	
A1	d (m)	0.01830	0.01672	0.01682	0.01571	0.00174	11.09	16.52	6.46	7.10
	d_Y (m)	0.01305	0.01305	0.01309	0.01300	0.00000	0.00	0.38	0.38	0.69
	μ (-)	1.402	1.281	1.285	1.208	0.134	11.09	16.08	6.04	6.38
	F_Y (kN)	4.699	4.699	4.699	4.699	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.331	-	1.331	1.206	0.076	6.28	10.31	-	10.36
	T (s)	0.3311	0.3311	0.3316	0.330 *	-	-	0.33	0.33	0.48
A2	d (m)	0.01950	0.02005	0.02067	0.01842	0.00429	23.31	5.85	8.84	12.20
	d_Y (m)	0.00683	0.00683	0.00683	0.00680	0.00000	0.00	0.44	0.44	0.44
	μ (-)	2.857	2.938	3.025	2.709	0.632	23.31	5.45	8.44	11.64
	F_Y (kN)	2.468	2.468	2.468	2.468	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	2.532	-	2.533	2.299	0.137	5.95	10.16	-	10.18
	T (s)	0.3305	0.3305	0.3307	0.330 *	-	-	0.15	0.15	0.21
A3	d (m)	0.01990	0.02322	0.02369	0.02078	0.00360	17.31	-4.25	11.73	13.99
	d_Y (m)	0.00460	0.00460	0.00462	0.00460	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.43
	μ (-)	4.326	5.047	5.132	4.518	0.782	17.31	-4.25	11.71	13.58
	F_Y (kN)	1.673	1.673	1.673	1.673	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.732	-	3.733	3.391	0.195	5.75	10.04	-	10.09
	T (s)	0.3294	0.3294	0.3300	0.330 *	-	-	-0.18	-0.18	0.00

 Tabella 7.3.I – Parametri di risposta dei sistemi SDOF del Gruppo A ($a_g = 0.25 \cdot g$)

Modelli SDOF – Gruppo A ($a_g = 0.35 \cdot g$)										
Parametri Risposta	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)			
	N2	A	B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B	
A1	d (m)	0.02650	0.02553	0.02545	0.02382	0.00437	18.33	11.23	7.16	6.83
	d_Y (m)	0.01300	0.01300	0.01305	0.01300	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.38
	μ (-)	2.039	1.964	1.951	1.833	0.336	18.33	11.24	7.16	6.43
	F_Y (kN)	4.699	4.699	4.699	4.699	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.861	-	1.862	1.689	0.106	6.28	10.16	-	10.23
	T (s)	0.3305	0.3305	0.3311	0.331 *	-	-	0.00	0.00	0.18
A2	d (m)	0.02780	0.03152	0.03245	0.02787	0.00580	20.82	-0.24	13.11	16.44
	d_Y (m)	0.00680	0.00680	0.00682	0.00680	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.29
	μ (-)	4.088	4.636	4.756	4.098	0.853	20.82	-0.24	13.12	16.06
	F_Y (kN)	2.468	2.468	2.468	2.468	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.541	-	3.542	3.218	0.191	5.94	10.02	-	10.07
	T (s)	0.3298	0.3298	0.3304	0.330 *	-	-	-0.01	-0.01	0.17
A3	d (m)	0.02820	0.03730	0.03678	0.03475	0.00693	19.94	-18.84	7.35	5.86
	d_Y (m)	0.00460	0.00460	0.00462	0.00460	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.43
	μ (-)	6.130	8.109	7.970	7.553	1.506	19.94	-18.84	7.35	5.51
	F_Y (kN)	1.673	1.673	1.673	1.673	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	5.220	-	5.222	4.748	0.273	5.75	9.96	-	9.99
	T (s)	0.3294	0.3294	0.3300	0.329 *	-	-	-0.02	-0.02	0.17

 Tabella 7.3.II – Parametri di risposta dei sistemi SDOF del Gruppo A ($a_g = 0.35 \cdot g$)

Modelli SDOF – Gruppo B ($a_g = 0.25 \cdot g$)										
Parametri Risposta	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)			
	N2	A	B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B	
B1	d (m)	0.03080	0.02983	0.02808	0.03159	0.00361	11.43	-2.52	-5.59	-11.12
	d_Y (m)	0.02172	0.02172	0.02181	0.02170	0.00000	0.00	0.09	0.09	0.51
	μ (-)	1.418	1.373	1.288	1.456	0.166	11.43	-2.63	-5.68	-11.54
	F_Y (kN)	3.430	3.430	3.430	3.430	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.418	-	1.412	1.365	0.095	6.99	3.84	-	3.45
	T (s)	0.5000	0.5000	0.5010	0.500 *	-	-	0.00	0.00	0.20
B2	d (m)	0.03070	0.02954	0.03116	0.02901	0.00188	6.50	5.82	1.82	7.41
	d_Y (m)	0.02117	0.02117	0.02193	0.02117	0.00000	0.00	0.00	0.00	3.59
	μ (-)	1.450	1.396	1.421	1.370	0.089	6.50	5.83	1.83	3.66
	F_Y (kN)	3.343	3.343	3.343	3.343	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.450	-	1.403	1.428	0.092	6.45	1.58	-	-1.72
	T (s)	0.5000	0.5000	0.5090	0.500 *	-	-	0.00	0.00	1.80
B3	d (m)	0.03070	0.03343	0.03393	0.03157	0.00337	10.68	-2.76	5.89	7.47
	d_Y (m)	0.01107	0.01107	0.01147	0.01106	0.00000	0.00	0.09	0.09	3.71
	μ (-)	2.774	3.021	2.959	2.855	0.305	10.68	-2.81	5.83	3.67
	F_Y (kN)	1.747	1.747	1.747	1.747	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	2.774	-	2.684	2.731	0.176	6.45	1.58	-	-1.72
	T (s)	0.5000	0.5000	0.5090	0.500 *	-	-	0.00	0.00	1.80
B4	d (m)	0.03080	0.03352	0.03387	0.03197	0.00332	10.37	-3.66	4.85	5.94
	d_Y (m)	0.01093	0.01093	0.01120	0.01090	0.00000	0.00	0.28	0.28	2.75
	μ (-)	2.819	3.069	3.023	2.933	0.304	10.37	-3.88	4.62	3.07
	F_Y (kN)	1.715	1.715	1.715	1.715	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	2.819	-	2.757	2.779	0.180	6.48	1.46	-	-0.78
	T (s)	0.5015	0.5015	0.5078	0.500 *	-	-	0.30	0.30	1.56
B5	d (m)	0.03070	0.03381	0.03698	0.03653	0.00879	24.06	-15.95	-7.44	1.24
	d_Y (m)	0.00780	0.00780	0.00808	0.00780	0.00000	0.00	0.00	0.00	3.59
	μ (-)	3.936	4.335	4.575	4.683	1.127	24.06	-15.96	-7.43	-2.29
	F_Y (kN)	1.232	1.232	1.232	1.232	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.936	-	3.808	3.874	0.250	6.45	1.58	-	-1.72
	T (s)	0.5000	0.5000	0.5090	0.500 *	-	-	0.00	0.00	1.80
B6	d (m)	0.03080	0.03672	0.03742	0.03791	0.01069	28.20	-18.75	-3.13	-1.28
	d_Y (m)	0.00725	0.00725	0.00724	0.00720	0.00000	0.00	0.69	0.69	0.56
	μ (-)	4.248	5.066	5.168	5.265	1.485	28.20	-19.31	-3.79	-1.83
	F_Y (kN)	1.143	1.143	1.143	1.143	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	4.248	-	4.241	4.185	0.269	6.42	1.52	-	1.35
	T (s)	0.5003	0.5003	0.5000	0.500 *	-	-	0.06	0.06	0.00

 Tabella 7.3.III – Parametri di risposta dei sistemi SDOF del Gruppo B ($a_g = 0.25 \cdot g$)

Modelli SDOF – Gruppo B ($a_g = 0.35 \cdot g$)										
Parametri Risposta	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)			
	N2	A	B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B	
B1	d (m)	0.04300	0.03896	0.04457	0.04235	0.00978	23.08	1.53	-8.01	5.23
	d_Y (m)	0.02172	0.02172	0.02251	0.02170	0.00000	0.00	0.09	0.09	3.73
	μ (-)	1.979	1.793	1.914	1.952	0.450	23.08	1.41	-8.12	-1.96
	F_Y (kN)	3.430	3.430	3.430	3.430	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.979	-	1.914	1.949	0.125	6.44	1.57	-	-1.81
	T (s)	0.5000	0.5000	0.5090	0.500 *	-	-	0.05	0.05	1.85
B2	d (m)	0.04300	0.04535	0.04377	0.04238	0.01001	23.63	1.47	7.02	3.29
	d_Y (m)	0.02119	0.02119	0.02127	0.02117	0.00000	0.00	0.09	0.09	0.47
	μ (-)	2.029	2.140	2.058	2.002	0.473	23.63	1.36	6.91	2.82
	F_Y (kN)	3.343	3.343	3.343	3.343	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	2.029	-	2.029	1.999	0.129	6.45	1.50	-	1.49
	T (s)	0.5003	0.5003	0.5012	0.500 *	-	-	0.06	0.06	0.24
B3	d (m)	0.04320	0.04518	0.04971	0.05072	0.01190	23.46	-14.83	-10.93	-2.00
	d_Y (m)	0.01112	0.01112	0.01112	0.01106	0.00000	0.00	0.54	0.54	0.54
	μ (-)	3.887	4.065	4.470	4.586	1.076	23.46	-15.26	-11.37	-2.55
	F_Y (kN)	1.747	1.747	1.747	1.747	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.887	-	3.881	3.824	0.246	6.45	1.64	-	1.48
	T (s)	0.5011	0.5011	0.5013	0.500 *	-	-	0.22	0.22	0.26
B4	d (m)	0.04330	0.04811	0.05051	0.05135	0.01264	24.62	-15.67	-6.30	-1.63
	d_Y (m)	0.01095	0.01095	0.01096	0.01090	0.00000	0.00	0.46	0.46	0.55
	μ (-)	3.954	4.393	4.610	4.711	1.160	24.62	-16.06	-6.74	-2.14
	F_Y (kN)	1.715	1.715	1.715	1.715	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.954	-	3.950	3.890	0.252	6.48	1.65	-	1.55
	T (s)	0.5021	0.5021	0.5022	0.501 *	-	-	0.24	0.24	0.26
B5	d (m)	0.04310	0.05537	0.05409	0.05587	0.02188	39.17	-22.85	-0.89	-3.18
	d_Y (m)	0.00782	0.00782	0.00784	0.00780	0.00000	0.00	0.26	0.26	0.51
	μ (-)	5.510	7.078	6.902	7.162	2.806	39.17	-23.07	-1.17	-3.64
	F_Y (kN)	1.232	1.232	1.232	1.232	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	5.510	-	5.505	5.424	0.350	6.45	1.58	-	1.49
	T (s)	0.5007	0.5007	0.5011	0.500 *	-	-	0.14	0.14	0.22
B6	d (m)	0.04290	0.05624	0.05673	0.05755	0.02285	39.71	-25.45	-2.27	-1.42
	d_Y (m)	0.00723	0.00723	0.00723	0.00720	0.00000	0.00	0.42	0.42	0.42
	μ (-)	5.937	7.784	7.843	7.993	3.174	39.71	-25.72	-2.61	-1.87
	F_Y (kN)	1.143	1.143	1.143	1.143	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	5.937	-	5.940	5.859	0.376	6.41	1.34	-	1.38
	T (s)	0.4995	0.4995	0.4997	0.499 *	-	-	0.18	0.18	0.22

 Tabella 7.3.IV – Parametri di risposta dei sistemi SDOF del Gruppo B ($a_g = 0.35 \cdot g$)

Modelli SDOF – Gruppo C – ($a_g = 0.25 \cdot g$)										
SDOF	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)			
	N2	A	B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B	
C1	d (m)	0.05990	0.05685	0.05541	0.05485	0.00524	9.55	9.20	3.64	1.02
	d_Y (m)	0.04355	0.04355	0.04377	0.04340	0.00000	0.00	0.35	0.35	0.85
	μ (-)	1.376	1.306	1.266	1.264	0.121	9.55	8.84	3.29	0.17
	F_Y (kN)	1.715	1.715	1.715	1.715	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.376	-	1.372	1.329	0.086	6.47	3.52	-	3.24
	T (s)	0.9997	0.9997	1.0023	1.000 *	-	-	-0.03	-0.03	0.23
C2	d (m)	0.06000	0.05679	0.05547	0.05485	0.00528	9.63	9.39	3.54	1.13
	d_Y (m)	0.04302	0.04302	0.04324	0.04302	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.51
	μ (-)	1.395	1.320	1.283	1.275	0.123	9.63	9.39	3.53	0.62
	F_Y (kN)	1.698	1.698	1.698	1.698	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.395	-	1.389	1.342	0.087	6.47	3.93	-	3.51
	T (s)	1.0000	1.0000	1.0025	1.000 *	-	-	0.00	0.00	0.25
C3	d (m)	0.06000	0.05830	0.06156	0.06297	0.00971	15.41	-4.71	-7.41	-2.24
	d_Y (m)	0.02562	0.02562	0.02575	0.02562	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.51
	μ (-)	2.342	2.276	2.391	2.458	0.379	15.41	-4.71	-7.40	-2.72
	F_Y (kN)	1.011	1.011	1.011	1.011	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	2.342	-	2.332	2.253	0.146	6.47	3.94	-	3.51
	T (s)	1.0000	1.0000	1.0025	1.000 *	-	-	0.00	0.00	0.25
C4	d (m)	0.06000	0.06620	0.06557	0.07094	0.01741	24.54	-15.42	-6.68	-7.56
	d_Y (m)	0.02175	0.02175	0.02183	0.02170	0.00000	0.00	0.23	0.23	0.60
	μ (-)	2.759	3.044	3.004	3.269	0.802	24.54	-15.61	-6.90	-8.11
	F_Y (kN)	0.858	0.858	0.858	0.858	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	2.759	-	2.751	2.659	0.173	6.49	3.75	-	3.47
	T (s)	1.0007	1.0007	1.0025	1.000 *	-	-	0.07	0.07	0.25
C5	d (m)	0.06000	0.07356	0.07141	0.07626	0.02388	31.32	-21.32	-3.54	-6.36
	d_Y (m)	0.01773	0.01773	0.01782	0.01773	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.51
	μ (-)	3.385	4.150	4.008	4.301	1.347	31.32	-21.31	-3.52	-6.81
	F_Y (kN)	0.700	0.700	0.700	0.700	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.385	-	3.371	3.257	0.211	6.47	3.93	-	3.51
	T (s)	1.0000	1.0000	1.0025	1.000 *	-	-	0.00	0.00	0.25
C6	d (m)	0.05990	0.06907	0.07429	0.07753	0.02577	33.24	-22.74	-10.91	-4.17
	d_Y (m)	0.01453	0.01453	0.01458	0.01450	0.00000	0.00	0.21	0.21	0.55
	μ (-)	4.124	4.755	5.096	5.347	1.777	33.24	-22.87	-11.06	-4.69
	F_Y (kN)	0.572	0.572	0.572	0.572	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	4.124	-	4.123	3.984	0.257	6.46	3.51	-	3.48
	T (s)	1.0015	1.0015	1.0034	1.000 *	-	-	0.15	0.15	0.34

 Tabella 7.3.V – Parametri di risposta dei sistemi SDOF del Gruppo C ($a_g = 0.25 \cdot g$)

Modelli SDOF – Gruppo C – ($a_g = 0.35 \cdot g$)										
SDOF	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)			
	N2	A	B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B	
C1	d (m)	0.08390	0.07871	0.07570	0.07405	0.01247	16.84	13.29	6.29	2.22
	d_Y (m)	0.04355	0.04355	0.04376	0.04340	0.00000	0.00	0.35	0.35	0.83
	μ (-)	1.927	1.808	1.730	1.706	0.287	16.84	12.91	5.93	1.38
	F_Y (kN)	1.715	1.715	1.715	1.715	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.927	-	1.921	1.861	0.121	6.48	3.51	-	3.18
	T (s)	0.9997	0.9997	1.0022	1.000 *	-	-	0.02	0.02	0.27
C2	d (m)	0.08390	0.07879	0.07611	0.07419	0.01253	16.89	13.08	6.20	2.58
	d_Y (m)	0.04304	0.04304	0.04325	0.04302	0.00000	0.00	0.05	0.05	0.53
	μ (-)	1.949	1.831	1.760	1.725	0.291	16.89	13.02	6.14	2.04
	F_Y (kN)	1.698	1.698	1.698	1.698	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	1.949	-	1.944	1.879	0.122	6.48	3.74	-	3.48
	T (s)	1.0003	1.0003	1.0027	1.000 *	-	-	0.03	0.03	0.27
C3	d (m)	0.08400	0.10320	0.10322	0.10615	0.03268	30.78	-20.87	-2.78	-2.76
	d_Y (m)	0.02562	0.02562	0.02575	0.02562	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.51
	μ (-)	3.279	4.028	4.009	4.143	1.275	30.78	-20.87	-2.77	-3.25
	F_Y (kN)	1.011	1.011	1.011	1.011	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.279	-	3.265	3.155	0.204	6.48	3.93	-	3.49
	T (s)	1.0000	1.0000	1.0025	1.000 *	-	-	0.00	0.00	0.25
C4	d (m)	0.08370	0.10234	0.10275	0.10765	0.03543	32.91	-22.25	-4.93	-4.55
	d_Y (m)	0.02170	0.02170	0.02181	0.02170	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.51
	μ (-)	3.857	4.716	4.711	4.961	1.633	32.91	-22.25	-4.93	-5.03
	F_Y (kN)	0.858	0.858	0.858	0.858	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	3.857	-	3.853	3.723	0.241	6.48	3.61	-	3.50
	T (s)	0.9995	0.9995	1.0020	1.000 *	-	-	0.00	0.00	0.25
C5	d (m)	0.08400	0.10833	0.10311	0.11198	0.04135	36.93	-24.99	-3.26	-7.92
	d_Y (m)	0.01773	0.01773	0.01782	0.01773	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.51
	μ (-)	4.739	6.111	5.788	6.316	2.332	36.93	-24.98	-3.24	-8.36
	F_Y (kN)	0.700	0.700	0.700	0.700	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	4.739	-	4.719	4.559	0.295	6.48	3.93	-	3.49
	T (s)	1.0000	1.0000	1.0025	1.000 *	-	-	0.00	0.00	0.25
C6	d (m)	0.08400	0.11027	0.10856	0.11052	0.05153	46.62	-23.99	-0.22	-1.77
	d_Y (m)	0.01450	0.01450	0.01457	0.01450	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.48
	μ (-)	5.793	7.604	7.449	7.622	3.554	46.62	-24.00	-0.24	-2.27
	F_Y (kN)	0.572	0.572	0.572	0.572	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
	R (-)	5.793	-	5.772	5.578	0.360	6.45	3.86	-	3.49
	T (s)	1.0007	1.0007	1.0032	1.001 *	-	-	0.01	0.01	0.26

 Tabella 7.3.VI – Parametri di risposta dei sistemi SDOF del Gruppo C ($a_g = 0.35 \cdot g$)

7.4 Considerazioni sulla metodologia di pushover basata sull'energia

In base ai dati riportati nelle tabelle del Paragrafo 7.3 precedente, è possibile riscontrare alcuni importanti risultati inerenti alle metodologie qui introdotte. Nello specifico, si riportano gli istogrammi dell'errore calcolato per ogni parametro di risposta considerato per meglio mettere in evidenza l'attendibilità delle varie metodologie.

Indagine della risposta basata sull'errore spostamento:

Quando il confronto è basato sulla comparazione dell'errore calcolato sullo spostamento del sistema, è possibile notare che, in linea generale, i metodi energetici forniscono valori minori e quindi approssimazioni migliori della risposta. Questo risultato è maggiormente evidente per i sistemi eccitati da accelerogrammi compatibili con lo spettro di I categoria ($0.35 \cdot g$) come mostrato in Figura 7.4.II. Tendenza analoga, ma meno marcata, è possibile ritrovarla anche per accelerogrammi di II categoria ($0.25 \cdot g$) come riportato in Figura 7.4.I. Si osserva comunque che per

sistemi con periodi medio-alti (0.5 e 1.0 secondi) i metodi energetici forniscono approssimazioni migliori rispetto a quanto ottenuto con il metodo convenzionale EC8-N2 assunto a paragone.

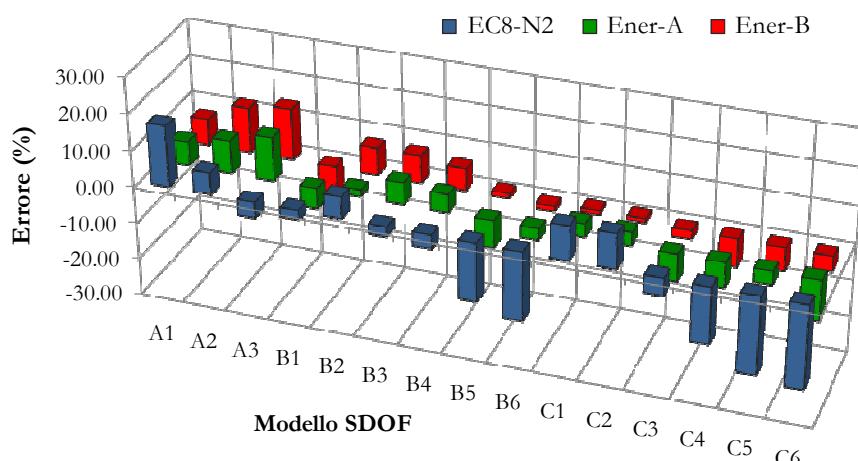


Figura 7.4.I – Errore percentuale in spostamento relativo allo scenario di analisi per Cat. II ($ag = 0.25 \cdot g$)

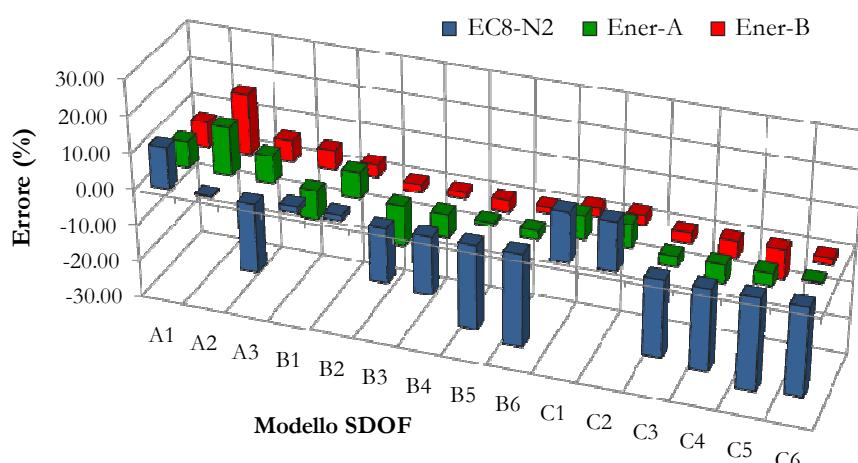


Figura 7.4.II – Errore percentuale in spostamento relativo allo scenario di analisi per Cat. I ($ag = 0.35 \cdot g$)

Indagine della risposta basata sull'errore spostamento allo snervamento:

Una ulteriore comparazione può essere fatta per lo spostamento al limite elastico. I metodi proposti dall'Eurocodice e dal metodo energetico A, essendo basati sulla bilinearizzazione rispetto alla massima forza del sistema, portano a stime esatte di tale parametro. Questo nasce dal fatto che il sistema adottato è EPP. Si notano invece degli scostamenti nel caso del metodo energetico B. Questo accade per la ragione spiegata nel seguito. Nel metodo B si fa uso di due intersezioni: (i) la curva energetica capacitiva elastica incontra lo spettro elastico portando a conoscere il periodo elastico del sistema T_e ; (ii) successivamente la curva a periodo (trovato in precedenza) costante interseca la curva energetica capacitiva fornendo il valore della duttilità. Il valore dello spostamento al limite di snervamento è calcolato poi a posteriori, mentre negli altri due metodi detto parametro era invece calcolato in modo diretto. Tali passaggi portano in generale ad un, anche se trascurabile, errore.

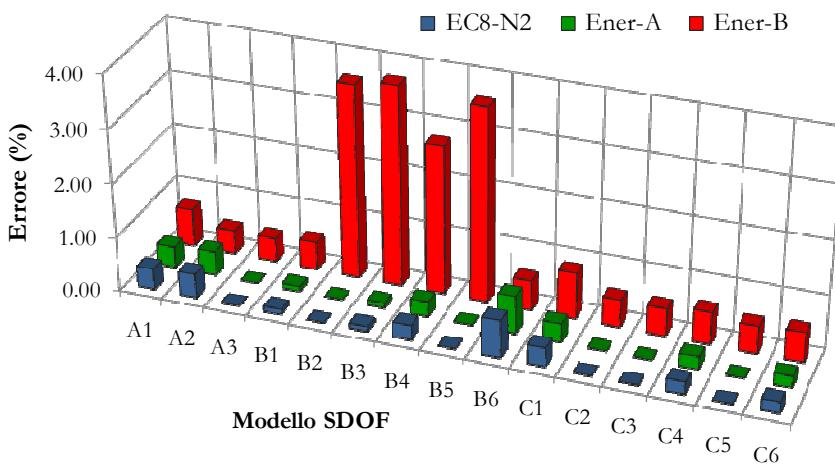


Figura 7.4.III – Errore percentuale in spostamento allo snervamento relativo allo scenario di analisi per Cat. II ($ag = 0.25 \cdot g$)

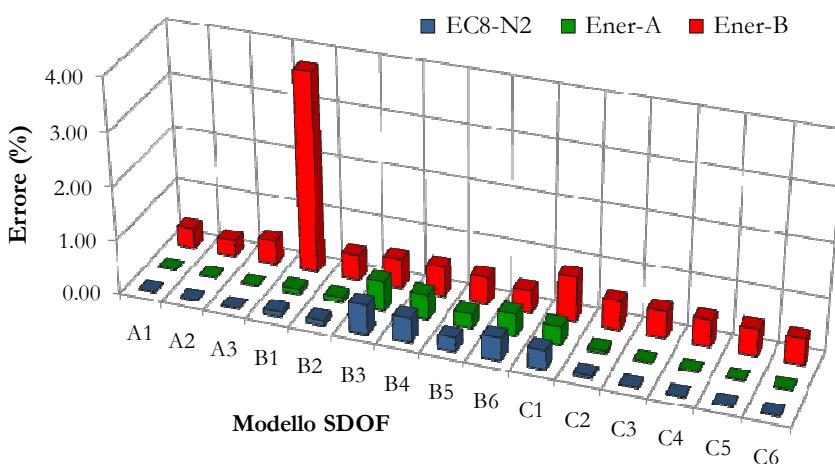


Figura 7.4.IV – Errore percentuale in spostamento allo snervamento relativo allo scenario di analisi per Cat. I ($ag = 0.35 \cdot g$)

Indagine della risposta basata sull'errore duttilità:

Un confronto significativo può essere fatto in termini di errore computato rispetto alla duttilità. Tale parametro lega implicitamente i risultati ottenuti nei due punti precedenti e rappresenta un importante caratteristica del sistema da tenere in conto nella riposta sismica. Come si evince chiaramente da quanto proposto nei grafici sotto, avendo fatto uso dei risultati riportati nelle tabelle da Tab. 7.3.I a Tab. 3.VI per quanto riguarda la duttilità, si ottiene una stima molto precisa ed accurata di tale valore specialmente quando vengono presi in esame i metodi basati sull'energia. Tale importante risultato mette in evidenza, in concomitanza a quanto ottenuto per lo spostamento ultimo, l'affidabilità dei metodi energetici.

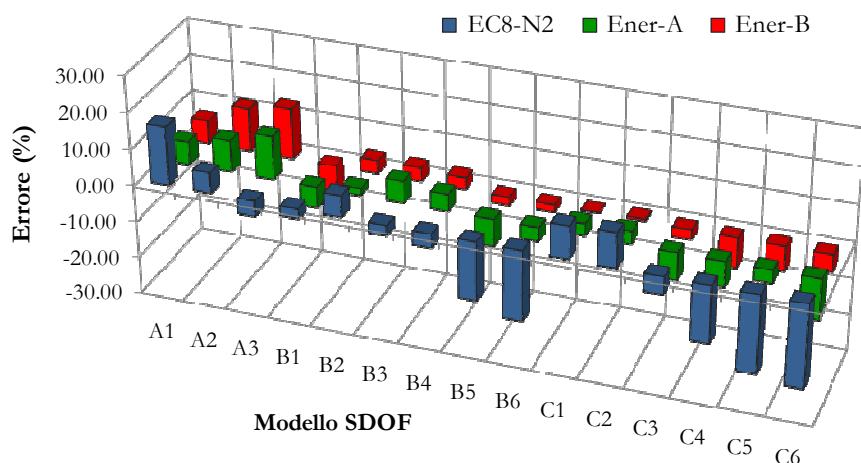


Figura 7.4.V – Errore percentuale in duttilità relativo allo scenario di analisi per Cat. II ($ag = 0.25 \cdot g$)

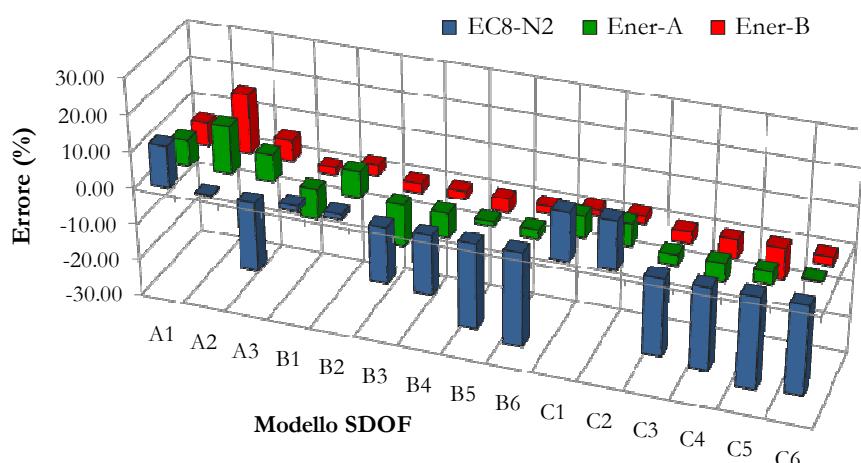


Figura 7.4.VI – Errore percentuale in duttilità relativo allo scenario di analisi per Cat. I ($ag = 0.35 \cdot g$)

Si osservi inoltre che l'errore, sempre espresso sottoforma di parametro duttilità, tende a crescere all'aumentare della componente anelastica della risposta del sistema. Si constata, in linea generale, una perdita graduale di accuratezza nella stima della risposta all'aumentare del comportamento anelastico del sistema, chiaro esempio che, all'aumentare del carattere inelastico della struttura, anche la precisione e l'affidabilità del metodo ne risentono, mostrando comunque stime migliori rispetto al metodo proposto dall'Eurocodice.

Indagine della risposta basata sull'errore taglio alla base:

Avendo assunto un sistema EPP, il taglio alla base assume meno significato fisico nella valutazione della riposta e viene riportato nelle relative tabelle solo per completezza di indagine. Per tale ragione il valore del taglio alla base scaturito dalle analisi, sia statiche che dinamiche, risulta essere sempre il medesimo una volta che il sistema raggiunge il suo punto di snervamento.

Indagine della risposta basata sull'errore del fattore di riduzione della forza:

Un importante parametro di controllo è rappresentato dal fattore di riduzione della forza valutato come il rapporto tra la forza massima del sistema a comportamento puramente elastico e la forza di primo snervamento. Sia il metodo N2 che quello energetico B forniscono valori dell'errore piuttosto bassi, evidenza che i metodi riescono a stimare in maniera accurata tale parametro. Di contro, la metodologia B non è in grado di poter fornire la stima di tale valore e quindi non può essere proposta come termine di paragone. Si ponga inoltre l'attenzione sul fatto che il fattore di riduzione della forza R e la duttilità μ sono parametri strettamente legati nella rappresentazione del comportamento anelastico dei sistemi sismo-resistenti.

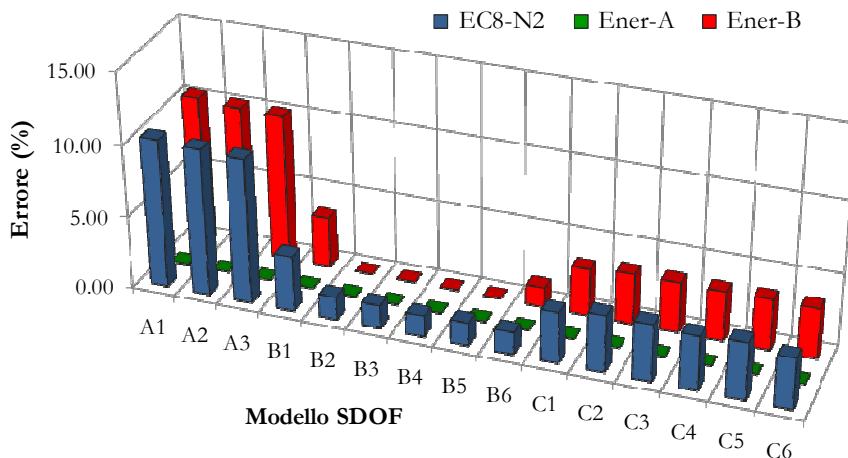


Figura 7.4.VII – Errore percentuale in fattore di riduzione della forza relativo allo scenario di analisi per Cat. II ($ag = 0.25 \cdot g$)

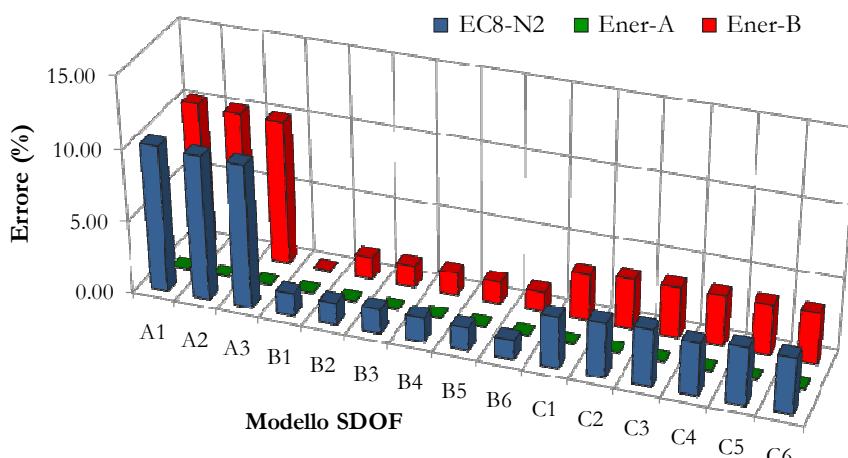


Figura 7.4.VIII – Errore percentuale in fattore di riduzione della forza relativo allo scenario di analisi per Cat. I ($ag = 0.35 \cdot g$)

Come mostrano sia la Figura 7.4.VII che la Figura 7.4.VIII, per ogni gruppo di SDOF, l'errore di tale parametro tende a rimanere pressoché costante al variare della metodologia. Tale risultato può essere interpretato con il fatto che, nelle analisi, è stata proprio la forza di snervamento ad essere assunta come parametro noto ed affetta quindi sempre da circa lo stesso grado di errore.

Confronto tra il fattore di riduzione della forza e la duttilità:

Sia la duttilità μ che il fattore di riduzione della forza R possono essere utilizzati come parametri per rappresentare il comportamento del sistema EPP. Da Figura 7.4.IX a Figura 7.4.XI sono proposti, nel piano duttilità-fattore di riduzione, tutte le coppie (μ - R) scaturite sia dalle analisi pushover che da quelle time history. In aggiunta, esistono in letteratura relazioni che legano i due parametri, qui considerate per avere un termine di confronto per i risultati. Nello specifico si adottano le relazioni di Newmark-Hall che esprimono il fattore R in funzione della duttilità.

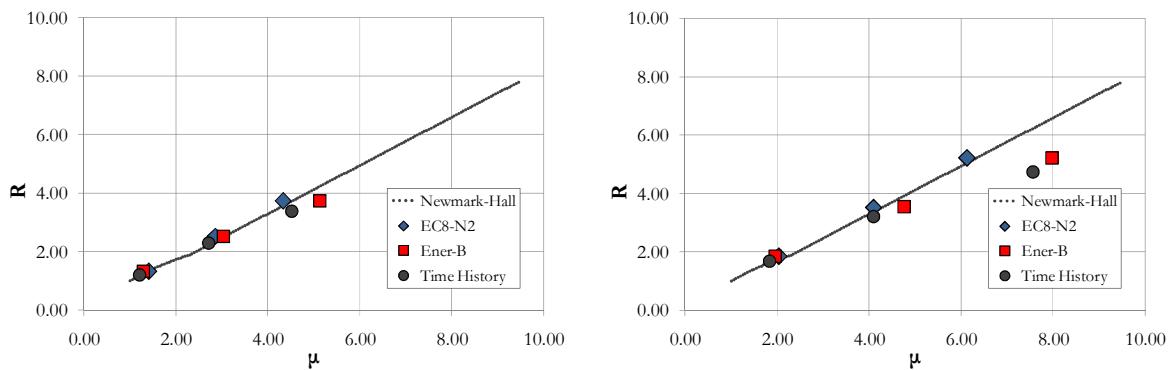


Figura 7.4.IX – Valori R- μ relativi alla Cat. II - ag = 0.25·g (sinistra) e alla Cat. I - ag = 0.35·g (destra) per gli SDOF del gruppo A con T = 0.33 sec

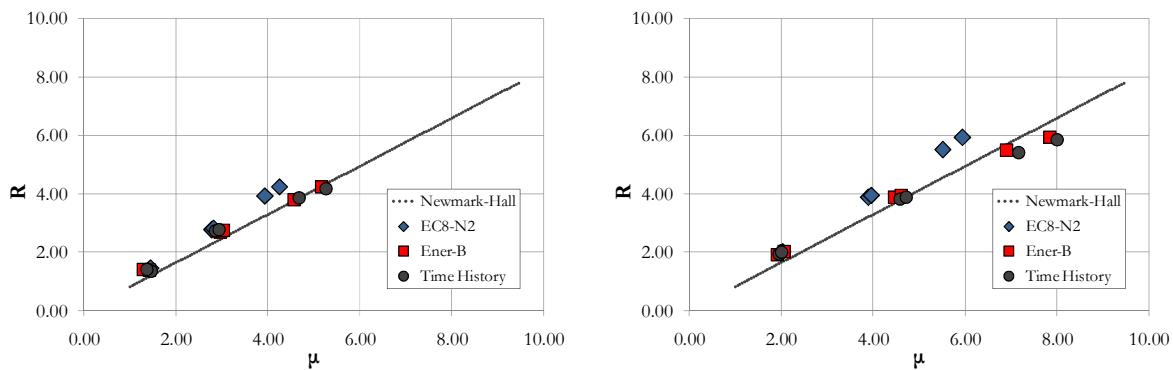


Figura 7.4.X – Valori R- μ relativi alla Cat. II - ag = 0.25·g (sinistra) e alla Cat. I - ag = 0.35·g (destra) per gli SDOF del gruppo B con T = 0.50 sec

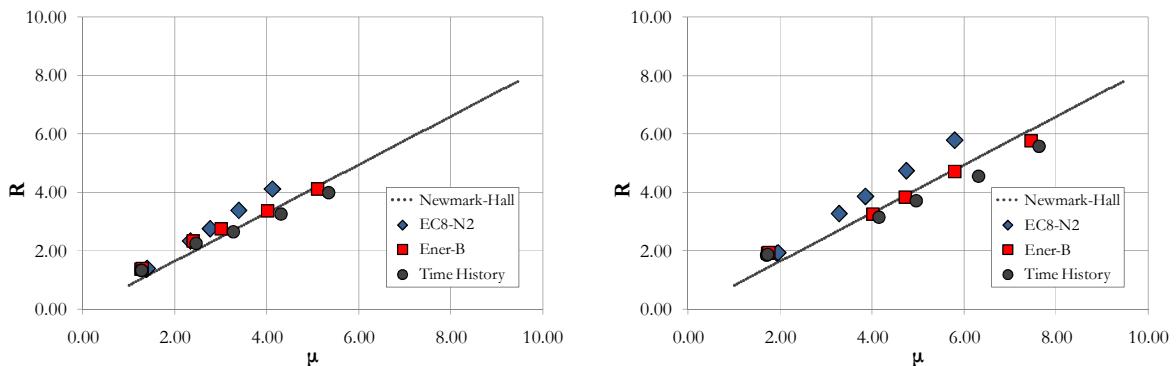


Figura 7.4.XI – Valori R- μ relativi alla Cat. II - ag = 0.25·g (sinistra) e alla Cat. I - ag = 0.35·g (destra) per gli SDOF del gruppo C con T = 1.00 sec

Indagine della risposta basata sull'errore periodo:

Infine viene valutato l'errore nella stima del periodo proprio di vibrazione. Si ricorda che detto parametro è determinato attraverso un'analisi dinamica modale. Sia per il metodo N2 che per quello energetico A, facendo uso entrambi della medesima operazione di bilinearizzazione, il periodo è calcolato direttamente dal valore della rigidezza del sistema

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m_{eff}}{k}} \quad (7.2)$$

Il periodo calcolato con (7.2) rappresenta il periodo di oscillazione del sistema SDOF associato alla struttura reale. Avendo qui analizzato sistemi SDOF, modello reale ed equivalente associato coincidono. Al contrario, il metodo energetico B permette di determinare il suo valore in modo indiretto. Dall'intersezione della curva capacitiva elastica con lo spettro elastico di energia è possibile determinare a ritroso quale sia il periodo del sistema elastico associato. Per tale ragione in calcolo di T può essere affetto da errore dovuto principalmente da errori intrinseci al calcolo che, comunque, si mantengono piuttosto limitati.

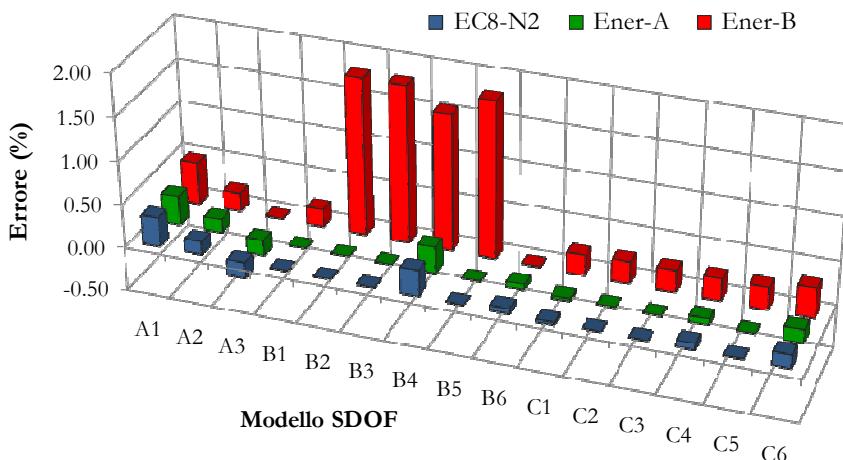


Figura 7.4.XII – Errore percentuale in periodo relativo allo scenario di analisi per Cat. II ($ag = 0.25 \cdot g$)

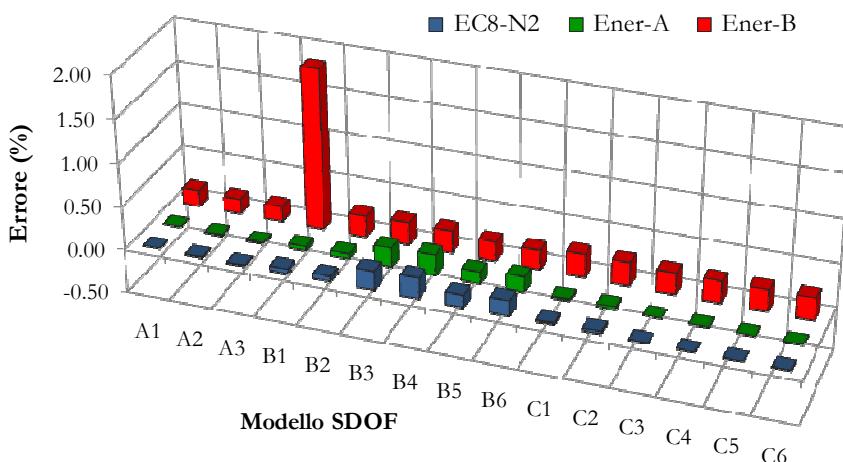


Figura 7.4.XIII – Errore percentuale in periodo relativo allo scenario di analisi per Cat. I ($ag = 0.35 \cdot g$)

Come si evince chiaramente dai risultati sopra proposti, adottare metodologie di analisi statica non lineare basate su criteri energetici porta a valori piuttosto bassi dell'errore nella stima della risposta convenzionalmente esatta valutata a mezzo di analisi time history. Questo risultato rimane vero per sistemi SDOF in cui è minore l'incertezza relativa alla scelta di alcuni parametri di analisi come l'assunzione della massa efficace e della distribuzione di forze laterali da applicare. Si ricorda inoltre che studiare l'analisi di sistemi SDOF permette anche di avere una diretta ed immediata comparazione della risposta stimata con metodi di pushover rispetto a quella esatta delle time history. Tale vantaggio viene immediatamente perso quando la valutazione della risposta è riferita a sistemi MDOF a più gradi di libertà.

Pagina in bianco

Capitolo 8

Esempi Applicativi su Sistemi MDOF piani

8.1. Esempi applicativi del metodo di pushover basata su criteri energetici

A riprova dei metodi di analisi statica non lineare (pushover) basati sull'interpretazione della risposta da un punto di vista energetico, si riportano nel seguito alcuni esempi applicativi. In tale capitolo saranno trattate le risposte di sistemi a telaio in cemento armato, estrapolati da strutture 3D reali, considerate nel piano 2D. Nei capitoli successivi si estenderà poi la teoria del metodo energetico di pushover anche al caso tridimensionale. In particolare sono proposti, per motivi di brevità e sintesi, solo i parametri principali di risposta. Nella Figura 8.1.I è proposta una immagine che mostra i 5 modelli piani analizzati nel presente studio. Nella Tabella 8.1.I sono anche proposte le principali caratteristiche degli stessi. In particolare è riportato, per ogni sistema 2D, il numero di piani e di campate, la massa totale m_{tot} e la percentuale, sempre rispetto a quella globale, della massa di primo modo equivalente m^* e di primo modo m_1 , il periodo fondamentale di vibrazione T , il fattore di partecipazione della prima forma modale Γ , la classe di duttilità con cui il sistema è stato progettato ed il relativo fattore di struttura. Questi sono stati chiamati secondo le lettere dell'alfabeto greco per una loro più immediata identificazione. In particolare per l'ultimo modello considerato, ed indicato con *Epsilon*, è stata aggiunta la notazione (\pm) al fine di sottolineare il fatto che, essendo la struttura (l'unica) asimmetrica, sono stati distinte due casistiche di analisi pushover avendo tenuto conto della direzione di spinta (+ verso sinistra e - verso destra).

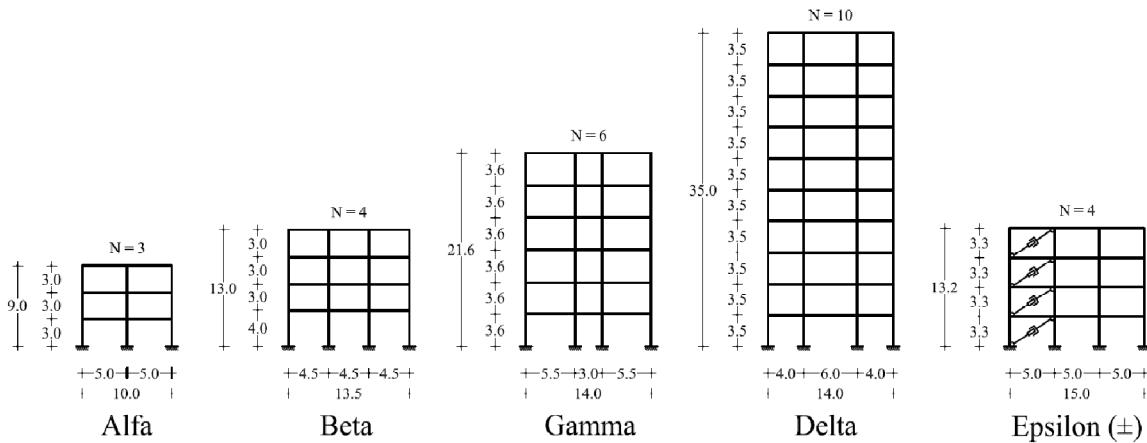


Figura 8.1.I – Modelli a telaio 2D analizzati

Modello	Numero Piani	Numero Campate	m_{tot} (t)	m^* (%)	m_I (%)	Periodo (s)	Fattore Γ	Classe Duttilità	Fattore Struttura
Alfa	3	2	83.4	66.5	85.3	0.462	1.282	Alta	5.85
Beta	4	3	144.6	64.8	86.6	0.509	1.336	Alta	5.85
Gamma	6	3	327.6	50.2	72.7	0.624	1.448	Alta	5.85
Delta	10	3	602.9	48.7	71.8	1.064	1.476	Alta	5.85
Eps (+)	4	3	160.9	68.8	86.4	0.500	1.257	Alta	5.85
Eps (-)	4	3	160.9	68.8	86.4	0.500	1.257	Alta	5.85

Tabella 8.1.I – Principali caratteristiche dei modelli 2D analizzati

Altresì è stato messo a punto un programma ad hoc in Matlab© per la manipolazione dei risultati e per la loro utile rappresentazione. Tale interfaccia permette inoltre di avere informazioni sulla struttura presa in esame. Come input sismico viene assunto lo spettro fornito dall'Eurocodice 8 definito per una tipologia di suolo B, ad una categoria topografica T1 (suolo pianeggiante) relativo alla categoria sismica I ($a_g = 0.35 \cdot g$). Si rimanda sia all'Appendice A che all'Appendice B per informazioni maggiormente dettagliate riguardo l'input sismico.

Nei successivi paragrafi sono riportati i principali risultati, proposti in modo sintetico, per mettere in evidenza, tramite le analisi su diversi modelli, l'attendibilità delle scelte fatte. In particolare lo scopo è proprio quello di constatare quali siano le migliore assunzioni/scelte da fare al fine di avere un affidabile metodo di analisi statica non lineare che fa uso di un criterio energetico. Nello specifico si vuol valutare:

- quale sia la migliore distribuzione di forze laterali da applicare alla struttura per rappresentare l'effetto sismico;
- quale sia la massa effettiva per poter passare dall'energia totale del sistema a quella specifica (ossia riferita all'unità di massa);
- se ci sia qualche correlazione tra massa efficace e distribuzione di forze laterali;
- se effettivamente fare uso di una lettura energetica della risposta strutturale porti a migliori risultati rispetto ai metodi tradizionali (qui assunto il metodo N2 come termine di paragone);
- se entrambi i metodi energetici proposti (A e B) siano attendibili oppure se uno sia migliore dell'altro.

In linea generale per valutare l'efficacia del metodo si procede come indicato nel paragrafo seguente in cui è proposta passo-passo la procedura seguita.

8.2. Metodologia di indagine dei risultati

Tale modo di procedere, illustrato nel seguito, rimane valido per tutti i casi qui analizzati, rappresentano dunque una metodologia generale.

1. Si considera il sistema in esame il quale sarà caratterizzato, in generale, dalla geometria strutturale, dalle sezioni dei suoi elementi componenti, dai carichi verticali applicati, ecc.. Il primo passo da fare è quindi quello di costruire il modello utile a rappresentare il comportamento strutturale. La modellazione è stata eseguita con il programma

Raumoko© [50] essendo questo un codice di calcolo specifico per analisi sismiche (statiche e dinamiche, lineari e non lineari);

2. Una volta noto il modello matematico-comportamentale del sistema si passa ad effettuare su di esso le analisi statiche non lineari ed in particolare si tracciano le curve di pushover conoscendo tutta la storia di spostamenti, tagli di piano e taglio alla base. Come spiegato ampiamente nel capitolo relativo, si tracciano tutte le curve di interesse. Nello specifico si dovranno avere a disposizione:

- la curva di pushover (taglio alla base-spostamento ultimo impalcato) per il caso di analisi statica non lineare N2 secondo l'Eurocodice 8;
- la curva di pushover nei tre differenti formati al fine di poter applicare il Metodo A ossia: (i) taglio alla base funzione dello spostamento equienergetico per rendere possibile la bilinearizzazione della curva stessa; (ii) energia specifica funzione dello spostamento equienergetico per poter trovare i punti di intersezione con gli spettri; (iii) duttilità funzione dello spostamento equienergetico per arrivare a trovare la soluzione;
- la curve di pushover nella forma lavoro (energia) funzione dello spostamento equienergetico sia nel caso elastico che in quello anelastico per poter applicare il Metodo B.

Inoltre, ognuna delle curve sopra dette sarà derivata dalla relativa distribuzione di forze laterali applicate alla struttura. Si ricorda che nel presente studio sono state assunte le distribuzioni riportate sotto in riferimento a quanto proposto nel Paragrafo 3.4.

- Modale
 - Multimodale
 - Uniforme
 - Adattiva
3. Nota la capacità strutturale, trovata in accordo con quanto scritto al precedente Punto 2, occorre ora definire la domanda sismica. A tal proposito serve tracciare gli spettri di Pseudo-Energia per differenti duttilità fissate. Nello specifico si assumono i seguenti valori di lavoro

$$\mu = 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00, 3.50, 4.00, 5.00, 6.00, 7.00, 8.00, 9.00$$

Tali spettri sono riportati nel piano $PsE-S_D$ (Pseudo-Energia vs. Spostamento).

4. Una volta disponibile la domanda sismica e la risposta strutturale rimane da trovare il punto di performance del sistema eccitato da un certo input sismico. Come descritto in precedenza tre sono le metodologie di analisi statica non lineare adottate:

- Metodo N2 secondo l'Eurocodice 8 (metodo di confronto);
- Metodo A basato su un criterio energetico;
- Metodo B basato su un criterio energetico.

In particolare si assumono anche differenti valori delle masse efficaci. Questo si concretizza nello scegliere:

- Massa partecipante di primo modo equivalente (m^*);
- Massa partecipante di primo modo (m_1);
- Massa totale della struttura (m_{tot});

5. Noto il punto di performance strutturale è possibile risalire allo stato di deformazione/sollecitazione del sistema. In particolare è possibile avere a disposizione tutte le informazioni relative alla risposta stimata con i diversi metodi. I parametri presi a confronto per valutare la validità dei diversi metodi sono:

- Spostamenti di piano (s_i);
- Scorrimenti di piano (d_i);
- Taglio alla base (F_b);

6. Per avere comunque una valutazione della maggiore o minore affidabilità delle diverse metodologie adottate, viene calcolata anche la soluzione convenzionalmente esatta scaturita da analisi dinamiche non lineari effettuate sul sistema. Per maggiori dettagli si rimanda alla relativa Appendice C per la descrizione della metodologia adottata. A mo' di richiamo si ricorda che i casi di analisi dinamiche fanno uso di due tipologie di storie di accelerazione come input sismico:

- Gruppo di accelerogrammi generati (relativi a spettri “Generati” e/o Normativi);
- Gruppo di accelerogrammi registrati (relativi a spettri “Registrati” e/o Normativi);

Nei paragrafi successivi sono mostrati i risultati ottenuti in accordo con il modo di procedere fino a qui spiegato.

8.3. Definizione del parametro errore per il confronto sintetico dei risultati

Al fine di avere un parametro sintetico per la rappresentazione immediata del scostamento della risposta approssimata trovata a mezzo della pushover rispetto a quella esatta scaturita dall'analisi dinamica non lineare, viene introdotta la seguente grandezza

$$\epsilon = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{P_{push}^{(i)} - P_{time}^{(i)}}{P_{time}^{(i)}} \right)^2} \quad (8.1)$$

dove $P_{push}^{(i)}$ rappresenta il generico parametro P di risposta considerato (spostamento, scorrimento, taglio alla base) relativo alla pushover mentre $P_{time}^{(i)}$ è la medesima grandezza ma riferita a quanto ottenuto con l'analisi time history. L'indice i è rappresentativo delle varie componenti della risposta. Ad esempio nel caso di spostamenti i indica l' i -esimo piano. Nel caso particolare di taglio alla base $i = 1$ ed il parametro ϵ sopra degenera in

$$\varepsilon = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{1} \cdot \sum_{i=1}^1 \left(\frac{P_{\text{push}}^{(i)} - P_{\text{time}}^{(i)}}{P_{\text{time}}^{(i)}} \right)^2} = 100 \cdot \left(\frac{V_{b,\text{push}} - V_{b,\text{time}}}{V_{b,\text{time}}} \right) \quad (8.2)$$

La sua formulazione permette di prescindere dal numero dei piani della struttura e può rappresentare un utile parametro quando si vogliono confrontare strutture diverse caratterizzate da un diverso numero di impalcati. Numericamente tale formulazione rappresenta una sorta di deviazione standard computata però non più sul valore medio ma bensì sul valore “vero” della risposta. Nelle successive sezioni, per brevità di illustrazione, si analizzeranno i risultati ottenuti sottoforma di tale errore, interessando principalmente il grado di approssimazione della soluzione fornita pushover valutata rispetto alla soluzione convenzionalmente esatta fornita dall’analisi time history. In particolare si adotta la dicitura *Errore Spostamento* (ε -spostamento), *Errore Scorrimento* (ε -scorrimento), *Errore Taglio Base* (ε -taglio base) con l’ovvio riferimento ai significati.

Si osservi che, tra tutte le possibili casistiche ottenute al variare dei parametri di analisi, si hanno a disposizione ben 112 risultati. Ognuno di questi è poi esprimibile attraverso gli appena introdotti parametri di errore fornendo 3 differenti valutazioni compatte della risposta strutturale. Per fissare le idee si consideri quanto segue. Supponiamo, a titolo di esempio, di voler valutare la risposta di un dato sistema mediante l’analisi statica non lineare. Si hanno a disposizione 4 differenti distribuzioni di forze (Mod, Ada, Uni, Mul), 3 possibili valori della massa con cui scalare la curva di pushover (m^* , m_l , m_{tot}) e 2 differenti metodi di valutazione della risposta (A, B). Questo porta ad avere $4 \times 3 \times 2 = 24$ risposte valutate a mezzo di analisi statica non lineare. In aggiunta è stato considerato anche il metodo EC8-N2 come termine di paragone, portando altri 4 casi di analisi. Si ricorda che in tale procedimento la massa è univocamente definita.

Dette 28 stime della risposta a mezzo della pushover vanno poi comparate con la soluzione convenzionalmente vera scaturita dalle analisi dinamiche non lineari. Si ricorda che nel presente studio sono stati assunti due gruppi di accelerogrammi spettro compatibili (Gen, Reg). Inoltre le metodologie proposte fanno uso necessariamente degli spettri di risposta per la determinazione del punto di performance. Nello specifico se ne hanno a disposizione 3 (Nor, Gen, Reg). Questo porta ad avere 4 possibili casi di confronto in base ai diversi accoppiamenti spettri/accelerogrammi (Nor/Gen, Nor/Reg, Gen/Gen, Reg/Reg). In tutto si hanno, come accennato in precedenza, ben 112 casi di analisi per ogni modello che, tenuto conto dei sei sistemi considerati (Alfa, Beta, Gamma, Delta, Epsilon (+), Epsilon (-)), permette di avere a disposizione un database di $112 \times 6 = 672$ casi di analisi. Se poi si considera che ogni risposta può essere valutata attraverso tre parametri di errore distinti si ottiene un campione statistico di ben $672 \times 3 = 2016$ valori.

8.3.1. Indagine della risposta espressa in termini di spostamento di piano

Nel seguito è proposta una tabella riassuntiva dove sono riportati i valori del fattore di errore ε -*spostamento* in base ai differenti casi di analisi considerati.

Modello Alfa									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	83.0	49.1	15.2	76.9	45.5	94.0	69.0
		Uniforme	75.0	44.0	3.7	72.6	30.5	97.9	52.1
		Adattiva	82.5	49.8	13.5	78.0	44.4	93.2	69.4
		Multimodale	73.1	48.3	12.2	77.0	41.5	93.2	65.1
	Registrati	Modale	32.7	8.6	17.5	28.3	5.8	40.7	22.6
		Uniforme	27.4	5.6	24.8	25.6	6.0	43.9	11.0
		Adattiva	32.3	8.7	18.7	29.1	5.1	40.1	22.8
		Multimodale	25.6	7.6	19.2	28.4	2.9	40.2	19.8
Generati	Generati	Modale	83.0	41.2	28.8	71.5	40.7	70.5	56.3
		Uniforme	75.0	28.5	11.4	61.3	52.9	81.7	63.5
		Adattiva	83.0	42.1	39.3	73.0	40.9	70.7	55.9
		Multimodale	73.1	27.9	28.9	60.7	52.8	67.5	48.8
Registrati	Registrati	Modale	32.7	14.1	11.6	30.3	15.4	58.5	37.6
		Uniforme	27.4	9.4	17.3	35.3	11.2	48.9	21.3
		Adattiva	32.7	14.3	11.4	30.2	15.2	56.9	37.7
		Multimodale	25.6	13.9	4.9	28.5	12.4	s.n.t.	36.3

Tabella 8.3.1.I – Parametro ε valutato per spostamenti di piano per il Modello Alfa

Modello Beta									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	37.4	11.7	2.7	37.1	31.7	s.n.t.	42.3
		Uniforme	37.5	12.6	8.4	31.9	24.8	52.6	42.3
		Adattiva	35.3	10.7	2.4	34.2	31.7	47.1	42.2
		Multimodale	35.2	10.0	0.9	32.6	32.6	49.8	44.0
	Registrati	Modale	1.9	19.7	26.8	2.1	5.4	s.n.t.	2.9
		Uniforme	5.3	21.0	32.0	7.5	12.0	10.9	5.5
		Adattiva	3.0	20.5	27.3	3.8	5.4	6.2	2.9
		Multimodale	2.7	20.8	27.9	4.5	4.5	8.0	3.8
Generati	Generati	Modale	37.4	10.2	12.5	26.6	24.3	32.8	30.9
		Uniforme	37.5	7.9	6.9	31.5	29.9	38.3	32.3
		Adattiva	35.3	10.1	12.4	26.5	24.3	32.4	28.1
		Multimodale	25.5	15.7	9.1	28.8	16.9	35.7	37.2
Registrati	Registrati	Modale	4.9	14.0	20.5	s.n.t.	5.8	s.n.t.	s.n.t.
		Uniforme	5.3	14.0	21.7	9.8	5.7	32.4	19.8
		Adattiva	4.3	13.8	20.0	s.n.t.	5.8	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	6.1	13.6	18.8	11.0	5.3	s.n.t.	s.n.t.

Tabella 8.3.1.II – Parametro ε valutato per spostamenti di piano per il Modello Beta

Modello Gamma									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	68.2	30.8	19.2	62.5	41.9	95.5	67.0
		Uniforme	84.9	43.4	13.8	89.6	63.0	125.0	109.0
		Adattiva	68.2	30.8	19.2	62.5	41.9	95.5	67.0
		Multimodale	75.6	35.5	15.3	71.8	49.7	109.0	81.4
	Registrati	Modale	23.4	9.9	16.5	19.4	8.6	42.7	22.6
		Uniforme	39.1	16.5	24.4	42.2	25.2	67.2	55.7
		Adattiva	23.4	9.9	16.5	19.4	8.6	42.7	22.6
		Multimodale	28.5	3.0	16.6	25.8	9.6	52.7	32.7
Generati	Generati	Modale	68.2	8.8	12.5	51.7	27.5	62.5	68.4
		Uniforme	84.9	30.2	15.5	66.1	75.6	81.8	106.0
		Adattiva	68.2	8.8	12.6	51.7	27.6	62.5	68.4
		Multimodale	65.6	6.8	15.4	33.2	43.2	108.0	75.0
Registrati	Registrati	Modale	17.8	21.8	15.4	37.0	14.5	60.6	21.6
		Uniforme	44.6	15.6	19.8	42.9	33.0	88.7	69.7
		Adattiva	17.8	21.8	15.4	37.0	14.5	60.6	21.7
		Multimodale	28.5	6.7	10.1	19.8	12.8	55.2	25.1

Tabella 8.3.1.III – Parametro ε valutato per spostamenti di piano per il Modello Gamma

Modello Delta									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	29.6	15.2	22.9	24.1	13.4	45.1	20.9
		Uniforme	60.9	25.0	18.5	47.4	36.2	84.3	60.7
		Adattiva	18.5	s.n.t.	24.7	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	27.9	9.3	17.0	26.3	9.0	49.4	23.5
	Registrati	Modale	23.5	24.6	32.2	20.8	21.5	33.4	19.6
		Uniforme	36.6	13.6	17.1	26.0	18.1	55.7	36.4
		Adattiva	27.9	s.n.t.	33.8	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	16.2	19.4	27.3	15.2	15.5	32.3	13.9
Generati	Generati	Modale	29.6	13.4	25.3	21.0	47.6	44.1	34.5
		Uniforme	48.9	23.0	28.6	36.7	31.1	s.n.t.	107
		Adattiva	18.5	s.n.t.	26.5	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	27.9	14.5	27.4	62.8	31.9	49.7	63.7
Registrati	Registrati	Modale	35.2	20.0	19.8	21.5	18.9	24.8	26.2
		Uniforme	36.6	15.4	22.7	65.3	41.5	s.n.t.	79.1
		Adattiva	27.8	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	32.7	18.8	18.2	25.0	18.3	s.n.t.	s.n.t.

Tabella 8.3.1.IV – Parametro ε valutato per spostamenti di piano per il Modello Delta

Modello Epsilon (+)									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	99.2	44.3	22.7	63.6	53.0	76.0	64.2
		Uniforme	102.0	42.4	15.6	67.9	44.8	85.0	67.6
		Adattiva	99.2	44.3	22.7	63.6	53.0	76.0	64.2
		Multimodale	81.1	44.8	17.9	64.7	48.7	77.3	65.6
	Registrati	Modale	35.1	4.7	17.6	11.5	5.4	19.6	11.9
		Uniforme	38.8	12.5	24.7	18.4	12.2	28.1	18.3
		Adattiva	35.1	4.7	17.6	11.5	5.4	19.6	11.9
		Multimodale	22.6	2.6	20.3	11.6	1.8	20.1	12.2
Generati	Generati	Modale	99.2	37.8	22.9	52.1	36.6	71.0	53.0
		Uniforme	102.0	54.6	32.7	58.0	58.4	83.3	66.6
		Adattiva	99.2	37.8	22.9	52.1	36.6	71.0	53.0
		Multimodale	81.1	34.9	30.0	60.3	32.6	73.0	60.6
Registrati	Registrati	Modale	35.1	4.1	10.5	26.6	14.8	39.9	30.7
		Uniforme	38.8	12.9	13.1	28.9	17.8	51.3	38.3
		Adattiva	35.1	4.1	10.5	26.6	14.8	39.9	30.7
		Multimodale	22.6	2.4	18.1	22.5	13.4	43.4	29.9

Tabella 8.3.1.V – Parametro e valutato per spostamenti di piano per il Modello Epsilon (+)

Modello Epsilon (-)									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	79.1	42.1	17.4	59.5	48.1	72.9	59.2
		Uniforme	86.4	40.8	6.8	59.8	38.8	83.1	59.4
		Adattiva	79.1	42.1	17.4	59.5	48.1	72.9	59.2
		Multimodale	89.4	42.6	14.0	62.9	44.0	75.7	60.8
	Registrati	Modale	35.1	4.7	17.6	11.5	5.4	19.6	11.9
		Uniforme	38.8	12.5	24.7	18.4	12.2	28.1	18.3
		Adattiva	13.4	8.7	21.3	5.4	3.0	12.8	8.0
		Multimodale	15.1	5.7	22.8	8.7	3.2	16.9	8.8
Generati	Generati	Modale	73.1	30.5	19.9	33.8	33.8	87.6	46.8
		Uniforme	81.1	81.1	25.9	56.9	56.7	75.4	61.7
		Adattiva	67.1	31.7	17.6	45.2	31.8	52.7	46.6
		Multimodale	70.0	35.0	12.1	50.4	30.5	65.4	54.1
Registrati	Registrati	Modale	21.4	4.4	15.1	23.6	12.9	33.3	27.4
		Uniforme	27.4	12.3	14.9	30.3	15.8	50.7	35.8
		Adattiva	9.5	7.4	16.6	20.8	11.4	34.1	27.4
		Multimodale	15.1	3.2	19.5	25.5	12.7	40.7	26.1

Tabella 8.3.1.VI – Parametro e valutato per spostamenti di piano per il Modello Epsilon (-)

Nelle tabelle sopra riportate viene utilizzata la dicitura *Soluzione Non Trovata* con l'acronimo *s.n.t.* per quelle casistiche in cui non è possibile determinare la soluzione del problema solitamente imputabile a scarsa capacità strutturale (distribuzione laterale di forze particolarmente gravosa) che impedisce di trovare il punto di performance strutturale.

8.3.2. Indagine della risposta espressa in termini di scorrimento di piano

Nel seguito è proposta una tabella riassuntiva dove sono riportati i valori del fattore di errore ε -scorrimento in base ai differenti casi di analisi considerati.

Modello Alfa									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	78.7	48.3	17.5	73.2	44.6	89.7	66.0
		Uniforme	60.4	34.0	9.2	58.2	23.3	80.6	40.7
		Adattiva	77.6	47.8	15.3	73.5	43.0	87.8	65.6
		Multimodale	66.9	44.2	10.4	70.4	37.9	85.2	59.5
	Registrati	Modale	29.9	7.8	16.2	25.8	5.2	37.8	20.6
		Uniforme	23.0	16.4	31.1	21.9	19.5	35.1	16.5
		Adattiva	29.2	7.4	17.6	26.2	4.1	36.6	20.4
		Multimodale	21.7	5.7	20.2	24.3	2.9	35.1	16.5
Generati	Generati	Modale	78.7	40.7	29.5	68.2	40.2	67.4	54.4
		Uniforme	60.4	21.7	10.6	48.5	41.4	66.2	50.3
		Adattiva	78.0	40.9	38.3	68.9	39.8	66.9	53.4
		Multimodale	66.9	25.4	26.3	55.5	48.3	61.7	44.6
Registrati	Registrati	Modale	29.9	12.9	10.7	27.7	14.1	56.0	34.6
		Uniforme	23.0	16.3	26.0	28.4	16.5	39.2	19.5
		Adattiva	29.5	12.6	10.9	27.2	13.4	53.7	34.1
		Multimodale	21.7	11.1	6.9	24.4	9.8	s.n.t.	31.5

Tabella 8.3.2.I – Parametro ε valutato per scorrimenti di piano per il Modello Alfa

Modello Beta									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	36.7	11.1	2.0	36.4	31.0	s.n.t.	41.4
		Uniforme	27.2	20.9	28.7	23.6	20.5	39.1	30.7
		Adattiva	34.6	10.1	1.7	33.4	31.0	46.7	41.5
		Multimodale	32.1	7.2	3.2	29.4	29.4	46.4	40.8
	Registrati	Modale	4.2	21.5	28.4	4.4	7.7	s.n.t.	2.7
		Uniforme	22.3	37.2	46.5	25.2	29.2	17.0	20.1
		Adattiva	5.4	22.3	28.9	6.2	7.8	4.4	2.6
		Multimodale	7.6	24.4	31.3	9.2	9.2	5.5	3.9
Generati	Generati	Modale	36.7	9.7	11.9	25.9	23.7	32.1	30.2
		Uniforme	27.2	23.9	26.0	23.4	22.6	27.7	23.9
		Adattiva	34.6	9.5	11.9	25.9	23.7	31.7	27.4
		Multimodale	22.4	12.8	6.3	25.7	14.0	32.5	34.0
Registrati	Registrati	Modale	7.3	16.0	22.3	s.n.t.	4.1	s.n.t.	s.n.t.
		Uniforme	22.3	31.0	37.8	27.3	23.0	23.8	17.1
		Adattiva	6.7	15.8	21.8	s.n.t.	4.1	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	10.6	17.6	22.6	7.8	4.1	s.n.t.	s.n.t.

Tabella 8.3.2.II – Parametro ε valutato per scorrimenti di piano per il Modello Beta

Modello Gamma									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	59.5	25.4	14.7	54.2	35.7	82.2	58.4
		Uniforme	69.7	42.2	30.2	73.1	54.5	99.7	87.5
		Adattiva	59.5	25.4	14.7	54.2	35.7	82.2	58.4
		Multimodale	58.2	26.0	11.8	55.1	37.6	85.0	62.8
	Registrati	Modale	20.3	11.7	18.3	16.9	9.1	36.2	19.6
		Uniforme	43.6	36.4	41.0	45.1	38.1	59.6	52.5
		Adattiva	20.3	11.7	18.3	16.9	9.1	36.2	19.7
		Multimodale	22.4	13.4	23.3	20.5	12.1	40.4	25.4
Generati	Generati	Modale	59.5	7.8	9.3	44.4	22.4	54.2	59.6
		Uniforme	69.7	35.3	30.3	56.6	63.1	67.5	85.0
		Adattiva	59.5	7.8	9.3	44.4	22.5	54.2	59.7
		Multimodale	50.1	10.0	11.8	24.2	32.3	84.8	57.6
Registrati	Registrati	Modale	15.5	23.4	17.2	31.6	12.7	51.2	18.8
		Uniforme	46.2	36.5	38.5	45.4	41.0	74.2	61.2
		Adattiva	15.5	23.4	17.2	31.6	12.7	51.2	18.8
		Multimodale	22.4	16.0	18.3	16.8	13.2	42.4	20.1

Tabella 8.3.2.III – Parametro e valutato per scorimenti di piano per il Modello Gamma

Modello Delta									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	26.0	23.9	30.7	22.4	21.2	37.0	20.8
		Uniforme	62.9	48.3	47.7	56.2	51.7	76.4	62.8
		Adattiva	25.9	s.n.t.	31.1	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	26.0	25.7	31.9	25.2	23.4	37.9	24.1
	Registrati	Modale	23.2	27.0	34.2	20.9	23.8	31.1	20.1
		Uniforme	48.5	44.3	46.4	45.5	44.2	56.5	48.5
		Adattiva	29.3	s.n.t.	34.7	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	18.6	27.5	34.7	18.5	24.0	25.4	18.4
Generati	Generati	Modale	26.0	20.8	32.7	20.8	38.9	36.3	29.3
		Uniforme	56.9	47.9	49.2	51.9	50.0	s.n.t.	90.8
		Adattiva	25.9	s.n.t.	32.6	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	26.0	30.1	39.8	47.2	27.8	38.2	47.9
Registrati	Registrati	Modale	32.5	22.1	21.8	21.4	20.2	24.2	25.3
		Uniforme	48.5	44.0	48.7	61.5	50.3	s.n.t.	69.2
		Adattiva	29.2	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	25.7	19.1	26.4	21.4	19.0	s.n.t.	s.n.t.

Tabella 8.3.2.IV – Parametro e valutato per scorimenti di piano per il Modello Delta

Modello Epsilon (+)									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	75.6	32.1	15.9	47.3	39.0	57.2	47.9
		Uniforme	83.7	44.4	31.1	60.4	45.9	71.9	60.2
		Adattiva	75.6	32.1	15.9	47.3	39.0	57.2	47.9
		Multimodale	59.5	31.3	13.8	46.7	34.4	56.5	47.4
	Registrati	Modale	43.9	12.7	10.2	22.7	16.9	29.9	23.1
		Uniforme	51.1	29.6	27.6	37.0	30.2	43.7	36.9
		Adattiva	43.9	12.7	10.2	22.7	16.9	29.9	23.1
		Multimodale	29.7	7.5	9.1	19.6	9.9	27.3	20.2
Generati	Generati	Modale	75.6	27.0	16.1	38.3	26.1	53.2	39.0
		Uniforme	83.7	51.8	39.0	54.0	54.3	70.7	59.6
		Adattiva	75.6	27.0	16.1	38.3	26.1	53.2	39.0
		Multimodale	59.5	24.0	20.8	43.3	22.5	53.2	43.5
Registrati	Registrati	Modale	43.9	14.0	9.5	36.2	25.7	48.2	39.9
		Uniforme	51.1	32.4	29.1	44.2	36.5	60.2	50.8
		Adattiva	43.9	14.0	9.5	36.2	25.7	48.2	39.9
		Multimodale	29.7	10.8	7.4	29.6	21.2	48.6	36.3

Tabella 8.3.2.V – Parametro e valutato per scorimenti di piano per il Modello Epsilon (+)

Modello Epsilon (-)									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	65.2	38.8	27.6	50.9	42.8	60.6	50.7
		Uniforme	72.8	43.5	38.0	55.2	42.3	70.6	54.9
		Adattiva	65.2	38.8	27.6	50.9	42.8	60.6	50.7
		Multimodale	70.9	39.1	28.3	52.0	39.9	61.0	50.6
	Registrati	Modale	43.9	12.7	10.2	22.7	16.9	29.9	23.1
		Uniforme	51.1	29.6	27.6	37.0	30.2	43.7	36.9
		Adattiva	32.0	20.3	22.1	26.2	23.5	31.5	28.0
		Multimodale	31.9	21.8	23.7	27.8	22.6	33.3	27.9
Generati	Generati	Modale	60.7	31.8	28.0	33.6	34.8	71.6	42.0
		Uniforme	69.3	46.8	35.5	53.3	53.1	65.4	56.4
		Adattiva	56.3	32.4	27.7	40.9	32.5	46.0	41.9
		Multimodale	58.0	35.7	27.5	44.8	33.5	54.8	47.1
Registrati	Registrati	Modale	38.2	22.1	19.9	40.0	31.6	46.9	43.1
		Uniforme	43.2	31.5	28.2	45.2	35.1	59.7	49.0
		Adattiva	29.1	20.7	20.1	37.7	30.5	47.5	43.1
		Multimodale	31.9	22.6	22.5	40.3	30.3	53.3	40.8

Tabella 8.3.2.VI – Parametro e valutato per scorimenti di piano per il Modello Epsilon (-)

Nelle tabelle sopra riportate viene utilizzata la dicitura *Soluzione Non Trovata* con l'acronimo *s.n.t.* per quelle casistiche in cui non è possibile determinare la soluzione del problema solitamente imputabile a scarsa capacità strutturale (distribuzione laterale di forze particolarmente gravosa) che impedisce di trovare il punto di performance strutturale.

8.3.3. Indagine della risposta espressa in termini di taglio alla base

Nel seguito è proposta una tabella riassuntiva dove sono riportati i valori del fattore di errore ε -taglio base in base ai differenti casi di analisi considerati.

Modello Alfa									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	-10.8	-12.1	-13.7	-10.9	-12.2	-10.2	-11.1
		Uniforme	0.4	-1.3	-4.6	0.4	-2.1	1.8	-0.7
		Adattiva	-10.1	-11.5	-13.2	-10.1	-11.8	-9.5	-10.6
		Multimodale	-8.2	-9.4	-11.0	-8.0	-9.7	-7.2	-8.6
	Registrati	Modale	-10.5	-11.8	-13.4	-10.5	-11.9	-9.8	-10.8
		Uniforme	0.8	-1.0	-4.2	1.0	-1.7	2.2	-0.3
		Adattiva	-9.8	-11.2	-12.9	-9.8	-11.5	-9.1	-10.3
		Multimodale	-7.8	-9.1	-10.7	-7.7	-9.4	-6.8	-8.2
Generati	Generati	Modale	-10.8	-12.5	-13.1	-11.1	-12.6	-11.1	-11.8
		Uniforme	0.4	-2.3	-3.8	-0.3	-0.6	0.9	-0.1
		Adattiva	-10.1	-11.8	-12.2	-10.5	-11.8	-10.5	-11.1
		Multimodale	-8.2	-10.4	-10.3	-8.8	-9.2	-8.5	-9.4
Registrati	Registrati	Modale	-10.5	-11.4	-12.9	-10.4	-11.4	-9.2	-10.0
		Uniforme	0.8	-0.6	-3.2	1.5	-0.3	2.3	0.5
		Adattiva	-9.8	-10.8	-12.5	-9.8	-10.8	-8.8	-9.5
		Multimodale	-7.8	-8.7	-9.9	-7.6	-8.8	s.n.t.	-7.1

Tabella 8.3.3.I – Parametro ε valutato per taglio alla base per il Modello Alfa

Modello Beta									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	-8.7	-9.8	-9.9	8.7	-8.8	s.n.t.	-8.7
		Uniforme	3.9	2.7	1.6	3.4	3.1	4.5	3.9
		Adattiva	-8.8	-9.9	-10.2	-8.8	-8.8	-8.7	-8.7
		Multimodale	-6.4	-7.6	-8.1	-6.7	-6.7	-5.8	-6.4
	Registrati	Modale	-11.2	-12.3	-12.4	-11.2	-11.3	s.n.t.	-11.2
		Uniforme	1.1	-0.1	-0.2	0.5	0.2	1.6	1.1
		Adattiva	-11.3	-12.3	-12.6	-11.3	-11.3	-11.2	-11.2
		Multimodale	-9.0	-10.1	-10.6	-9.3	-9.3	-8.4	-8.9
Generati	Generati	Modale	-8.7	-9.8	-9.8	-9.3	-9.3	-8.7	-8.9
		Uniforme	3.9	2.2	1.9	3.4	3.4	3.9	3.4
		Adattiva	-8.8	-9.9	-9.9	-9.3	-9.3	-8.8	-9.3
		Multimodale	-7.0	-7.5	-7.6	-6.9	-7.4	-6.4	-6.4
Registrati	Registrati	Modale	-11.2	-11.8	-12.3	s.n.t.	-10.8	s.n.t.	s.n.t.
		Uniforme	1.1	0.0	-0.2	0.1	0.9	2.8	2.2
		Adattiva	-11.3	-11.8	-12.3	s.n.t.	-11.2	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	-9.5	-9.6	-10.1	-8.4	-8.8	s.n.t.	s.n.t.

Tabella 8.3.3.II – Parametro ε valutato per taglio alla base per il Modello Beta

Modello Gamma									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	-12.0	-14.5	-16.4	-12.3	-13.4	-11.6	-12.0
		Uniforme	9.1	7.9	5.4	9.3	8.5	10.3	9.9
		Adattiva	-12.0	-14.5	-16.4	-12.3	-13.4	-11.6	-12.0
		Multimodale	-4.8	-6.5	-8.7	-4.9	-5.5	-4.4	-4.7
	Registrati	Modale	-16.9	-19.3	-21.1	-17.2	-18.2	-16.5	-17.0
		Uniforme	3.0	1.8	-0.5	3.1	2.4	4.1	3.7
		Adattiva	-16.9	-19.3	-21.1	-17.2	-18.2	-16.5	-17.0
		Multimodale	-10.2	-11.7	-13.9	-10.2	-10.8	-9.8	-10.1
Generati	Generati	Modale	-12.0	-18.6	-17.6	-12.8	-15.0	-12.3	-12.0
		Uniforme	9.1	7.4	5.9	8.5	9.0	9.1	9.8
		Adattiva	-12.0	-18.6	-17.6	-12.8	-15.0	-12.3	-12.0
		Multimodale	-5.0	-10.3	-8.7	-6.7	-5.8	-4.4	-4.8
Registrati	Registrati	Modale	-17.3	-22.3	-20.8	-16.7	-17.4	-16.3	-17.0
		Uniforme	3.3	1.6	0.8	3.2	2.9	5.0	4.2
		Adattiva	-17.3	-22.3	-20.8	-16.7	-17.4	-16.3	-17.0
		Multimodale	-10.2	-12.2	-12.7	-10.4	-10.6	-9.7	-10.2

Tabella 8.3.3.III – Parametro e valutato per taglio alla base per il Modello Gamma

Modello Delta									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	-32.9	-35.8	-36.9	-33.6	-35.3	-32.1	-33.7
		Uniforme	-13.3	-14.2	-14.4	-13.6	-13.7	-12.9	-13.3
		Adattiva	-37.4	s.n.t.	-38.2	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	-26.8	-29.0	-30.2	-26.9	-28.2	-26.5	-27.0
	Registrati	Modale	-35.6	-38.4	-39.5	-36.2	-37.9	-34.8	-36.4
		Uniforme	-16.7	-17.6	-17.8	-17.1	-17.2	-16.4	-16.7
		Adattiva	-39.9	s.n.t.	-40.6	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	-29.7	-31.8	-33.0	-29.8	-31.1	-29.4	-29.9
Generati	Generati	Modale	-32.9	-35.1	-37.3	-33.7	-31.9	-32.2	-32.5
		Uniforme	-13.6	-14.2	-14.0	-13.7	-13.9	s.n.t.	-12.7
		Adattiva	-37.4	s.n.t.	-38.4	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	-26.8	-29.9	-31.5	-26.3	-26.6	-26.5	-26.2
Registrati	Registrati	Modale	-34.6	-37.5	-37.4	-36.1	-36.9	-35.7	-35.2
		Uniforme	-16.7	-17.4	-18.3	-16.2	-16.7	s.n.t.	-16.2
		Adattiva	-39.8	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.	s.n.t.
		Multimodale	-29.5	-29.6	-31.6	-29.3	-29.6	s.n.t.	s.n.t.

Tabella 8.3.3.VI – Parametro e valutato per taglio alla base per il Modello Delta

Modello Epsilon (+)									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	-0.7	-0.7	-1.0	-0.7	-0.7	-0.7	-0.7
		Uniforme	4.3	3.8	3.6	4.0	3.8	4.1	4.1
		Adattiva	-0.7	-0.7	-1.0	-0.7	-0.7	-0.7	-0.7
		Multimodale	1.8	1.8	0.8	1.8	1.8	1.8	1.8
	Registrati	Modale	-2.2	-2.2	-2.4	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2
		Uniforme	2.8	2.3	2.1	2.5	2.3	2.6	2.5
		Adattiva	-2.2	-2.2	-2.4	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2
		Multimodale	0.3	0.4	-0.6	0.3	0.4	0.3	0.3
Generati	Generati	Modale	-0.7	-0.7	1.0	-0.7	-0.7	-0.7	-0.7
		Uniforme	4.3	3.9	3.7	3.9	3.9	4.1	4.0
		Adattiva	-0.7	-0.7	1.0	-0.7	-0.7	-0.7	-0.7
		Multimodale	1.8	1.8	1.6	1.8	1.7	1.8	1.8
Registrati	Registrati	Modale	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2
		Uniforme	2.8	2.4	2.3	2.7	2.5	2.9	2.8
		Adattiva	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.1	-2.2
		Multimodale	0.3	0.4	-0.5	0.3	0.3	0.6	0.4

Tabella 8.3.3.V – Parametro e valutato per taglio alla base per il Modello Epsilon (+)

Modello Epsilon (-)									
Spettri	Storie di Accelerazione	Pushover	Massa Primo Modo Equivalente			Massa Primo Modo		Massa Totale	
			N2	A	B	A	B	A	B
Normativi	Generati	Modale	-3.1	-3.2	-3.8	-3.1	-3.1	-3.1	-3.1
		Uniforme	2.5	2.2	1.8	2.3	2.2	2.5	2.3
		Adattiva	-3.1	-3.1	-3.8	-3.1	-3.1	-3.1	-3.1
		Multimodale	-0.5	-0.7	-0.7	-0.6	-0.7	-0.6	-0.6
	Registrati	Modale	-2.2	-2.2	-2.4	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2
		Uniforme	2.8	2.3	2.1	2.5	2.3	2.6	2.5
		Adattiva	-4.5	-4.0	-3.0	-4.5	-4.5	-4.5	-4.5
		Multimodale	-3.4	-3.4	-3.7	-3.4	-3.4	-3.4	-3.4
Generati	Generati	Modale	-3.1	-3.2	-3.7	-3.2	-3.2	-3.1	-3.1
		Uniforme	2.5	2.2	2.2	2.3	2.3	2.4	2.4
		Adattiva	-3.1	-1.1	-1.6	-3.1	-1.2	-3.1	-3.1
		Multimodale	-2.0	-2.0	-2.4	-2.0	-2.0	-2.0	-2.0
Registrati	Registrati	Modale	-4.5	-4.6	-4.8	-4.5	-4.5	-4.4	-4.4
		Uniforme	1.0	0.8	0.7	1.0	0.9	1.3	1.1
		Adattiva	-4.5	-4.5	-2.7	-4.5	-4.5	-4.4	-4.4
		Multimodale	-3.4	-3.4	-3.7	-3.3	-3.4	-3.0	-3.2

Tabella 8.3.3.VI – Parametro e valutato per taglio alla base per il Modello Epsilon (-)

Nelle tabelle sopra riportate viene utilizzata la dicitura *Soluzione Non Trovata* con l'acronimo *s.n.t.* per quelle casistiche in cui non è possibile determinare la soluzione del problema solitamente imputabile a scarsa capacità strutturale (distribuzione laterale di forze particolarmente gravosa) che impedisce di trovare il punto di performance strutturale.

8.4. Considerazioni a priori sulla migliore distribuzione di forze laterali da impiegare

La distribuzione di forze laterali ha un ruolo primario nell’analisi pushover in quanto è, nell’analisi statica non lineare, lo strumento rappresentativo dell’effetto inerziale che il sisma ha sulle masse strutturali. A tale scopo si esegue una valutazione a priori, ossia, partendo dalla soluzione “convenzionalmente vera” scaturita dalla media dei risultati ottenuti dalle analisi time history, si stima quale sia, interpretando la curva di pushover, la distribuzione di forze laterali più adatta nello scopo. Per svolgere tale passaggio si procede come segue. Una volta fissata la soluzione “convenzionalmente vera”, si può determinare l’errore commesso ad ogni passo durante l’analisi pushover. In altre parole fissata la soluzione, espressa in termini di spostamenti o scorimenti di piano, si può calcolare l’errore ottenuto per il generico passo della pushover. Si indica con $k P_{push}^{(i)}$ il generico parametro P di risposta considerato (spostamento, scorrimento). Si indica inoltre con i l’i-esimo degli N piani e con k il k-esimo passo della pushover in esame. Il parametro $P_{time}^{(i)}$ è la medesima cosa ma riferita all’analisi time history. Ad ogni passo l’errore sopra introdotto vale

$$\Theta_k = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{k P_{push}^{(i)} - P_{time}^{(i)}}{P_{time}^{(i)}} \right)^2} \quad (8.3)$$

Una volta fissata la soluzione, determinata mediante l’uso di accelerogrammi generati o registrati, si può, per ogni caso di pushover, determinare K-valori tanti quanti sono i passi dell’analisi statica non lineare in esame. Il minimo valore ottenibile, calcolato mediante la relazione (8.4), rappresenta proprio la miglior approssimazione che l’analisi pushover può fornire ossia quella che può essere chiamata l’accuratezza della soluzione.

$$\Theta_0 = \min_{k=1 \dots K} \{ \Theta_k \} = \min_{k=1 \dots K} \left\{ 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{k P_{push}^{(i)} - P_{time}^{(i)}}{P_{time}^{(i)}} \right)^2} \right\} \quad (8.4)$$

Tale parametro inoltre è un utile riferimento e tale da poter essere confrontato con la soluzione determinata con le metodologie energetiche proposte nelle precedenti sezioni. Da Tabella 8.4.I a Tabella 8.4.VI seguenti sono proposti i risultati ottenuti per i vari casi di analisi fino a qui considerati.

Accuratezza Soluzione – Modello Alfa			
Storie di Accelerazione	Pushover	Spostamenti (%)	Scorimenti (%)
Generati	Modale	6.44	8.47
	Uniforme	0.83	9.10
	Adattiva	5.84	7.66
	Multimodale	7.44	5.85
Registrati	Modale	2.50	2.14
	Uniforme	3.14	16.26
	Adattiva	2.17	1.79
	Multimodale	4.29	6.30

Tabella 8.4.I – Errore per la migliore soluzione ottenuta dalla pushover per Modello Alfa

Accuratezza Soluzione – Modello Beta			
Storie di Accelerazione	Pushover	Spostamenti (%)	Scorrimenti (%)
Generati	Modale	3.17	2.48
	Uniforme	7.01	19.71
	Adattiva	2.19	1.59
	Multimodale	1.29	2.39
Registrati	Modale	1.93	2.71
	Uniforme	5.28	16.40
	Adattiva	1.60	2.51
	Multimodale	1.11	3.92

Tabella 8.4.II – Errore per la migliore soluzione ottenuta dalla pushover per Modello Beta

Accuratezza Soluzione – Modello Gamma			
Storie di Accelerazione	Pushover	Spostamenti (%)	Scorrimenti (%)
Generati	Modale	7.74	7.73
	Uniforme	10.63	30.20
	Adattiva	7.74	7.73
	Multimodale	3.00	9.87
Registrati	Modale	8.34	9.15
	Uniforme	15.72	36.43
	Adattiva	8.34	9.15
	Multimodale	2.79	11.79

Tabella 8.4.III – Errore per la migliore soluzione ottenuta dalla pushover per Modello Gamma

Accuratezza Soluzione – Modello Delta			
Storie di Accelerazione	Pushover	Spostamenti (%)	Scorrimenti (%)
Generati	Modale	13.41	19.42
	Uniforme	17.91	47.61
	Adattiva	18.37	25.72
	Multimodale	8.46	22.47
Registrati	Modale	18.93	19.92
	Uniforme	13.98	44.27
	Adattiva	27.80	29.19
	Multimodale	12.11	18.37

Tabella 8.4.IV – Errore per la migliore soluzione ottenuta dalla pushover per Modello Delta

Accuratezza Soluzione – Modello Epsilon (+)			
Storie di Accelerazione	Pushover	Spostamenti (%)	Scorimenti (%)
Generati	Modale	5.27	7.63
	Uniforme	6.22	27.68
	Adattiva	5.27	7.63
	Multimodale	2.44	10.12
Registrati	Modale	13.41	9.33
	Uniforme	12.32	30.38
	Adattiva	13.41	9.33
	Multimodale	8.11	2.75

Tabella 8.4.V – Errore per la migliore soluzione ottenuta dalla pushover per Modello Epsilon (+)

Accuratezza Soluzione – Modello Epsilon (-)			
Storie di Accelerazione	Pushover	Spostamenti (%)	Scorimenti (%)
Generati	Modale	3.52	24.57
	Uniforme	5.63	27.68
	Adattiva	3.52	24.57
	Multimodale	1.09	27.17
Registrati	Modale	3.11	19.67
	Uniforme	12.23	27.40
	Adattiva	3.11	19.67
	Multimodale	15.09	21.58

Tabella 8.4.VI – Errore per la migliore soluzione ottenuta dalla pushover per Modello Epsilon (-)

Si ricorda che quanto appena proposto nelle tabelle non fa uso dei metodi di analisi pushover (EC8-N2, Energy-A, Energy-B) ma è stato semplicemente fatto per avere un riferimento per quanto riguarda l'ordine di grandezza del minimo errore che si può commettere. In particolare questo si può vedere come l'attendibilità che si ha nel valutare la soluzione attraverso metodi di analisi statica non lineare in generale. Come noto, è molto difficile ed arduo, se non impossibile, rappresentare perfettamente gli effetti dinamici di un sisma mediante metodi statici, soprattutto se caratterizzati da una marcata componente anelastica. Tenuto conto anche dei risultati proposti nelle tabelle precedenti, non è a prescindere chiaro quale sia, in assoluto, la distribuzione più adatta tale da poter essere impiegata nelle analisi pushover.

8.5. Considerazioni sui parametri del metodo di analisi statica non lineare

Le metodologie basate su un approccio energetico hanno lo scopo di fornire una stima, valutata mediante l'analisi statica non lineare, della soluzione convenzionalmente vera fornita dall'analisi time history effettuata sullo stesso modello. A tal proposito si effettua un'indagine sul campione individuato (popolazione dei casi di pushover analizzati) per constatare le effettive migliori ottenute quando viene adottato un metodo di pushover basato su concetti energetici. Le valutazioni proposte derivano dalla lettura ragionata dei valori numerici dell'errore globale ε (in

termini di spostamento di piano, di scorrimento di piano e di taglio alla base) riportati in precedenza. Si osserva subito che la stima fornita dal singolo caso di analisi dipende dalla scelta di molteplici parametri. Questo porta ad avere, a livello generale, una dipendenza del parametro ε da vari fattori esprimibile in forma analitica come

$$\varepsilon = \varepsilon (\text{Spettri} | \text{Gruppo Acceler.} | \text{Forze Lateralı} | \text{Massa} | \text{Metodo}) \quad (8.5)$$

Il significato dei parametri che vanno fissati di volta in volta rimane chiaro se si fa riferimento a quanto proposto all'inizio del presente capitolo. Il parametro che quantifica l'errore diventa allora una funzione in più variabili e rimane ardua una sua rappresentazione in maniera compatta e sintetica. In virtù di questa difficoltà, all'inizio il modo di procedere adottato è stato quello, di volta in volta, di fissare gli N-1 parametri valutando poi la risposta al variare di quello in esame al fine di quantificarne l'influenza. Il passo successivo è stato poi quello di considerare i risultati scaturiti dalla combinazione dei vari parametri cercando la N-upla con il miglior grado di approssimazione. Infine lo scopo è stato quello di tentare di generalizzare quanto trovato.

8.6. Considerazioni sulla distribuzione di forze laterali

Le metodologie di pushover, in generale, prevedono l'applicazione di una distribuzione di forze laterali al fine di simulare l'effetto inerziale delle masse eccitate dall'input sismico. Nel presente studio sono state assunte, lo ricordiamo, quattro distribuzioni differenti: *Modale*, *Uniforme*, *Adattiva*, *Multimodale*. Per una migliore descrizione di tali configurazioni si rimanda alla specifica sezione. Si considera qui, in rimando a quanto illustrato prima, l'effetto portato dalla variazione del parametro indicato come *Forze Lateralı*.

Indagine della risposta basata sull'errore spostamento:

Nella tabella seguente sono proposti i casi di studio analizzati riportando, di volta in volta, la distribuzione che fornisce l'approssimazione migliore della soluzione al problema sismico. Il miglior grado di approssimazione è rappresentato proprio da un minore valore del parametro ε , valutato qui per lo spostamento di piano. A fianco di ogni colonna, in corsivo, è proposta anche la percentuale con cui si verifica un certo evento rispetto all'intera popolazione.

Modello	Distribuzione di Forze Lateralı							Numero Casi Analizzati	
	Modale		Uniforme		Adattiva		Multimodale		
Alfa	2	<i>7.1%</i>	13	<i>46.4%</i>	2	<i>7.1%</i>	12	<i>42.9%</i>	28
Beta	5	<i>17.9%</i>	7	<i>25.0%</i>	8	<i>28.6%</i>	9	<i>32.1%</i>	28
Gamma	18	<i>64.3%</i>	1	<i>3.6%</i>	15	<i>53.6%</i>	9	<i>32.1%</i>	28
Delta	11	<i>39.3%</i>	4	<i>14.3%</i>	3	<i>10.7%</i>	10	<i>35.7%</i>	28
Epsilon (+)	13	<i>46.4%</i>	3	<i>10.7%</i>	13	<i>46.4%</i>	2	<i>7.1%</i>	28
Epsilon (-)	9	<i>32.1%</i>	4	<i>14.3%</i>	15	<i>53.6%</i>	4	<i>14.3%</i>	28
Totale	58	<i>34.5%</i>	32	<i>19.0%</i>	56	<i>33.3%</i>	46	<i>27.4%</i>	168

Tabella 8.6.I – Valutazione dell'influenza della distribuzione delle forze laterali in termini di ε -spostamento

Per meglio leggere la tabella proposta ora, si faccia riferimento al seguente esempio. Si prendano in considerazione i casi di analisi effettuati sul modello denominato *Gamma*. Si fissano tutti gli altri parametri e si considera come variabile il tipo di forza orizzontale applicata. In pratica si fissa, di volta in volta, lo spettro di domanda sismica (*Normativi*, *Generati*, *Registrati*), la soluzione “convenzionalmente esatta” determinata con il gruppo di accelerogrammi (*Generati*, *Registrati*), la metodologia di pushover (*Metodo EC8-N2*, *Energy-A*, *Energy-B*) e la massa (*di primo modo equivalente*, *di primo modo, totale*) con cui scalare la curva di pushover al fine di ottenere la curva capacitiva. In totale si hanno 28 casi di analisi per modello per un totale complessivo di 168 casistiche di studio (28 casi per 6 modelli). Per continuare nell'esempio del modello detto, quando si fa uso di una distribuzione di forze laterale *Multimodale* si constata che questa risulta essere la migliore stima possibile (valutata con la pushover) in 9 casi su 28 ossia nel 32.1% delle situazioni. In tale maniera si può stimare in modo sintetico quale sia la migliore distribuzione di forze da adottare per avere la miglior soluzione possibile con le metodologie utilizzate. Si osserva invece che impiegare una distribuzione di forze laterali *Modale* porta ad avere la migliore soluzione nel 64.3% dei casi. Anche mediante l'impiego della distribuzione *Adattiva* si assiste ad una percentuale di successo del 53.6%. Al contrario si constata che adottare una distribuzione di forze di tipo *Uniforme* porta ad una scarsa approssimazione della risposta (solo 1 caso su 28). Come si può osservare immediatamente, la somma delle percentuali è maggiore del 100%. Questo apparente paradosso può essere spiegato con il fatto che può accadere che metodologie diverse portino al medesimo errore globale in termini di spostamento. In tale maniera si può assistere al fenomeno che diverse distribuzioni di forze, utilizzate in differenti metodologie, portino alla fine al medesimo errore. È importante precisare che non è detto che se l'errore globale ε è uguale per due casi diversi allora anche la configurazione degli spostamenti è la medesima. Tale uguaglianza può essere spiegata semplicemente ricordando l'espressione (8.1) del calcolo di detto parametro che ingloba in forma compatta un errore distribuito fra i vari piani.

Sfortunatamente non si assiste ad un trend definito passando da un modello all'altro. Anche quando il confronto è eseguito sull'intero campione si assiste a una distribuzione delle percentuali abbastanza uniforme tra le varie tipologie di carico laterale. Senza avere carattere di generalità, le configurazioni di forze *Modale* ed *Adattiva* sembrano meglio approssimare la deformata degli spostamenti della soluzione esatta. Questo risulta essere particolarmente vero per i modelli *Gamma* ed *Epsilon* (+). Risultato discordante si riscontra nel caso del modello *Alfa* in cui sembra essere la distribuzione *Uniforme* a dare la migliore soluzione

Indagine della risposta basata sull'errore scorrimento:

Considerazioni analoghe a quelle del paragrafo precedente possono essere fatte una volta che si assume come termine di paragone il fattore ε valutato per gli scorrimenti di piano. Nella tabella seguente sono proposti i valori numerici di quanto trovato. Dall'osservazione dei risultati proposti appare chiaro che quanto affermato nel caso della valutazione basata sull'errore spostamento viene ritrovato anche nell'indagine basata sull'errore scorrimento.

Come illustrato in precedenza, anche ragionando sull'errore in termini di scorrimento non è possibile a priori definire quale distribuzione di forze sia migliore.

Modello	Distribuzione di Forze Lateral							Numero Casi Analizzati	
	Modale		Uniforme		Adattiva		Multimodale		
Alfa	1	3.6%	16	57.1%	1	3.6%	12	42.9%	28
Beta	6	21.4%	10	35.7%	8	28.6%	6	21.4%	28
Gamma	20	71.4%	0	0.0%	18	64.3%	8	28.6%	28
Delta	17	60.7%	0	0.0%	3	10.7%	9	32.1%	28
Epsilon (+)	5	17.9%	0	0.0%	5	17.9%	24	85.7%	28
Epsilon (-)	15	53.6%	0	0.0%	12	42.9%	6	21.4%	28
Total	64	38.1%	26	15.5%	47	28.0%	65	38.7%	168

Tabella 8.6.II – Valutazione dell'influenza della distribuzione delle forze laterali in termini di ϵ -scorrimento

Indagine della risposta basata sull'errore taglio alla base:

La valutazione proposta si conclude prendendo come termine di paragone l'errore quantificato per il taglio alla base.

Modello	Distribuzione di Forze Lateral							Numero Casi Analizzati	
	Modale		Uniforme		Adattiva		Multimodale		
Alfa	0	0.0%	28	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	28
Beta	0	0.0%	28	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	28
Gamma	0	0.0%	17	60.7%	0	0.0%	11	39.3%	28
Delta	1	3.6%	26	92.9%	0	0.0%	1	3.6%	28
Epsilon (+)	13	46.4%	0	0.0%	13	46.4%	15	53.6%	28
Epsilon (-)	6	21.4%	8	28.6%	3	10.7%	11	39.3%	28
Total	20	11.9%	107	63.7%	16	9.5%	22.6	22.6%	168

Tabella 8.6.III – Valutazione dell'influenza della distribuzione forze laterali in termini di ϵ -taglio alla base

Al contrario di quanto trovato per spostamenti e scorrimento di piano, il confronto in termini errore calcolato sul taglio alla base porta ad avere tendenze più marcate. Nella maggior parte dei casi la distribuzione di forze laterali denominate come *Uniforme* porta ad avere una stima migliore rispetto alle altre configurazioni. Tale fenomeno è molto marcato per il modelli *Alfa*, *Beta* e *Delta*. Il modello *Gamma*, rimanendo comunque vero quanto appena detto per la distribuzione *Uniforme*, presenta invece una casistica non trascurabile in cui il caso *Multimodale* porta a valori migliori. Tale caratteristica viene persa per i modelli *Epsilon (+)* ed *Epsilon (-)*. Tale apparente incongruenza può essere spiegata con il fatto che i primi 4 modelli analizzati sono telai in cemento armato e che presentano una curva di pushover con un sensibile incrudimento. Al contrario, gli ultimi due sistemi (in realtà è il medesimo ma avendo considerando direzioni di spinta nei due versi) la soglia anelastica è marcatamente definita e praticamente costante poiché nel telaio in c.a. sono inseriti elementi di dissipazione aggiuntivi che garantiscono un taglio netto della sollecitazione ai piani e, quindi, anche del taglio alla base.

Valutazioni conclusive sull'influenza della scelta della distribuzione di forze laterali:

È qui importante osservare che le valutazioni appena fatte sono qualitative, ossia non tengono in conto in alcun modo del grado di approssimazione assoluto ma soltanto di quello relativo. In altre parole non è detto che se una certa di distribuzione di forze porta a dare la soluzione

migliore in un gran numero di casi, poi questa effettivamente è anche la soluzione migliore possibile. Basti pensare ad esempio al fatto che, tra tutti gli scenari proposti, la migliore soluzione potrebbe verificarsi soltanto una volta ed accompagnata da un valore bassissimo di errore mentre un'altra distribuzione potrebbe essere migliore in gran numero di volte ma sempre dando valori elevati di errore. Tale effetto è dovuto al fatto che il paragone qui riportato è di tipo relativo e non assoluto. Questo significa che alcune distribuzioni sono meglio di altre ma non le migliori, appunto, in assoluto. A tal proposito si possono qui richiamare i risultati ottenuti nelle discussioni riportate al paragrafo precedente per quanto concerne la migliore distribuzione di forze da applicare alla struttura.

Modello	Errore in spostamento		Errore in scorrimento	
	Con Soluzione per Accel. Generati	Con Soluzione per Accel. Registrati	Con Soluzione per Accel. Generati	Con Soluzione per Accel. Registrati
Alfa	<i>Uniforme</i>	<i>Adattiva</i>	<i>Multimodale</i>	<i>Adattiva</i>
Beta	<i>Multimodale</i>	<i>Multimodale</i>	<i>Adattiva</i>	<i>Adattiva</i>
Gamma	<i>Multimodale</i>	<i>Multimodale</i>	<i>Modale/Adattiva</i>	<i>Modale/Adattiva</i>
Delta	<i>Multimodale</i>	<i>Multimodale</i>	<i>Modale</i>	<i>Multimodale</i>
Epsilon (+)	<i>Multimodale</i>	<i>Multimodale</i>	<i>Modale/Adattiva</i>	<i>Multimodale</i>
Epsilon (-)	<i>Multimodale</i>	<i>Modale/Adattiva</i>	<i>Modale/Adattiva</i>	<i>Modale/Adattiva</i>
Totale	<i>Multimodale</i>	<i>Multimodale</i>	<i>Modale/Adattiva</i>	<i>Adattiva</i>

Tabella 8.6.IV – Valutazione della migliore distribuzione di forze laterali in termini di minimo ϵ -spostamento e ϵ -scorrimento (Θ_0) ottenibile mediante analisi pushover

Come si evince dalla Tabella 8.6.IV appena proposta, per la stima degli spostamenti di piano, l'adozione di una distribuzione di forze laterali di tipo *Multimodale* porta ad avere approssimazioni migliori in riferimento alle altre distribuzioni. Per gli scorrimenti invece si nota che risultano essere le distribuzioni *Modali* e/o *Adattive* a portare approssimazioni più accurate. C'è da far notare inoltre che le distribuzioni di forze appena dette, ossia le *Modali* e le *Adattive*, tendono a fornire risultati comparabili, specialmente quando la struttura tende ad avere il primo modo predominante rispetto a quelli superiori. Si constata poi che in molti casi la pushover effettuata con forze *Adattive* tende a far collassare, solitamente per straformazione in meccanismo, la struttura per spostamenti sensibilmente minori di quelli ottenuti nel caso *Modale*. Tale risultato lascia intendere che la distribuzione *Adattiva*, che ad ogni passo si valuta tenendo conto della deformata reale del sistema danneggiato, porta ad una condizione di carico più gravosa.

8.7. Considerazioni sulla metodologia di pushover basata sull'energia

Le metodologie di analisi statica non lineare, in generale, prevedono il trattamento della curva di pushover che poi verrà confrontata con la domanda sismica rappresentabile mediante spettri di risposta. Si rammenta che nel presente studio si sono adottate principalmente tre metodologie differenti di analisi statica non lineare. Il procedimento N2 proposto dall'Eurocodice 8 (EC8-N2) costituisce il termine di paragone rappresentando un metodo di comprovata validità a cui fare riferimento. La metodologia basata su di un approccio energetico invece si scinde in due sotto casistiche ossia il metodo A (Energy-A) ed il metodo B (Energy-B). Per valutare quale, a livello

qualitativo, sia il processo più attendibile, si effettua ancora un’indagine sul campione dei risultati ottenuti dalle analisi.

Indagine della risposta basata sull’errore spostamento:

Nella Tabella 8.7.I le indagini riportate sono riferite all’errore spostamento. Come si evince chiaramente dai risultati, la metodologia di pushover basata su di un approccio energetico porta a risultati migliori in tutti gli scenari analizzati. In aggiunta è possibile affermare che, da uno sguardo alle tabelle proposte sotto, la metodologie energetica nella sua variante *B* porta a risultati migliori nella maggioranza delle situazioni considerate. Questa asserzione rimane vera anche quando il confronto è fatto sulla casistica del singolo modello. Unica anomalia si osserva per il modello *Beta* in cui, nonostante il *Metodo B* porta a risultati migliori, quello EC8-N2 fornisce comunque una percentuale di successo non trascurabile. La tendenza globale e locale riscontrata, tenuto delle osservazioni appena fatte, è giustificabile semplicemente notando che il processo *A* rappresenta la prima forma della metodologia energetica, mentre il *Metodo B* è la consecutiva miglioria di questa.

Modello	Metodologie di Pushover						Numero Casi Analizzati
	EC8-N2		Energy-A		Energy-B		
Alfa	0	0.0	3	18.8%	13	81.3%	16
Beta	6	37.5%	2	12.5%	8	50.0%	16
Gamma	0	0.0%	7	43.8%	9	56.3%	16
Delta	4	25.0%	5	31.3%	7	43.8%	16
Epsilon (+)	0	0.0%	6	37.5%	10	62.5%	16
Epsilon (-)	0	0.0%	5	31.3%	11	68.8%	16
Totale	10	10.4%	28	29.2%	58	60.4%	96

Tabella 8.7.I – Valutazione dell’influenza della metodologia di analisi in termini di ε-spostamento

Indagine della risposta basata sull’errore scorrimento:

Nella Tabella 8.7.II sono riportate le indagini fatte sono qui riferite all’errore scorrimento. Come si evince chiaramente dai risultati, la metodologia di pushover basata su di un approccio energetico porta ancora a risultati migliori in tutti gli scenari analizzati. Valgono inoltre le considerazioni già fatte al punto precedente a cui si rimanda per una migliore illustrazione delle tendenze riscontrate.

Modello	Metodologie di Pushover						Numero Casi Analizzati
	EC8-N2		Energy-A		Energy-B		
Alfa	0	0.0%	3	18.8%	13	81.3%	16
Beta	0	0.0%	3	18.8%	13	81.3%	16
Gamma	0	0.0%	5	31.3%	11	68.8%	16
Delta	5	31.3%	4	25.0%	8	50.0%	16
Epsilon (+)	0	0.0%	1	6.3%	15	93.8%	16
Epsilon (-)	0	0.0%	2	12.5%	14	87.5%	16
Totale	5	5.2%	18	18.8%	74	76.3%	96

Tabella 8.7.II – Valutazione dell’influenza della metodologia di analisi in termini di ε-scorrimento

Indagine della risposta basata sull'errore taglio alla base:

Infine vengono qui riportate le indagini per valutare la bontà delle metodologie proposte basando il confronto sull'errore in termini di taglio alla base. Si assiste ad una tendenza opposta a quella constatata in precedenza, ossia sembra essere il metodo *A* a portare valori più attendibili. Va inoltre posta l'attenzione sul seguente aspetto. Dai dati ottenuti ci si trova di fronte ad un apparente paradosso. Per i modelli denominati come *Epsilon (+)* ed *Epsilon (-)* si assiste al fatto che i casi in cui i metodi energetici portano a risultati migliori sono in numero maggiore del 100%. Questo è causato dal fatto, come illustrato anche nella sezione precedente, che per tali modelli la soglia plastica della curva di pushover tende a diventare costante (orizzontale) e quindi le diverse metodologie portano praticamente allo stesso valore del taglio alla base. Accade allora che in uno scenario più metodologie diano lo stesso risultato, rimanendo impossibile definire quale sia la condizione più favorevole. Per quanto detto, appare chiaro che il taglio alla base rappresenta un parametro di controllo dell'errore rispetto alla soluzione convenzionalmente vera non troppo affidabile. Per tale motivo è preferibile dare maggior peso ai risultati espressi in termini di errore spostamento ed errore scorrimento di piano. È altresì vero che per i modelli da *Alfa* a *Delta*, in cui non si ha una soglia plastica costante ma si ha un incravramento della curva nel campo anelastico, il taglio alla base può ancora essere rappresentativo del comportamenti della struttura esaminata.

Modello	Metodologie di Pushover						Numero Casi Analizzati
	EC8-N2		Energy-A		Energy-B		
Alfa	4	25.0%	9	56.3%	4	25.0%	16
Beta	4	25.0%	12	75.0%	9	56.3%	16
Gamma	2	12.5%	10	62.5%	6	37.5%	16
Delta	5	31.4%	8	50.0%	4	25.0%	16
Epsilon (+)	9	56.3%	25	156.3%	23	143.8%	16
Epsilon (-)	7	43.8%	19	118.8%	18	112.5%	16
Totale	31	25.0%	83	56.3%	64	25.0%	96

Tabella 8.7.III – Valutazione dell'influenza della metodologia di analisi in termini di ϵ -taglio alla base*Valutazioni conclusive sull'influenza della scelta della metodologia di analisi:*

Come si evince chiaramente dai risultati, la metodologia di pushover basata su di un approccio energetico porta a risultati migliori praticamente in tutti gli scenari analizzati. Questa cosa rimane vera quando l'analisi delle casistiche è basata sull'errore espresso sia in termini di spostamento che di scorrimento. Quando è l'errore taglio alla base ad essere assunto come parametro di paragone, i responsi ottenuti tendono a perdere di affidabilità. In aggiunta è possibile affermare che, da uno sguardo alle tabelle sopra proposte, la metodologia energetica nella sua variante *B* porta a risultati migliori nella maggioranza delle situazioni considerate. Si può asseverare quindi che la metodologia energetica sembra essere uno strumento più potente nella valutazione della risposta dei sistemi sismo-resistenti rispetto alla convenzionale analisi pushover proposta dall'Eurocode8.

8.8 Considerazioni sulla massa partecipante nel trattamento della curva capacitiva

Come ampiamente spiegato nell'illustrazione delle procedure di analisi statica non lineare, la massa è un parametro necessario per poter “scalare” la curva di pushover al fine di ottenere alla curva capacitiva. Secondo il metodo EC8-N2, per poter passare dalla curva di pushover espressa come taglio alla base in funzione di uno spostamento di riferimento (qui baricentro dell'ultimo impalcato) alla curva di capacità, è necessario dividere entrambi i parametri per il fattore di partecipazione di primo modo Γ . Successivamente il taglio alla base, che ricordiamo risulta essere una forza, viene trasformata in pseudo-accelerazione dividendo appunto per la massa di primo modo equivalente m^* . Tale passaggio risulta essere necessario per rendere congruenti la risposta strutturale (curva capacitiva) con la domanda imposta dal sisma (spettri di risposta), potendo scrivere entrambi i termini di pseudo-accelerazione. Nella metodologia energetica a priori non è invece possibile dire quale sia il valore della massa da impiegare per passare dalla curva di pushover alla curva di capacità, qui entrambe espresse in termini pseudo-energia funzione dello spostamento equienergetico. Per tale ragione si vuol andare ad indagare l'influenza della scelta della massa nella stima della risposta strutturale. Si ricorda qui che i valori della massa assunti sono: (i) la massa di primo modo equivalente m^* secondo il metodo N2 dell'Eurocodice; (ii) la massa partecipante di primo modo m_1 valutata attraverso un'analisi modale del sistema; (iii) la massa totale della struttura m_{tot} . Nel proseguo le valutazioni fatte, confrontando le varie casistiche presentatesi, fanno riferimento soltanto alle metodologie energetiche in quanto nel metodo EC8-N2 la massa è univocamente definita dalla Norma stessa (pari a m^*).

Indagine della risposta basata sull'errore spostamento:

Per quanto detto sopra ed effettuando i confronti in termini di errore spostamento, si hanno i risultati proposti nelle Tabelle 8.8.I e 8.8.II sotto. Dai risultati proposti salta subito all'occhio che, sia per il *Metodo A* che per il *B*, utilizzare la massa partecipante equivalente così come proposta dall'Eurocodice 8 nel metodo N2 porta sempre a risultati migliori. Il beneficio risulta essere più marcato per il *Metodo A* mentre nella *Metodologia B* anche l'utilizzo della massa partecipante di primo modo scaturita dall'analisi modale porta ad un numero di casi positivi non trascurabile. Appare invece evidente che quando è la massa totale ad essere usata come fattore di scala della curva capacitativa energetica, si arriva sempre ai risultati peggiori. Tale risultato suggerisce di evitare di assumere la massa totale nelle computazioni.

Modello	Metodo Energetico A					Numero Casi Analizzati	
	Massa Equiv.te m^*	Massa Primo m_1	Massa Totale m_{tot}				
Alfa	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Beta	10	62.5%	6	37.5%	0	0.0%	16
Gamma	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Delta	10	62.5%	2	12.5%	0	0.0%	16
Epsilon (+)	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Epsilon (-)	14	87.5%	2	12.5%	0	0.05	16
Totali	82	85.4%	10	10.4%	0	0.0%	96

Tabella 8.8.I – Valutazione dell'influenza della massa efficace in termini di ε-spostamento (*Metodo A*)

Modello	Metodo Energetico B					Numero Casi Analizzati	
	Massa Equiv.te m^*		Massa Primo m_1	Massa Totale m_{tot}			
Alfa	11	68.8%	5	31.3%	0	0.0%	16
Beta	8	50.0%	4	25.0%	4	25.0%	16
Gamma	11	68.8%	5	31.3%	0	0.0%	16
Delta	10	62.5%	3	18.8%	2	12.5%	16
Epsilon (+)	11	68.8%	5	31.3%	0	0.0%	16
Epsilon (-)	9	56.3%	7	43.8%	0	0.0%	16
Totale	60	62.5%	29	30.2%	6	6.3%	96

Tabella 8.8.II – Valutazione dell'influenza della massa efficace in termini di ϵ - spostamento (Metodo B)

Altro risultato importante che può essere qui estrapolato consiste nel fatto che, nonostante il comportamento fortemente anelastico delle strutture qui analizzate, la massa “efficace” che partecipa alla risposta sismica tende comunque essere dell'ordine di grandezza di quella partecipante della prima forma modale. Tale risultato mostra in modo piuttosto chiaro che, durante l'evento sismico, non viene ragionevolmente mai mobilitata tutta la massa complessiva della struttura ma, al contrario, tendono ad essere significativi per la risposta soltanto i modi di vibrare principali (solitamente il primo in misura maggiore ed il secondo).

Indagine della risposta basata sull'errore scorrimento:

Risultati analoghi si possono derivare dai dati proposti nelle seguenti 2 tabelle mediante la lettura della miglior risposta in termini di errore scorrimento. Come di evince dai valori numerici proposti in Tabella 8.8.III e in Tabella 8.8.IV, anche le percentuali proposte tendono ad essere confrontabili con i risultati ottenuti nel caso in cui il parametro di confronto era l'errore spostamento, a cui si rimanda per una migliore interpretazione di quanto ottenuto facendo affidamento su tale parametro di errore.

Modello	Metodo Energetico A					Numero Casi Analizzati	
	Massa Equiv.te m^*		Massa Primo m_1	Massa Totale m_{tot}			
Alfa	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Beta	9	56.3%	3	18.8%	4	25.0%	16
Gamma	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Delta	7	43.8%	6	37.5%	0	0.0%	16
Epsilon (+)	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Epsilon (-)	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Totale	80	83.3%	9	9.4%	4	4.2%	96

Tabella 8.8.III – Valutazione dell'influenza della massa efficace in termini di ϵ -scorrimento (Metodo A)

Modello	Metodo Energetico B					Numero Casi Analizzati	
	Massa Equiv.te m^*	Massa Primo m_1	Massa Totale m_{tot}				
Alfa	11	68.8%	4	25.0%	1	6.3%	16
Beta	6	37.5%	5	31.3%	5	31.3%	16
Gamma	9	56.3%	7	43.8%	0	0.0%	16
Delta	6	37.5%	5	31.3%	4	25.0%	16
Epsilon (+)	16	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	16
Epsilon (-)	15	93.8%	1	6.3%	0	0.0%	16
Totale	63	65.6%	22	22.9%	10	10.4%	96

 Tabella 8.8.IV – Valutazione dell'influenza della massa efficace in termini di ϵ -scorrimento (Metodo B)

Indagine della risposta basata sull'errore taglio alla base:

Per concludere l'indagine, si analizza infine l'errore espresso in termini di taglio alla base. I valori numerici scaturiti sono proposti nelle tabelle seguenti, avendo ancora differenziato tra la *Metodologia A* e quella *B*.

Modello	Metodo Energetico A					Numero Casi Analizzati	
	Massa Equiv.te m^*	Massa Primo m_1	Massa Totale m_{tot}				
Alfa	2	12.5%	6	37.5%	11	68.8%	16
Beta	6	37.5%	3	18.8%	7	43.8%	16
Gamma	4	25.0%	0	0.0%	12	75.0%	16
Delta	4	25.0%	8	50.0%	12	75.0%	16
Epsilon (+)	13	81.3%	12	75.0%	11	68.8%	16
Epsilon (-)	10	62.5%	6	37.5%	10	62.5%	16
Totale	39	40.6%	35	36.5%	63	65.6%	96

 Tabella 8.8.V – Valutazione dell'influenza della massa efficace in termini di ϵ -taglio alla base (Metodo A)

Modello	Metodo Energetico B					Numero Casi Analizzati	
	Massa Equiv.te m^*	Massa Primo m_1	Massa Totale m_{tot}				
Alfa	0	0.0%	2	12.5%	14	87.5%	16
Beta	4	25.0%	5	31.3%	9	56.3%	16
Gamma	4	25.0%	0	0.0%	12	75.0%	16
Delta	4	25.0%	3	18.8%	11	68.8%	16
Epsilon (+)	8	50.0%	9	56.3%	9	56.3%	16
Epsilon (-)	6	37.5%	9	56.3%	9	56.3%	16
Totale	26	27.1%	28	29.2%	64	66.7%	96

 Tabella 8.8.VI – Valutazione dell'influenza della massa efficace in termini di ϵ -taglio alla base (Metodo B)

Nella Tabella 8.8.V, ossia quella riferita al *Metodo A*, si osserva che andando a prendere il campione globale degli eventi non si può dire con sicurezza quale sia la scelta migliore della massa essendo i valori percentuale confrontabili. Tale trend si ritrova anche per ogni singolo modello considerato. Al contrario, facendo riferimento alla Tabella 8.8. VI, nel *Metodo B* si assiste ad una

tendenza più marcata che sembra preferire l'uso della massa totale. Si osservi comunque che, come detto già più volte in precedenza, il taglio alla base costituisce un termine di paragone meno affidabile rispetto ad uno basato sugli spostamenti e/o gli scorrimenti di piano. Inoltre, in virtù anche dei risultati numerici espressi come errore percentuale globale e valutati per ogni singolo caso, la discrepanza ottenuta con le varie metodologie porta abbastanza frequentemente a valori paragonabili e la differenza tra le varie casistiche non è poi così marcata. Questa osservazione rende ancora più valida l'ipotesi di fare più che altro riferimento all'errore spostamento e all'errore scorrimenti nella valutazione della migliore risposta.

Valutazioni conclusive sull'influenza della scelta della massa effettiva:

Come nota finale si può dire che la massa di primo modo equivalente, cioè quella introdotta dalla metodologia EC8-N2, sembra portare a stime più attendibili in un numero considerevole di casi. Questo è vero nel caso di indagine basato sull'errore spostamento. Rimane altresì vero nel caso in cui sia l'errore scorrimento ad essere preso come termine di paragone. Le indicazioni proposte dall'errore sottoforma di taglio alla base, per quanto detto prima, risultano essere meno attendibili, non indicando in maniera precisa quale sia la massa efficace da impiegare nelle analisi.

8.9. Considerazioni sulla migliore metodologia adottata

In conclusione dell'analisi ragionata delle casistiche indagate per la valutazione di quale sia la procedura di pushover più affidabile da perseguire, si cerca di dedurre, analizzando i vari scenari che si presentano, quale metodo risulta essere in assoluto il migliore. Si ricorda che nei paragrafi precedenti la comparazione era fatta in termini relativi ossia confrontando casistiche compatibili tra loro, semplicemente valutando quale era la migliore e quale la peggiore, non andando mai comunque a valutare poi se il miglior risultato era soddisfacente da un punto di vista prettamente numerico. In altre parole poteva accadere che un caso di analisi si presentava migliore (confronto relativo) rispetto ad un altro ma che lo stesso poi forniva una stima della risposta molto lontana dalla soluzione convenzionalmente vera fornita dalle analisi time history. Eseguendo il confronto tra i valori numerici a livello generale, occorre qui soltanto fissare il caso di analisi ossia si fissa soltanto lo spettro di risposta sismica (*Normativi, Generati, Registrati*) e il gruppo di accelerogrammi per la valutazione della soluzione “vera”. Questo porta a soltanto 4 casi di analisi per ogni modello. Nonostante il numero non elevato di casi indagati, tale confronto è maggiormente significativo poiché definisce quale, tra tutte le possibili scelte, risulta la più attendibile.

8.9.1. Indagine della risposta basata sull'errore spostamento

Nella Tabella 8.9.1.I è proposto un prospetto sintetico dei risultati quando l'indagine dell'influenza dei vari parametri sulla stima della soluzione viene effettuata soltanto sulle migliori soluzioni trovate, avendo utilizzato l'errore spostamento come base per i confronti. In particolare, dando uno sguardo ai dati proposti, sembra essere la distribuzione *Multimodale* la configurazione di forze laterali da applicare alla struttura per avere una migliore stima della soluzione vera. Questo risultato è inoltre supportato da quanto riportato in Tabella 8.9.1.II, dove l'attenzione è stata focalizzata soltanto sulla distribuzione di forze. I dati riportati, che fanno

riferimento alla Tabella 8.9.1.I, sono stati valutati sia per il singolo modello che sull'intero database.

Modello	Spettro di Domanda / Gruppo di Accelerogrammi	Caso di analisi Pushover		
		Distribuzione Forze Lateralı	Metodo di Pushover	Massa Efficace nella Risposta
Alfa	Normativi / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo
	Generati / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
Beta	Normativi / Generati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Modale	EC8-N2	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Adattiva	EC8-N2	Primo Modo Equiv.te
Gamma	Normativi / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Multimodale	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Multimodale	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Multimodale	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
Delta	Normativi / Generati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo
	Normativi / Registrati	Uniforme	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Modale	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Uniforme	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
Epsilon (+)	Normativi / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo
	Generati / Generati	Modale/ Adattiva	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Multimodale	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
Epsilon (-)	Normativi / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Adattiva	Energy-B	Primo Modo
	Generati / Generati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Multimodale	Energy-A	Primo Modo Equiv.te

Tabella 8.9.1.I – Valutazione della metodologia più affidabile in termini di ε-spostamento

Modello	Distribuzione di Forze Lateralı							Numero Casi Analizzati	
	Modale		Uniforme		Adattiva		Multimodale		
Alfa	0	0.0%	2	50.0%	0	0.0%	2	50.0%	4
Beta	1	25.0%	1	25.0%	1	25.0%	1	25.0%	4
Gamma	0	0.0%	1	25.0%	0	0.0%	3	75.0%	4
Delta	1	25.0%	2	50.0%	0	0.0%	1	25.0%	4
Epsilon (+)	1	25.0%	2	50.0%	0	0.0%	2	50.0%	4
Epsilon (-)	0	0.0%	1	25.0%	1	25.0%	2	50.0%	4
Totale	3	12.5%	9	37.5%	2	8.3%	11	45.8%	24

Tabella 8.9.1.II – Valutazione della distribuzione di forze laterali più affidabile in termini di ε-spostamento

Successivamente si va ad indagare su quale sia la metodologia più affidabile nella valutazione della risposta sismica del sistema. Sempre facendo riferimento alla Tabella 8.9.1.I, si estrapolano i risultati per quanto concerne la metodologia e proposti in Tabella 8.9.1.III.

Modello	Metodo di Pushover						Numero Casi Analizzati
	EC8-N2		Energy-A		Energy-B		
Alfa	0	0.0%	0	0.0%	4	100.0%	4
Beta	2	50.0%	0	0.0%	2	50.0%	4
Gamma	0	0.0%	3	75.0%	1	25.0%	4
Delta	0	0.0%	3	75.0%	1	25.0%	4
Epsilon (+)	0	0.0%	1	25.0%	3	75.0%	4
Epsilon (-)	0	0.0%	1	25.0%	3	75.0%	4
Totale	2	8.3%	8	33.3%	14	58.3%	24

Tabella 8.9.1.III – Valutazione del metodo di pushover più affidabile in termini di ε-spostamento

Dalle percentuali ricavate indicate in Tabella 8.9.1.III è immediato osservare che la metodologia denominata *Metodo B* porta ad avere l'approssimazione migliore nella maggior parte dei casi. È da osservare che se il paragone è effettuato sul singolo modello, la *Metodologia A* per alcune situazioni costituisce il metodo ragionevolmente migliore (*Gamma, Delta*). È comunque messa in chiara evidenza che le metodologie di analisi statica non lineare basate su criteri energetici rappresentano ancora uno strumento più affidabile per la corretta valutazione della risposta del sistema eccitato da azioni sismiche.

L'indagine, sempre in termini di errore spostamento, si conclude eseguendo valutazioni sul valore della massa da adottare adottare nella riduzione della curva di pushover. I risultati sono riportati sinteticamente in Tabella 8.9.1.IV.

Modello	Massa Effettiva						Numero Casi Analizzati
	Primo Modo Equivalente		Primo Modo		Totale		
Alfa	3	75.0%	1	25.0%	0	0.0%	4
Beta	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	4
Gamma	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	4
Delta	3	75.0%	1	25.0%	0	0.0%	4
Epsilon (+)	3	75.0%	1	25.0%	0	0.0%	4
Epsilon (-)	3	75.0%	1	25.0%	0	0.0%	4
Totale	20	83.3%	4	16.7%	0	0.0%	24

Tabella 8.9.1.IV – Valutazione della scelta della massa più affidabile in termini di ε-spostamento

Si constata che la scelta più ragionevole, risultati alla mano, è quella di adottare come massa effettiva nelle metodologie di analisi pushover la massa di primo modo equivalente m^* calcolata come indicato nel metodo EC8-N2. È immediato verificare che la massa totale, in accordo con quanto affermato prima, non porta mai a soluzioni accettabili, il ché lascia suggerire di escludere praticamente a priori il suo utilizzo. Questo risultato lascia intendere che, anche per strutture che rispondo in campo non lineare, la componente dinamica elastica (modi di vibrazione) ha una sensibile influenza sulla risposta del sistema.

È ora interessante andate a valutare, dal punto di vista statistico, quale combinazione di scelta dei parametri porta a il maggior numero di casi positivi. L'indagine svolta è proposta sinteticamente nella Tabella 8.9.1.V.

Parametri Fissati			Riprova Analisi Pushover		
Distribuzione di Forze	Metodo di Pushover	Massa Efficace	Casi Positivi	Campione Totale	
Modale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-A	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-B	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
Uniforme	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-A	Primo Modo Eq.	2	8.3%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-B	Primo Modo Eq.	6	25.0%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
Adattiva	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-A	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-B	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
“	“	Primo Modo	1	4.2%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
Multimodale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-A	Primo Modo Eq.	5	20.8%	24
“	“	Primo Modo	0	0.0%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24
“	Energy-B	Primo Modo Eq.	3	12.5%	24
“	“	Primo Modo	3	12.5%	24
“	“	Totale	0	0.0%	24

Tabella 8.9.V – Riprova delle scelte metodologiche in termini di ε -spostamento

Dai valori percentuale della Tabella 8.9.1.V è possibile stilare una sorta di graduatoria dei dati ottenuti al fine di avere una stima qualitativa di quale sia effettivamente il procedimento da seguire per una corretta interpretazione della risposta sismica dei sistemi analizzati. Nella successiva Tabella 8.9.1.VI è proposta detta graduatoria tenuto conto soltanto dei valori numerici significativi ai fini statistici. Per i casi non riportati in tabella significa che tale combinazione di parametri non ha mai portato a trovare la migliore stima della soluzione.

Parametri Fissati			Riprova Analisi Pushover		
Distribuzione di Forze	Metodo di Pushover	Massa Efficace	Casi Positivi		Campione Totale
Uniforme	Energy-B	Primo Modo Eq.	6	25.0%	24
Multimodale	Energy-A	Primo Modo Eq.	5	20.8%	24
Multimodale	Energy-B	Primo Modo Eq.	3	12.5%	24
Multimodale	Energy-B	Primo Modo	3	12.5%	24
Uniforme	Energy-A	Primo Modo Eq.	2	8.3%	24
Modale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
Modale	Energy-A	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
Modale	Energy-B	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
Adattiva	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
Adattiva	Energy-B	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
Adattiva	Energy-B	Primo Modo	1	4.2%	24

Tabella 8.9.1.VI – Indagine sulla migliore procedura di analisi in termini di ε -spostamento

Da quanto proposto in Tabella 8.9.1.VI, si vede che la scelta di una pushover con distribuzione di forze *Uniforme*, facendo uso del metodo *Energy-B* ed adottando la *Massa di primo modo equivalente m^** si perviene al maggior numero di casi in cui tale combinazione fornisce una stima migliore della soluzione convenzionalmente vera. Subito dopo si vede che, con un numero di eventi paragonabile (5 conto i 6 di prima), adottare la metodologia caratterizzata da una distribuzione *Multimodale*, dal metodo *Energy-A* ed ancora dalla *Massa di primo modo equivalente m^** porta ancora ad ottenere buone stime della risposta. Soltanto al terzo posto troviamo la combinazione costituita dalla distribuzione *Multimodale* con il metodo *Energy-B* e la *Massa di primo modo equivalente m^** . Si osservi che, prese singolarmente, tali opzioni portavano al massimo numero di eventi positivi. Al contrario, la loro combinazione non necessariamente ha portato ad individuare la migliore metodologia possibile. Resta comunque chiaro dalla lettura di tutti i risultati fino a qui proposti che stime migliori della risposta sono fornite quando sono impiegati i metodi basati sull'approccio energetico e si utilizza la massa di primo modo equivalente nella riduzione della curva per passare da quella di pushover (energetica) a quella capacitiva (energetica).

8.9.2. Indagine della risposta basata sull'errore scorrimento di piano

Si va ora, come fatto in precedenza, ad analizzare le varie metodologie basando il confronto sull'errore scorrimento di piano. Nella Tabella 8.9.2.I seguente è proposto un prospetto sintetico dei risultati indicati. I criteri adottati per compilare detta tabella sono i medesimi adottati nel paragrafo precedente.

Seguendo il procedimento di valutazione utilizzato in precedenza, se l'indagine dell'influenza dei vari parametri viene stavolta effettuata ancora sulle migliori soluzioni trovate, si assiste alla seguente distribuzione proposta in Tabella 8.9.2.II. In particolare, utilizzando ancora l'errore scorrimento come parametro di confronto e per il campione analizzato, sembra essere la distribuzione *Multimodale* la configurazione di forze laterali da applicare alla struttura per avere una migliore stima della soluzione vera. Anche quelle *Modale*, ed in percentuale minore, *Adattiva* portano comunque un numero di eventi non trascurabile. Questo risultato conferma quanto già trovato quando il paragone era fatto in termini di errore spostamento. È poi da ricordare che, e

questo risulta essere particolarmente vero per edifici in cui il primo modo di vibrare governa in maniera sostanziale la risposta del sistema, le distribuzioni di forze Modale, Adattiva e Multimodale tendono a dare stime comparabili. Di contro, maggiore è il numero dei piani della struttura, maggiore è l'influenza dei modi superiori che intervengono nella risposta globale, tendendo a marcire maggiormente la differenza nella stima tra il caso Multimodale e quelle Modale/Adattivo.

Modello	Spettro di Domanda / Gruppo di Accelerogrammi	Caso di analisi Pushover		
		Distribuzione Forze Lateralı	Metodo di Pushover	Massa Efficace nella Risposta
Alfa	Normativi / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo
	Generati / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
Beta	Normativi / Generati	Adattiva	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Adattiva	Energy-B	Totale
	Generati / Generati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Mod./Adatt./Multim.	Energy-B	Primo Modo
Gamma	Normativi / Generati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Modale/Adattiva	Energy-B	Primo Modo
	Generati / Generati	Modale/Adattiva	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Modale/Adattiva	Energy-B	Primo Modo
Delta	Normativi / Generati	Modale	Energy-B	Totale
	Normativi / Registrati	Multimodale	Energy-B	Totale
	Generati / Generati	Modale	Energy-A	Pr. M. Equiv./Pr. M.
	Registrati / Registrati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo
Epsilon (+)	Normativi / Generati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Multimodale	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Modale/Adattiva	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
Epsilon (-)	Normativi / Generati	Modale/Adattiva	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Modale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Multimodale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Modale	Energy-B	Primo Modo Equiv.te

Tabella 8.9.2.I – Valutazione della metodologia più affidabile in termini di ε-scorrimento

Modello	Distribuzione di Forze Lateralı							Numero Casi Analizzati	
	Modale		Uniforme		Adattiva		Multimodale		
Alfa	0	0.0%	2	50.0%	0	0.0%	2	50.0%	4
Beta	1	25.0%	0	0.0%	3	75.0%	2	50.0%	4
Gamma	3	75.0%	0	0.0%	3	75.0%	1	25.0%	4
Delta	2	50.0%	0	0.0%	0	0.0%	2	50.0%	4
Epsilon (+)	1	25.0%	0	0.0%	1	25.0%	3	75.0%	4
Epsilon (-)	3	75.0%	0	0.0%	1	25.0%	1	25.0%	4
Totalle	10	41.7%	2	8.3%	8	33.3%	11	45.8%	24

Tabella 8.9.2.II – Valutazione della distribuzione di forze laterali più affidabile in termini di ε-scorrimento

Successivamente si va ad indagare su quale sia la metodologia più affidabile nella valutazione della risposta sismica del sistema. I risultati trovati sono proposti nella Tabella 8.9.2.III seguente e facenti riferimento ancora all'errore scorrimento di piano.

Modello	Metodo di Pushover						Numero Casi Analizzati
	EC8-N2		Energy-A		Energy-B		
Alfa	0	0.0%	0	0.0%	4	100.0%	4
Beta	0	0.0%	0	0.0%	4	100.0%	4
Gamma	0	0.0%	1	75.0%	3	25.0%	4
Delta	0	0.0%	1	75.0%	3	25.0%	4
Epsilon (+)	0	0.0%	1	75.0%	3	25.0%	4
Epsilon (-)	0	0.0%	0	0.0%	4	100.0%	4
Totale	0	0.0%	3	12.5%	21	87.5%	24

Tabella 8.9.2.III – Valutazione del metodo di pushover più affidabile in termini di ϵ -scorrimento

Dalle percentuali ricavate sopra è immediato osservare che la metodologia denominata *Metodo B* porta ad avere l'approssimazione migliore nella maggior parte dei casi. È da osservare che se il paragone è effettuato sul singolo modello, la *Metodologia A* per alcune situazioni costituisce il metodo ragionevolmente migliore (*Gamma, Delta, Epsilon +*). È ancora una volta messo in evidenza che le metodologie di analisi statica non lineare basate su concetti energetici rappresentano ancora uno strumento più affidabile per la corretta valutazione della risposta del sistema eccitato da azioni sismiche.

Infine si va a proporre il risultato dell'indagine in riferimento alla massa adottata nella riduzione della curva di pushover. I risultati sono proposti in Tabella 8.9.2.IV sottostante.

Modello	Massa Effettiva						Numero Casi Analizzati
	Primo Modo Equivalente		Primo Modo		Totale		
Alfa	3	75.0%	1	25.0%	0	0.0%	4
Beta	2	50.0%	1	25.0%	1	25.0%	4
Gamma	2	50.0%	2	50.0%	0	0.0%	4
Delta	0	0.0%	1	25.0%	2	50.0%	4
Epsilon (+)	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	4
Epsilon (-)	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	4
Totale	15	62.5%	5	20.8%	3	12.5%	24

Tabella 8.9.2.IV – Valutazione della scelta della massa più affidabile in termini di ϵ -scorrimento

Si constata che la scelta più ragionevole, risultati alla mano, è quella di adottare come massa effettiva nelle metodologie di analisi pushover la massa di primo modo equivalente m^* calcolata come indicato nel metodo EC8-N2. Non si può escludere a priori l'uso della massa modale partecipante di primo modo ne tantomeno quella totale. Da notare che questo è particolarmente vero per il modello *Delta*, che risulta avere un numero elevato di piani (10). Una ragionevole interpretazione del fenomeno è che quando i modi superiori diventano significativi nella risposta globale del sistema, anche la massa efficace eccitata tende ad essere maggiore di quella relativa al solo primo modo.

È ora interessante andate a valutare, dal punto di vista statistico, quale combinazione di scelta dei parametri porta a il maggior numero di casi positivi proprio come fatto nel caso dell'errore spostamento. L'indagine svolta è proposta sinteticamente nella Tabella 8.9.2V successiva.

Parametri Fissati			Riprova Analisi Pushover		
Distribuzione di Forze	Metodo di Pushover	Massa Efficace	Casi Positivi		Campione Totale
Modale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-A	Primo Modo Eq.	2	8.3%	24
"	"	Primo Modo	1	4.2%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-B	Primo Modo Eq.	5	20.8%	24
"	"	Primo Modo	2	8.3%	24
"	"	Totale	1	4.2%	24
Uniforme	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-A	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-B	Primo Modo Eq.	2	8.3%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
Adattiva	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-A	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-B	Primo Modo Eq.	3	12.5%	24
"	"	Primo Modo	3	12.5%	24
"	"	Totale	1	4.2%	24
Multimodale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-A	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
"	"	Primo Modo	0	0.0%	24
"	"	Totale	0	0.0%	24
"	Energy-B	Primo Modo Eq.	6	25.0%	24
"	"	Primo Modo	3	12.5%	24
"	"	Totale	1	4.2%	24

Tabella 8.9.2.V – Riprova delle scelte metodologiche in termini di ε -scorrimento

Dai dati numerici è possibile ancora stilare una sorta di graduatoria di quanto ottenuto al fine di avere una stima qualitativa di quale sia effettivamente il procedimento da seguire per una corretta

interpretazione della risposta sismica dei sistemi analizzati. Anche in questo caso non sono stati riportate le combinazioni dei parametri di scelta che non hanno mai portato ad alcun caso positivo.

Parametri Fissati			Riprova Analisi Pushover		
Distribuzione di Forze	Metodo di Pushover	Massa Efficace	Casi Positivi		Campione Totale
Multimodale	Energy-A	Primo Modo Eq.	6	25.0%	24
Modale	Energy-B	Primo Modo Eq.	5	20.8%	24
Adattiva	Energy-A	Primo Modo Eq.	3	12.5%	24
Adattiva	Energy-A	Primo Modo	3	12.5%	24
Multimodale	Energy-A	Primo Modo	3	12.5%	24
Modale	Energy-A	Primo Modo Eq.	2	8.3%	24
Modale	Energy-B	Primo Modo	2	8.3%	24
Uniforme	Energy-A	Primo Modo Eq.	2	8.3%	24
Modale	Energy-A	Primo Modo	1	4.2%	24
Modale	Energy-B	Totale	1	4.2%	24
Adattiva	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
Adattiva	Energy-B	Totale	1	4.2%	24
Multimodale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	4.2%	24
Multimodale	Energy-A	Totale	1	4.2%	24

Tabella 8.9.2.VI – Riprova delle scelte metodologiche in termini di ε -scorrimento

Da quanto proposto in Tabella 8.9.2.VI precedente, si vede che la scelta di una pushover con distribuzione di forze *Multimodale*, facendo uso del metodo *Energy-A* ed adottando la *Massa di primo modo equivalente m^** porta al maggior numero di casi in cui tal combinazione fornisce una stima migliore della soluzione convenzionalmente vera. Subito dopo si vede che, con un numero di eventi paragonabile (5 conto i 6 di prima), adottare la metodologia caratterizzata da una distribuzione *Modale*, dal metodo *Energy-B* ed ancora dalla *Massa di primo modo equivalente m^** porta ancora ad ottenere buone stime della risposta. Si noti che non troviamo mai la combinazione costituita dalla distribuzione *Multimodale* con il metodo *Energy-B* e la *Massa di primo modo equivalente m^** , ossia quella combinazione che si troverebbe se si considerassero separatamente le influenze dei singoli parametri di scelta. Si osservi che, prese singolarmente, tali opzioni portavano al massimo numero di eventi positivi. Al contrario, la loro combinazione non necessariamente ha portato ad individuare la migliore metodologia possibile. Resta comunque chiaro dalla lettura di tutti i risultati fino a qui proposti che stime migliori della risposta sono fornite, in cui la comparazione è fatta in termini di errore scorrimento, quando sono impiegati i metodi basati sull'approccio energetico e si utilizza la massa di primo modo nella riduzione della curva per passare da quella di pushover (energetica) a quella capacitiva (energetica).

8.9.3. Indagine della risposta basata sull'errore taglio alla base

Infine si paragonano le varie metodologie ma stavolta basando il confronto sull'errore taglio alla base. Nella Tabella 8.9.3.I seguente è proposto un prospetto sintetico dei risultati indicati avendo adottato ancora il metodo di procedere seguito in precedenza. In detta tabella l'analisi del campione statistico è fatta modello per modello.

Modello	Spettro di Domanda / Gruppo di Accelerogrammi	Caso di analisi Pushover		
		Distribuzione Forze Lateralı	Metodo di Pushover	Massa Efficace nella Risposta
Alfa	Normativi / Generati	Uniforme	EC8-N2/Energy-A	Pr. M. Equiv./Pr. M.
	Normativi / Registrati	Uniforme	Energy-B	Totale
	Generati / Generati	Uniforme	Energy-B	Totale
	Registrati / Registrati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo
Beta	Normativi / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Uniforme	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Uniforme	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
Gamma	Normativi / Generati	Multimodale	Energy-A	Totale
	Normativi / Registrati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Multimodale	Energy-A	Totale
	Registrati / Registrati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
Delta	Normativi / Generati	Uniforme	Energy-A	Totale
	Normativi / Registrati	Uniforme	Energy-A	Totale
	Generati / Generati	Uniforme	Energy-B	Totale
	Registrati / Registrati	Uniforme	Energy-A/Energy-B	Primo Modo / Totale
Epsilon (+)	Normativi / Generati	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li
	Normativi / Registrati	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li
	Generati / Generati	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li
	Registrati / Registrati	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li	Risultati Non Att.li
Epsilon (-)	Normativi / Generati	Multimodale	EC8-N2	Primo Modo Equiv.te
	Normativi / Registrati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te
	Generati / Generati	Adattiva	Energy-A	Primo Modo Equiv.te
	Registrati / Registrati	Uniforme	Energy-B	Primo Modo Equiv.te

Tabella 8.9.3.I – Valutazione della metodologia più affidabile in termini di ϵ -taglio alla base

Svolgendo l'analisi del campione soltanto sulle migliori soluzioni trovate, si assiste alla distribuzione proposta nella Tabella 8.9.3.II. In particolare, sembra essere la distribuzione *Uniforme* la configurazione di forze laterali da applicare alla struttura per avere una migliore stima della soluzione vera. Questo è praticamente vero sempre a parte i casi *Gamma* e *Epsilon (-)* in cui altre distribuzioni (*Multimodale*) portano ad avere risultati migliori. La configurazione *Modale* non porta mai invece ad eventi positivi .

Modello	Distribuzione di Forze LateralI							Numero Casi Analizzati
	Modale		Uniforme		Adattiva		Multimodale	
Alfa	0	0.0%	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%
Beta	0	0.0%	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%
Gamma	0	0.0%	2	50.0%	0	0.0%	2	50.0%
Delta	0	0.0%	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%
Epsilon (+)	-	-	-	-	-	-	-	0
Epsilon (-)	0	0.0%	2	50.0%	1	25.0%	1	25.0%
Totalle	0	0.0%	16	80.0%	1	5%	3	15.0%
								20

Tabella 8.9.3.II – Valutazione della distribuzione di forze laterali più affidabile in termini di ε-taglio base

Successivamente si va ad indagare su quale sia la metodologia più affidabile nella valutazione della risposta sismica del sistema. I risultati trovati sono proposti nella Tabella 8.9.3.III.

Modello	Metodo di Pushover						Numero Casi Analizzati
	EC8-N2		Energy-A		Energy-B		
Alfa	1	25.0%	1	25.0%	3	75.0%	4
Beta	0	0.0%	2	50.0%	2	50.0%	4
Gamma	0	0.0%	2	50.0%	2	50.0%	4
Delta	0	0.0%	3	75.0%	2	50.0%	4
Epsilon (+)	-	-	-	-	-	-	-
Epsilon (-)	1	25.0%	1	25.0%	2	50.0%	4
Totalle	2	10.0%	9	45.0%	11	55.0%	20

Tabella 8.9.3.III – Valutazione del metodo di pushover più affidabile in termini di ε- taglio alla base

Dalle percentuali ricavate sopra è immediato osservare che la metodologia denominata *Metodo B* porta ad avere l'approssimazione migliore nella maggior parte dei casi. È da osservare che se il paragone è effettuato sul singolo modello, la *Metodologia A* per alcune situazioni costituisce il metodo ragionevolmente migliore (*Delta*) o comunque paragonabile all'affidabilità del *Metodo B* (*Beta, Gamma*). È ancora una volta messo in evidenza il fatto che le metodologie di analisi statica non lineare basate su concetti energetici rappresentino uno strumento più affidabile per la corretta valutazione della risposta del sistema eccitato da azioni sismiche.

Come fatto in precedenza, si va ora a proporre il risultato dell'indagine in riferimento alla massa adottata nella riduzione della curva di pushover. Il risultato della valutazione è sinteticamente proposto in Tabella 8.9.3.IV.

Si constata che la scelta più ragionevole, risultati alla mano, è ancora quella di adottare come massa effettiva nelle metodologie di analisi pushover la massa di primo modo equivalente m^* calcolata come indicato nel metodo EC8-N2. Anche in questo caso non si può escludere a priori l'uso della massa totale come suggerito in precedenza in virtù del numero di casi sensibilmente alto riscontrato (40%).

Modello	Massa Effettiva					Numero Casi Analizzati	
	Primo Modo Equivalente	Primo Modo	Totale				
Alfa	1	25.0%	2	50.0%	2	50.0%	4
Beta	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	4
Gamma	2	50.0%	0	0.0%	2	50.0%	4
Delta	0	0.0%	1	25.0%	4	100.0%	4
Epsilon (+)	-	-	-	-	-	-	-
Epsilon (-)	4	100.0%	0	0.0%	0	0.0%	4
Totale	11	55.0%	3	15.0%	8	40.0%	20

Tabella 8.9.3.IV – Valutazione della scelta della massa più affidabile in termini di ε- taglio alla base

È ora interessante andate a valutare, dal punto di vista statistico, quale combinazione di scelta dei parametri porta a il maggior numero di casi positivi proprio come fatto nel caso dell'errore spostamento. L'indagine svolta è proposta sinteticamente nella Tabella 8.9.3.V.

Parametri Fissati			Riprova Analisi Pushover		
Distribuzione di Forze	Metodo di Pushover	Massa Efficace	Casi Positivi	Campione Totale	
Modale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	20
"	"	Primo Modo	0	0.0%	20
"	"	Totale	0	0.0%	20
"	Energy-A	Primo Modo Eq.	0	0.0%	20
"	"	Primo Modo	0	0.0%	20
"	"	Totale	0	0.0%	20
"	Energy-B	Primo Modo Eq.	0	0.0%	20
"	"	Primo Modo	0	0.0%	20
"	"	Totale	0	0.0%	20
Uniforme	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	5.0%	20
"	"	Primo Modo	0	0.0%	20
"	"	Totale	0	0.0%	20
"	Energy-A	Primo Modo Eq.	2	10.0%	20
"	"	Primo Modo	2	10.0%	20
"	"	Totale	2	10.0%	20
"	Energy-B	Primo Modo Eq.	6	30.0%	20
"	"	Primo Modo	1	5.0%	20
"	"	Totale	4	20.0%	20
Adattiva	EC8-N2	Primo Modo Eq.	0	0.0%	20
"	"	Primo Modo	0	0.0%	20
"	"	Totale	0	0.0%	20
"	Energy-A	Primo Modo Eq.	1	5.0%	20
"	"	Primo Modo	0	0.0%	20
"	"	Totale	0	0.0%	20
"	Energy-B	Primo Modo Eq.	0	0.0%	20
"	"	Primo Modo	0	0.0%	20
"	"	Totale	0	0.0%	20

continua ...

Multimodale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	5.0%	20
“	“	Primo Modo	0	0.0%	20
“	“	Totale	0	0.0%	20
“	Energy-A	Primo Modo Eq.	0	0.0%	20
“	“	Primo Modo	0	0.0%	20
“	“	Totale	2	10.0%	20
“	Energy-B	Primo Modo Eq.	0	0.0%	20
“	“	Primo Modo	0	0.0%	20
“	“	Totale	0	0.0%	20

Tabella 8.9.3.V – Riprova delle scelte metodologiche in termini di ϵ - taglio alla base

Dai dati numerici proposti in Tabella 8.9.3.III è possibile ancora stilare una sorta di graduatoria di quanto ottenuto al fine di avere una stima qualitativa di quale sia effettivamente il procedimento da seguire per una corretta interpretazione della risposta sismica dei sistemi analizzati. Al solito, casi che non hanno prodotto mai la migliore stima della risposta non sono stati riportati.

Parametri Fissati			Riprova Analisi Pushover		
Distribuzione di Forze	Metodo di Pushover	Massa Efficace	Casi Positivi		Campione Totale
Uniforme	Energy-B	Primo Modo Eq.	6	30.00%	20
Uniforme	Energy-B	Totale	4	20.00%	20
Uniforme	Energy-A	Primo Modo Eq.	2	10.00%	20
Uniforme	Energy-A	Primo Modo	2	10.00%	20
Uniforme	Energy-A	Totale	2	10.00%	20
Multimodale	Energy-A	Totale	2	10.00%	20
Uniforme	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	5.00%	20
Uniforme	Energy-B	Primo Modo	1	5.00%	20
Adattiva	Energy-A	Primo Modo Eq.	1	5.00%	20
Multimodale	EC8-N2	Primo Modo Eq.	1	5.00%	20

Tabella 8.9.3.VI – Riprova delle scelte metodologiche in termini di ϵ - taglio alla base

Da quanto proposto ora in Tabella 8.9.3.VI, si vede che la scelta di una pushover con distribuzione di forze *Uniforme*, facendo uso del metodo *Energy-B* ed adottando la *Massa di primo modo equivalente m^** si perviene al maggior numero di casi in cui tal combinazione fornisce una stima migliore della soluzione convenzionalmente vera. Subito dopo si vede che, con un numero di eventi paragonabile (4 conto i 6 di prima), adottare la metodologia caratterizzata dalla medesima combinazione di scelte, ma assumendo ora la *Massa totale*, porta ancora ad ottenere buone stime della risposta. Si noti che la combinazione costituita dalla distribuzione *Uniforme* con il metodo *Energy-B* e la *Massa di primo modo equivalente m^** , ossia quella combinazione che si troverebbe se si considerassero separatamente le influenze dei singoli parametri di scelta, è anche quella che porta al verificarsi di più eventi. Tale risultato, in virtù anche di quanto trovato in precedenza, non ha certo carattere generale.

8.10 Discussione sull’uso degli spettri normativi, generati e registrati

Nel presente paragrafo si analizza un aspetto molto importante e delicato di cui si fa uso nella valutazione della risposta sismica della struttura a mezzo di analisi statiche non lineari. Come già ampiamente discusso in precedenza, nelle metodologie di pushover uno degli aspetti più delicati è costituito dal confronto tra la domanda sismica, esprimibile mediante spettri di risposta, e la capacità strutturale, rappresentabile mediante la curva di pushover opportunamente trattata e trasformata. Le metodologie classiche si è visto sono rappresentabili graficamente nel piano ADRS (Acceleration Displacement Response Specrtum) ossia di pseudo-accelerazione in funzione dello spostamento. Nei metodi basati sull’energia proposti invece la rappresentazione era possibile nel piano EDRS (Energy Displacement Response Specrtum) cioè nel piano di pseudo-energia in funzione ancora dello spostamento. Il punto focale sta nel fatto che va necessariamente definito lo spettro di domanda sismica. Tale scelta riveste un ruolo particolarmente importante nei casi di analisi statica non lineare basati sull’energia proposti.

In aggiunta, per la validazione dei metodi, si è reso necessario avere un termine di paragone tra la soluzione del problema sismico stimata con la pushover e quella convenzionalmente vera scaturita dalle analisi time history. A tal proposito 2 gruppi di accelerogrammi, indicati con *Generati* e *Registrati*, erano stati scelti per questo scopo. La selezione era stata fatta mediante un criterio di compatibilità con lo spettro elastico di Norma espresso in termini di pseudo-accelerazione. Per una questione di coerenza sembra logico allora pensare che, se la soluzione vera è calcolata a partire da un certo gruppo di accelerogrammi, allora anche lo spettro di domanda sismica deve essere quello direttamente desunto dagli accelerogrammi. In pratica si pensa che in questo modo le analisi statiche non lineari e quelle time history siano valutate con il medesimo input sismico. Se, di contro, si fa uso di spettri (elastici) “convenzionali” proposti dalla Norma e poi trasformati in spettri a duttilità costante mediante le relazioni di trasformazione (Newmark-Hall e Miranda), può capitare che poi la soluzione calcolata necessariamente facendo uso di gruppi di accelerogrammi porti a delle discrepanze. Tale concetto è facilmente comprensibile facendo riferimento alla Figura 8.10.I proposta nel seguito.

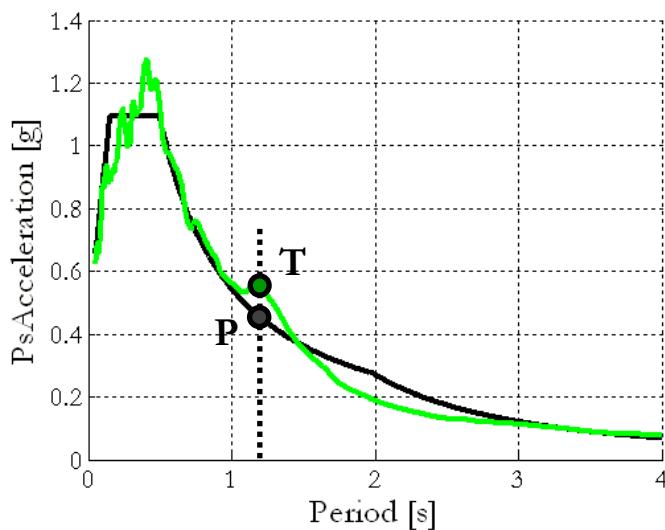


Figura 8.10.I – Significato grafico dell’uso degli spettri

Nell’immagine proposta sono riportati: in nero lo spettro di riferimento elastico desunto dall’EC8; in verde lo spettro ottenuto come media dei risultati ottenuti dal gruppo di

accelerogrammi *Registrati*. Allo scopo di fissare le idee si prenda in esame il caso banale costituito dal sistema ad un grado di libertà SDOF. Se su tale sistema si effettua un'analisi time history facendo uso, come input, degli accelerogrammi *Registrati* e poi se ne calcola la media della risposta in termini di pseudo-accelerazione, ci si aspetta che il valore trovato sia quello indicato con il punto T in Figura 8.10.I. Quella trovata rappresenta proprio la soluzione convenzionalmente vera che costituisce il parametro di confronto nella valutazione dell'affidabilità dei metodi di analisi statica non lineare. Se, al contrario, nella metodologia di pushover basata su concetti energetici si fa uso dello spettro di domanda dato dalla Norma, ci si aspetta che la soluzione sia quella indicata, sempre in Figura 8.10.I, con il punto P . Ammesso, per ipotesi, che la metodologia non comporti errori o approssimazioni, necessariamente si assiste comunque ad una discrepanza al momento della comparazione tra soluzione vera (mediante time history) e soluzione stimata (mediante pushover). Allora sembra più corretto, per quanto appena detto, fare uso nei metodi di analisi statica non lineare basati sull'energia di spettri di domanda calcolati in modo diretto dal gruppo di accelerogrammi. In tale maniera, ammessa ancora per ipotesi l'affidabilità certa del metodo, la soluzione dell'analisi non lineare tenderà ad essere rappresentata dal punto T e non più dal punto P . Questo approccio permette ragionevolmente di evitare un errore sistematico nella stima dei parametri di risposta, caratterizzando quindi i risultati con un grado di affidabilità maggiore. Per quanto detto si può asseverare che è ragionevole pensare di assumere nelle analisi statiche non lineari spettri di domanda valutati in modo diretto dagli accelerogrammi (*Registrati/Generati*) al fine di renderli più coerenti con i risultati trovati nel caso di analisi dinamica non lineare dove l'input è ancora rappresentato dagli stessi accelerogrammi (*Registrati/Generati*). Questi ragionamenti diventano particolarmente significativi quando si trattano poi spettri di risposta nel caso anelastico ossia per duttilità fissata maggiore di 1. Inoltre, quanto la domanda sismica è espressa in termini di pseudo-energia in funzione dello spostamento, tale concetto appena espresso assume ancora più rilevanza fisica. A titolo di esempio basti far riferimento alle figure proposta sotto relativamente agli spettri riportati nel piano ESRS per duttilità rispettivamente pari a $\mu = 1$ e $\mu = 4$. Si osservi che il gruppo di accelerogrammi considerati nel calcolo dello spettro sono i *Generati* ossia direttamente generati da opportuni software basando la compatibilità sullo spettro elastico di accelerazione (fino a 3 secondi).

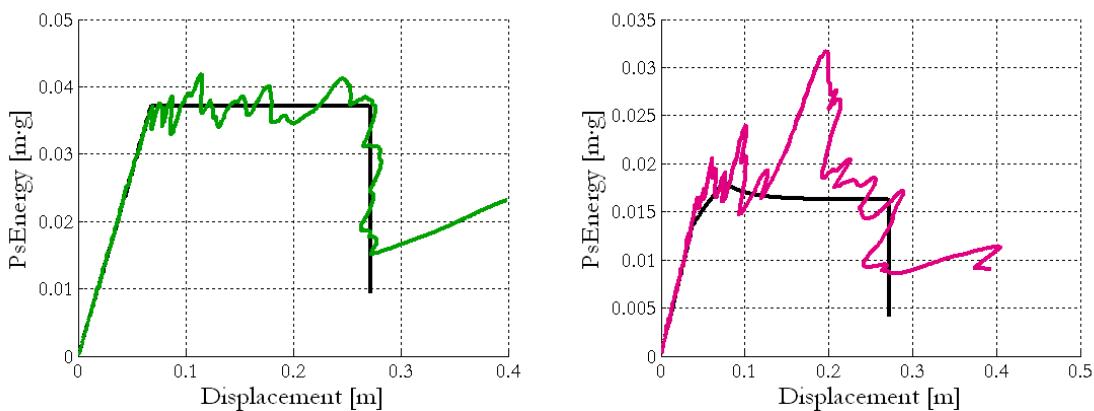


Figura 8.10.II – Spettri di risposta nel piano EDRS per rispettivamente duttilità pari a 1 e 4 ed per gruppo di accelerogrammi Generati

Come si vede dal confronto degli spettri proposto in Figura 8.10.II, è chiaro che, all'aumentare della duttilità, aumenta anche la dispersione e lo scattering dallo spettro di riferimento. Questo è meno marcato nel caso elastico (figura a sinistra) mentre invece è più evidente nel caso anelastico

(figura a destra). Questo è principalmente imputabile al fatto che lo spettro da Norma elastico è trasformato in quello a duttilità costante mediante leggi di trasformazione che portano ad avere spettri di riferimento meno attendibili proprio a causa della minore affidabilità delle leggi di trasformazione. In aggiunta, gli accelerogrammi presi in esame sono compatibili con lo spettro elastico in pseudo-accelerazione e che quindi tale compatibilità viene meno quando è considerato il parametro pseudo-energia.

Concludendo si può dire che le analisi sono state fatte (pushover e time history) con spettri congruenti tra loro (Generati con Generati/Registrati con Registrati) al fine di introdurre minore incertezza sui risultati. Sono comunque stati considerate anche le casistiche in cui gli spettri di domanda delle metodologie proposte sono quelli convenzionali (elastici) forniti dalla Norma e ridotte mediante le relazioni di Newmark-Hall e Miranda (spettri anelasticci). Questo è stato fatto poiché uno degli obiettivi dello studio è quello di dare uno strumento di progettazione/verifica delle strutture direttamente applicabile alla pratica professionale ricorrente.

Capitolo 9

Esempio Applicativo su Sistema MDOF 3D

9.1. Esempio applicativo del metodo di pushover basata su criteri energetici

Nel presente capitolo si estende la teoria della pushover basata su criteri energetici ad un modello tridimensionale semplice al fine di analizzare la risposta del sistema e cogliere le principali problematiche che si presentano nel passare da sistemi 2D a quelli 3D. In Figura 9.1.I è proposta un'immagine del sistema considerato.

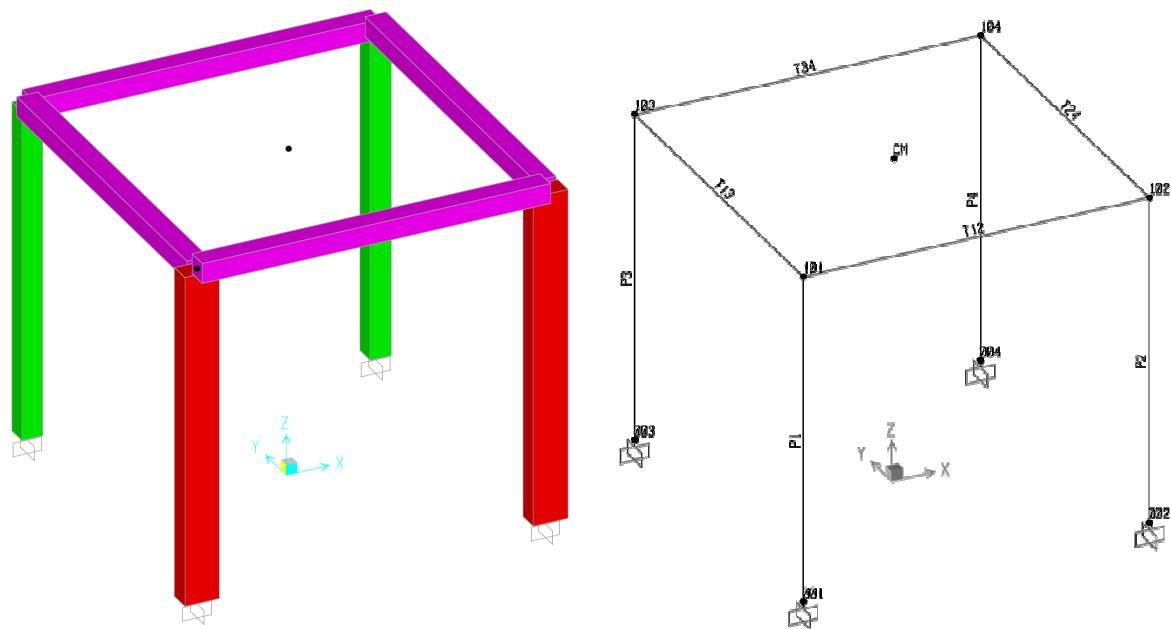


Figura 9.1.I – Modello 3D analizzato

La struttura è stata progettata tenendo conto di un calcestruzzo tipo C25/30 ed un acciaio FeB450C per le armature. Tutti gli elementi sono mutuamente collegati da un vincolo di incastro e il solaio di copertura risulta essere in latero-cemento il che permette di modellare l'impalcato come infinitamente rigido nel proprio piano (comportamento a diaframma). Nella Tabella 9.1.I sono proposte le principali caratteristiche del sistema qui analizzato. Nella successiva Tabella 9.1.II sono invece proposti i principali parametri modalì di risposta. La massa sismica del sistema

è pari a $M = 55.55 \text{ t}$ relativa ad un peso sismico di $W = 544.95 \text{ kN}$ e pensata concentrata nel suo CM di coordinate $X_{CM} = 0.000 \text{ m}$, $Y_{CM} = 0.069 \text{ m}$ e $Z_{CM} = 5.000 \text{ m}$. La struttura è stata inoltre progettata secondo le indicazioni dell'Eurocode 8 facendo anche utile riferimento sia all'Ordinanza no. 3274 e ss.mm. che alle NTC08. Si è adottato un fattore di struttura pari a $q = 4.5 \times 1.1 = 4.95$ valido per una classe di duttilità alta (CDA) ed avendo rispettato sia la regolarità in altezza che in pianta.

Sigla	Tipo Elemento	Colore Elemento	Sezione (cm x cm)	Armatura	Staffatura	Punti Estremi	Lunghezza (m)
P1	Pilastro	Rosso	50 x 30	10Ø16	Ø8/5 cm	001 – 101	5.00
P2	Pilastro	Rosso	50 x 30	10Ø16	Ø8/5 cm	002 – 102	5.00
P3	Pilastro	Verde	30 x 30	8Ø16	Ø8/5 cm	003 – 103	5.00
P4	Pilastro	Verde	30 x 30	8Ø16	Ø8/5 cm	004 – 104	5.00
T12	Trave	Viola	30 x 30	2Ø16+3Ø16	Ø8/5 cm	101 – 102	5.00
T34	Trave	Viola	30 x 30	2Ø16+3Ø16	Ø8/5 cm	103 – 104	5.00
T13	Trave	Viola	30 x 30	2Ø16+3Ø16	Ø8/5 cm	101 – 103	5.00
T24	Trave	Viola	30 x 30	2Ø16+3Ø16	Ø8/5 cm	102 - 104	5.00

Tabella 9.1.I – Caratteristiche geometriche del sistema 3D

Modo	T (s)	Massa Partec. (t)	% Massa Partec. (t)
1	0.5655	55.55	100.00
2	0.5492	27.46	49.43
3	0.3888	28.09	50.57

Tabella 9.1.II – Caratteristiche modale del sistema 3D

Come input sismico viene assunto lo spettro fornito sempre dall'Eurocodice 8 definito per una tipologia di suolo B, ad una categoria topografica T1 (suolo pianeggiante) relativo alla classe sismica I ($a_g = 0.35 \cdot g$). Si rimanda all'Appendice A per informazioni più dettagliate a riguardo.

9.2. Metodologia di indagine dei risultati

Come fatto nei precedenti capitoli, nel proseguo si analizza la risposta del sistema valutata a mezzo di analisi statiche non lineari, sia convenzionali che basate su concetti energetici, al fine di valutare l'attendibilità dei metodi in confronto alla soluzione assunta come convenzionalmente vera fornita dall'analisi dinamica non lineare. Utilizzando un modello notevolmente semplice, è possibile arrivare ad alcune semplificazioni nello svolgimento delle analisi, abbassando in tale maniera il grado di incertezza dei risultati. Nello specifico si osservi che la distribuzione di forze da applicare al sistema degenera in una singola forza applicata al centro di massa dell'unico impalcato presente. Per quanto concerne la massa efficace da utilizzare nelle analisi, questa coincide proprio con quella sismica strutturale proprio in virtù del fatto che siamo in presenza di un solo piano. C'è comunque da ricordare che nel passaggio da un sistema 2D ad uno 3D si incontrano problemi intriseci nell'analisi della risposta. Tale aspetti sono stati ampiamente discussi nell'Appendice C. Al fine di ovviare a tali inconvenienti si procede come segue, distinguendo 2 scenari di analisi.

Analisi unidirezionale su modello 3D:

In prima istanza si analizza il sistema tridimensionale in un fissato piano verticale. In altre parole, ancora facendo uso di un modello 3D, si applica al sistema una sollecitazione soltanto lungo una direzione prefissata (qui assunto l'asse X). Questo significa che l'input sismico nelle analisi dinamiche non lineari è costituito da accelerogrammi che presentano soltanto una componente lungo X. A causa dell'eccentricità strutturale esistente tra CM e CR, in linea generale si assisterà ad uno spostamento anche lungo Y imputabile agli effetti torsionali. Per quanto riguarda invece il taglio alla base, per ragioni dovute all'equilibrio, la reazione vincolare sarà soltanto lungo l'asse X.

Analisi multidirezionale su modello 3D:

Il passo successivo è quello di analizzare il sistema tridimensionale nello spazio. Facendo uso del modello 3D, si applica al sistema una sollecitazione lungo entrambe le direzioni. Questo significa che l'input sismico nelle analisi dinamiche non lineari è costituito da accelerogrammi che presentano stavolta due componenti, qui considerate rispettivamente lungo X ed Y. Tale tipo di analisi rappresenta il modo di procedere più corretto anche se porta inevitabilmente a problematiche di non così facile risoluzione.

Nei paragrafi successivi i due scenari di analisi sono stati considerati in maniera più dettagliata. Si rimanda a dette sezioni per una più esaustiva spiegazione di quanto fatto. Nello specifico è proposto in Figura 9.2.I lo schema adottato nell'interpretazione della risposta del sistema qui analizzato. In generale alla struttura viene applicata una forza $F = (F_x, F_y)$ al CM dell'ultimo impalcato. In corrispondenza del CR alla base di esplicano delle reazioni vincolari tali da contrastare tale azione. Si osservi che, come detto, a causa dell'eccentricità tra CM e CR è presente anche un momento che deve bilanciare la torsione del sistema. Nella risposta della struttura ogni generico punto è caratterizzato da uno spostamento nelle due direzioni ortogonali ed una rotazione lungo l'asse verticale. Come già discusso nel Capitolo 4, si considerano nella risposta le sole componenti di traslazione lungo X ed Y. Nella stessa Figura 9.2.I è anche proposto il sistema SDOF equivalente in cui, per ovvie ragioni, non compare la componente rotazionale. Si osservi che a rigore il sistema a destra in figura detta non è ad un grado di libertà. Può essere considerato tale soltanto quando sia univocamente assegnata la direzione di analisi.

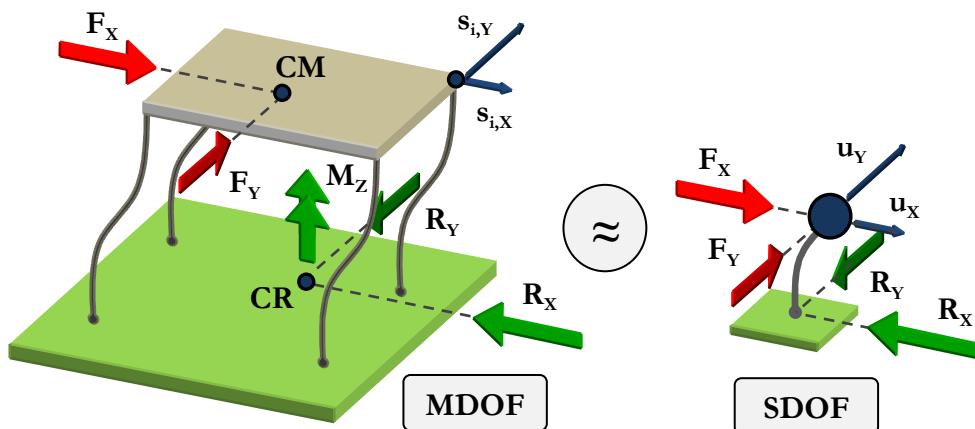


Figura 9.2.I – Schema di valutazione della risposta strutturale

9.3. Analisi unidirezionale su modello 3D

Nel presente paragrafo si analizza la risposta del sistema sottoposto sia ad analisi statiche non lineari che a time history al fine di valutare l'affidabilità dei metodi qui proposti. In prima istanza, come introdotto in precedenza, viene adottato un input monodirezionale al fine di ridurre l'incertezza sulla risposta del sistema. Nei seguenti sottoparagrafi vengono illustrate nel dettaglio le varie parti in cui l'analisi si compone.

Accelerogrammi impiegati nell'analisi dinamica non lineare:

Come input sismico da impiegare nelle analisi time history si sceglie un gruppo di 7 accelerogrammi spettro-compatibili in pseudo-accelerazione elastica caratterizzati da una sola componente. La generica storia di accelerazione applicata al sistema si presenta nella forma

$$\mathbf{a}_i(t) = a_{i,X}(t) \cdot \hat{i} + a_{i,Y}(t) \cdot \hat{j} = a_{i,X}(t) \cdot \hat{i} + 0 \cdot \hat{j} = a_{i,X}(t) \cdot \hat{i} \quad (9.1)$$

Questo permette di avere la sollecitazione soltanto nella direzione X. Si ricordi che applicando un'accelerazione lungo l'asse, la reazione alla base giace sulla stessa direzione ma a rigore si può assistere ad uno spostamento anche in direzione ortogonale a causa dell'eccentricità strutturale.

Spettri impiegati nell'analisi statica non lineare:

Come ampiamente descritto, per le analisi statiche non lineari occorre fare uso di spettri di domanda sismica espresse in varie forme come in pseudo-accelerazione (metodo EC8-N2) o pseudo-energia (metodi energetici). Avendo scelto di eseguire l'analisi secondo l'asse X, anche gli spettri saranno relativi a tale direzione. È importante osservare che la struttura 3D in esame risulta essere simmetrica rispetto al piano YZ ossia quello ortogonale alla direzione di analisi. Questo permette di prescindere dal verso in cui viene applicata la sollecitazione, andando ad inviluppare i risultati ottenuti. Tale aspetto relativo al verso di applicazione della sollecitazione sismica, una volta fissata la direzione, è stato ampiamente indagato nell'Appendice C. Per tale motivo le storie di accelerazione sono state *orientate* in maniera concorde all'asse X.

Distribuzione di forze nell'analisi statica non lineare:

Per quanto concerne la distribuzione di forze da applicare al sistema, il fatto di avere un solo piano porta ad alcune semplificazioni. Nello specifico viene applicata al CM del sistema una forza parallela all'asse X e concorde con esso. Tale approccio è plausibile in virtù della simmetria della struttura rispetto al piano YX. In generale detta azione si può scrivere come

$$\vec{F} = F_X \cdot \hat{i} + F_Y \cdot \hat{j} = F_X \cdot \hat{i} \quad (9.2)$$

Il fatto appunto di avere un solo punto dove applicare la forza permette di eliminare notevoli incertezze. Si osservi che gli effetti torsionali sono implicitamente considerati proprio applicando l'azione al CM che sappiamo non coincidere con il CR. Ci si aspetta dunque di assistere ad effetti parassiti dovuti all'eccentricità strutturale. Tale situazione è illustrata graficamente in Figura 9.2.I a sinistra e proposta nel paragrafo precedente.

9.3.1. Analisi pushover e capacità strutturale

Come illustrato in precedenza, al modello 3D viene applicata una forza monotona crescente al CM lungo la direzione X. Alla base sarà inoltre presente una forza uguale e contraria al fine di rispettare l'equilibrio. La rappresentazione della curva di pushover diventa interessante quando questa viene proposta nello spazio $Oxyz$ (che differisce da quello OXYZ del modello). Se vengono riportati nel piano orizzontale xy gli spostamenti del CM, lungo l'asse z può essere mostrato il valore del taglio alla base. Si osservi che il taglio alla base presenta qui solo la componente lungo X. In linea generale, nonostante la forza appartenga al piano XZ, si assiste ad uno spostamento anche lungo Y proprio a causa del fatto che tale piano non è di simmetria. La curva taglio alla base vs. spostamento risulta allora in $Oxyz$ essere sghemba. Nelle metodologie di pushover qui proposte, tenuto conto del lavoro fatto ed del relativo spostamento di egual energia, si assiste invece ad una proiezione dello spostamento lungo la direzione di analisi. Tale approccio permette di riportare sia la forza agente che il relativo spostamento del sistema SDOF equivalente associato secondo la retta di analisi. Nella Figura 9.3.1.I è mostrata sia la curva di taglio alla base – spostamento di egual energia (sinistra) che la curva in termini energetici (lavoro) sempre in funzione dello spostamento equienergetico (destra). In verde è proposto il caso puramente elastico ed in rosso quello che accade quando si considera un modello comportamentale non lineare. Rimane sottinteso che la direzione di analisi è quella secondo l'asse X positivo. Inoltre, dividendo le ordinate dei grafici suddetti per la massa efficace si ottiene rispettivamente l'accelerazione alla base e il lavoro fatto dalla struttura per unità di massa.

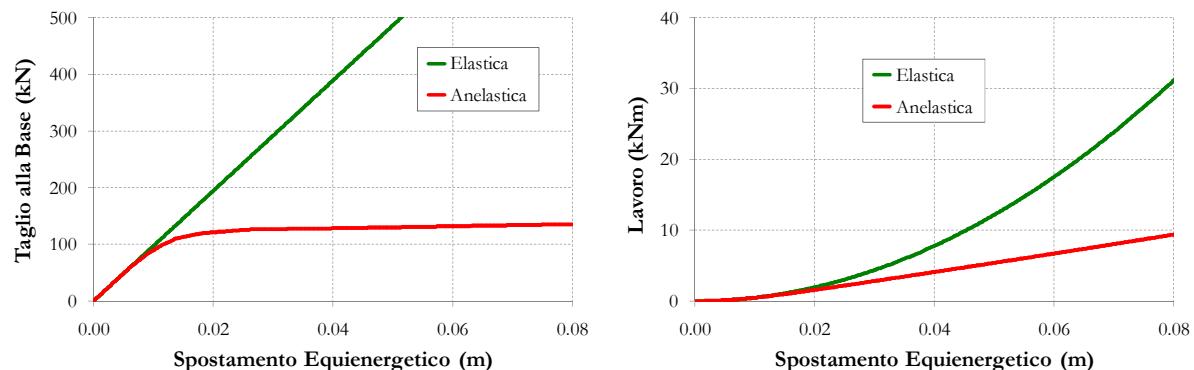


Figura 9.3.1.I – Curva di pushover (sinistra) e curva di pushover energetica (destra)

Si osservi che nei grafici sopra è stato riportato nelle ascisse sempre lo spostamento equienergetico, il che permette fin da subito di sostituire il sistema MDOF con quello SDOF equivalente associato. Dette curve rappresentano entrambe la capacità strutturale. Si osservi che la seconda, ossia quella espressa in termini di lavoro, è caratterizzata da un significato fisico maggiore proprio perché rappresenta l'energia assorbita dal sistema sottoforma sia di energia elastica che anelastica. Ovviamente nel caso a comportamento puramente elastico (in verde) l'energia assorbita è rappresentata soltanto da quella potenziale elastica. I ragionamenti fatti fin'ora per quanto concerne l'esecuzione della pushover rimangono validi anche quando si considera una generica direzione di analisi come meglio messo in evidenza nei paragrafi successivi.

9.3.2. Spettri e domanda sismica

Nelle analisi qui svolte si deve fare uso di spettri di risposta i quali rappresentano la domanda sismica richiesta al sistema. In tale studio si sono utilizzati spettri computati in modo diretto facendo uso di un gruppo di sette accelerogrammi compatibili in pseudo accelerazione con lo spettro elastico di riferimento. In Figura 9.3.2.I sono proposti detti spettri nei diversi formati e qui utilizzati nelle analisi. Si ricorda che sono stati considerati 14 valori di duttilità assegnata (1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Per una migliore lettura, nei grafici sono stati proposti soltanto spettri per duttilità fissata pari a $\mu = 1, 2, 4, 6$.

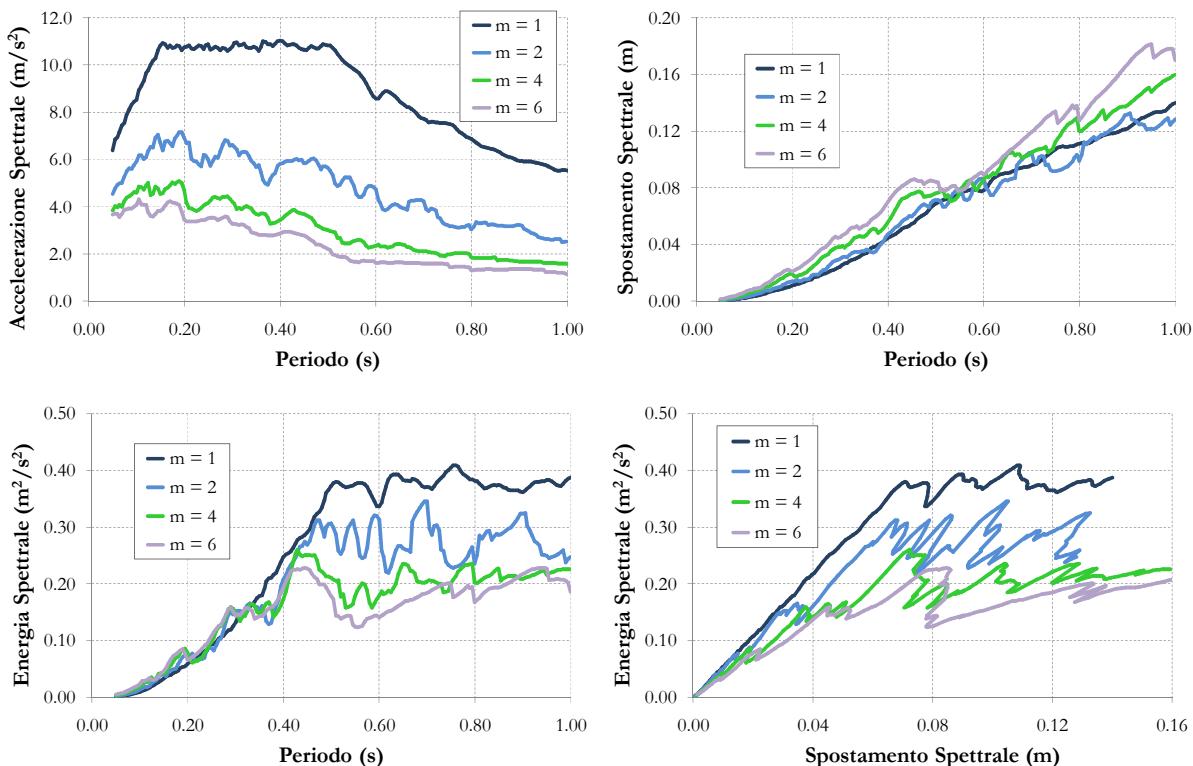


Figura 9.3.2.I – Spettri di domanda sismica nei differenti formati

Gli spettri sopra riportati sono impiegati per stimare il punto di performance strutturale una volta che questi sono comparati con la capacità del sistema.

9.3.3. Stima della soluzione mediante metodi di analisi pushover

Una volta nota sia la capacità strutturale che la richiesta imposta dal sisma, esistono diverse metodologie per pervenire alla stima del punto di performance del sistema. Detti metodi sono stati ampiamente illustrati nel Capitolo 6 a cui si rimanda per maggiori dettagli. Inoltre, trattando un caso di analisi unidirezionale, si possono avere notevoli semplificazioni nelle procedure. Nel proseguito sono state proposte, in maniera grafica e sintetica, le principali operazioni da fare per arrivare alla stima di detta performance strutturale.

Metodo secondo l'Eurocodice 8 (EC8-N2):

Tale metodo rappresenta il termine di riferimento per le analisi statiche non lineari essendo ampiamente adottato anche nella pratica progettuale ricorrente. Per determinare il target displacement occorre fare uso soltanto dello spettro riportato nel piano ADRS come mostrato in Figura 9.3.3.I.

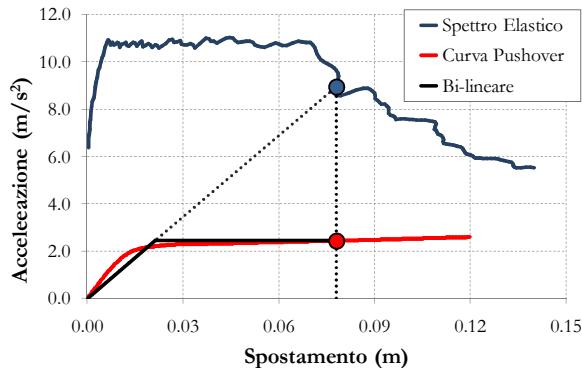


Figura 9.3.3.I – Rappresentazione grafica del metodo EC8-N2

Metodo A basato sull'energia (Energy-A):

Tale metodo è basato sull'interpretazione della risposta in termini energetici. Per determinare il target displacement si procede come mostrato nel seguito. I passaggi sono anche proposti in maniera grafica in Figura 9.3.3.II. Tale metodo utilizza due fasi successive: (i) nella prima (in figura a sinistra) si tracciano nel piano EDRS sia gli spettri a duttività assegnata che la curva capacitiva; (ii) dall'intersezione (apparenti) di detta curva con gli spettri si passa al piano μDRS (in figura a destra) in cui viene trovata la soluzione e quindi il punto di performance.

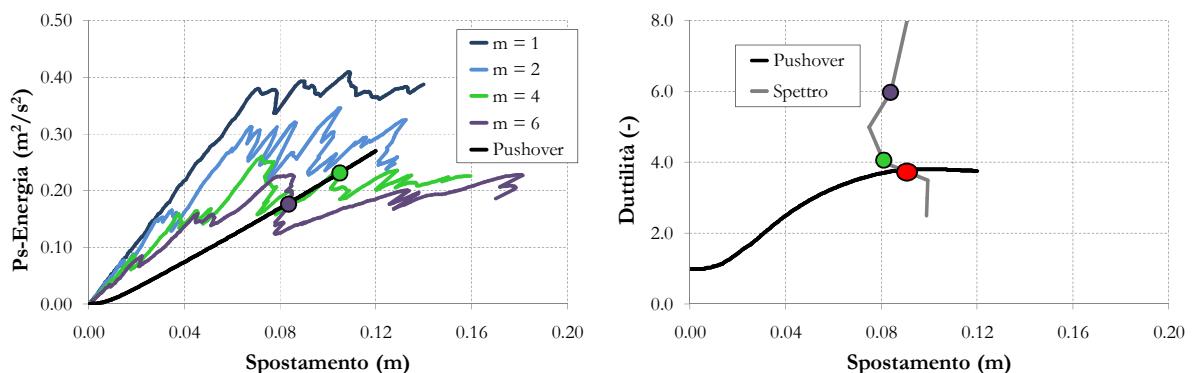


Figura 9.3.3.II – Rappresentazione grafica del metodo Energy-A

Metodo B basato sull'energia (Energy-B):

Tale metodo è basato ancora sull'interpretazione della risposta in termini energetici. Per determinare il target displacement si procede come mostrato nel seguito. I passaggi sono anche proposti in maniera grafica in Figura 9.3.3.III. Si riportano nel piano EDRS sia gli spettri per duttività assegnata che le due curve di pushover relative rispettivamente al caso elastico e a quello anelastico. Dall'intersezione tra spettro e curva capacitiva, entrambi relativi al caso elastico, è possibile determinare a ritroso il valore del periodo elastico e quindi tracciare la curva a periodo costante che, una volta intersecata con la curva di pushover anelastica, permette di trovare il punto di performance cercato.

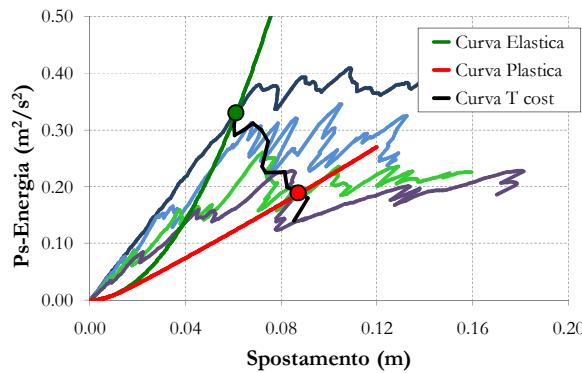


Figura 9.3.3.III – Rappresentazione grafica del metodo Energy-B

In Tabella 9.3.3.I sono proposti i principali parametri relativi alle soluzioni trovate con i diversi approcci qui considerati. In detta tabella, oltre ai classici parametri del sistema SDOF equivalente (d_y^* , d^* , F^* , T^* , μ , R^*), sono proposti anche il lavoro totale W assorbito/dissipato dalla struttura MDOF e quello specifico w relativo all'unità di massa.

Direzione Analisi	Metodo	d_y^* (m)	d^* (m)	F^* (kN)	μ (-)	R^* (-)	T^* (s)	W (kN/m)	w (m^2/s^2)
000°	EC8-N2	0.02130	0.07809	135.43	3.666	3.666	0.587	9.133	0.16441
	Energy-A	0.02223	0.08294	136.34	3.731	-	0.598	9.792	0.17627
	Energy-B	0.01413	0.08786	137.32	6.216	4.329	0.475	10.465	0.18839

Tabella 9.3.3.I – Parametri del sistema SDOF equivalente relative alle soluzioni scaturite dalle diverse metodologie

Dalla conoscenza della risposta del sistema SDOF equivalente, è possibile poi risalire allo stato di sollecitazione/deformazione della struttura MDOF reale. In Tabella 9.3.3.II sono proposti i risultati relativi alla direzione di analisi considerata ed inerenti sia allo spostamento del centro di massa che del taglio alla base. In Tabella 9.3.3.III sono invece proposti gli spostamenti dei punti d'angolo.

Direzione Analisi	Metodo	CM		F_b	
		$d_{CM,X}$ (m)	$d_{CM,Y}$ (m)	$F_{b,X}$ (kN)	$F_{b,Y}$ (kN)
000°	N2	0.0783	0.0015	135.47	0.00
	A	0.0831	0.0017	136.36	0.00
	B	0.0879	0.0018	137.33	0.00

Tabella 9.3.3.II – Spostamento CM e taglio alla base relativamente alle soluzioni della pushover

Direzione Analisi	Metodo	101		102		103		104	
		$d_{101,X}$ (m)	$d_{101,Y}$ (m)						
000°	N2	0.0730	0.0070	0.0730	-0.0040	0.0840	0.0070	0.0840	-0.0040
	A	0.0777	0.0074	0.0777	-0.0039	0.0889	0.0074	0.0889	-0.0039
	B	0.0824	0.0076	0.0824	-0.0039	0.0938	0.0076	0.0938	-0.0039

Tabella 9.3.3.III – Spostamento punti d'angolo relativamente alle soluzioni della pushover

Tali risultati, per essere poi comparati con quanto scaturito dall'analisi dinamica non lineare, vanno proiettati lungo la direzione di confronto. Nel presente caso si considera la direzione X, la quale forma risulta essere caratterizzata da un angolo $\alpha = 0^\circ$. A titolo di esempio, si consideri lo spostamento del CM (9.3) trovato con il metodo EC8-N2 che, nonostante la forza sia applicata in direzione X, presenta una deriva anche in direzione ortogonale Y.

$$\vec{u}_{CM} = u_{CM,X} \cdot \hat{i} + u_{CM,Y} \cdot \hat{j} = (0.0783) \cdot \hat{i} + (0.0015) \cdot \hat{j} \quad (9.3)$$

Considerato il prodotto scalare tra il vettore spostamento ed in versore della direzione considerata ($[\cos\alpha, \sin\alpha] = [1,0]$), si ottiene appunto la proiezione dello spostamento cercata.

$$\vec{u}_{CM,\alpha} = \vec{u}_{CM} \times \hat{n} = u_{CM,X} \cdot \cos(\alpha) + u_{CM,Y} \cdot \sin(\alpha) = 0.0783 \text{ m} \quad (9.4)$$

Si potrebbe obiettare che in tale modo solo la componente X è considerata nel confronto, tralasciando quella nella direzione opposta. È anche vero che la time history fornisce una nuvola di soluzioni e non valori precisi per una certa direzione considerata. Un'alternativa plausibile, ma qui omessa, potrebbe essere quella di far variare nell'intorno della direzione considerata l'angolo di indagine al fine di avere a disposizione un range di paragone. Anche l'errore potrebbe allora essere parametrizzato rispetto all'angolo considerato. La comparazione tra i risultati scaturiti da analisi di diversa natura resta ancora un aspetto di difficile interpretazione e risoluzione.

9.3.4. Soluzione trovata mediante l'uso di analisi dinamiche non lineari

La soluzione convenzionalmente vera al problema sismico, come più volte detto, è rappresentata dall'analisi dinamica non lineare. Nel presente scenario di analisi si è adottato un input sismico, costituito da un set di 7 accelerogrammi spettro-compatibili, secondo una sola direzione (asse X). In base a quanto ampiamente discusso in Appendice C al Paragrafo C.3, per la rappresentazione delle grandezze qui considerate (taglio alla base e spostamento) occorre effettuare un'operazione di *proiezione* dei valori secondo una direzione prefissata di analisi. Si rimanda a tale Paragrafo per una migliore descrizione di quanto fatto. Nel seguito sono mostrati i risultati mediati ottenuti dalle analisi dinamiche non lineari sul modello. In particolare in Figura 9.3.4.I è proposto lo spostamento del centro di massa CM sia nel caso di comportamento lineare (sinistra in verde) che non lineare (destra in rosso). La particolare forma del grafico è dovuta proprio all'operazione di proiezione dei massimi spostamenti lungo una direzione che “spazza” tutti i quadranti. È immediato osservare che, quando la risposta strutturale è puramente elastica lineare, si assiste praticamente ad una simmetria della risposta rispetto al piano YZ. Tale proprietà si va a perdere quando il comportamento diventa anelastico, assistendo ad una direzione preferenziale della risposta causata da comportamenti isteretici. Nella stessa Figura 9.3.4.I sono proposti, oltre ai valori medi indicati con linea continua, anche la risposta media più e meno la deviazione standard (linea tratteggiata) al fine di avere una stima immediata della variabilità. È immediato notare come l'incertezza aumenti notevolmente passando dal caso ideale lineare a quello anelastico.

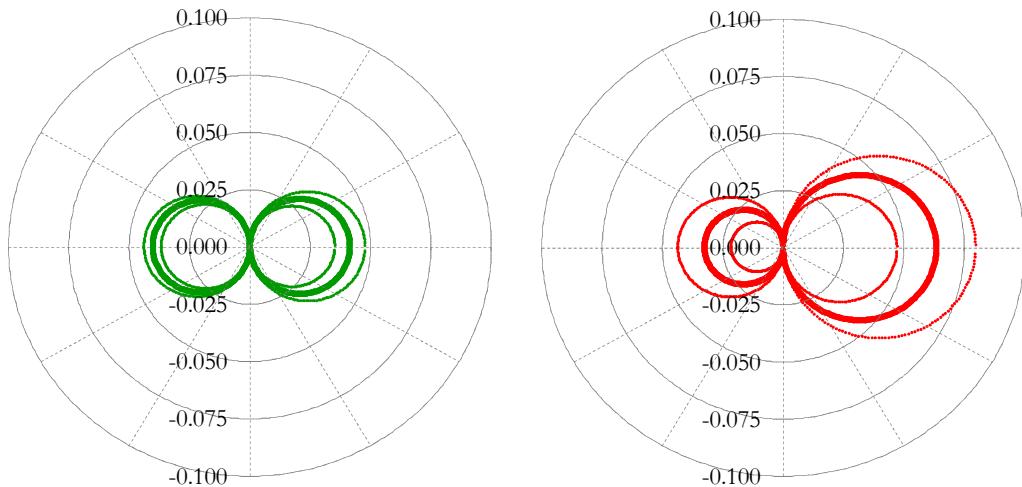


Figura 9.3.4.I – Spostamento del centro di massa nel caso lineare (sinistra) e nel caso non lineare (destra)

Per i problemi legati alla difficoltà intrinseca di rappresentare contemporaneamente sia gli spostamenti nelle due direzioni sia la rotazione, si è voluta proporre la risposta, in termini di spostamento, anche dei quattro punti d'angolo della copertura. In Figura 9.3.4.II sono mostrati gli spostamenti dei punti detti supponendo il comportamento strutturale puramente lineare elastico.

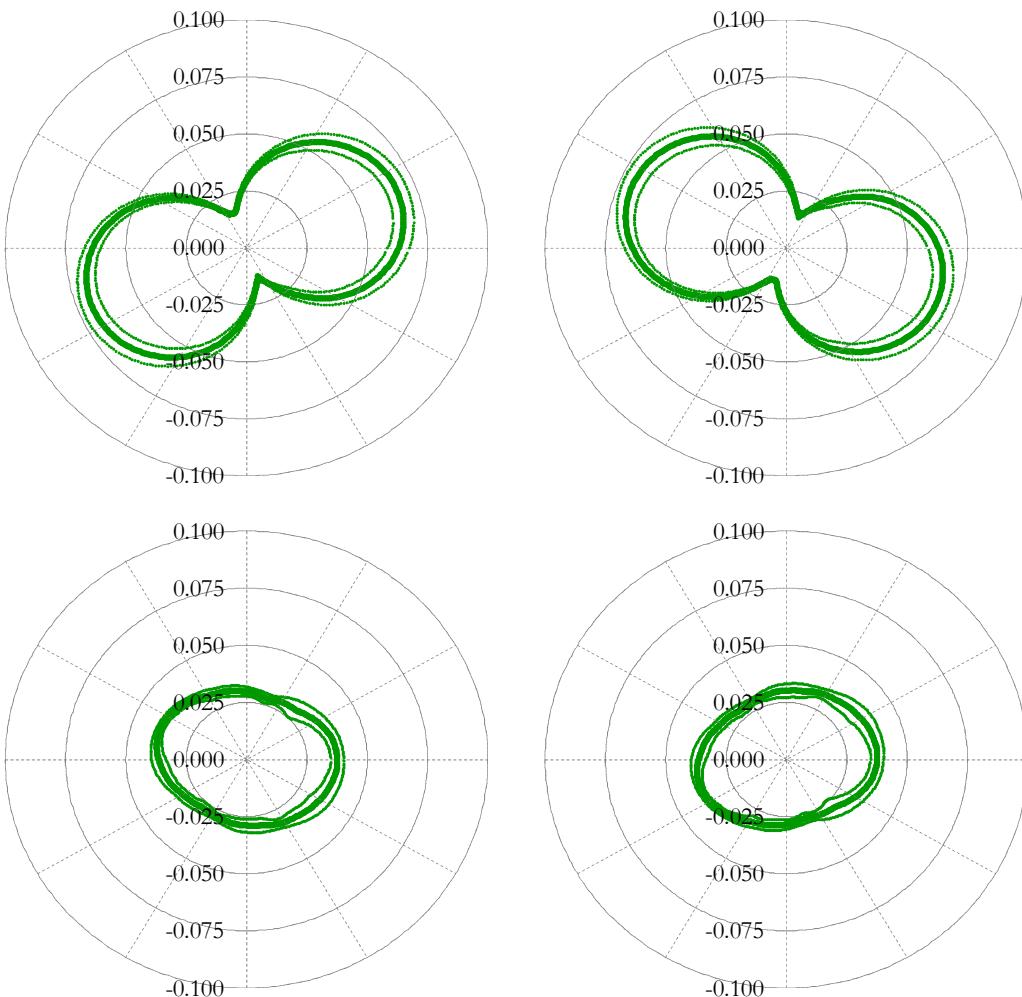


Figura 9.3.4.II – Spostamento dei punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra) nel caso di risposta elastica

In Figura 9.3.4.III sono proposti i medesimi spostamenti dei punti detti considerando stavolta un comportamento strutturale anelastico.

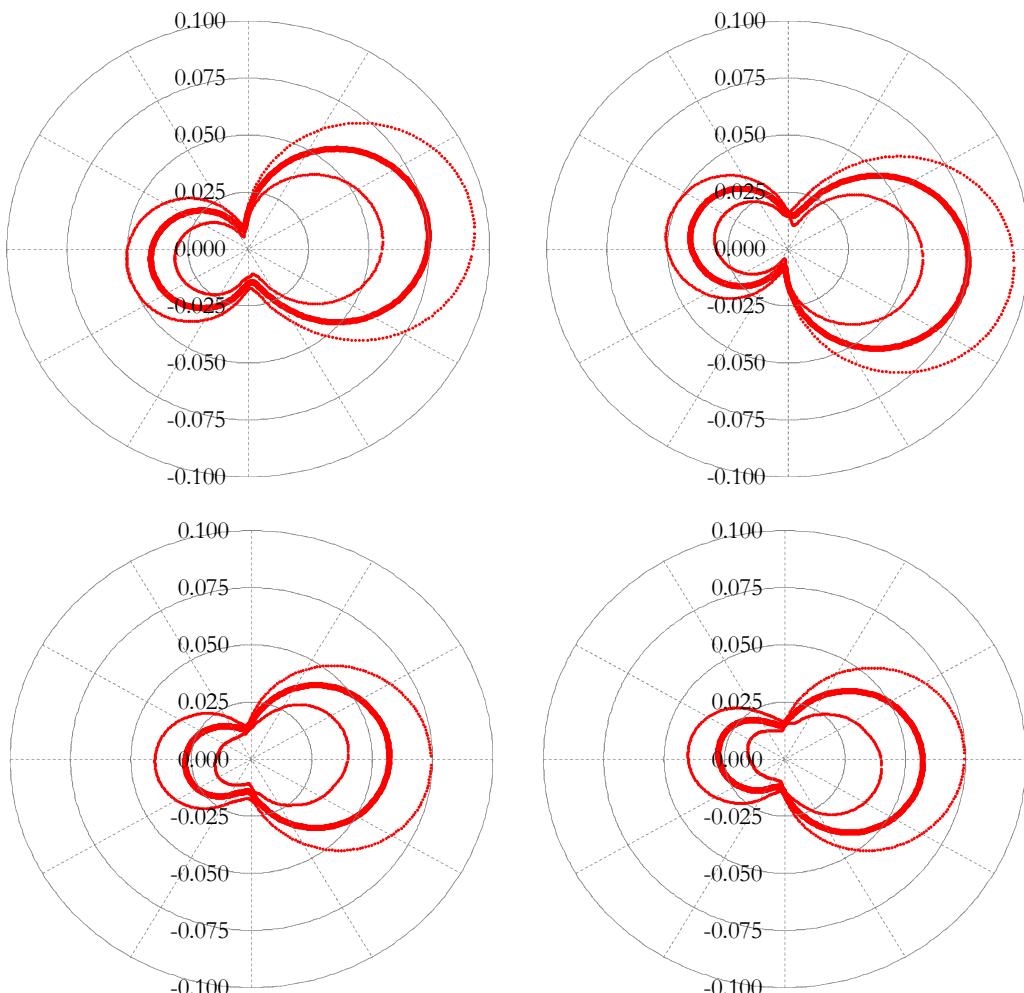


Figura 9.3.4.III – Spostamento dei punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra) nel caso di risposta anelastica

Come mostrato chiaramente dai grafici in spostamento anelastico, i massimi tendono ad essere nella zona delle X positive proprio perché, come discusso in precedenza, le time history vengono *orientate* in tale maniera. Anche per gli spostamenti d'angolo rimane l'aumento dell'incertezza, espressa dalla deviazione standard, nel passare dal caso lineare a quello non lineare.

Una volta a disposizione la *nuvola* di inviluppo scaturita dalla proiezione dei massimi spostamenti, è possibile effettuare il confronto tra caso elastico e caso anelastico. In Figura 9.3.4.IV è mostrato il confronto tra i due casi avendo fatto uso dei valori medi già proposti in Figura 9.3.4.I (sinistra). Inoltre si calcola anche il rapporto tra lo spostamento anelastico e quello elastico. Tale risultato è ancora proposto in Figura 9.3.4.IV a destra. Si osservi che in corrispondenza di direzioni individuate da angoli prossimi a 90° e 270° , ossia ortogonali alla direzione di analisi, i valori di risposta tendono ad annullarsi, fornendo valori elevati del rapporto in spostamento ma certo non veritieri. A tale proposito, si omette il calcolo per direzioni relative ad angoli $90 \pm 10^\circ$ e $270 \pm 10^\circ$. Come si evince dalla Figura 9.3.4.VI a destra, il rapporto tende a stabilizzarsi intorno al valore 1.5 in corrispondenza proprio dei massimi. Valori minori di 1 sono trovati per gli spostamenti

secondo le X negative che, però, a rigore non andrebbero considerati non costituendo l'inviluppo.

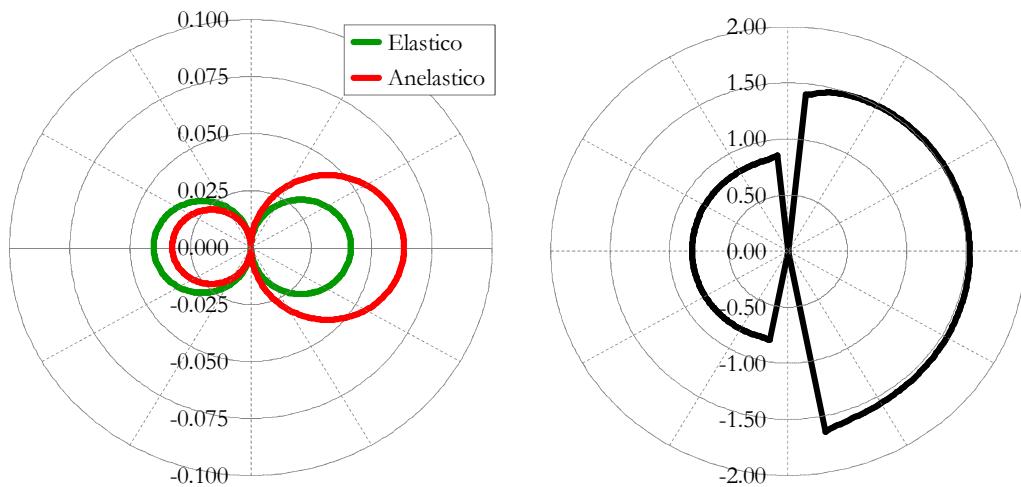


Figura 9.3.4.IV – Confronto in spostamento (sinistra) tra il caso lineare (verde) e quello non lineare (rosso) e loro rapporto (destra)

Analogo ragionamento può essere fatto per gli spostamenti dei punti d'angolo. In Figura 9.3.4.V sono proposti i confronti, tra caso elastico e caso anelastico, per i punti 101, 102, 103 e 104.

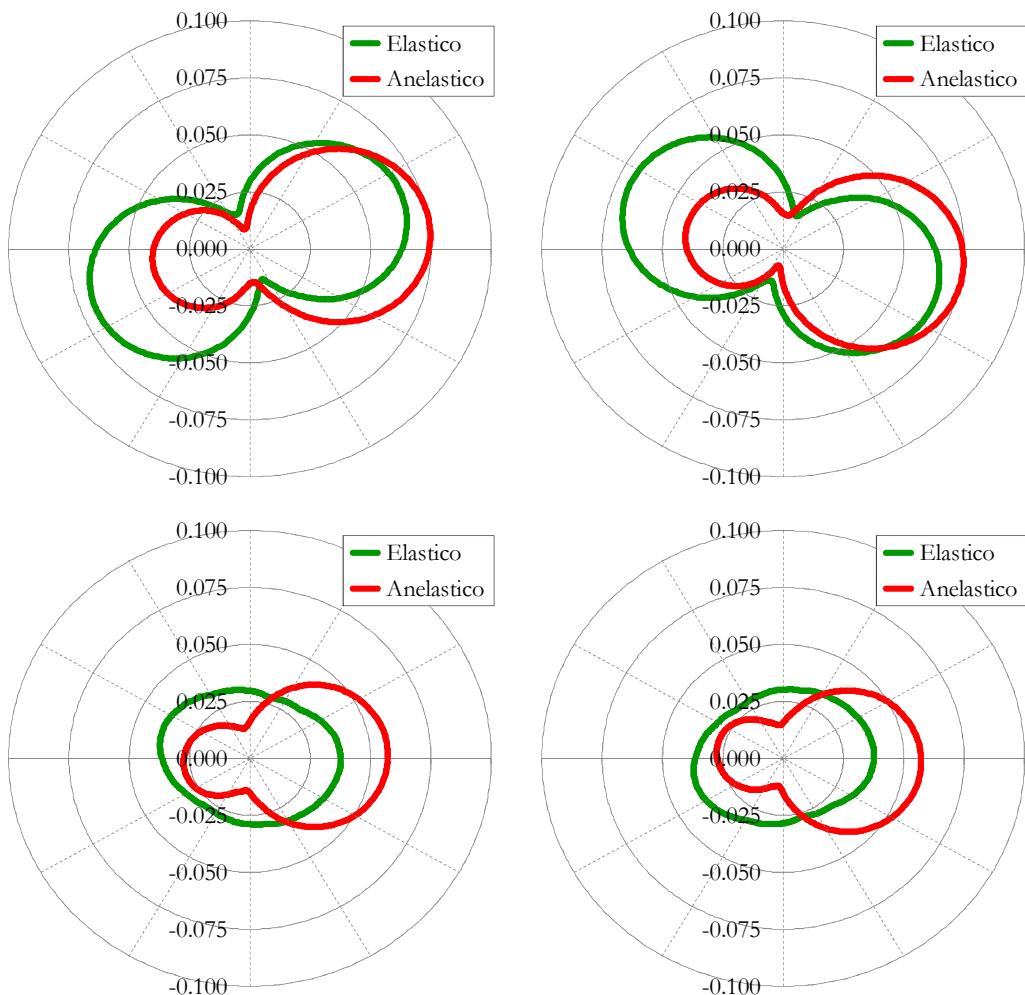


Figura 9.3.4.V – Confronto in spostamento tra il caso lineare (verde) e quello non lineare (rosso) per i punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra)

I risultati ottenuti per il centro di massa CM rimangono validi anche per gli spostamenti dei punti d'angolo. Come si evince dai grafici sopra, a causa dell'orientamento delle time history, è possibile individuare una direzione preferenziale di plasticizzazione del sistema che in realtà nel caso elastico è difficilmente individuabile. Analogamente a quanto fatto prima, in Figura 9.3.4.VI sono proposti i rapporti tra lo spostamento anelastico e quello ottenuto pensando la struttura a comportamento elastico.

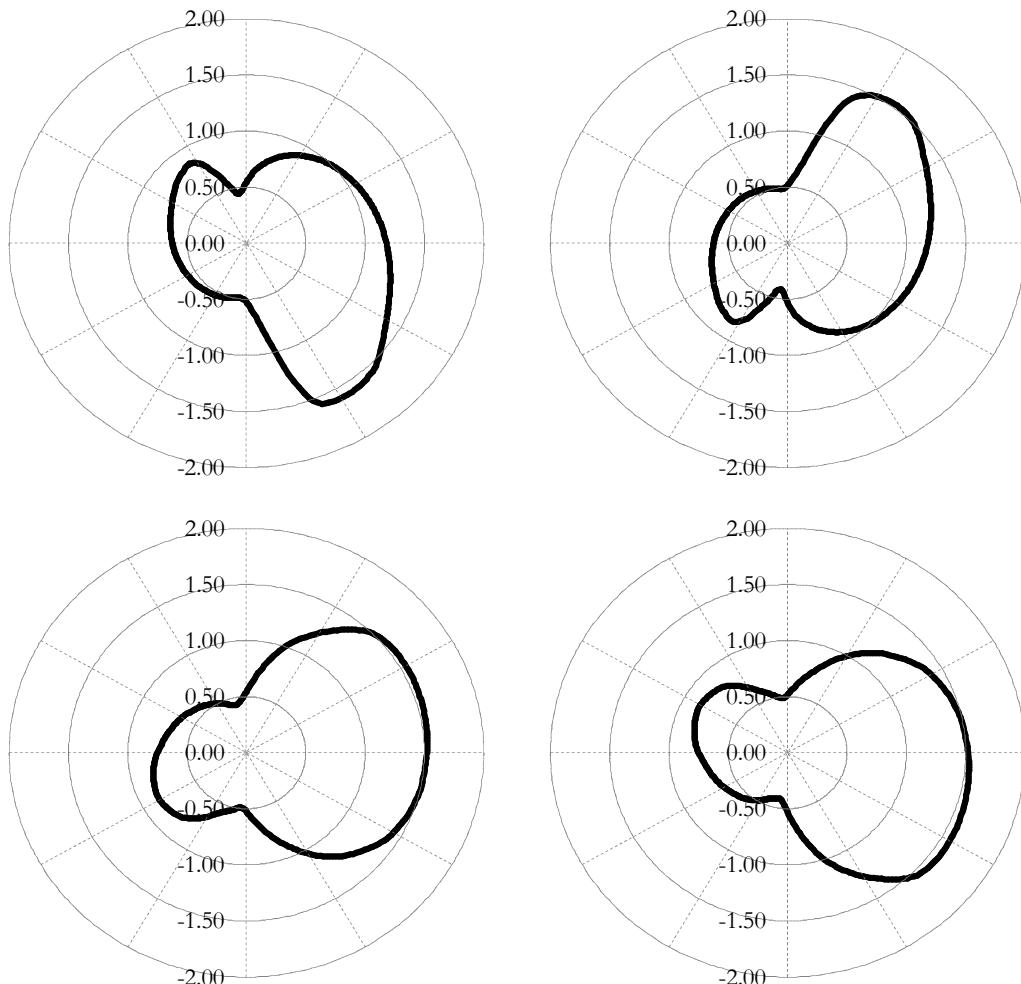


Figura 9.3.4.VI – Rapporto in spostamento tra il caso anelastico e quello elastico per i punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra)

Come si evince chiaramente dai grafici appena proposti, il rapporto in spostamento non è costante ma varia in base alla direzione. Si constata comunque che anche per i nodi d'angolo il valore massimo, che rimane quello da considerare, si assesta intorno ad un valore all'incirca pari ad 1.5. Si osservi che il comportamento non è così definito come nel caso del CM in quanto i nodi d'angolo sono affetti da spostamenti lungo la direzione ortogonale di sollecitazione più marcati proprio in virtù della loro posizione in pianta. Tale comportamento permette comunque di individuare una sorta di direzione preferenziale di plasticizzazione della componente strutturale in quanto, come noto, ad un maggiore spostamento corrisponde in genere anche una maggiore sollecitazione/plasticizzazione.

Infine sembra interessante proporre il confronto in termini di taglio alla base. In Figura 9.3.4.VII è proposto il taglio alla base medio ed il relativo range varazionale valutato sulla deviazione standard sia nel caso lineare (sinistra in verde) che nel caso anelastico (destra in rosso).

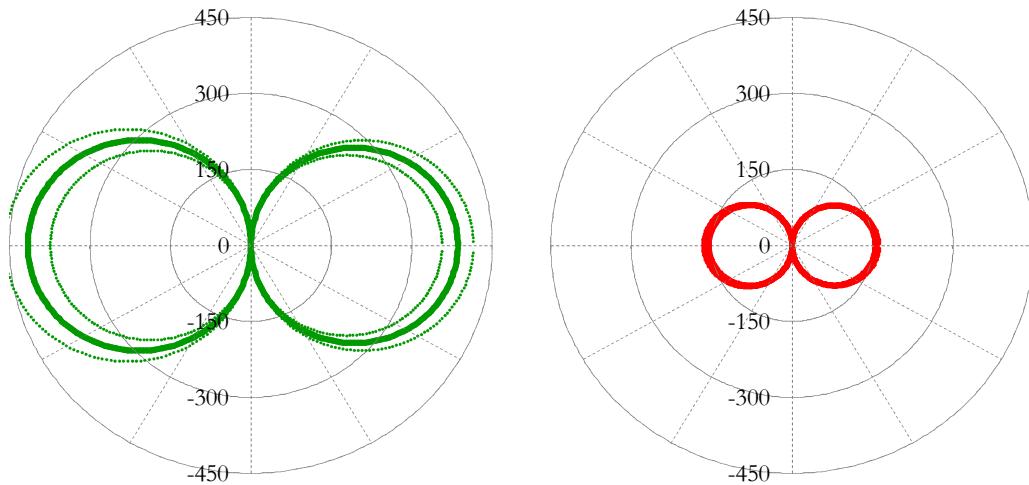


Figura 9.3.4.VII – Taglio alla base nel caso lineare (sinistra) e nel caso non lineare (destra)

Analogamente a quanto fatto prima, sembra interessante proporre sia il confronto tra il caso elastico ed anelastico (Figura 9.3.4.VIII a sinistra) che il relativo rapporto (Figura 9.3.4.VIII a destra).

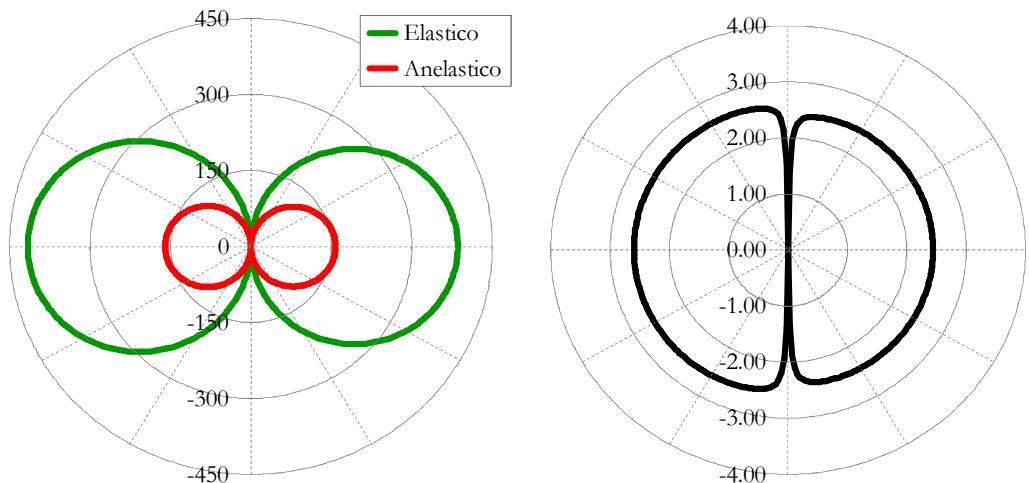


Figura 9.3.4.VIII – Confronto in taglio alla base (sinistra) tra il caso lineare (verde) e quello non lineare (rosso) e loro rapporto (destra)

Nel caso della reazione alla base è immediato osservare una simmetria rispetto all'asse delle X proprio in virtù del fatto che il taglio alla base è orientato sempre e comunque secondo la direzione di sollecitazione, fatto ovviamente imputabile al rispetto dell'equilibrio alla traslazione. Inoltre, proprio a causa del simmetrico taglio della sollecitazione nel caso anelastico, si assiste ad un valore del fattore di riduzione della forza pressoché simile in entrambe le direzioni e pari all'incirca a 2.5.

9.3.5. Valutazione dell'attendibilità delle metodologie di pushover

Infine, a riprova dei metodi di analisi statica non lineare qui proposti, si confrontano le soluzioni stimate a mezzo di pushover con quella ottenuta dall'analisi dinamica non lineare. Come ampiamente discusso in Appendice C, non è immediato comparare le risposte scaturite dalle diverse casistiche di analisi. Si è ovviato a tale inconveniente mediante la *proiezione* degli inviluppi di volta in volta lungo una direzione prefissata. Nel proseguo, avendo qui considerato soltanto l'analisi secondo la direzione dell'asse X, si proiettano i risultati secondo tale asse al fine di avere una comparazione diretta tra le varie grandezze.

Spostamento del Centro di Massa									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0783	0.0831	0.0879	0.0634	0.0163	25.7	23.5	31.1	38.6

Tabella 9.3.5.I – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del centro di massa CM

Spostamento del Punto 101									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0730	0.0777	0.0824	0.0572	0.0173	30.18	27.6	35.8	44.1

Tabella 9.3.5.II – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 101

Spostamento del Punto 102									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0730	0.0777	0.0824	0.0572	0.0173	30.18	27.6	35.8	44.1

Tabella 9.3.5.III – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 102

Spostamento del Punto 103									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0840	0.0889	0.0938	0.0743	0.0188	25.31	13.1	19.7	26.2

Tabella 9.3.5.IV – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 103

Spostamento del Punto 104									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0840	0.0889	0.0938	0.0743	0.0188	25.31	13.1	19.7	26.2

Tabella 9.3.5.V – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 104

Taglio alla Base									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	135.47	136.36	137.33	157.85	5.50	3.49	-14.2	-13.6	-13.0

Tabella 9.3.5.VI – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi al taglio alla base

Come si evince dai risultati in termini di spostamento proposti sopra nelle tabelle, i metodi basati sull’energia portano a sovrastimare in modo sensibile la risposta del sistema. Gli stessi metodi risultano essere inoltre meno accurati quando paragonati alla metodologia proposta dall’Eurocodice 8 che, nonostante presenti errori non trascurabili, fornisce comunque approssimazioni migliori. Risulta anche che il metodo A basato sull’energia sembra essere migliore di quello indicato con B, assistendo per quest’ultimo ad un errore anche pari al doppio di quello commesso se si fosse fatto uso della procedura EC8-N2.

Errori confrontabili sono invece stati trovati in termini di taglio alla base dove, al contrario, le metodologie energetiche portano a stime leggermente migliori anche se ancora affette da un notevole grado di incertezza. Risultati contrastanti invece arrivano dalle analisi multi direzionali riportate nel seguito, dove si assiste a tendenze diametralmente opposte che incoraggiano l’uso dei metodi basati su di un approccio energetico.

9.4. Analisi multi direzionale su modello 3D

Nel presente paragrafo si analizza ora la risposta del sistema sottoposto sia ad analisi statiche non lineari che a time history multi direzionali al fine di valutare l’affidabilità dei metodi qui proposti. Nello specifico, interessando la risposta sismica orizzontale del sistema, si considerano solo le componenti piane di sollecitazione scomposte secondo gli assi principali X ed Y.

Accelerogrammi impiegati nell’analisi dinamica non lineare:

Come input sismico da impiegare nelle analisi time history si sceglie un gruppo di 7 accelerogrammi spettro-compatibili in pseudo-accelerazione elastica caratterizzati da due componenti tra loro ortogonali. Si osservi che la spettrocompatibilità è imposta su ogni singola componente. La generica i -esima storia di accelerazione applicata al sistema si presenta ora nella forma

$$a_i(t) = a_{i,X}(t) \cdot \hat{i} + a_{i,Y}(t) \cdot \hat{j} \quad (9.5)$$

Ovviamente la reazione alla base in linea generale tenderà ad avere diverse orientazioni in base alla direzione di sollecitazione imposta dall’accelerogramma.

Spettri impiegati nell’analisi statica non lineare:

Per le analisi statiche non lineari sono necessari spettri di domanda sismica. Svolgendo le analisi per più direzioni, si procede come segue. Si prende il singolo accelerogramma, caratterizzato da due componenti, e lo si proietta lungo la direzione di analisi considerata ed individuata dall’angolo α . In tale modo si ottiene una sola componente di accelerazione lungo la retta considerata. È possibile quindi calcolare gli spettri per duttilità assegnata per il primo accelerogramma. Si fa questo per le altre 6 storie del gruppo e alla fine si media il tutto. Questo permette di avere, una volta fissata la direzione, lo spettro medio per duttilità fissata. Il procedimento di definizione degli spettri di domanda è stato ampiamente trattato in Appendice C al Paragrafo C.5. Per la proiezione della storia di accelerazione lungo la direzione considerata si faccia utile riferimento all’equazione (C.42).

Distribuzione di forze nell'analisi statica non lineare:

Per quanto concerne la distribuzione di forze da applicare al sistema, il fatto di avere un solo piano permette di avere alcune semplificazioni. Nello specifico viene, di volta in volta, applicata al CM del sistema una forza parallela alla direzione di analisi fissata. In generale detta azione si può scrivere come proposto formalmente nell'equazione (9.2). Si osservi che gli effetti torsionali sono ancora implicitamente considerati proprio applicando l'azione al CM che sappiamo non coincidere con il CR. Ci si aspetta dunque di assistere ad effetti parassiti dovuti all'eccentricità strutturale.

9.4.1. Analisi pushover e capacità strutturale

Come illustrato in precedenza, al modello 3D viene applicata una forza monotona crescente al CM lungo la direzione individuata dall'angolo α . La rappresentazione della curva di pushover diventa interessante quando questa viene proposta nello spazio così come mostrato in Figura 9.4.1.I. Nello specifico vengono riportati, nel piano orizzontale, gli spostamenti del CM nelle due direzioni ortogonali. Lungo l'asse z è invece proposto il valore del taglio alla base. Si osservi che a rigore anche il taglio alla base presenta due componenti lungo X ed Y. Avendo fissato la direzione resta comunque definita tale reazione e quindi dell'azione alla base interessa soltanto il modulo. Questo è giustificato dal fatto che la forza applicata presenta sempre una reazione uguale e contraria, mentre per lo spostamento questo non è a priori possibile asseverarlo a causa delle eccentricità. La curva taglio alla base vs. spostamento risulta allora essere sghemba (in nero in Figura 9.4.1.I.). Nella metodologia di pushover energetica, tenendo in conto il lavoro fatto ed il relativo spostamento di equal energia, si assiste invece ad una proiezione dello spostamento lungo la direzione di analisi. Questo è vero in quanto il lavoro si calcola facendo uso proprio del prodotto scalare. Tale approccio permette di riportare sia la forza agente che il relativo spostamento del sistema SDOF equivalente associato secondo la direzione di analisi. La corrispondente curva (rossa in figura) giace infatti nel piano individuato dalla direzione di analisi e dall'asse z . L'effetto di deriva dello spostamento secondo la direzione ortogonale alla retta di applicazione della forza e dovuta all'eccentricità strutturale è mostrato chiaramente dal confronto tra le curve di spostamento (rosa e grigia) proiettate sul piano orizzontale.

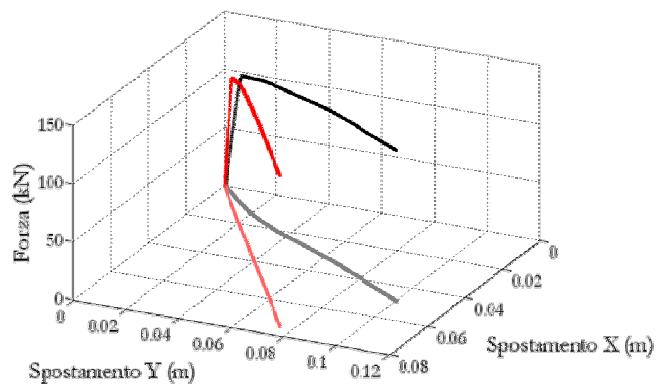


Figura 9.4.1.I – Curva di pushover e curva di pushover proiettata lungo la direzione di analisi relativamente ad un angolo di 45°

Tale operazione, mostrata qui per un angolo α di 45° , può essere ripetuta per qualunque direzione. Nella Figura 9.4.1.II sono mostrate sia la curve di taglio alla base – spostamento di egual energia (sinistra) sia quelle in termini energetici (lavoro) sempre in funzione dello spostamento equienergetico (destra) e per diverse direzioni di analisi. Data la simmetria strutturale rispetto al piano YZ, alcune direzioni risultano essere accoppiate e, una volta eseguita la proiezione, conducono al medesimo risultato.

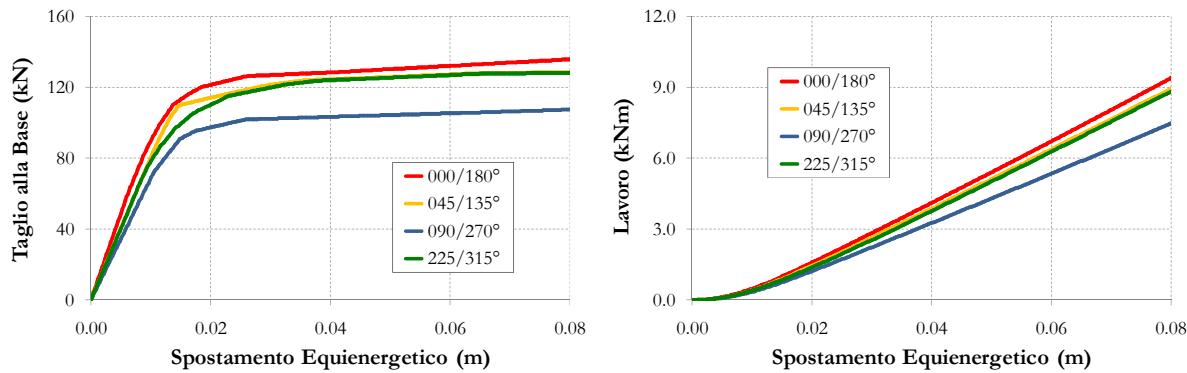


Figura 9.4.1.II – Curve di pushover (sinistra) e curve di pushover energetica (destra) per differenti direzioni di analisi

Si osservi che nei grafici sopra è stato riportato nelle ascisse sempre lo spostamento equienergetico, il che permette fin da subito di sostituire il sistema MDOF con quello SDOF equivalente associato. Questo permette inoltre anche di confrontare direttamente le curve relative ai vari casi di analisi nello stesso piano. Si osservi che il grafico a destra in Figura 9.4.1.II , dove la risposta è espressa in termini di lavoro, è caratterizzato da un significato fisico maggiore proprio perché rappresenta l'energia assorbita dal sistema sottoforma sia di energia elastica che anelastica.

9.4.2. Spettri e domanda sismica

Nelle analisi di pushover introdotte si deve fare uso di spettri i quali rappresentano, come noto, la domanda sismica richiesta al sistema. In tale studio si è fatto riferimento a spettri ottenuti direttamente da un set di 7 accelerogrammi generati potendo computare la domanda sismica in modo diretto così come discusso nel Capitolo 5 la Paragrafo 5.4 (terza ed ultima sezione). In Figura 9.4.2.I sono proposti gli spettri nei diversi formati e qui utilizzati nelle analisi. Si ricorda che sono stati considerati 14 valori di duttilità assegnata (1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Per una migliore lettura sono stati proposti soltanto spettri per duttilità fissata pari a $\mu = 1$, 4. Inoltre gli stessi spettri sono stati riportati tenendo conto della direzione di analisi (qui 0, 45 e 90°). Si osservi che l'input sismico è rappresentato da 7 accelerogrammi ognuno dei quali ha due componenti (X e Y). La generazione di tali time history è stata fatta tenuto conto della compatibilità con lo spettro elastico in pseudo-accelerazione. Per la generica storia, detta compatibilità è stata considerata sulle due componenti separatamente. Al contrario, per la direzione a 45° si è proiettata la storia di accelerazione lungo la bisettrice del primo quadrante e che, a rigore, non rispetta necessariamente il vincolo di compatibilità imposto. È infatti da notare che tutti gli spettri relativi a detta direzione e mostrati in Figura 9.4.2.I presentano maggior variabilità rispetto a quelli relativi agli assi X ed Y che invece per definizione rispettano questo

criterio. Tale caratteristica è ovviamente più marcata per il caso elastico e si va man mano a perdere all'aumentare della duttilità, fatto dovuto alla diminuzione dell'accuratezza della risposta al crescere del comportamento anelastico del sistema.

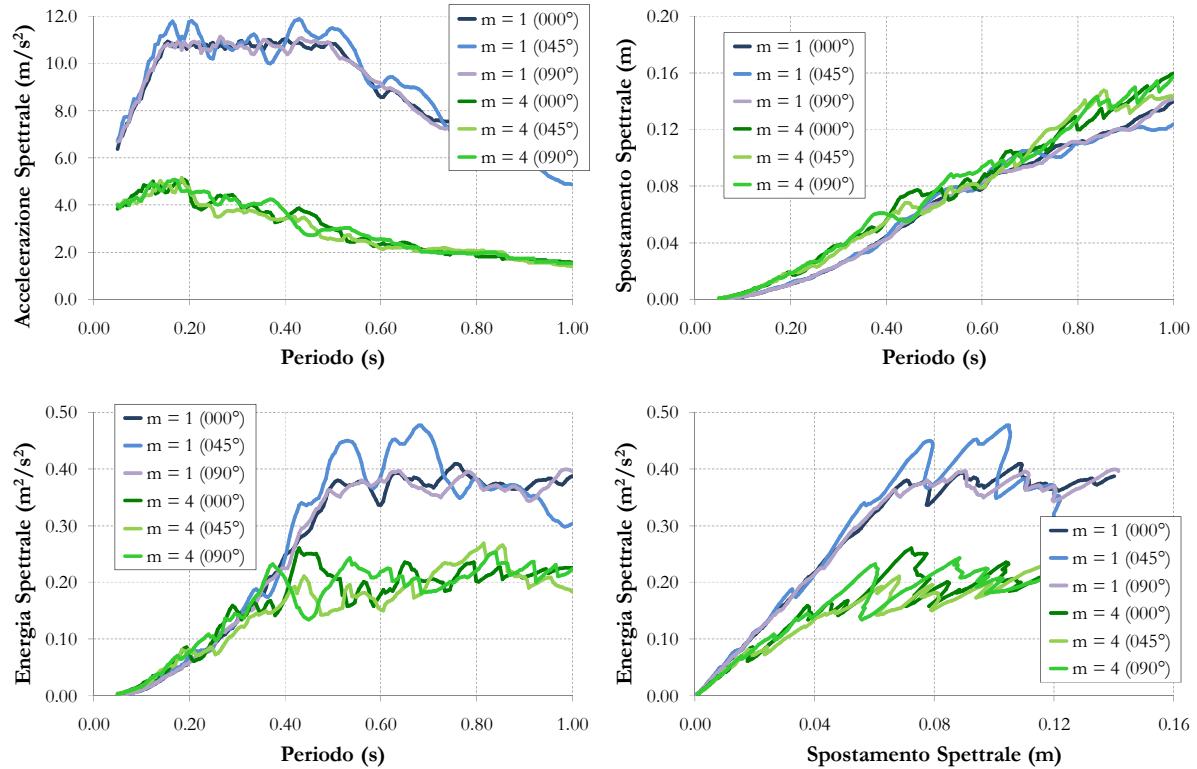


Figura 9.4.2.I – Spettri di domanda sismica nei differenti formati

Gli spettri sopra riportati sono impiegati per stimare il punto di performance strutturale una volta che questi sono comparati con la capacità del sistema.

9.4.3. Stima della soluzione mediante metodi di analisi pushover

Una volta nota sia la capacità strutturale che la richiesta imposta dal sisma, esistono diverse metodologie per arrivare alla stima del punto di performance del sistema. Detti metodi sono stati ampiamente illustrati nel Capitolo 6 a cui si rimanda per maggiori dettagli. Come più volte ricordato, tali procedure si *proiettano* lungo la direzione di applicazione della forza. I passaggi da fare sono i medesimi indicati nei paragrafi precedenti a cui si rimanda per maggiori dettagli. In Tabella 9.4.3.I sono proposti i principali parametri relativi alle soluzioni trovate con i diversi approcci qui considerati. Avendo qui a disposizione diverse direzioni di analisi, queste sono state raggruppate in base all'angolo relativo alla retta di applicazione della forza sollecitante di pushover che presenta, da 0 a 360°, un incremento ogni volta di 45° in modo da “spazzare” tutto il piano e fornire una stima della soluzione secondo la generica direzione di risposta.

Direzione Analisi	Metodo	dy^* (m)	d^* (m)	F^* (kN)	μ (-)	R^* (-)	T^* (s)	W (kNm)	w (m^2/s^2)
000°	EC8-N2	0.02130	0.07809	135.43	3.666	3.666	0.587	9.133	0.16441
	Energy-A	0.02223	0.08294	136.34	3.731	-	0.598	9.792	0.17627
	Energy-B	0.01413	0.08786	137.32	6.216	4.329	0.475	10.465	0.18839
045°	EC8-N2	0.02114	0.08280	128.80	3.918	3.918	0.600	9.304	0.16748
	Energy-A	0.02108	0.08202	128.75	3.890	-	0.599	9.202	0.16566
	Energy-B	0.01666	0.07254	128.28	4.354	4.729	0.534	7.984	0.14373
090°	EC8-N2	0.02263	0.09216	108.66	4.073	4.073	0.676	8.785	0.15814
	Energy-A	0.02350	0.09768	109.23	4.157	-	0.687	9.386	0.16897
	Energy-B	0.01585	0.09146	108.59	5.769	4.930	0.566	8.708	0.15677
135°	EC8-N2	0.02114	0.08280	128.80	3.918	3.918	0.600	9.304	0.16748
	Energy-A	0.02108	0.08202	128.75	3.890	-	0.599	9.202	0.16566
	Energy-B	0.01666	0.07254	128.28	4.354	4.729	0.534	7.984	0.14373
180°	EC8-N2	0.02130	0.07809	135.43	3.666	3.666	0.587	9.133	0.16441
	Energy-A	0.02223	0.08294	136.34	3.731	-	0.598	9.792	0.17627
	Energy-B	0.01413	0.08786	137.32	6.216	4.329	0.475	10.465	0.18839
225°	EC8-N2	0.02329	0.09407	129.08	4.040	4.040	0.629	10.640	0.19153
	Energy-A	0.02258	0.08310	128.49	3.680	-	0.621	9.227	0.16610
	Energy-B	0.01664	0.07290	127.99	4.382	4.738	0.534	7.919	0.14255
270°	EC8-N2	0.02496	0.09480	109.02	3.798	3.798	0.709	8.975	0.16156
	Energy-A	0.02899	0.11777	111.41	4.063	-	0.755	11.506	0.20713
	Energy-B	0.01589	0.09292	108.82	5.849	4.920	0.566	8.770	0.15787
315°	EC8-N2	0.02329	0.09407	129.08	4.040	4.040	0.629	10.640	0.19153
	Energy-A	0.02258	0.08310	128.49	3.680	-	0.621	9.227	0.16610
	Energy-B	0.01664	0.07290	127.99	4.382	4.738	0.534	7.919	0.14255

Tabella 9.4.3.I – Parametri del sistema SDOF equivalente relative alle soluzioni scaturite dalle diverse metodologie e per differenti direzioni di analisi

Dalla conoscenza della risposta del sistema SDOF energeticamente equivalente è possibile poi risalire allo stato di sollecitazione/deformazione della struttura MDOF reale. In Tabella 9.4.3.II sono proposti i risultati relativi alla direzione di analisi considerata ed inerenti sia allo spostamento del centro di massa che del taglio alla base. In Tabella 9.4.3.III sono invece proposti gli spostamenti dei punti d'angolo.

Tali risultati, per essere poi comparati con quanto scaturito dall'analisi dinamica non lineare, vanno proiettati lungo la direzione di confronto. Si potrebbe obiettare che in tale modo solo la componente lungo la retta individuata dall'angolo α è considerata nel confronto, tralasciando il contributo ortogonale. È anche vero che la time history fornisce una nuvola di soluzioni e non valori precisi per una certa direzione considerata. Un'alternativa plausibile, ma qui omessa, potrebbe essere quella di far variare nell'intorno della direzione sopra detta l'angolo di indagine al fine di avere a disposizione un range di paragone. Anche l'errore potrebbe allora essere parametrizzato rispetto all'angolo considerato. La comparazione tra i risultati scaturiti da analisi di diversa natura resta ancora un aspetto di difficile interpretazione e risoluzione.

Direzione Analisi	Metodo	CM		F_b	
		$d_{CM,X}$ (m)	$d_{CM,Y}$ (m)	$F_{b,X}$ (kN)	$F_{b,Y}$ (kN)
000°	N2	0.0783	0.0015	135.47	0.00
	A	0.0831	0.0017	136.36	0.00
	B	0.0879	0.0018	137.33	0.00
045°	N2	0.0390	0.0790	91.08	91.08
	A	0.0386	0.0782	91.04	91.04
	B	0.0344	0.0692	90.71	90.71
090°	N2	0.0000	0.0930	0.00	108.69
	A	0.0000	0.0985	0.00	109.25
	B	0.0000	0.0923	0.00	108.62
135°	N2	-0.0390	0.0790	-91.08	91.08
	A	-0.0386	0.0782	-91.04	91.04
	B	-0.0343	0.0690	-90.71	90.71
180°	N2	-0.0783	0.0015	-135.47	0.00
	A	-0.0831	0.0017	-136.36	0.00
	B	-0.0879	0.0018	-137.33	0.00
225°	N2	-0.0435	-0.0892	-91.28	-91.28
	A	-0.0386	-0.0786	-90.86	-90.86
	B	-0.0339	-0.0688	-90.51	-90.51
270°	N2	0.0000	-0.0944	0.00	-109.04
	A	0.0000	-0.1172	0.00	-111.42
	B	0.0000	-0.0925	0.00	-108.84
315°	N2	0.0435	-0.0892	91.28	-91.28
	A	0.0386	-0.0786	90.86	-90.86
	B	0.0339	-0.0688	90.51	-90.51

Tabella 9.4.3.II – Spostamento CM e taglio alla base relativamente alle soluzioni della pushover

Direzione Analisi	Metodo	101		102		103		104	
		$d_{101,X}$ (m)	$d_{101,Y}$ (m)	$d_{102,X}$ (m)	$d_{102,Y}$ (m)	$d_{103,X}$ (m)	$d_{103,Y}$ (m)	$d_{104,X}$ (m)	$d_{104,Y}$ (m)
000°	N2	0.0730	0.0070	0.0730	-0.0040	0.0840	0.0070	0.0840	-0.0040
	A	0.0777	0.0074	0.0777	-0.0039	0.0889	0.0074	0.0889	-0.0039
	B	0.0824	0.0076	0.0824	-0.0039	0.0938	0.0076	0.0938	-0.0039
045°	N2	0.0339	0.0842	0.0339	0.0738	0.0443	0.0842	0.0443	0.0738
	A	0.0336	0.0834	0.0336	0.0730	0.0439	0.0834	0.0439	0.0730
	B	0.0297	0.0740	0.0297	0.0644	0.0393	0.0740	0.0393	0.0644
090°	N2	0.0000	0.0930	0.0000	0.0930	0.0000	0.0930	0.0000	0.0930
	A	0.0000	0.0985	0.0000	0.0985	0.0000	0.0985	0.0000	0.0985
	B	0.0000	0.0923	0.0000	0.0923	0.0000	0.0923	0.0000	0.0923

continua ...

135°	N2	-0.0339	0.0738	-0.0339	0.0842	-0.0443	0.0738	-0.0443	0.0842
	A	-0.0336	0.0730	-0.0336	0.0834	-0.0439	0.0730	-0.0439	0.0834
	B	-0.0297	0.0642	-0.0297	0.0738	-0.0392	0.0642	-0.0392	0.0738
180°	N2	-0.0730	-0.0040	-0.0730	0.0070	-0.0840	-0.0040	-0.0840	0.0070
	A	-0.0777	-0.0039	-0.0777	0.0074	-0.0889	-0.0039	-0.0889	0.0074
	B	-0.0824	-0.0039	-0.0824	0.0076	-0.0938	-0.0039	-0.0938	0.0076
225°	N2	-0.0381	-0.0947	-0.0381	-0.0837	-0.0492	-0.0947	-0.0492	-0.0837
	A	-0.0336	-0.0837	-0.0336	-0.0735	-0.0438	-0.0837	-0.0438	-0.0735
	B	-0.0293	-0.0735	-0.0293	-0.0641	-0.0387	-0.0735	-0.0387	-0.0641
270°	N2	0.0000	-0.0944	0.0000	-0.0944	0.0000	-0.0944	0.0000	-0.0944
	A	0.0000	-0.1172	0.0000	-0.1172	0.0000	-0.1172	0.0000	-0.1172
	B	0.0000	-0.0925	0.0000	-0.0925	0.0000	-0.0925	0.0000	-0.0925
315°	N2	0.0381	-0.0837	0.0381	-0.0947	0.0492	-0.0837	0.0492	-0.0947
	A	0.0336	-0.0735	0.0336	-0.0837	0.0438	-0.0735	0.0438	-0.0837
	B	0.0293	-0.0641	0.0293	-0.0735	0.0387	-0.0641	0.0387	-0.0735

Tabella 9.4.3.III – Spostamento degli angoli relativamente alle soluzioni della pushover

9.4.4. Soluzione trovata mediante l’uso di analisi dinamiche non lineari

Come più volte detto, la soluzione convenzionalmente vera al problema sismico è rappresentata dall’analisi dinamica non lineare. Nel presente scenario di analisi si è adottato un input sismico costituito da un set di 7 accelerogrammi spettro-compatibili secondo due direzioni mutuamente ortogonali. In base a quanto ampiamente discusso in Appendice C al Paragrafo C.3, per la rappresentazione delle grandezze qui considerata (taglio alla base e spostamento) occorre effettuare un’operazione di *proiezione* dei valori secondo una direzione prefissata di analisi. Si rimanda a tale Paragrafo per una migliore descrizione di quanto fatto. Nel seguito sono mostrati i risultati mediati ottenuti dalle analisi dinamiche non lineari sul modello. In particolare in Figura 9.4.4.I è proposto lo spostamento del centro di massa CM sia nel caso di comportamento lineare (sinistra in verde) che non lineare (destra in rosso). Nella stessa Figura 9.4.4.I sono proposti, oltre i valori medi indicati con linea continua, anche la risposta media più e meno la deviazione standard (linea tratteggiata). È immediato notare come l’incertezza aumenti notevolmente passando dal caso ideale lineare a quello anelastico. È importante osservare che, nonostante l’input sia multi direzionale (lungo X e Y), è individuabile dai grafici sotto una sorta di direzione di maggior sollecitazione individuabile in modo qualitativo lungo al retta a circa 280-290°.

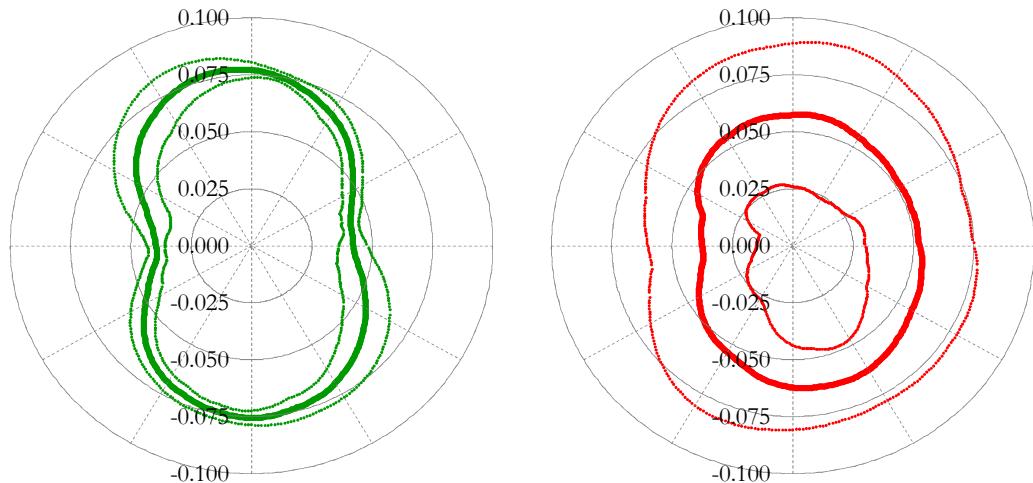


Figura 9.4.4.I – Spostamento del centro di massa nel caso lineare (sinistra) e nel caso non lineare (destra)

In Figura 9.4.4.II sono proposti gli spostamenti dei punti detti supponendo il comportamento strutturale puramente lineare elastico.

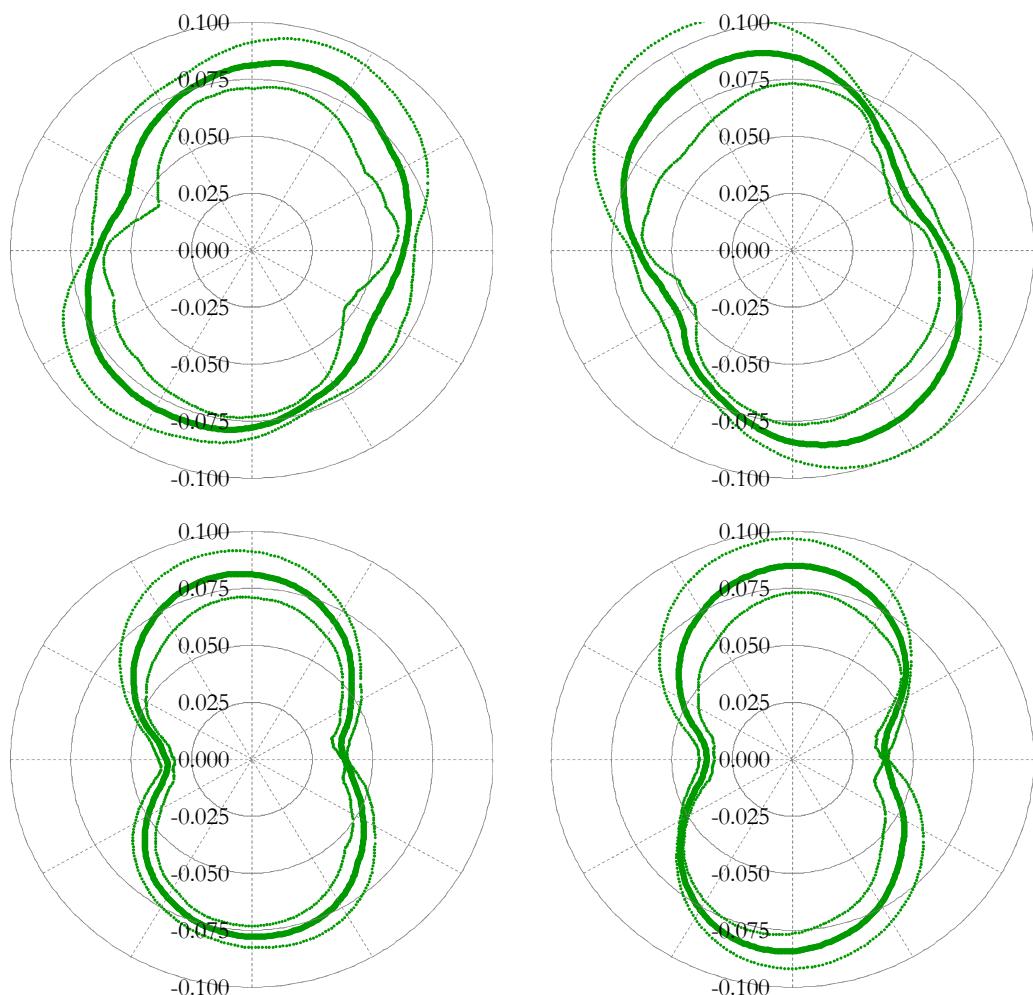


Figura 9.4.4.II – Spostamento dei punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra) nel caso di risposta elastica

In Figura 9.4.4.III sono proposti i medesimi spostamenti dei punti detti considerando stavolta un comportamento strutturale anelastico.

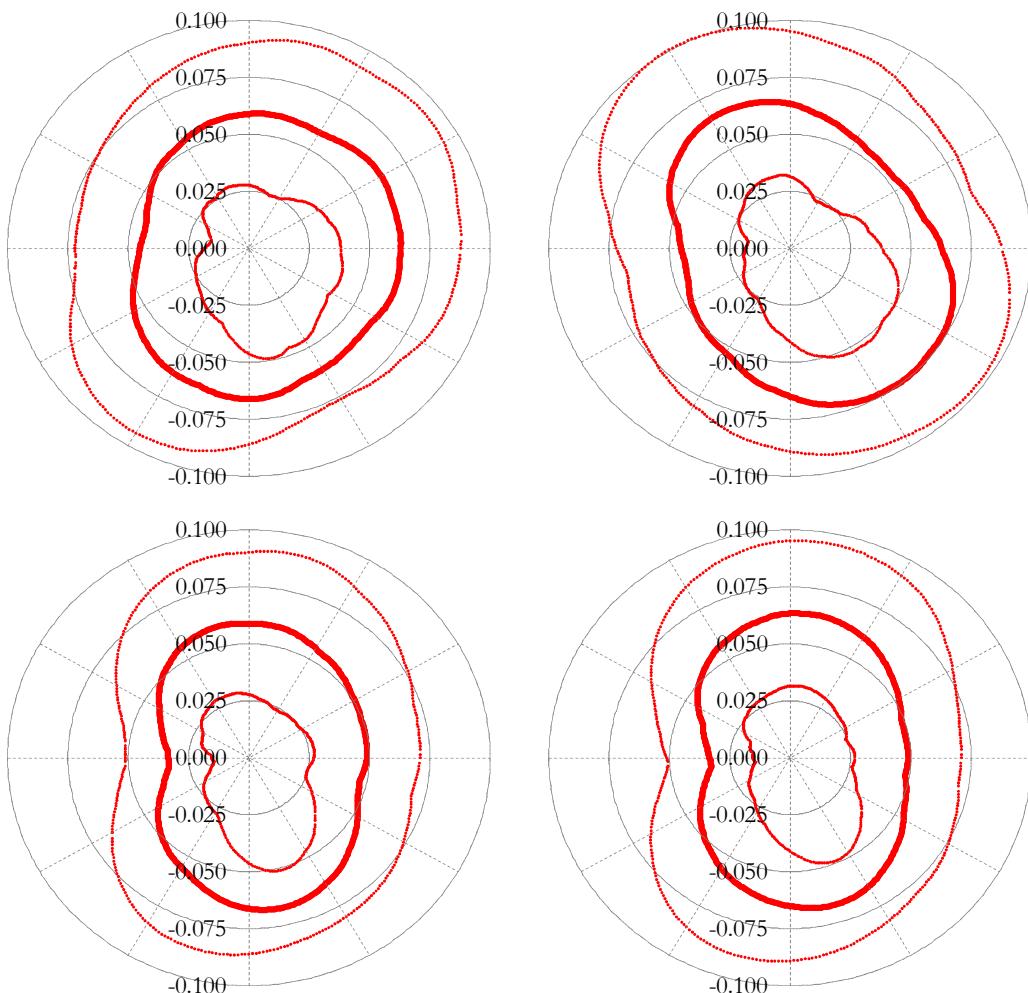


Figura 9.4.4.III – Spostamento dei punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra) nel caso di risposta anelastica

Si è voluta proporre la risposta, in termini di spostamento, anche dei quattro punti d'angolo della copertura, per i problemi legati alla difficoltà intrinseca di rappresentare contemporaneamente sia gli spostamenti nelle due direzioni sia la rotazione. Come mostrato chiaramente dai grafici in spostamento anelastico, i massimi tendono a orientarsi ancora verso una direzione individuata approssimativamente da un angolo di 280-290°. Anche per gli spostamenti d'angolo rimane comunque l'aumento dell'incertezza, espressa dalla deviazione standard, nel passare dal caso lineare a quello non lineare. Una volta a disposizione la *nuvola* di inviluppo scaturita dalla proiezione dei massimi spostamenti, è possibile effettuare il confronto tra caso elastico e caso anelastico. In Figura 9.4.4.IV è mostrato il confronto tra i due casi avendo fatto uso dei valori medi già proposti in Figura 9.4.4.I (sinistra). Inoltre si calcola anche il rapporto tra lo spostamento anelastico e quello elastico. Tale risultato è ancora proposto in Figura 9.4.4.IV a destra. Come si evince dalla stessa figura, il rapporto non assume valori costanti in funzione della direzione. Si osservi che a rigore solo in corrispondenza del massimo spostamento andrebbe preso in considerazione detto rapporto. Questo resta comunque un utile indicatore del comportamento strutturale quando si passa da una risposta puramente elastica ad una anelastica.

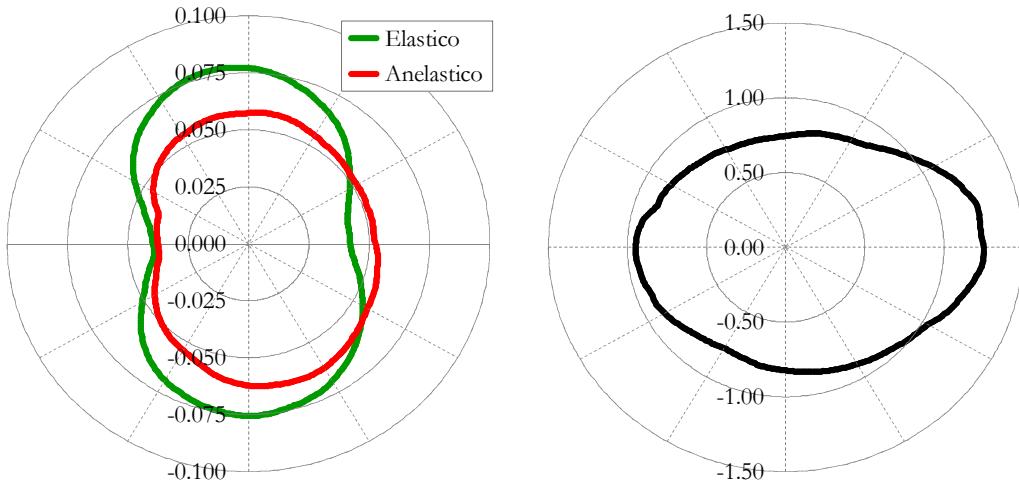


Figura 9.4.4.IV – Confronto in spostamento (sinistra) tra il caso lineare (verde) e quello non lineare (rosso) e loro rapporto (destra)

Analogo confronto è stato proposto per gli spostamenti dei punti d'angolo. In Figura 9.4.4.V sono proposte le comparazioni, tra caso elastico e caso anelastico, per i punti 101, 102, 103 e 104.

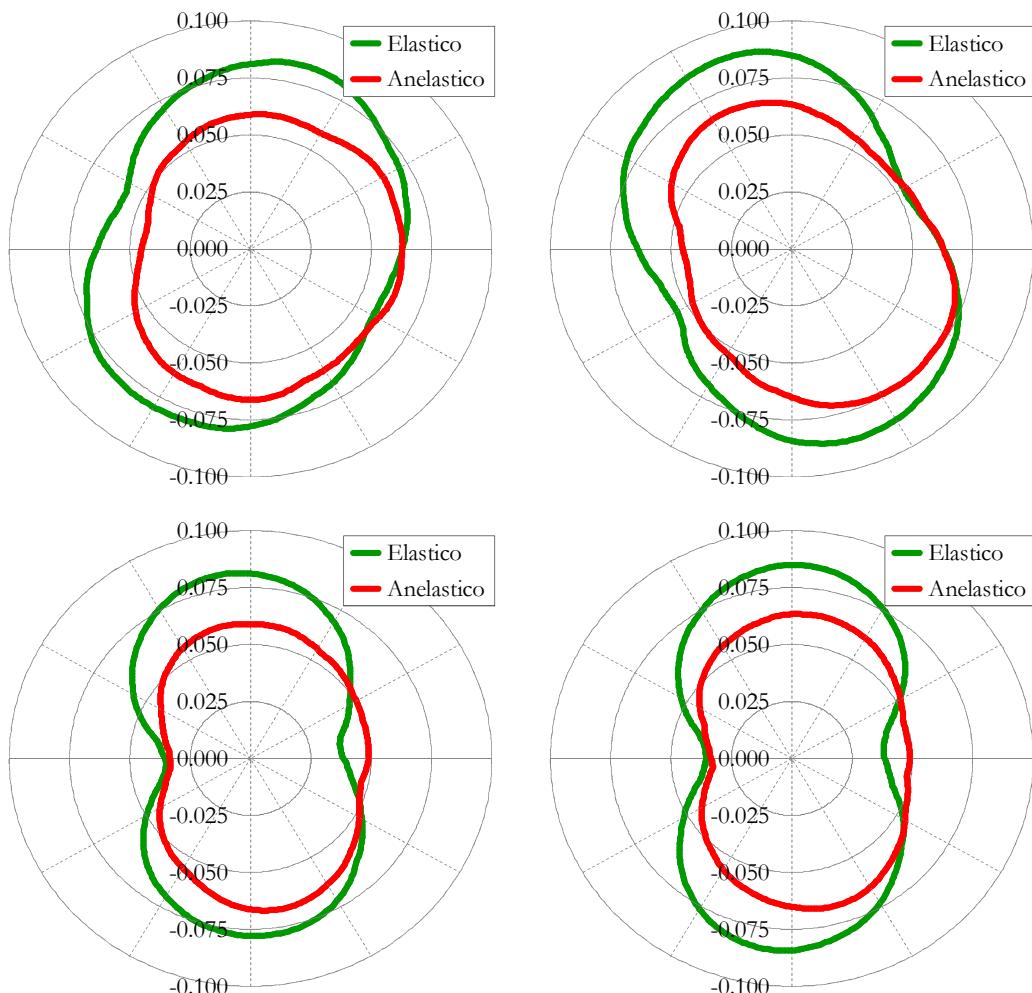


Figura 9.4.4.V – Confronto in spostamento tra il caso lineare (verde) e quello non lineare (rosso) per i punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra)

I risultati ottenuti per il centro di massa CM rimangono validi anche per gli spostamenti dei punti d'angolo. Come si evince dai grafici sopra, a causa dell'orientamento delle time history, è possibile individuare una direzione preferenziale di plasticizzazione del sistema. Analogamente a quanto fatto prima, in Figura 9.4.4.VI sono proposti i rapporti tra lo spostamento anelastico e quello ottenuto pensando la struttura a comportamento elastico.

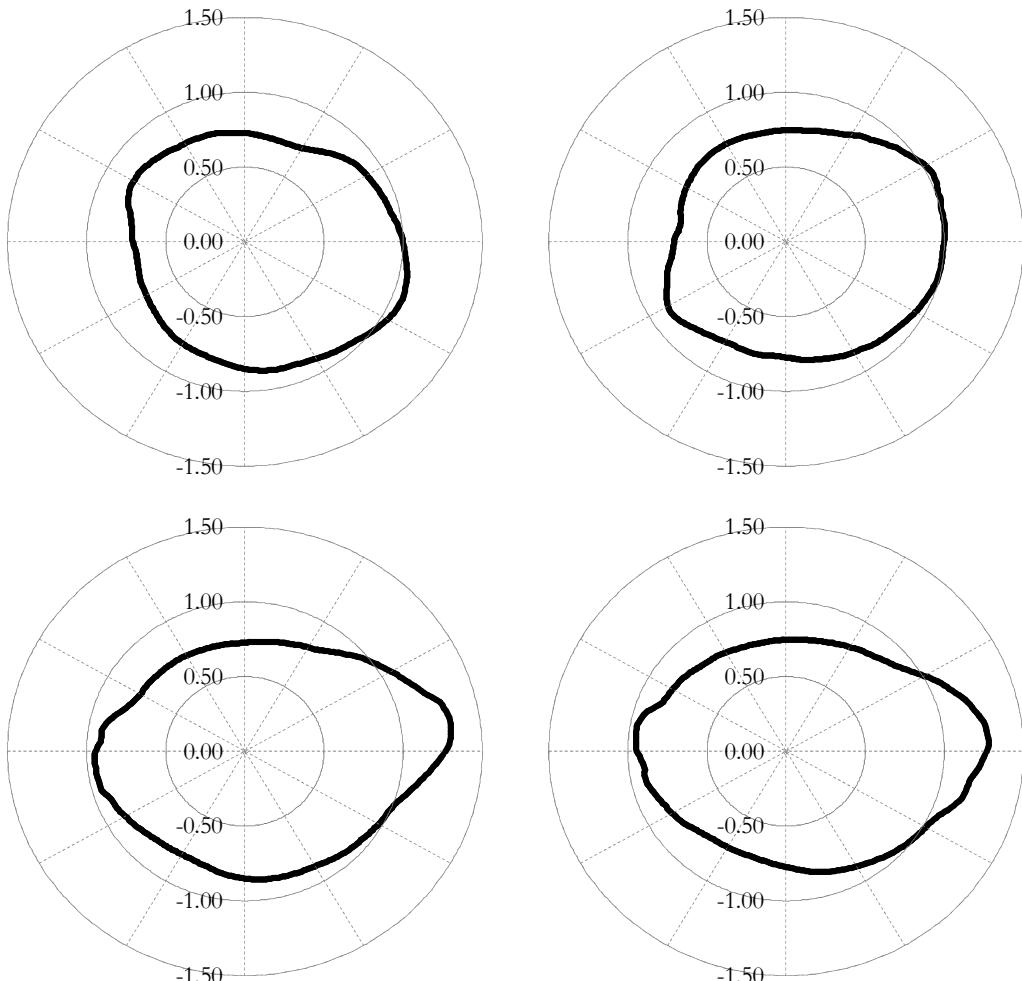


Figura 9.4.4.VI – Rapporto in spostamento tra il caso anelastico e quello elastico per i punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra)

Come si evince chiaramente dai grafici appena proposti, il rapporto in spostamento non è costante ma varia in base alla direzione. Si constata comunque che per i nodi d'angolo 103 e 104 il valore massimo, che rimane quello da considerare, si assesta intorno ad un valore all'incirca pari ad 1.3. Al contrario, per i nodi 101 e 102 si assiste in genere a valori inferiori all'unità e solo in alcuni casi supera tale limite. Questo fatto è imputabile alla forte plasticizzazione a cui si assiste in particolar modo nei pilastri 1 e 2 caratterizzati da rigidezza, e quindi sollecitazione, maggiore. Infine sembra interessante proporre il confronto in termini di taglio alla base. In Figura 9.4.4.VII è proposto detto parametro medio ed il relativo range variazionale valutato sulla deviazione standard sia nel caso lineare (sinistra in verde) che nel caso anelastico (destra in rosso).

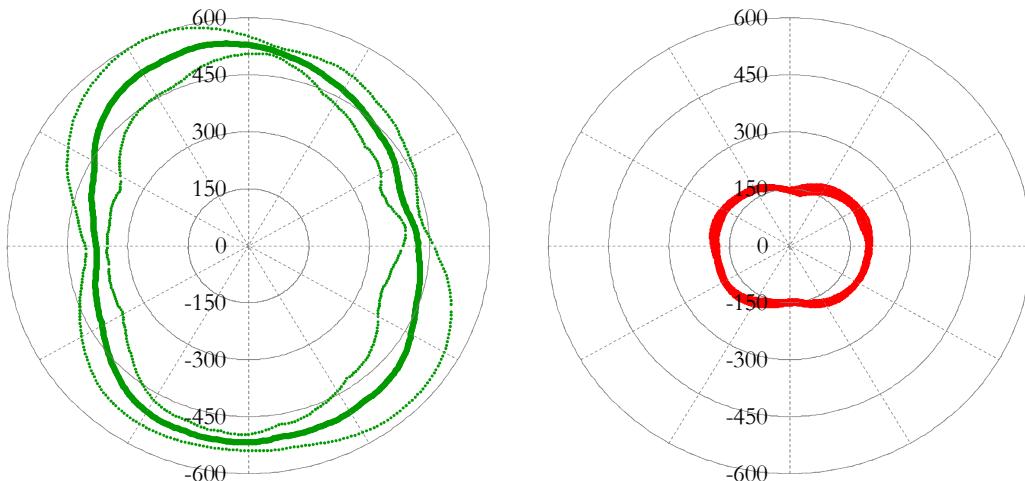


Figura 9.4.4.VII – Taglio alla base nel caso lineare (sinistra) e nel caso non lineare (destra)

Analogamente a quanto fatto prima, sembra interessante proporre sia il confronto tra il caso elastico ed anelastico (Figura 9.4.4.VIII a sinistra) che il relativo rapporto (Figura 9.4.4.VIII a destra).

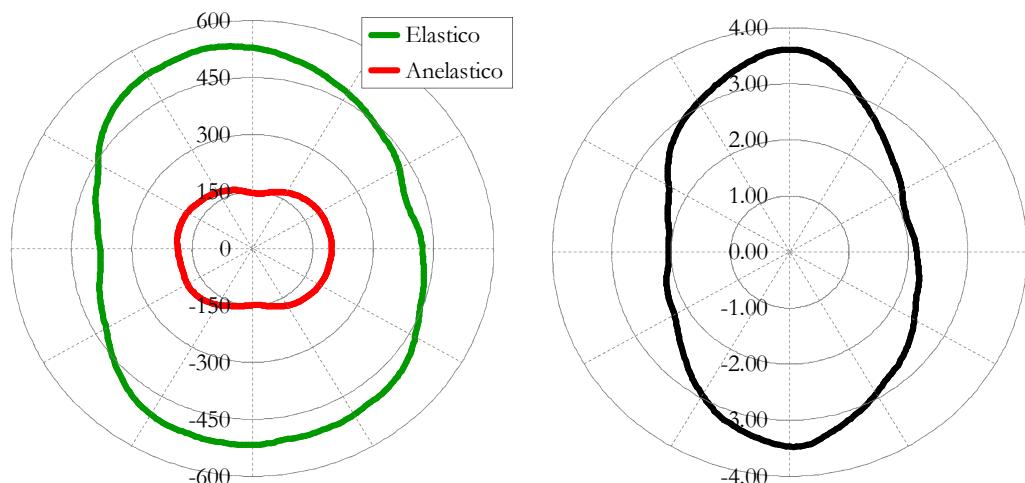


Figura 9.3.4.VIII – Confronto in taglio alla base (sinistra) tra il caso lineare (verde) e quello non lineare (rosso) e loro rapporto (destra)

Dal confronto appena esposto è immediatamente chiaro l'effetto del taglio della sollecitazione in termini di forza nel passare da un comportamento puramente elastico ad uno elasto-plastico. Si osservi che il valore maggiore del fattore di riduzione della forza (*Strength Reduction Factor*) è relativo ad una direzione approssimativamente di 270° , che è compatibile con i risultati trovati in termini di spostamento. Questo permette di trarre utili informazioni sulla direzione maggiormente sollecitata dall'input sismico.

9.4.5. Valutazione dell'attendibilità delle metodologie di pushover

Infine, a riprova dei metodi di analisi statica non lineare qui proposti, si confrontano le soluzioni stimate a mezzo di pushover con quella ottenuta dall'analisi dinamica non lineare. Come ampiamente discusso in Appendice C, non è immediato comparare i risultati scaturiti dalle diverse casistiche di analisi. Si è ovviato a tale inconveniente mediante la *proiezione* degli inviluppi

di volta in volta lungo una direzione prefissata. Nel proseguito si propongono i risultati parametrizzati rispetto all'angolo di analisi al fine di avere una comparazione diretta tra le varie grandezze. Da Tabella 9.4.5.I a Tabella 9.4.5.V sono proposti i valori numerici relativi rispettivamente ai punti CM, 101, 102, 103 e 104.

Spostamento del Centro di Massa									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0783	0.0831	0.0879	0.0527	0.0226	42.84 %	48.6	57.7	66.8
045°	0.0834	0.0826	0.0733	0.0531	0.0285	53.75 %	57.1	55.6	38.0
090°	0.0930	0.0985	0.0923	0.0574	0.0314	54.77 %	62.0	71.6	60.8
135°	0.0834	0.0826	0.0731	0.0515	0.0258	50.10 %	61.9	60.4	41.9
180°	0.0783	0.0831	0.0879	0.0376	0.0225	59.90 %	108.2	121.0	133.8
225°	0.0938	0.0828	0.0726	0.0504	0.0253	50.21 %	86.1	64.3	44.0
270°	0.0944	0.1172	0.0925	0.0622	0.0185	29.75 %	51.8	88.4	48.7
315°	0.0938	0.0828	0.0726	0.0600	0.0186	31.06 %	56.3	38.0	21.0

Tabella 9.4.5.I – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del centro di massa CM

Spostamento del Punto 101									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0730	0.0777	0.0824	0.0489	0.0220	45.01 %	49.3	58.9	68.5
045°	0.0835	0.0827	0.0734	0.0531	0.0285	53.73 %	57.3	55.7	38.2
090°	0.0930	0.0985	0.0923	0.0589	0.0312	52.96 %	57.9	67.2	56.7
135°	0.0762	0.0754	0.0664	0.0505	0.0240	47.63 %	50.9	49.3	31.5
180°	0.0730	0.0777	0.0824	0.0335	0.0179	53.57 %	117.9	131.9	146.0
225°	0.0939	0.0829	0.0727	0.0505	0.0254	50.23 %	85.9	64.2	44.0
270°	0.0944	0.1172	0.0925	0.0662	0.0199	30.05 %	42.6	77.0	39.7
315°	0.0861	0.0757	0.0660	0.0584	0.0197	33.81 %	47.4	29.6	13.0

Tabella 9.4.5.II – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 101

Spostamento del Punto 102									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0730	0.0777	0.0824	0.0489	0.0220	45.01 %	49.3	58.9	68.5
045°	0.0762	0.0754	0.0666	0.0567	0.0293	51.68 %	34.4	33.0	17.5
090°	0.0930	0.0985	0.0923	0.0634	0.0319	50.38 %	46.7	55.4	45.6
135°	0.0835	0.0827	0.0731	0.0516	0.0259	50.16 %	61.8	60.3	41.7
180°	0.0730	0.0777	0.0824	0.0335	0.0179	53.57 %	117.9	131.9	146.0
225°	0.0861	0.0757	0.0660	0.0500	0.0274	54.86 %	72.2	51.4	32.0
270°	0.0944	0.1172	0.0925	0.0651	0.0240	36.86 %	45.0	80.0	42.1
315°	0.0939	0.0829	0.0727	0.0601	0.0186	31.04 %	56.2	37.9	21.0

Tabella 9.4.5.III – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 102

Spostamento del Punto 103									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0840	0.0889	0.0938	0.0629	0.0248	39.51 %	33.5	41.3	49.1
045°	0.0909	0.0900	0.0801	0.0614	0.0320	52.09 %	48.0	46.6	30.5
090°	0.0930	0.0985	0.0923	0.0589	0.0312	52.96 %	57.9	67.2	56.7
135°	0.0835	0.0827	0.0731	0.0516	0.0259	50.16 %	61.8	60.3	41.7
180°	0.0840	0.0889	0.0938	0.0452	0.0267	59.14 %	85.8	96.7	107.5
225°	0.1018	0.0902	0.0793	0.0596	0.0315	52.85 %	70.8	51.3	33.1
270°	0.0944	0.1172	0.0925	0.0662	0.0199	30.05 %	42.6	77.0	39.7
315°	0.0939	0.0829	0.0727	0.0601	0.0186	31.04 %	56.2	37.9	21.0

Tabella 9.4.5.IV – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 103

Spostamento del Punto 104									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	0.0840	0.0889	0.0938	0.0629	0.0248	39.51 %	33.5	41.3	49.1
045°	0.0835	0.0827	0.0734	0.0531	0.0285	53.73 %	57.3	55.7	38.2
090°	0.0930	0.0985	0.0923	0.0634	0.0319	50.38 %	46.7	55.4	45.6
135°	0.0909	0.0900	0.0799	0.0624	0.0352	56.50 %	45.7	44.2	28.0
180°	0.0840	0.0889	0.0938	0.0452	0.0267	59.14 %	85.8	96.7	107.5
225°	0.0939	0.0829	0.0727	0.0505	0.0254	50.23 %	85.9	64.2	44.0
270°	0.0944	0.1172	0.0925	0.0651	0.0240	36.86 %	45.0	80.0	42.1
315°	0.1018	0.0902	0.0793	0.0745	0.0230	30.93 %	36.6	21.1	6.4

Tabella 9.4.5.V – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi allo spostamento del Punto 104

In Tabella 9.4.5.VI sono infine riportati i valori numerici relativi al taglio alla base per le analisi qui svolte.

Taglio alla Base									
Direzione Analisi	Pushover			Time History			Errore Percentuale (%)		
	EC-N2	Ener-A	Ener-B	Media	Dev. St.	COV	N2	A	B
000°	135.47	136.36	137.33	197.02	6.4950	3.30 %	-31.2	-30.8	-30.3
045°	128.81	128.76	128.29	183.28	10.0080	5.46 %	-29.7	-29.7	-30.0
090°	108.69	109.25	108.62	146.33	5.0360	3.44 %	-25.7	-25.3	-25.8
135°	128.81	128.76	128.28	179.42	6.9469	3.87 %	-28.2	-28.2	-28.5
180°	135.47	136.36	137.33	185.82	8.6980	4.68 %	-27.1	-26.6	-26.1
225°	129.09	128.49	128.00	184.12	8.0341	4.36 %	-29.9	-30.2	-30.5
270°	109.04	111.42	108.84	149.19	6.5954	4.42 %	-26.9	-25.3	-27.0
315°	129.09	128.49	128.00	185.31	7.0251	3.79 %	-30.3	-30.7	-30.9

Tabella 9.4.5.VI – Soluzioni analisi ed errori percentuale relativi al taglio alla base

Nel proseguo, gli stessi risultati delle tabelle precedenti sono riportati in forma grafica. Da Figura 9.4.5.I a Fig 9.4.5.V sono proposti, per ogni immagine: a sinistra i confronti tra le soluzioni stimate con la pushover e quella trovata mediante l'analisi dinamica non lineare ed espresse in termini di spostamento nel piano XY; a destra sono proposti gli errori percentuale valutati paragonando le soluzioni stimate con quella convenzionalmente vera e per direzioni assegnate ($\alpha = 0, 45, 90, 135, 180, 225, 270, 315^\circ$). Si osservi che in dette figure l'angolo pari a zero individua

l'asse delle X nella classica convenzione utilizzata nell'analisi matematica. Si ponga l'attenzione sul fatto anche che nei grafici a sinistra la soluzione dell'analisi non lineare dinamica è valutata per tutti gli angoli compresi tra 0 e 360° con passo 1° . La pushover fornisce, di contro, soluzioni per direzioni assegnate e qui indicate con il relativo marcatore. È facile notare che, tenuto conto delle proprietà di simmetria della struttura, quando si "spinge" il sistema secondo uno dei suoi assi principali, qui relativo ad un angolo di $90/270^\circ$, lo spostamento ha componente solo in detta direzione. Al contrario, per versi di spinta relativi a $0/180^\circ$, si assiste ad una componenti in spostamento anche in direzione ortogonale. Infine, quando l'analisi è svolta per angoli di $45/135^\circ$ o di $225/315^\circ$, si può osservare un marcato scostamento della risposta in termini di spostamento, presentando questo componenti ortogonali non trascurabili. Grafici alla mano, è immediato riconoscere la difficoltà intrinseca di comparare tra loro i risultati. Questo aspetto è stato ampiamente discusso nel presente capitolo e in Appendice C. È chiaro che, non potendo contare su di una metodologia di confronto accurata e dovendo necessariamente fare affidamento su una procedura di comparazione affetta da un intrinseco grado di incertezza, anche le conclusioni derivate devono essere valutate con attenzione.

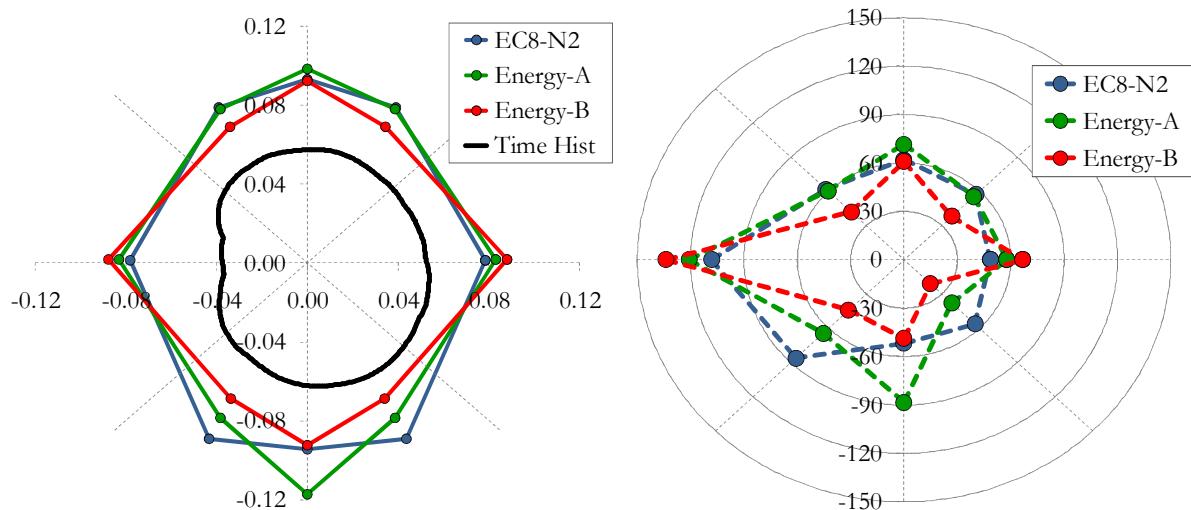


Figura 9.4.5.I – Confronto in termini di spostamento del punto CM tra time history e pushover (sinistra) con relativo errore percentuale (destra) parametrizzato rispetto alla direzione di analisi

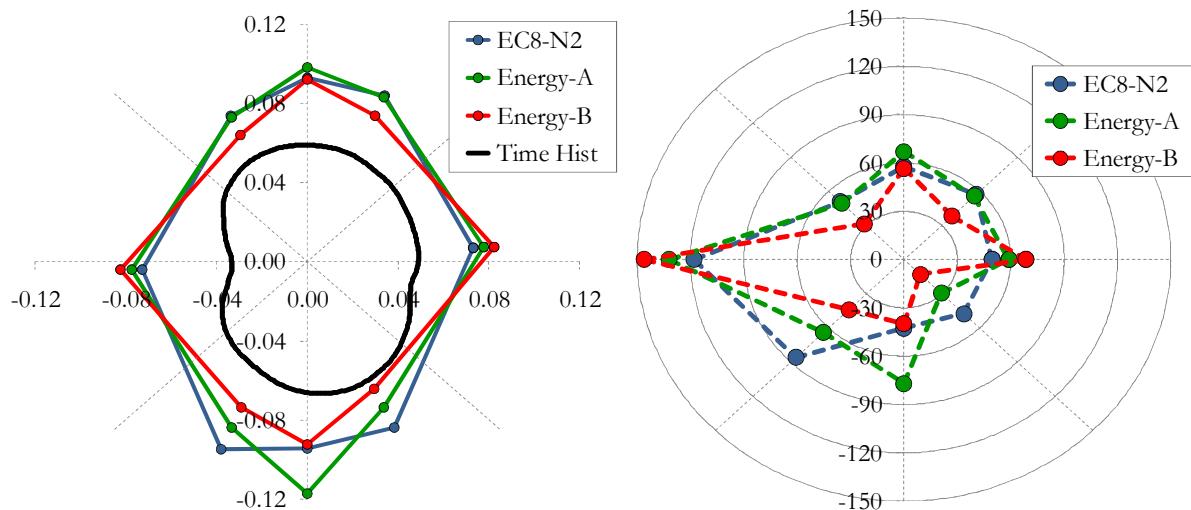


Figura 9.4.5.II – Confronto in termini di spostamento del punto 101 tra time history e pushover (sinistra) con relativo errore percentuale (destra) parametrizzato rispetto alla direzione di analisi

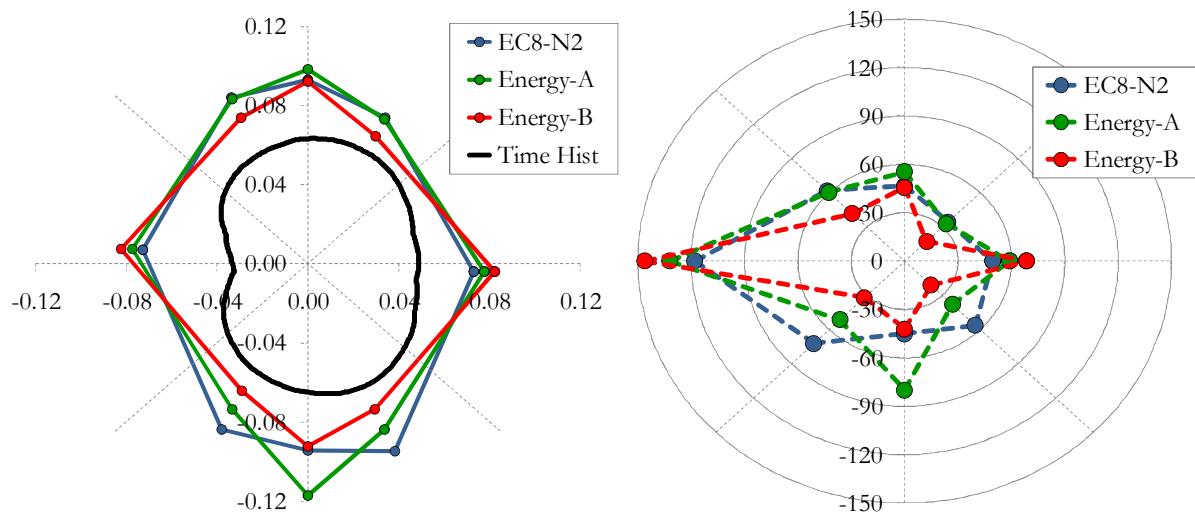


Figura 9.4.5.III – Confronto in termini di spostamento del punto 102 tra time history e pushover (sinistra) con relativo errore percentuale (destra) parametrizzato rispetto alla direzione di analisi

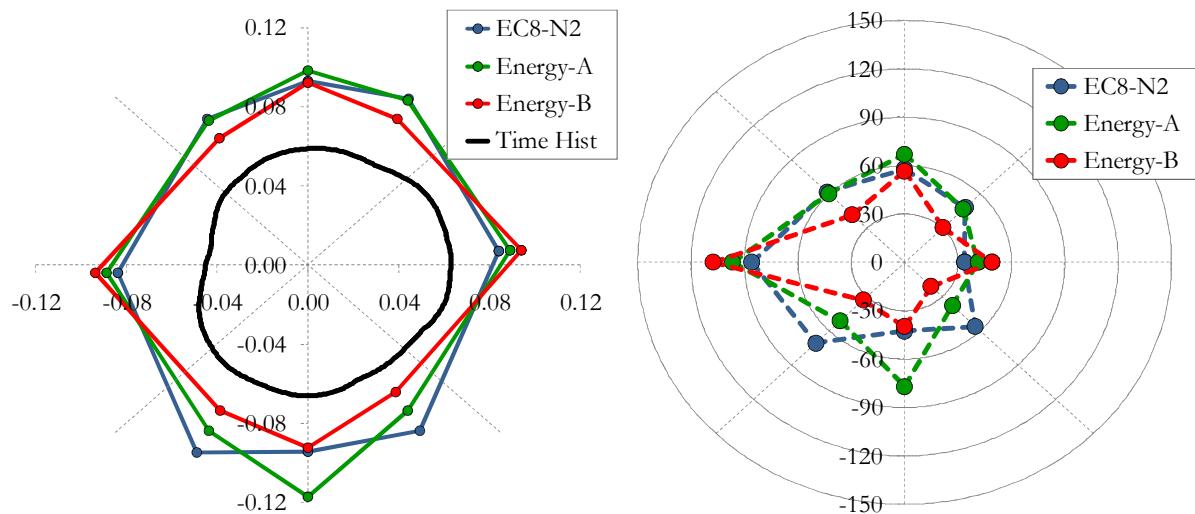


Figura 9.4.5.IV – Confronto in termini di spostamento del punto 103 tra time history e pushover (sinistra) con relativo errore percentuale (destra) parametrizzato rispetto alla direzione di analisi

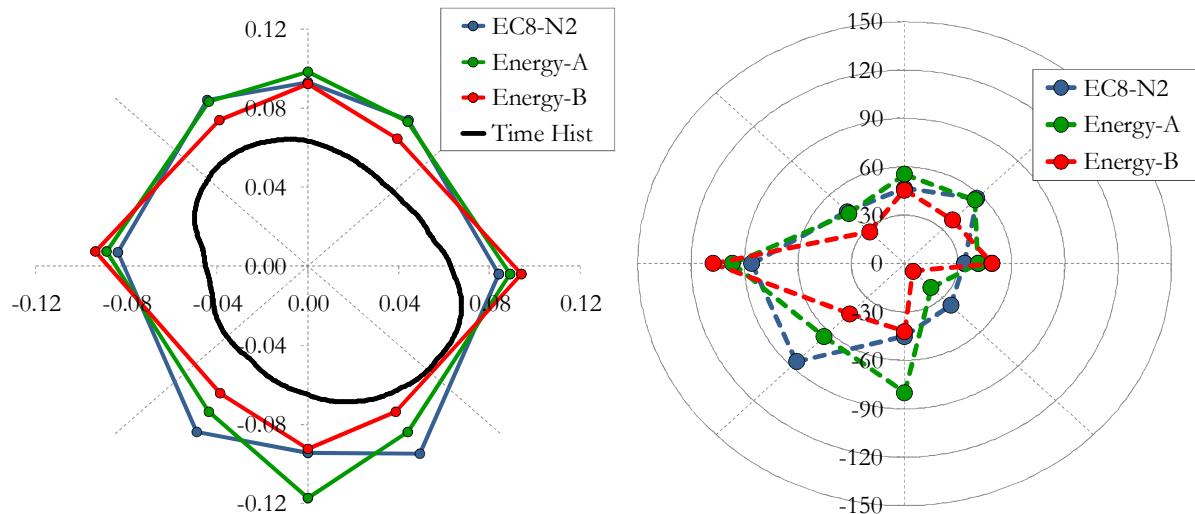


Figura 9.4.5.V – Confronto in termini di spostamento del punto 104 tra time history e pushover (sinistra) con relativo errore percentuale (destra) parametrizzato rispetto alla direzione di analisi

Come si vede chiaramente nei grafici sopra, è difficile capire quale sia l'effettivo errore commesso a priori nella stima della soluzione a mezzo di analisi statica non lineare. È da osservare che a rigore non è detto che ad un valore dell'errore percentuale alto corrisponde necessariamente una non accurata stima della soluzione. Questo accade, come discusso nei relativi paragrafi, poiché lo spettro qui utilizzato nella determinazione del punto di performance rappresenta l'inviluppo della risposta del sistema SDOF associato per una direzione fissata. Accade quindi che, fissata una direzione, lo spettro riesce a fornire soltanto la risposta per il verso di massima sollecitazione, tendendo a sovrastimare ovviamente il risultato nell'altra. A tale proposito sembra interessante proporre la procedura di confronto illustrata nel seguito. Si prende per ogni punto considerato (CM, 101, 102, 103, 104) l'inviluppo degli spostamenti determinati a mezzo di time history e se ne individua il massimo valore riscontrato ed il relativo angolo che lo definisce. In Figura 9.4.5.VI e Figura 9.4.5.VII sono proposti gli inviluppi, mediante il relativo vettore, in termini di spostamento orizzontale per i punti di controllo. Nelle stesse immagini sono proposte anche le soluzioni scaturite dalle analisi pushover nell'intorno dell'inviluppo trovato. Si osservi immediatamente che la massima sollecitazione è riscontrata proprio nel quarto quadrante, essendo stato applicato alla struttura proprio un gruppo di accelerogrammi *orientati* secondo tale direzione. I risultati numerici sono proposti in Tabella 9.4.5.VII. Per la generica soluzione relativa alla pushover, si è considerato il vettore spostamento, definito una volta noto lo spostamento secondo gli assi principali X e Y, il quale è stato poi proiettato di volta in volta secondo l'asse di maggior sollecitazione individuato. Per fare questo si sono considerati i risultati scaturiti dalle pushover a disposizione e relative alle direzioni di spinta 270° e 315° . È stato fatto questo in quanto, in base a quanto si può osservare nei grafici, queste sembrano essere a rigore di logica quelle in grado di fornire una stima plausibile della soluzione convenzionalmente vera. Allo scopo di fissare le idee, si pensi ad esempio al punto 102. Il massimo è riscontrato in corrispondenza della direzione individuata da un angolo di 286° . Tutte le soluzioni delle analisi statiche non lineari, ed inerenti a detto punto, vengono proiettate su tale retta e poi paragonate. Nello specifico viene calcolato l'errore percentuale rispetto alla soluzione fornita dall'analisi time history ed i relativi valori numerici sono proposti in Tabella 9.4.5.VIII.

Punto	Angolo (°)	Modulo (m)	Pushover 270°			Pushover 315°		
			EC8-N2	Ener-A	Ener-B	EC8-N2	Ener-A	Ener-B
CM	291	0.0634	0.0882	0.1095	0.0864	0.0989	0.0872	0.0764
101	281	0.0673	0.0927	0.1151	0.0908	0.0894	0.0785	0.0685
102	286	0.0671	0.0908	0.1127	0.0889	0.1016	0.0897	0.0787
103	270	0.0672	0.0944	0.1172	0.0925	0.0837	0.0735	0.0641
104	311	0.0746	0.0713	0.0885	0.0698	0.1038	0.0919	0.0809

Tabella 9.4.5.VII – Inviluppo in termini di spostamento dei punti di controllo

Punto	Angolo (°)	Pushover 270°			Pushover 315°		
		EC8-N2	Ener-A	Ener-B	EC8-N2	Ener-A	Ener-B
CM	291	39.0	72.6	36.2	55.9	37.5	20.4
101	281	37.8	71.1	35.0	32.9	16.7	1.8
102	286	35.3	67.9	32.5	51.3	33.7	17.3
103	270	42.6	77.0	39.7	26.3	10.9	-3.2
104	311	-4.5	18.6	-6.4	39.0	23.2	8.4
Errore globale		34.7	65.1	32.3	42.5	26.4	12.6

Tabella 9.4.5.VIII – Errore percentuale in termini di spostamento dei punti di controllo

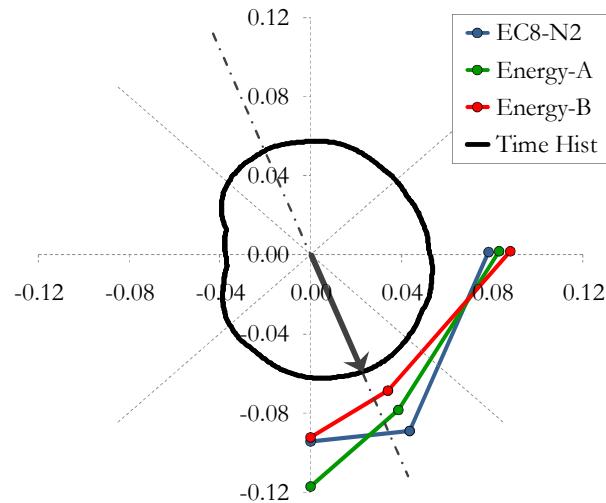


Figura 9.4.5.VI – Inviluppo dello spostamento orizzontale del CM

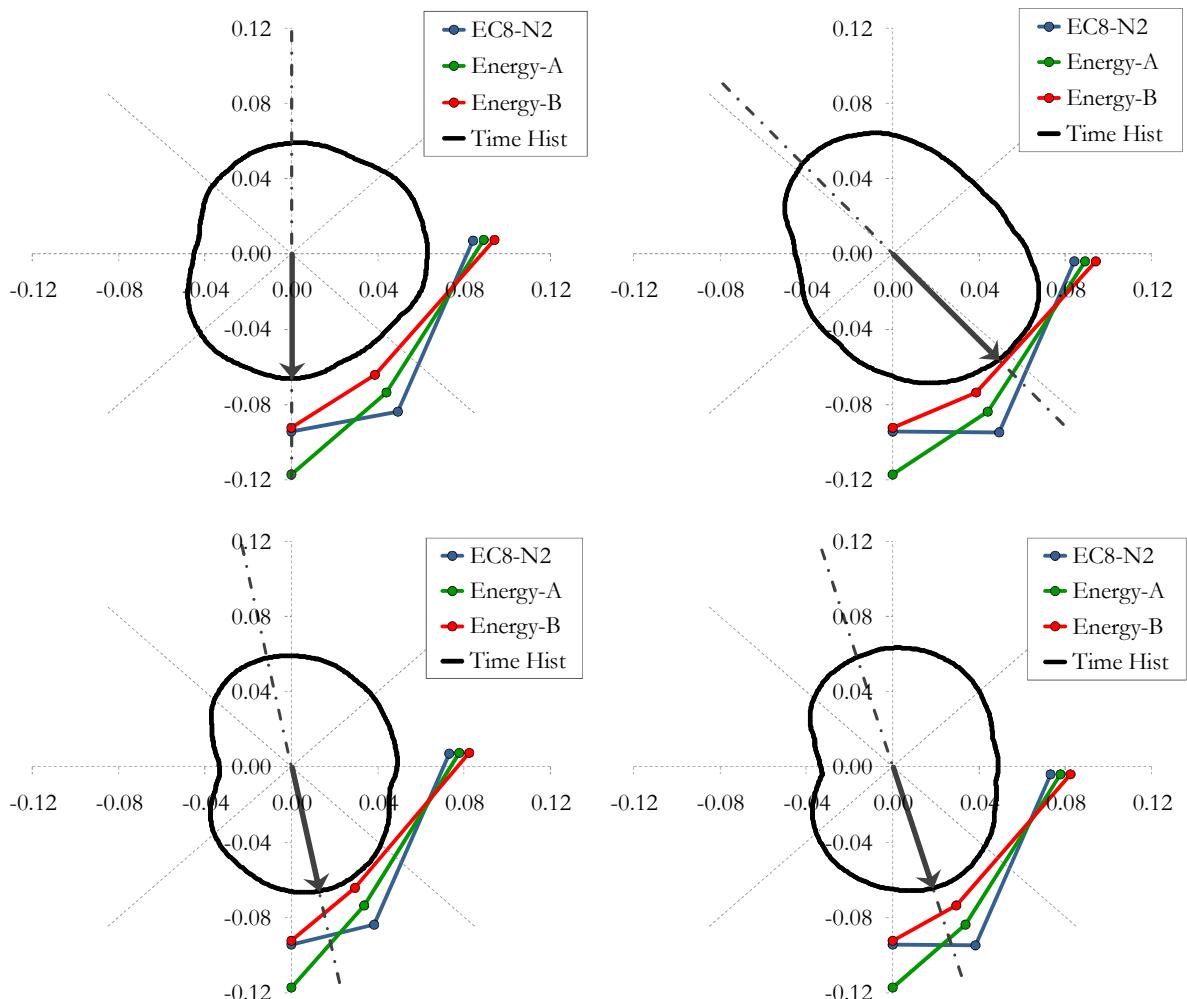


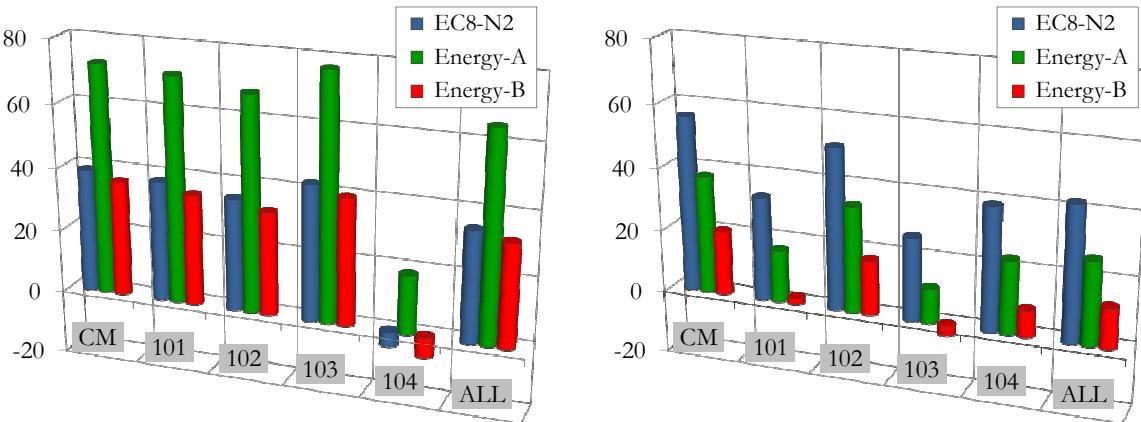
Figura 9.4.5.VII – Inviluppo dello spostamento orizzontale dei punti 101 (basso sinistra), 102 (basso destra), 103 (alto sinistra) e 104 (alto destra)

Per una stima compatta dell'errore che, come più volte detto, costituisce il parametro qui adottato per testare l'affidabilità dei metodi di analisi statica non lineare, si può adottare la seguente formulazione dell'errore globale

$$\varepsilon = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{P_{\text{push}}^{(i)} - P_{\text{time}}^{(i)}}{P_{\text{time}}^{(i)}} \right)^2} \quad (9.6)$$

che rappresenta una sorta di errore mediato valido per la struttura. Nello specifico con l'indice i si è voluto indicare il generico punto di controllo e con P il parametro di risposta considerato secondo la direzione di ogni singolo massimo.

Si noti che quando il confronto è fatto secondo tale approccio, si possono ottenere informazioni maggiori sull'attendibilità delle analisi. Dando uno sguardo all'orientamento dei massimi, è facile capire in maniera qualitativa quale sia la direzione di spinta da adottare. Nel presente studio a priori non si è andato ad indagare su quale fosse la direzione di massima sollecitazione, il ché è comunque ragionevole in quanto questo passaggio avrebbe dovuto fare necessariamente uso dell'analisi dinamica non lineare. Scopo di questo studio è invece proprio quello evitare di ricorrere a tale analisi a causa la sua complessità in ambito progettuale. Per quanto concerne i casi di analisi pushover, questi sono stati definiti per angoli fissati ad intervalli di 45°. Ovviamente per avere una migliore stima della soluzione si potrebbe diminuire il passo angolare ma con un notevole aggravio in termini computazionali. Nel presente caso la direzione di massima sollecitazione è approssimativamente riscontrata nell'intorno dei 285-290°. Si hanno invece a disposizione solo analisi per 270 e 315°. Ovviamente questo introduce un errore ulteriore ma che, a causa della intrinseca incertezza nella comparazione delle varie risposte, può essere ancora ritenuta accettabile. Un importante confronto grafico è proposto in Figura 9.4.5.VIII per le due casistiche di pushover appena dette.



**Figura 9.4.5.VIII – Errore percentuale valutato per i punti di controllo
relativo alle pushover 270° (sinistra) e 315° (destra)**

Si osservi che la stima più attendibile per la soluzione inviluppo è quella riferita alla pushover secondo la direzione inerente all'angolo 315°. Questo risulta essere anche plausibile. Facendo riferimento alle Figura 9.4.5.VI e Figura 9.4.5.VII, se la struttura è spinta da una forza in tale direzione, si assiste, a causa dell'eccentricità, ad una deriva in direzione dei 270°. Questo lascerebbe pensare che, per avere una stima accurata, si potrebbe sollecitare il sistema secondo l'angolo di qualche grado minore ai 315. In base a quanto proposto in Figura 9.4.5.VIII, ed in particolar modo nel grafico di destra, le metodologie di pushover basate su un approccio energetico forniscono stime della soluzione convenzionalmente esatta più accurate. Questo rimane vero sia per i singoli punti (CM, 101, 102, 103 e 104) che per la struttura nel suo insieme.

(ALL). Inoltre è facilmente verificabile che il metodo denominato Energy-B fornisce stime migliori rispetto alle altre procedure. Quando viene preso in conto il caso 315° inoltre si hanno errori percentuali in termini di spostamento relativamente bassi, tenuto ovviamente conto del grado di incertezza che governa il fenomeno.

Infine, il modo di comparare le risposte adottato per gli spostamenti può essere utilizzato anche per il taglio alla base. In Figura 9.4.5.VIX sono proposti i risultati ottenuti. A sinistra sono riportate sia le soluzioni stimate a mezzo di pushover che mediante l'analisi dinamica non lineare. Come fatto in precedenza, il marcitore individua la soluzione relativa al singolo caso di analisi. A destra, sempre in Figura 9.4.5.VIX, sono proposti gli errori percentuale parametrizzati rispetto alla direzione di analisi. Come già discusso in precedenza, una volta selezionata la direzione di analisi, il taglio alla base giace su detta retta in virtù del rispetto dell'equilibrio globale. In tal caso non si assiste, in termini di forza, ad alcun effetto di deriva ortogonalmente alla retta d'azione della sollecitazione. Ovviamente, e qui non è stato considerato, si dovrà comunque generare un momento alla base che equilibri la struttura a causa della presenza dell'eccentricità tra CM e CR. Detta eccentricità era proprio la causa del fenomeno di deriva dello spostamento che è stato riconosciuto prima.

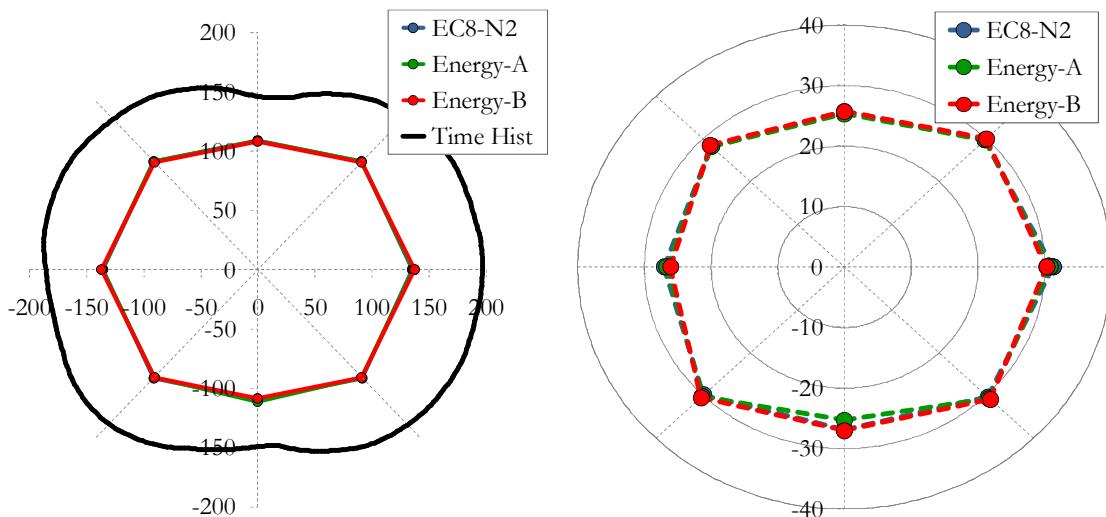


Tabella 9.4.5.VIX – Confronto in termini di taglio alla base tra time history e pushover (sinistra) con relativo errore percentuale (destra) parametrizzato rispetto alla direzione di analisi

Come è facile riconoscere in termini di forza, le analisi pushover tendono a dare valori di resistenza abbastanza uniformi, in termini di regolarità della risposta, al variare della direzione d'analisi. Questo rimane vero anche quando si pone l'attenzione sulla risposta ottenuta dall'analisi dinamica. Tale fenomeno è spiegabile con il fatto che il taglio alla base per un sistema anelastico tende a rimanere pressoché costante anche la variare della sollecitazione. Gli effetti solitamente sono poi riscontrabili in un maggiore o minore spostamento. Tenendo conto di quanto proposto in Figura 9.4.5.VIX, in tale caso la pushover può anche essere un buon indicatore per individuare quale sia la direzione, in termini di forza, più debole per l'edificio. Come per gli edifici 2D analizzati in questo studio, il taglio alla base rimane comunque un parametro di confronto non troppo affidabile ed è quindi preferibile tenere conto di quello in spostamento. In base a quanto detto, si assiste ad un errore sensibile, nell'intorno del 25-30%, per ogni direzione di analisi. Inoltre anche le metodologie di pushover qui analizzate tendono a dare approssimativamente i medesimi risultati, individuando un'incertezza sistematica nella stima di tale parametro.

Probabilmente la causa va ricercata nella stessa metodologia di pushover. Detti metodo risulta essere basato sull'interpretazione della risposta statica del sistema. Al contrario, nell'analisi time history è tenuto in conto l'effetto dinamico che evidentemente porta in generale ad avere effetti maggiori in termini di forza. Si noti infatti che, quando in problemi di ingegneria si studiano fenomeni attraverso l'interpretazione di sistemi statici equivalenti associati, solitamente sono sempre adottati fattori di amplificazione della risposta variabili da 1 a 1.3 proprio per tenere in conto dell'effetto dinamico. Tali aspetti comunque non risultano particolarmente chiari e meritano maggior approfondimento.

Capitolo 10

Conclusioni

10.1. Conclusioni della tesi

Nella presente tesi di dottorato è stato considerato il problema della valutazione della risposta delle strutture sollecitate da input sismico. Si è voluto nello specifico valutare ed interpretare il comportamento dei sistemi sismo-resistenti facendo uso di un approccio innovativo basando tutte le considerazioni sul concetto di energia. Questo ha permesso di poter ottenere notevoli vantaggi e benefici sia in ambito teorico che come riscontro pratico, mostrando in modo chiaro l'affidabilità di tale approccio e del suo profondo significato fisico nella lettura dei fenomeni naturali. Si vogliono qui proporre le principali conclusioni, relative a ciascun capitolo, dedotte nel presente studio. In particolare si vuole dare un riepilogo sintetico degli aspetti principali analizzati nelle singole sezioni, rimandando poi ai singoli capitoli per una descrizione più esaustiva di quanto detto.

Conclusioni del Capitolo 1:

Il primo capitolo del presente studio è incentrato sull'introduzione del concetto di energia come parametro di lettura della risposta sismica delle strutture. Nel seguito sono indicati i principali aspetti trattati in tale sezione.

- Il concetto di energia nell'interpretazione della risposta sismica delle strutture è stato introdotto oramai già ma molte decadi. Un primo esempio è costituito da quanto proposto da Housner (1956). Molti poi sono stati gli studiosi che si sono occupati di tale argomento, ognuno trattando uno o più aspetti inerenti ad esso. La notevole mole di studi a riguardo fa immediatamente capire come lo stesso concetto possa essere applicato in differenti forme.
- Quando si parla di energia spesso si intende implicitamente la pseudo-energia cinetica posseduta dal sistema e determinata dalla semplice conoscenza della pseudo-velocità desunta in modo diretto dal parametro spostamento. Solo negli ultimi anni, grazie allo sviluppo sostanziale che hanno avuto i software di calcolo, si è potuto avere a disposizione potenti strumenti di analisi. Questo ha permesso di poter computare in

maniera relativamente agevole le varie componenti energetiche della risposta. Spesso detti parametri fanno riferimento a casi di analisi dinamica non lineare. Tale approccio spesso è limitato ai soli scopi scientifici essendo difficilmente applicabile alla pratica progettuale se non con forti semplificazioni.

- Il concetto di energia, una volta definito cosa si intende con questo termine, può essere applicata ai diversi casi di analisi convenzionalmente disponibili: (i) analisi statica lineare; (ii) analisi statica non lineare (pushover); (iii) analisi dinamica lineare (modale); (iv) analisi dinamica non lineare (time history). Nella presente tesi si è introdotto tale concetto cercando di focalizzare l'attenzione sull'analisi pushover e delle implicazioni che questo comporta.

Conclusioni del Capitolo 2:

In questo secondo capitolo ci si è occupati dell'introduzione, attraverso strumenti matematici, del concetto di energia, potendo poi applicare questo alle analisi su modelli di strutture.

- Esprimere la risposta sismica dei sistemi in termini di energia concretizza in modo efficace i più recenti concetti di performance strutturale. Un approccio energetico costituisce uno strumento molto affidabile su cui basare la teoria dei metodi di analisi qui introdotti.
- Un parametro energetico lega tra loro, in modo intimo, azione (sollecitazione in termini di forza o accelerazione) e reazione (deformazione espressa come spostamento). Tale approccio tende a fondere sia le vecchie metodologie basate sul concetto di forza che le nuove concezioni incentrate sulla prestazione, solitamente espresse come spostamento atteso.
- Mediante l'integrazione dell'equazione del moto dei sistemi lagrangiani, si è potuto arrivare alla definizione dell'equazione del bilancio energetico (Uang e Bertero, 1988) che ha permesso di definire in maniera chiara quali siano le componenti della risposta. In particolare si è visto che l'energia in input fornita dal terremoto, ed in ingresso nella struttura, è composta da una parte recuperabile e da una irrecuperabile.
- La parte recuperabile dell'energia è assorbita dal sistema sottoforma di energia elastica potenziale e di energia cinetica. Queste due forme sono dette appunto recuperabili in quanto alla fine dell'evento vengono completamente restituite dalla struttura. Inoltre durante l'evento si assiste ad una continua trasformazione dell'una nell'altra.
- La parte irrecuperabile dell'energia è assorbita dal sistema sottoforma di energia viscosa e isteretica. Queste due componenti vengono dissipate nel sistema, rispettivamente, mediante frizioni viscose ed cicli di isteresi. Questo tipo di energie non vengono restituite e solitamente una parte resta nel sistema sottoforma di deformazione residua (energia isteretica) e la restante parte viene persa per calore (energia viscosa). Queste hanno anche la caratteristica di essere cumulate in quanto i loro contributi sono sempre positivi e, non potendosi elidere, si vanno necessariamente a sommare.

- L'equazione del bilancio energetico, la quale può essere scritta in generale per qualunque sistema, può avere due formulazioni differenti a seconda che si analizzi il fenomeno in un riferimento locale o globale.
- Utilizzare l'uno o l'altro approccio necessariamente conduce a risultati differenti. La discrepanza è principalmente imputabile alla componente energetica di trascinamento espletata dal moto del terreno che da un contributo non trascurabile nella risposta. È stato comunque mostrato che la discrepanza tende ad diminuire, fino a diventare trascurabile, sia per bassi che alti periodi.
- L'equazione del bilancio energetico, sia in termini relativi che assoluti, è stata poi riscritta per il caso di analisi statica non lineare. Questo ha portato ad importanti semplificazioni, andando a trascurare i termini dinamici della risposta come energia cinetica e viscosa. Questo ha permesso di ottenere la medesima equazione del bilancio energetico sia secondo l'approccio *relativo* che secondo quello *assoluto*.

Conclusioni del Capitolo 3:

Il terzo capitolo si preoccupa di dare una panoramica generale sulla metodologia di analisi statica non lineare. Sono altresì proposti e discussi i principali metodi attualmente in uso presenti in letteratura tecnica.

- Sono stati descritti, e soprattutto commentati, i principali metodi di analisi statica non lineare di largo uso sia in ambito scientifico che progettuale, mettendo in evidenza i benefici, le carenze e le incertezze che governano tali procedure.
- Sono state ampiamente discusse le configurazioni di forze laterali da applicare ai sistemi per eseguire la pushover, andando a considerare sia le convenzionali distribuzioni (modale e uniforme) sia quelle di relativamente recente introduzione (adattiva e multimodale) che delle prime rappresentano una miglioria. Si è insistito su tale aspetto rappresentando, in tale tipo di analisi, la concretizzazione dell'effetto inerziale sulle masse sismiche.
- Si è messo l'accento sulle problematiche incontrate nel passare dal sistema MDOF reale a quello SDOF equivalente associato necessario per la comparazione della capacità strutturale con la domanda sismica espressa a mezzo di spettri.
- Si sono anche analizzate le difficoltà intrinseche legate alla metodologia statica, come è quella di pushover, nel rappresentare fenomeni dinamici. Si sono altresì considerate le tipiche problematiche legate a tale tipo di analisi come alla scelta del punto di controllo necessario per rappresentare in modo sintetico la risposta strutturale, la comparazione della capacità strutturale (curva di pushover) e la domanda sismica (spettri) per arrivare alla stima del target displacement.

Conclusioni del Capitolo 4:

Nel capitolo 4 ci si è occupati della definizione della risposta (capacità) strutturale quando si vuol esprimere questa in termini di energia. Una volta definito il modello ed i parametri di risposta disponibili (spostamenti, scorrimenti di piano, taglio alla base), questi sono stati opportunamente trattati al fine di rappresentare il comportamento mediante specifici parametri energetici.

- Uno dei più importanti concetti qui analizzati è quello della definizione del lavoro fatto dalle forze esterne applicate al sistema. Detta sollecitazione esterna viene infatti immagazzinata dal sistema sottoforma di energia. Tutte le metodologie di analisi statica non lineare introdotte nel presente studio fanno proprio riferimento a tale concetto.
- Grazie al concetto di lavoro fatto dalle forze esterne, tenuto conto anche del taglio alla base globale, si è potuto introdurre un nuovo parametro denominato *spostamento di eguale energia* o *spostamento equienergetico*. Questo ha permesso di rappresentare il reale comportamento del sistema MDOF mediante l'impiego di un sistema SDOF equivalente caratterizzato sia dalla stessa reazione alla base che dalla stessa energia immagazzinata.
- L'uso del concetto di energia ha permesso di superare la forte incertezza insita nella scelta del punto di controllo della struttura, avendo in automatico sostituito il sistema MDOF con uno SDOF energeticamente equivalente e univocamente caratterizzato da un solo parametro in spostamento. Di contro, detto parametro equienergetico non rappresenta lo spostamento di alcun punto della struttura.
- La lettura della risposta delle strutture a mezzo dell'analisi statica non lineare ha nel seguito permesso anche di scrivere la domanda sismica, definendo questa sottoforma di spettri, in termini coerenti con i risultati scaturiti da tale tipo di analisi. Questo si è reso necessario per rendere congruenti domanda e risposta nell'ottica energetica.

Conclusioni del Capitolo 5:

Il capitolo 5 tratta il problema della definizione dell'input sismico in termini energetici. Sono stati considerati sia gli aspetti a livello generale sia nell'ottica di una applicazione legata alle metodologie di analisi statica non lineare.

- Uno dei principali problemi legati alla definizione dell'input sismico sottoforma di energia è stato proprio individuare quale poteva essere un parametro affidabile per la sua rappresentazione. La sua definizione fonda le sue basi proprio nell'analisi statica non lineare, dovendo essere questo essere compatibile con i risultati della pushover. A tale proposito. In letteratura tecnica esistono esempi di spettri di domanda in forma di energia ma spesso questi sono relativi ad analisi dinamiche non lineari e non direttamente utilizzabili nelle metodologie qui trattate.
- Nella definizione degli spettri si è adottato il classico approccio, andando a studiare la risposta dinamica di sistemi SDOF eccitati da input sismico. È stato introdotto un nuovo parametro, qui chiamato *pseudo-energia*, basato sull'inviluppo della risposta del generico sistema ad un grado di libertà. Nello specifico, una volta nota la risposta dinamica in

termini di spostamento – forza, il comportamento equivalente assunto è rappresentato proprio mediante la curva di inviluppo. Questa costituisce proprio il percorso di carico statico non lineare da seguire per arrivare, tenuto conto della reazione (pseudo-accelerazione) alla base, allo stesso spostamento massimo registrato durante time history.

- Un’indagine esaustiva è stata fatta su modelli SDOF, sia EPP che ESH con differenti soglie di incrudimento, proprio per studiare la risposta al variare del modello comportamentale. Si sono altresì considerati alcuni parametri ricorrenti come la categoria di suolo, la magnitudo, la distanza epicentrale e la duttilità per valutarne l’influenza sulla risposta.
- A fronte della mancanza di spettri espressi sottoforma di tale parametro, si è reso necessario definire procedure ad hoc. A tale proposito, non essendo univoca la soluzione, sono state proposte tre alternative: (i) *metodo diretto* che fa uso direttamente di un database di accelerogrammi nella definizione degli spettri ma di ardua applicazione per scopi prettamente pratici; (ii) *metodo indiretto* basato sulla conoscenza di leggi di trasformazione degli spettri in termini di spostamento e pseudo-accelerazione forniti dalle normative sismiche; (iii) *metodo semi-diretto* che permette, partendo da accelerogrammi spettro-compatibili, di ricavare da un numero ristretto di time history gli spettri di domanda cercati.

Conclusioni del Capitolo 6:

Una volta che la domanda sismica e la capacità strutturale sono state definite nell’ottica energetica, si è discusso nel capitolo 6 di come comparare tali grandezze. Tali procedure costituiscono l’essenza delle metodologie di pushover nella stima della performance strutturale.

- A causa delle notevoli incertezze legate al modo di arrivare alla stima del target displacement, nel presente studio sono stati introdotte due varianti al metodo energetico qui proposto. Il primo, denominato *Energy-A*, rappresenta la prima forma considerata. Alcune successive migliorie hanno poi permesso di definire il metodo *Energy-B*, permettendo di superare alcuni passaggi delicati della procedura iniziale.
- Entrambe le procedure introdotte sono state rappresentate utilmente nello spazio energia – spostamento – duttilità (EDμRS), fornendo una visione fisicamente più significativa sia degli spettri di domanda, qui rappresentati da una superficie, che della curva energetica du pushover, qui costituita in linea generale da una curva sghemba. Il punto di performance, in tale rappresentazione, è definito in modo univoco dall’intersezione della curva con la superficie, rimanendo definiti i parametri correlati, sia spettrali che strutturali. Tale intersezione, non essendo possibile individuarla in modo diretto, deve necessariamente far uso di uno dei due metodi prima introdotti.
- Il metodo *Energy-A* permette, a seguito bilinearizzazione della curva capacitiva in forza-spostamento, di conoscere, ad ogni step della pushover, lo spostamento equienergetico, il lavoro fatto dalle forze esterne (pseudo-energia) e la duttilità associata. Il metodo necessariamente si compone in due successive fasi. Nel primo si individuano, nel piano

spostamento-energia, le possibili soluzioni (tutte fittizie tranne una) al problema. Successivamente si passa alla rappresentazione nel piano duttilità-spostamento al fine di individuare, tra le soluzioni precedentemente trovate, l'unica con un significato fisico. Tale metodo fa necessariamente uso della procedura di bilinearizzazione che rappresenta un passaggio molto delicato a causa delle diverse alternative che possono essere considerate. Questo modo di analisi permette la stima della soluzione partendo dal lato struttura.

- Il metodo *Energy-B*, nato come naturale tentativo di superare le incertezze legate alla prima procedura, sfrutta un percorso diverso nella stima della soluzione. Questo è approcciato dal lato spettro. Una preliminare analisi statica lineare è necessaria al fine di determinare, nel caso di comportamento puramente elastico, la soluzione nella situazione lineare. Questo permette di conoscere il valore del periodo della struttura. Partendo poi dall'intersezione elastica, ci si muove sulla curva sghemba a periodo costante fino a quando questa non interseca la curva capacitiva plastica. questa intersezione costituisce la soluzione al problema e si basa sulla conoscenza dei parametri spettrali necessari per conoscere poi tutte le altre grandezze ossia periodo e duttilità. In tale approccio la bilinearizzazione è un passaggio implicito del metodo ed è intrinseco nella scelta del modello comportamentale impiegato nella definizione degli spettri.
- Entrambe le metodologie, essendo necessario comparare la curva di capacità con spettri di domanda sismica, devono fare uso di parametri energetici definiti per l'unità di massa. A causa dell'incertezza legata a questa scelta, sono state proposte tre alternative: (i) massa partecipante di primo modo equivalente in accordo con l'EC8; (ii) massa partecipante della prima forma modale; (iii) massa totale della struttura.

Conclusioni del Capitolo 7:

A riprova dei metodi di analisi introdotti nel presente studio, viene valutata la risposta di sistemi semplici ad un grado di liberà SDOF. Questa prima riprova delle procedure qui introdotte permette di avere importanti semplificazioni nella fase computazionale e di avere anche un maggiore controllo sui parametri di risposta al fine di valutarne l'attendibilità potendo contare su un grado di incertezza dei risultati minore.

- La stima della performance strutturale è ottenuta a mezzo di procedure di analisi pushover. Questa viene poi confrontata con il comportamento convenzionalmente vero fornito dalle analisi dinamiche non lineari. Il fatto di considerare sistemi SDOF permette di confrontare in modo diretto alcuni parametri di risposta come spostamento ultimo, spostamento al limite elastico, taglio alla base, periodo di vibrazione, duttilità e fattore di riduzione della forza.
- In termini di spostamento ultimo, i metodi energetici forniscono nella quasi totalità dei casi stime migliori rispetto alla metodologia qui presa a confronto proposta dall'Eurocodice. Anche nell'accuratezza della soluzione, i metodi qui proposti forniscono anche bassi valori dell'errore.

- In termini di spostamento allo snervamento, a causa del passaggio di bilinearizzazione, in generale i metodi EC8-N2 e Energy-A forniscono stime migliori rispetto al metodo denominato come Energy-B. Questo accade in quanto quest'ultimo metodo determina lo spostamento allo snervamento in modo indiretto dalla conoscenza della duttilità. Da notare comunque che l'errore commesso è sempre molto contenuto in tutti i casi, il che non lo rende un parametro di particolare affidabilità.
- In termini di duttilità, si hanno risultati correlati a quanto riportato in precedenza essendo strettamente legati allo spostamento ultimo e a quello allo snervamento. Si assiste in genere ad un errore maggiore, riconoscendo comunque una migliore approssimazione ancora dovuta ai metodi basati sull'energia.
- Quando il confronto è fatto in termini di taglio alla base e fattore di riduzione della forza, si hanno informazioni meno accurate a riguardo. Per tale motivo, anche se riportate, le indagini considerate risultano essere meno affidabili e qui trascurate a vantaggio di quelle basate sui parametri in spostamento.
- Le metodologie introdotte danno anche la possibilità di stimare in modo accurato il valore del periodo proprio di vibrazione. Fornendo il metodo B risultati peggiori rispetto a quello A o N2, si hanno comunque ottime stime di tale parametro caratterizzato da un bassissimo errore percentuale.
- In base a quanto indagato sulla comportamento dei sistemi SDOF, i metodi basati sull'energia forniscono, nella maggioranza dei casi, stime migliori della risposta. I dati positivi ottenuti ne incoraggiano l'uso anche per sistemi MDOF così come fatto nei capitoli successivi.

Conclusioni del Capitolo 8:

In virtù dei risultati incoraggianti trovati per sistemi SDOF, lo studio è stato esteso a sistemi MDOF piani. Passando da un solo grado a più coordinate lagrangiane, si ha una maggiore incertezza sulla valutazione della risposta, portando alla necessità di risolvere alcune peculiarità del metodo di pushover. Inoltre si è valutata la risposta di cinque sistemi MDO, ognuno con diverse caratteristiche, al fine di avere un database di informazioni più ampio rispetto al singolo caso di analisi.

- Nella presente indagine sono state adottate quattro distribuzioni di forze laterali (*Modale*, *Adattiva*, *Uniforme* e *Mulimodale*) al fine di rappresentare l'effetto di inerzia del sisma sulle masse strutturali. Dai risultati non è chiaro quale sia, in linea generale, la migliore distribuzione da applicare al sistema, fatto principalmente legato alla difficoltà intrinseca di metodi statici di rappresentare fenomeni dinamici. Inoltre, passando dal paragone in termini di spostamento a quello in termini di scorrimento di piano, si osservano risultati contrastanti.
- La metodologia di pushover basata su di un approccio energetico porta a risultati migliori praticamente in tutti gli scenari analizzati. Questa cosa rimane vera quando l'analisi delle

casistiche è basata sull'errore espresso sia in termini di spostamento che di scorrimento. Quando è l'errore taglio alla base ad essere assunto come parametro di paragone, i responsi ottenuti tendono a perdere di affidabilità. Si può asseverare che la metodologia Energy-B tende a fornire stime migliori rispetto a quella A, ma entrambe portano comunque ad avere soluzioni migliori in paragone al metodo EC8-N2.

- Per quanto concerne la massa efficace da utilizzare nelle analisi, il valore suggerito dall'EC8-N2 porta a fornire, rispetto alle altre casistiche (massa primo modo, massa totale), stime migliori nella maggior parte delle volte. Nonostante era lecito pensare che l'uso della massa del primo modo di vibrare potesse fornire stime migliori, i risultati numerici mostrano chiaramente come questo sia il valore del peso sismico da adottare per conseguire risultati più affidabili ed accurati. La massa totale porta praticamente sempre a stime errate il ché sottolinea come non tutta la massa partecipi alla risposta dinamica del sistema.
- Una volta eseguita l'indagine sulla attendibilità, in termini relativi, basandosi sulle varie casistiche, si è indagato sulla migliore combinazione di parametri per arrivare alla stima più corretta della soluzione. Dalla ricognizione, al variare della combinazione adottata, del maggior numero di casi con esito positivo, si può certamente asseverare che la pushover basata sull'energia ed adottando una massa efficace pari a quella di primo modo equivalente fornisce stime migliori. Altresì è arduo dire quale sia la migliore distribuzione di forze laterali anche se è possibile dire che la configurazione denominata con Uniforme è da escludere nella corretta stima degli spostamenti e degli scorrimenti di piano a vantaggio di quella multimodale o modale.
- Nonostante gli incoraggianti risultati trovati per le casistiche relative a sistemi 2D MDOF, i pochi risultati a disposizione non permettono di definire una metodologia finale da seguire. È stato comunque messo chiaramente in evidenza di come metodi basati sull'energia forniscono stime migliori in confronto al metodo tradizionale N2. Non è altresì chiaro quale dei due metodi (A o B) sia da preferire, non avendo potuto individuare una tendenza marcata nelle indagini fatte.

Conclusioni del Capitolo 9:

Come naturale estensione dei casi 2D, ci si è occupati della valutazione della risposta di sistemi tridimensionali. In prima istanza si è studiata la risposta di un sistema semplice 3D monopiano al fine di valutare preliminarmente le difficoltà e le problematiche che si hanno nel passare dal piano allo spazio.

- Il passaggio dal caso piano a quello tridimensionale ha portato con se notevoli complicazioni nell'analisi della risposta. È immediatamente emersa la difficoltà di poter comparare in modo univoco i risultati scaturiti dall'analisi time history (soluzione vera) con quelli forniti dalla pushover (soluzione stimata). A tale proposito è stato introdotto un metodo di confronto, basato sulla proiezione lungo una generica direzione di analisi, che ha parzialmente risolto il problema, permettendo comunque di superare diverse difficoltà.

- Adottando un modello 3D, preliminarmente è stata effettuata l'analisi della risposta adottando una sola direzione di sollecitazione, al fine di eliminare alcune incertezze nella valutazione del comportamento. Si è subito notato delle forti incertezze che scaturiscono nella valutazione dei risultati nel caso spaziale. Dall'esperienza maturata grazie al caso di sollecitazione unidirezionale, si è successivamente passati a quello multi direzionale che ha ancora mostrato un alto livello di incertezza nella valutazione dell'attendibilità dei risultati.
- L'analisi spaziale ha mostrato come sia importante l'aspetto della *direzionalità* della sollecitazione sismica che, se non tenuto adeguatamente in conto, tende a dare sia risultati di scarso valore statistico che caratterizzati da elevatissima incertezza. Questo concetto di direzionalità è stato di fondamentale importanza sia nell'applicazione dell'input sismico al sistema a mezzo di storie di accelerazione sia nella definizione degli spettri di domanda sismica da utilizzare nelle analisi statiche non lineari. Questo ha inoltre permesso di riconoscere che, dato una certa storia di accelerazione, è sempre individuabile per la struttura un asse di maggiore sollecitazione. Quando la risposta, relativa ad un gruppo di storie di accelerazioni, necessita poi di essere mediata, cresce l'incertezza relativa a tale passaggio statistico.
- Come nel caso 2D era possibile individuare una direzione di maggiore sollecitazione (positiva o negativa), nel caso tridimensionale ovviamente due sono i parametri che individuano l'inviluppo della risposta ossia il modulo del parametro di risposta e ed il suo orientamento. Questo porta a tenere in forte conto del fatto che il paragone deve avvenire soltanto per l'inviluppo (massimo), trascurando le direzioni di minore sollecitazione strutturale.
- I risultati trovati per analisi unidirezionali mostrano che i metodi di energia non solo sono affetti da un sensibile grado di incertezza ma che, in comparazione al classico metodo N2, forniscono stime peggiori. Questo contrasta con i risultati invece trovati nel caso di sistemi SDOF e 2D-MDOF. Questo è particolarmente vero quando il confronto è fatto in termini di spostamento. Andamento contrario si assiste nel caso del taglio alla base che, come detto, non rappresenta comunque un parametro affidabile nelle valutazioni.
- Risultati contrari e molto più incoraggianti invece vengono dal caso 3D multi direzionale. Stime migliori sono ancora ottenute nel caso in cui si utilizzino metodi basati sull'energia rispetto al classico approccio dell'EC8-N2. Risultati maggiormente significativi vengono dal paragone in termini di spostamento piuttosto che in taglio alla base.
- Dall'esperienza maturata nell'analisi di un sistema semplice 3D, si è introdotto il concetto di pushover da eseguire secondo quante più direzioni possibili al fine di identificare la capacità strutturale secondo qualunque orientamento. Il principale beneficio è sicuramente quello di valutare già preliminarmente quale sia l'asse più debole per la struttura, concetto già noto nelle analisi POR che della pushover rappresentano il metodo embrionale.
- Si è potuto constatare che, anche prendendo in conto un certo numero di time history, l'analisi dinamica non lineare, da quanto il concetto di direzionalità della sollecitazione è

stato introdotto, è pur sempre uno degli infiniti scenari a cui la struttura si può trovare. Questo allora può essere legato ad un nuovo concetto ossia, al fine di ottenere la condizione più sfavorevole, indirizzare la sollecitazione (storie di accelerazione) secondo la direzione più debole del sistema.

- Diretta implicazione dell'idea di direzionalità, riportata nei punti precedenti, è quella nella definizione degli spettri di domanda sismica. Anche detti spettri non possono essere più rappresentati nel piano ma devono anche essi ereditare tale concetto e quindi essere riscritti nello spazio.

10.2. Futuri sviluppi

In accordo con quanto trovato nel presente studio, i risultati hanno mostrato che adottare metodologie di analisi statica non lineare, basando l'interpretazione della risposta su una lettura energetica del fenomeno, porta a vantaggi tangibili nello studio del comportamento delle strutture a telaio. Va comunque tenuto in conto del fatto che tali metodi, nonostante il loro grado di approssimazione intrinseco, sono ancora da preferire, a livello progettuale e pratico, ai metodi più complessi quali le analisi time history. Avendo qui limitato lo studio a particolari sistemi strutturali quali i telai in cemento armato, sembra utile proporre tale metodologia anche per sistemi resistenti differenti. Nel proseguo vengono proposti alcuni esempi a cui la metodologia qui introdotta può essere efficacemente applicata.

- Sistemi reali schematizzabili come sistemi SDOF:

Nel costruito molti sistemi, a causa della loro semplicità strutturale, possono essere schematizzati, senza commettere un sensibile errore, mediante modelli SDOF. In Fig. 10.2.I sono mostrati alcuni esempi di sistemi reali (cisterna per l'approvvigionamento dell'acqua, torre delle telecomunicazioni, campanili) modellabili mediante un sistema SDOF.



Figura 10.2.I – Esempi di strutture reali assimilabili a sistemi SDOF

- *Modelli 2D estrapolati da sistemi a telaio reali:*

Nella modellazione di strutture di edilizia ricorrente, spesso si ricorre alla scomposizione del sistema reale andando ad analizzare separatamente la risposta dei telai (2D) che lo compongono. Tale modo di procedere deriva dall'epoca in cui non erano a disposizione strumenti computazionali sofisticati ed il calcolo era ridotto alla valutazione delle sollecitazioni di sistemi verticali piani a telaio. Nonostante la obsoleta modellazione causata dalla disponibilità oggigiorno di codici di calcolo sempre più sofisticati, lo studio della risposta di sistemi semplici 2D rimane di grande interesse per scopi scientifici, che permette di avere un controllo maggiore sui risultati quanto nuove procedure vengono introdotte. Nel Capitolo 8 sono state analizzate le risposte di sistemi 2D simmetrici (fatta esclusione per il modello Epsilon). Il passo successivo da compiere è quello di estendere lo studio del comportamento a sistemi 2D caratterizzati da asimmetria nelle due direzioni. Un primo tentativo è stato fatto considerando il Modello Epsilon. In Fig. 10.2.II (sinistra) è riportato un esempio di struttura asimmetria piana. Altro schema strutturale da poter considerare nell'indagine risulta essere quello relativo ad edifici con un numero sensibilmente alto di piani (high-rise building), dove generalmente i modi superiori portano un contributo non trascurabile nella risposta. Tale tipologia permetterebbe di indagare l'attendibilità del metodo di pushover basato sull'energia in tale caso, risultando interessante riconoscere anche l'importanza della distribuzione di forze laterali da applicare alla struttura (distribuzione multimodale). In Fig. 10.2.II (centro) è proposto, a titolo esemplificativo, questo schema strutturale. Infine, per rendere esaustiva l'indagine su sistemi 2D a telaio, rimangono da considerare le configurazioni strutturali caratterizzate da irregolarità in altezza. In Fig. 10.2.II (destra) è proposto un esempio di tale sistema costruttivo. Ovviamente, le caratteristiche fino qui elencate possono essere combinate tra loro al fine di generalizzare quanto più possibile la metodologia qui introdotta. Allo scopo di fissare le idee, si potrebbe pensare di analizzare sistemi con molti piani, sia asimmetrici che irregolari in altezza.

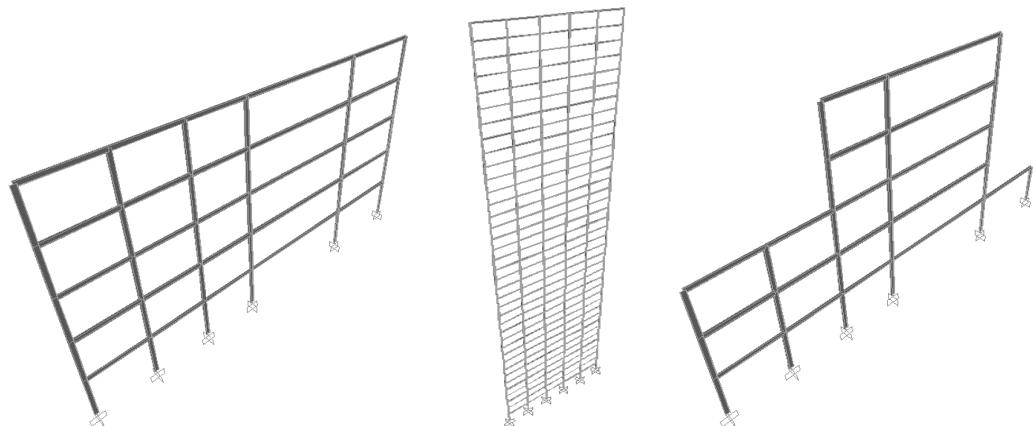


Figura 10.2.II – Esempi di strutture 2D asimmetriche (sinistra), con molti piani (centro) ed irregolari in altezza (destra)

- *Modelli 3D reali:*

Il più completo modello di struttura a telaio è ovviamente rappresentato dal sistema tridimensionale. Nel presente studio, per quanto riguarda l'estensione del metodo al caso 3D, è stato proposto uno schema semplice caratterizzato da un solo piano. Questo, come sottolineato in precedenza, è stato fatto per analizzare preliminarmente la risposta dei sistemi nello spazio, avendo questa presentato alcuni significativi problemi nel passaggio dal piano alle tre dimensioni. Stante le intrinseche difficoltà di rappresentare la risposta nel caso in cui aumentino i parametri da considerare, l'indagine potrebbe riguardare modelli caratterizzati da differenti peculiarità. Naturale estensione del modello monopiano regolare qui analizzato è costituita dal caso di telaio regolare (in altezza ed in pianta) pluripiano. La Fig. 10.2.III (alto sinistra) mostra un esempio di tale tipologia. Varianti a tale tipo edilizio risultano poi essere edifici pluripiano regolari in pianta ma non in altezza (Fig. 10.2.III, alto destra), regolari in altezza ma non in pianta (Fig. 10.2.III, basso sinistra) ed irregolari sia in altezza che in pianta (Fig. 10.2.III, basso destra).

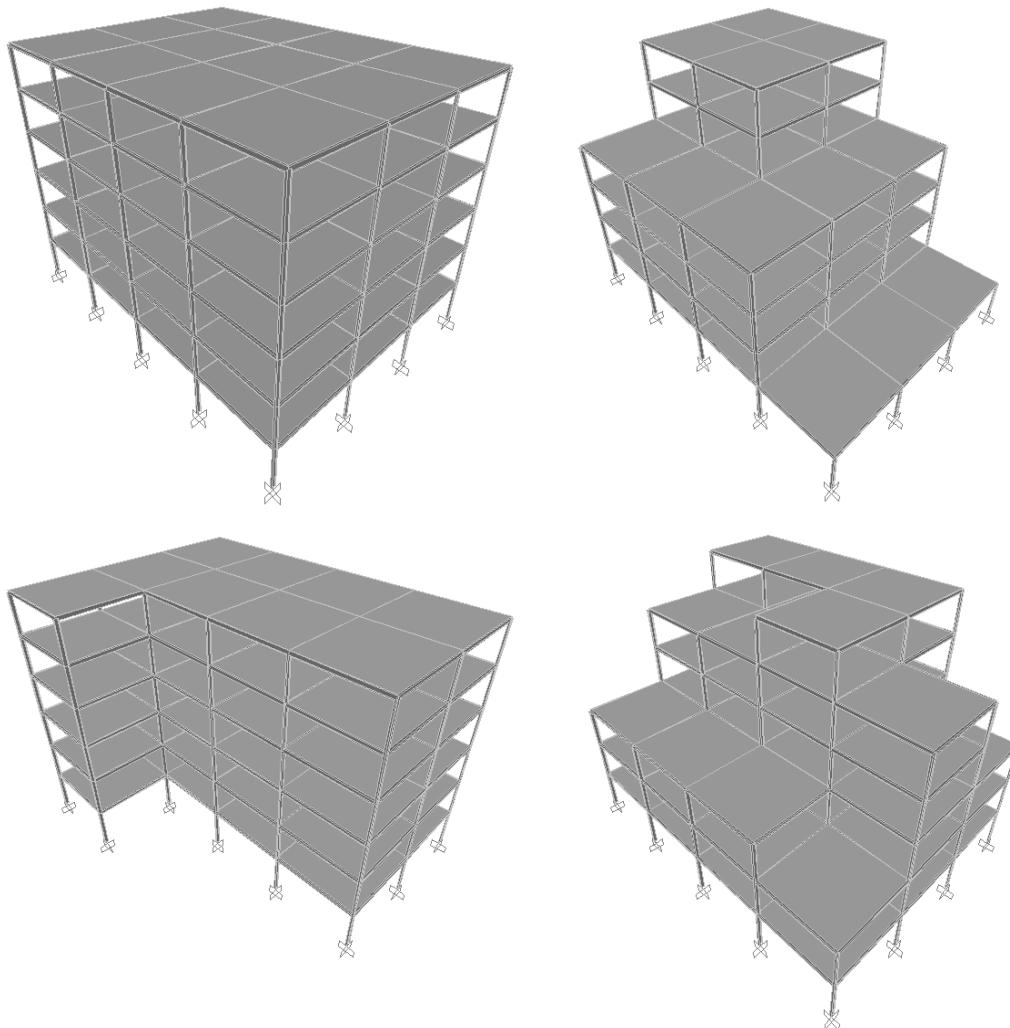


Figura 10.2.III – Esempi di strutture 3D pluripiano regolari (alto sinistra), regolari in pianta ma non in altezza (alto destra), regolari in altezza ma non in pianta (basso sinistra) ed irregolari sia in pianta che in altezza (basso destra)

- Sistemi sismo-resistenti con isolamento alla base:*

La metodologia di analisi statica non lineare può essere poi applicata in modo prolifico anche a sistemi resistenti caratterizzati dall'isolamento alla base. Rispetto a sistemi 3D tradizionali, tali strutture permettono di poter schematizzare, senza commettere un errore apprezzabile, la sovrastruttura come un sistema rigido dove la componente di moto può essere pensata soltanto al livello degli isolatori (trascurare gli spostamenti relativi della sovrastruttura). Per poter applicare il metodo qui proposto, occorre definire spettri di risposta in pseudo-energia per alti periodi, indicativamente per un range che va dai 2-3 secondi fino a 5-6 secondi, tenendo poi in conto i problemi che scaturiscono quando si deve modellare la risposta sismica per valori superiori ai 4 secondi. In Fig. 10.2.IV è mostrato graficamente quanto detto.

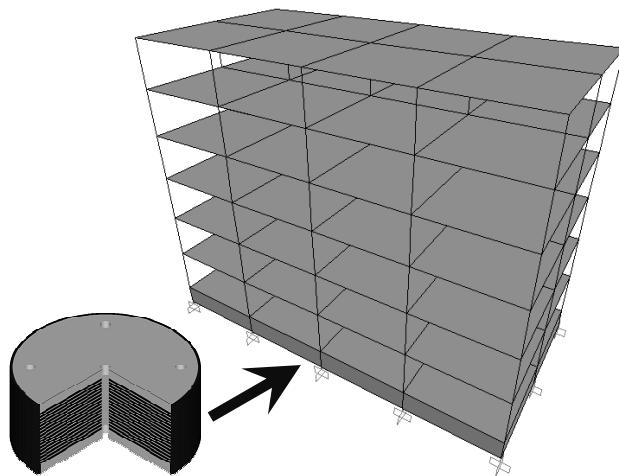


Figura 10.2.IV – Struttura 3D con isolamento alla base

- Ponti pluri-campata:*

La risposta di un altro sistema strutturale che può essere analizzato mediante l'analisi statica non lineare è rappresentato da ponti a pluri-campata. Grazie proprio alla loro peculiare configurazione, si prestano bene ad essere modellati ed analizzati mediante pushover. Un esempio di tali strutture è proposto in Fig. 10.3.V (sinistra).

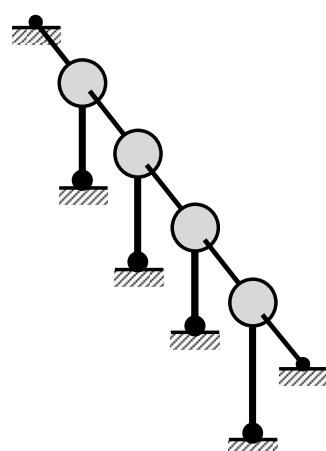
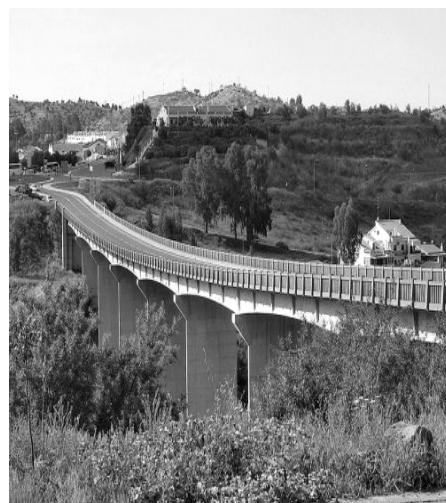


Figura 10.2.V – Struttura di ponte pluri-campata reale e modellazione semplificata del sistema

Sempre nella medesima figura a destra è riportata la schematizzazione che può essere adottata. Dal punto di vista computazionale, tale sistema è praticamente identico ad un telaio 2D che, invece che essere nel piano verticale, risulta essere in quello orizzontale, in cui le pile possono essere schematizzate eventualmente mediante link non lineari.

Come si evince dalla breve carrellata proposta, molte sono le casistiche dove è possibile applicare le metodologie qui introdotte basate sull'energia. Ovviamente molte sono ancora le problematiche e le incertezze che governano il problema. Nonostante questo, i risultati preliminari scaturiti dalle analisi qui fatte incoraggiano l'uso di tali procedure per una stima più accurata e caratterizzata da un significato fisico maggiore per quello che concerne la risposta sismica delle strutture.

Riferimenti

1. Housner G.W., *Limit Design of Structures to Resist Earthquake*, 1st World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California (1956);
2. Blume J.A., *A Reserve Energy Technique for the Earthquake Design and Rating of Structures in the Inelastic Range*, 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan (1960);
3. Berg G.V., Thomaides S.S., *Energy Consumption by Structures in Strong Motion Earthquakes*, 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan (1960);
4. Veletsos A.S., Newmark N.M., *Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions*, 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan (1960);
5. Veletsos A.S., Newmark N.M., Chelapati C.V., *Deformation Spectra for Elastic and Elasto-Plastic Systems to Ground Shock and Earthquake Motions*, 3rd World Conference on Earthquake Engineering, Wellington, New Zealand (1965);
6. Jennings P.C., *Earthquake Response of a Yielding Structure*, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 90 (EM4) (1965);
7. Goel S.C., Berg G.V., *Inelastic Earthquake Response of Tall Steel Frames*, Journal of the Structural Division, ASCE, 94 (ST8), (1968);
8. Anderson J.C., Bertero V.V., *Seismic Behavior of Multistory Frames Designed by Different Philosophies*, Report No. UCB/EERC-69/11, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley (1969);
9. Gluck J., *An Energy Dissipation Factor as Structural Design Criterion for Strong Earthquake Motion*, 5th World Conference on Earthquake Engineering, Rome, Italy (1974);
10. Kato B., Akiyama H., *Seismic Design of Steel Buildings*, Journal of the Structural Division, ASCE, 8 (ST8) (1982);
11. Akiyama H., *Earthquake Resistant Limit State Design for Buildings*, University of Tokyo Press (1985);
12. Park Y.J., Ang A.H.S., *Mechanistic Seismic Damage for Reinforced Concrete*, Journal of Structural Engineering, ASCE , 111 (4) (1985);
13. Tembulkar J.M., Nau J.M., *Inelastic Modeling and Seismic Energy Dissipation*, Journal of Structural Engineering, ASCE, 104 (6) (1987);

14. Uang C.M., Bertero V.V., (a), *Use of Energy as a Design Criterion in Earthquake-Resistant Design*, Report No. UCB/EERC-88/18, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley (1988);
15. Uang C.M., Bertero V.V., (b), *Implications of Recorded Earthquake Ground Motions on Seismic Design of Building Structures*, Report No. UCB/EERC-88/13, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley (1988);
16. Anderson J.C., Bertero V.V., *Use of Energy Concepts in Earthquake Engineering: a Historical Review*, 8th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, California (2006);
17. O.P.C.M no. 3274 del 20.03.2003, *Primi Elementi in Materia di Criteri Generali per la Classificazione Sismica del Territorio Nazionale e di Normative Tecniche per le Costruzioni in Zona Sismica*, Supplemento Ordinario della G.U. no. 105 del 08.05.2003 (2003);
18. O.P.C.M no. 3431 del 03.05.2005, *Ulteriori modifiche ed integrazioni all'O.P.C.M. 20 marzo 2003 n. 3274*, Supplemento Ordinario della G.U. no. 107 del 10.05.2005 (2005);
19. D.M. 14.09.05, *Norme Tecniche per la Costruzione (NTC/05)*, Supplemento Ordinario della G.U. no. 222 del 23.09.2005 (2005);
20. D.M. 14.01.08, *Norme Tecniche per la Costruzione (NTC/08)*, Supplemento Ordinario della G.U. no. 29 del 04.02.2008 (2008);
21. Circolare no. 617 del 02.02.2009, *Istruzioni per l'Applicazione delle Norme Tecniche per le Costruzioni*, Supplemento Ordinario della G.U. no. 47 del 26.02.2009 (2009);
22. EC8, *Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance*, European Standard (2003);
23. FEMA-356, *Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Building*, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., USA (2000);
24. ATC-40, *Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, Applied Technology Council, Redwood City, California (1994);
25. FEMA-440, *Improvement of Non Linear Static Seismic Analysis Procedures*, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C., USA (2005);
26. Antoniou S., Rovithakis A., Pinho R., *Developed and Verification of a Fully Adaptive Pushover Procedure*, 12nd Europena Conference on Earthquake Engineering, London, UK (2002);
27. Chopra A.K., Goel R.K., *A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings*, Earthquake Engineering and Structural Dynamic, 31:561–82 (2002);

28. Valles R., Reinhorn A., Kunnath S., Li C., Madan A., *IDARC2D Version 4.0: a Computer Program for the Inelastic Analysis of Buildings*, Technical Report No. NCEER-96-0010, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, NY (1996);
29. Fajfar P., Fischinger M., *N2 - A Method for Non-linear Seismic Analysis of Regular Buildings*, 9th World Conference on Earthquake Engineerign, Tokyo-Kyoto, Japan, (1989);
30. Fajfar P., Gaspersic P., *The N2 Method for the Seismic Damage Analysis of RC Buildings*, Earthquake Engineering and Structural Dynamic (1996);
31. Freeman S.A., *Prediction of Response of Concrete Buildings to Severe Earthquake Motion*, Douglas-McHenry International Symposium on Concrete and Concrete Structures, ACI SP-55, American Concrete Institute, Detroit, Michigan (1978);
32. Decanini L.D., Mollaioli F., *Formulation of Elastic Earthquake Input Energy Spectra*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics (1998);
33. Decanini L.D., Mollaioli F., *An Energy-based Methodology for the Assessment of Seismic Demand*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering (2001);
34. Decanini L.D., Mura A., Mollaioli F., *Influence of Hysteresis Model on the Seismic Demand of Nonlinear SDOF System*, 11th European Conference on Earthquake Engineering, Rotterdam, Holland (1998);
35. Decanini L.D., Mura A., Mollaioli F., *Equivalent SDOF System for the Estimation of Seismic Response of Multi-storey Frame Structures*, 3th International Conference on Earthquake Resistant Engineering Structures, Malaga, Spain (2001);
36. Miranda E., Ruiz-Garcia J., *Evaluation of Approximate Methods to Estimate Maximum Inelastic Displacement Demands*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics (2002);
37. Newmark M. N., Hall, W.J., *Earthquake Spectra and Design*, California Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California (1982)
38. Miranda E., Bertero V.V., *Evaluation of Strength Reduction Factors for Earthquake-Resistant Design*, Earthquake Spectra, Vol. 10, no. 2 (1994);
39. Mezzi M., Comodini F., Lucarelli M., Parducci A., Tomassoli E., *Pseudo-Energy Response Spectra for the Evaluation of the Seismic Response from Pushover Analysis*, 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Ginevra, Svizzera (2006);
40. Parducci A., Comodini F., Lucarelli M., Mezzi M., Tomassoli E., *Energy-Based Non Linear Static Analysis*, 1st European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Ginevra, Svizzera (2006);

41. Mezzi M., Parducci A., Tomassoli E., *L'analisi Statica Lineare con Spettri di Pseudo-Energia*, XII° Convegno ANIDIS, Pisa, Italia (2007);
42. Tomassoli E., Mezzi M., *Energy-Based Criterion for the Evaluation of Seismic Input Spectra for Non Linear Static Analyses*, 14th European Conference on Earthquake Engineering, Ohrid, Macedonia (2010);
43. Tomassoli E., Mezzi M., *Energy-Based Criterion for the Selection of the Seismic Input for Inelastic Dynamic Analyses*, 9th US National & 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering: Reaching Beyond Borders, Toronto, Canada (2010);
44. Mezzi M., Tomassoli E., *Assessment of Energy-Based Method for Pushover Analyses*, 15th World Conference on Earthquake Engineering, Lisboa, Portogallo (2012);
45. Faella G., Giordano A., Mezzi M., *Definition of Suitable Bilinear Pushover Curves in Non Linear Static Analyses*, 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada (2004);
46. Reyes C., Chopra A.K., *Three-dimensional Modal Pushover Analysis of Buildings Subjected to Two Components of Ground Motion, Including Its Evaluation for Tall Buildings*, Earthquake Engineering and Structural Dynamic, 40:789–806 (2010);
47. Park R., Paulay T., *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley & Sons, (1975);
48. Park R., Paulay T., *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley & Sons, (1975);
49. Bispec vers. 1.62, <http://www.ce.berkeley.edu/~bachem/bispec>, Berkeley, California (2009);
50. Ruamuoko, <http://www.civil.canterbury.ac.nz/ruaumoko/>, Canterbury, New Zealand (2005);
51. SAP2000 vers. 14.1.0, *Structural Analysis Program*, Computers and Structures Inc. Berkeley, California (2009);
52. PEER NGA Database, <http://peer.berkeley.edu/smcat/>, Berkeley, California (2009).

Appendici

Appendice A

Spettri di Pseudo-Energia

Appendice B

Spettri di Pseudo-Energia per Sismi Registrati

Appendice C

Valutazione della Risposta Strutturale

Appendice A

Spettri di Pseudo-Energia

A.1. Spettri di domanda sismica

Nelle metodologie di analisi statica non lineare è necessario, come noto, fare uso degli spettri per quantificare la domanda sismica. In accordo con quanto proposto dall'Eurocodice 8, per il metodo N2 di pushover è necessario soltanto lo spettro in pseudo-accelerazione elastico per quantificare in modo univoco l'input sismico. Al contrario, per la metodologia di analisi statica non lineare basata su un approccio energetico al problema, sono richiesti, per entrambe le varianti indicate come *Metodo A* e *Metodo B*, spettri di pseudo-energia per duttilità assegnate. Nel presente studio si è fatto uso principalmente di: (i) spettri ricavati dalla Norma ed opportunamente modificati tramite relazioni di comprovata validità (Newmark-Hall e Miranda); (ii) spettri direttamente ottenuti da accelerogrammi spettro-compatibili.

A.2. Spettri di riferimento secondo Eurocodice 8

La Normativa sismica, ed in particolare l'Eurocodice 8 che qui viene preso a riferimento, fornisce lo spettro di risposta elastico della pseudo-accelerazione che rappresenta l'input sismico atteso una volta noto il tipo di suolo e la PGA relativa al sito di ubicazione della struttura. Le equazioni proposte nel seguito, dalla (A.1) alla (A.4), forniscono la legge di variazione dello spettro elastico della pseudo-accelerazione al variare del periodo. Per rendere congrua la notazione adottata dall'Eurocodice e quella del presente studio, si osservi che la pseudo-accelerazione spettrale elastica, indicate nelle formule con $S_e(T)$, è equivalente alla $S_A(T, 1)$, ossia l'accelerazione spettrale valutata per una duttilità unitaria.

$$0 \leq T \leq T_B \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (2.5 \cdot \eta - 1) \right] \quad (\text{A.1})$$

$$T_B \leq T \leq T_C \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot 2.5 \cdot \eta \quad (\text{A.2})$$

$$T_C \leq T \leq T_D \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot 2.5 \cdot \frac{T_C}{T} \quad (\text{A.3})$$

$$T_D \leq T \leq 4.0 \text{ s} \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot 2.5 \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \quad (\text{A.4})$$

Il fattore η , che tiene conto dello smorzamento equivalente ξ del sistema, può essere valutato come

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55 \quad (\text{A.5})$$

Si ricorda che la PGA, ossia la massima accelerazione del suolo (*Peak Ground Acceleration*), è data dal prodotto tra la massima accelerazione registrata del terreno relativa ad una categoria A (a_g) ed il fattore di amplificazione S dipendente dalla categoria del suolo. Formalmente tale relazione si esprime come

$$\text{PGA} = a_g \cdot S \quad (\text{A.6})$$

In Tabella A.2.I sono proposti i parametri definiti per sia gli spettri di *Tipo 1* che per quelli di *Tipo 2*. Come lo stesso Eurocode 8 suggerisce, si adottano i valori spettrali *Tipo 1* quanto l'input sismico è caratterizzato da una magnitudo $M_s > 5.5$ mentre si adottano i coefficienti *Tipo 2* nel caso di terremoti con magnitudo inferiore al limite indicato sopra.

Tipo 1					Tipo 2				
Tipo	S (-)	T _B (s)	T _C (s)	T _D (s)	Tipo	S (-)	T _B (s)	T _C (s)	T _D (s)
A	1.00	0.15	0.40	2.00	A	1.00	0.05	0.25	1.20
B	1.20	0.15	0.50	2.00	B	1.35	0.05	0.25	1.20
C	1.15	0.20	0.60	2.00	C	1.50	0.10	0.25	1.20
D	1.35	0.20	0.80	2.00	D	1.80	0.10	0.30	1.20
E	1.40	0.15	0.50	2.00	E	1.60	0.05	0.25	1.20

Tabella A.2.I – Parametri degli spettri elastici in pseudo-accelerazione secondo l'Eurocodice 8

In aggiunta, si riporta in Figura A.2.I il significato del parametro S relativo al tipo di terreno nella definizione della forma spettrale. Ovviamente la categoria del suolo ha influenza anche sul valore numerico dei periodi di riferimento.

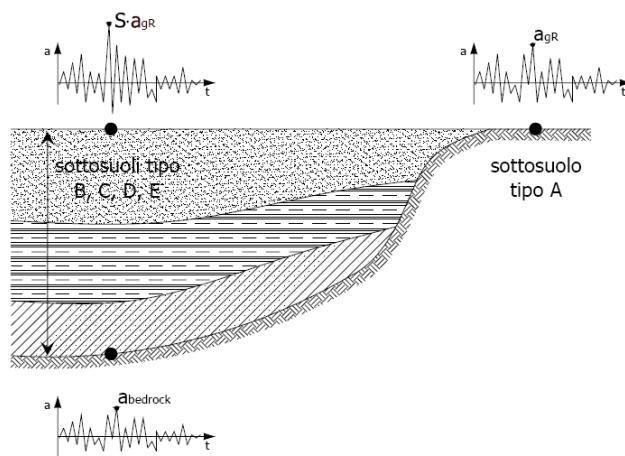


Figura A2.I – Significato del parametro S di amplificazione del suolo

È importante notare che l'Eurocodice fornisce soltanto la forma dello spettro ma non il valore della PGA da adottare. A tal proposito occorre fare riferimento ai singoli codici normativi di ogni stato in cui L'EC8 è applicabile. Nel presente studio si è fatto principalmente riferimento a quanto proposto nel Capitolo 3 dell'Ordinanza no. 3273 e successive modifiche [17, 18, 18, 20, 21]. Nello specifico si è fatto riferimento alla classificazione sismica del territorio Italiano riassunta in Tabella A.2.II.

Categoria Sismica	a_g (g)
I	0.35
II	0.25
III	0.15
IV	0.05

Tabella A.2.II – Accelerazioni al suolo relative ad un suolo rigido tipo A

Partendo dallo spettro di pseudo-accelerazione è poi possibile determinare quello di spostamento mediante l'uso della relazione (A.7) che lega appunto spostamento $S_{D,e}$ e accelerazione $S_{A,e}$ del sistema SDOF spettrale, relazione valida solo nel caso di comportamento elastico.

$$S_{D,e}(T) = S_{A,e}(T) \cdot \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 \quad (\text{A.7})$$

Nel presente studio si sono adottati, come input sismico nella riprova delle metodologie introdotte, gli spettri indicati nel seguito. Preliminary sono state eseguite indagini sulla riposta di sistemi SDOF. In tale situazione, come input sono stati considerati due spettri entrambi relativi ad un suolo tipo A e per due categorie di sismicità. Quando si è poi passati all'analisi della risposta di sistemi MDOF, si è assunta una categoria di suolo B relativa ad una zona sismica I. Si osservi nello specifico che, avendo dovuto fare riferimento alla zonizzazione sismica del territorio italiano, è sembrato coerente adottare anche i parametri spettrali proposti dalla stessa Ordinanza no. 3274 e successive modifiche. L'unica differenza è da ricerca nel parametro S. L'Eurocodice 8 propone, sempre per un suolo tipo B e spettro Tipo 1, un fattore pari 1.20. Di contro, nel presente studio si è scelto un fattore di amplificazione stratigrafica pari a $S = 1.25$, coerente con quanto proposto nell'Ordinanza. In Tabella A.2.III sono riassunti in modo sintetico tutti i parametri per la costruzione dello spettro in pseudo-accelerazione elastico. Altresì, in Figura A.2.II sono ripostati sia gli spettri in accelerazione che in spostamento degli input selezionati.

Sistemi Analizzati	Cat.	a_g (g)	Suolo	S (-)	PGA (g)	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)	η (-)
SDOF	I	$0.35 \cdot g$	A	1.00	$0.350 \cdot g$	0.15	0.40	2.00	1.00
SDOF	II	$0.25 \cdot g$	A	1.00	$0.250 \cdot g$	0.15	0.40	2.00	1.00
MDOF	I	$0.35 \cdot g$	B	1.25	$0.438 \cdot g$	0.15	0.50	2.00	1.00

Tabella A.2.III – Parametri degli spettri elastici in pseudo-accelerazione adottati nelle analisi

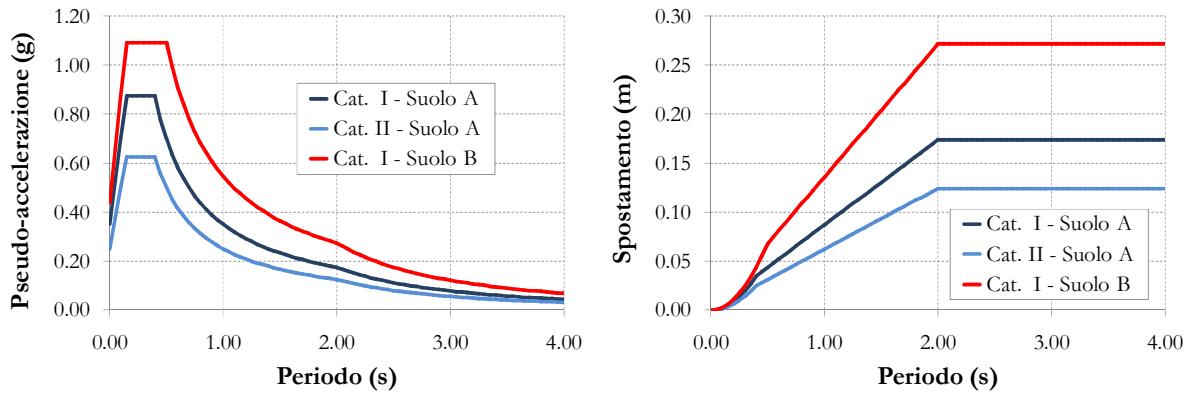


Figura A.2.II – Spettri di pseudo-accelerazione (sinistra) e spostamento (destra) assunti come input

A.3. Spettri di pseudo-accelerazione per duttilità assegnata

Solitamente i codici sismici forniscono solamente lo spettro elastico in termini di pseudo-accelerazione e, mediante relazioni semplificate, arrivare a definire poi quelli di spostamento e pseudo-velocità. Con opportune relazioni presenti in letteratura si può ottenere lo spettro di pseudo-accelerazione per un sistema elasto-plastico una volta assegnata la duttilità. Le relazioni qui prese in esame sono quelle di Newmark-Hall [37] che forniscono il fattore di riduzione della forza R (*Strength Reduction Factor*) così come riportato nella (A.8). Detto fattore è definito come il rapporto tra la pseudo-accelerazione del sistema elastico $S_{A,e}$ e quella del sistema elasto-plastico (EPP) $S_{A,\mu}$.

$$R = R(T, \mu) = \frac{S_{A,e}}{S_{A,\mu}} = \frac{S_A(T, 1)}{S_A(T, \mu)} \quad (A.8)$$

Nello specifico, è possibile scrivere tale rapporto sia in funzione della duttilità μ che del periodo del sistema T . Le equazioni da (A.9) a (A.13) forniscono le leggi di variazione di tale parametro.

$$0 \leq T \leq T_A \quad R = 1 \quad (A.9)$$

$$T_A \leq T \leq T_B \quad R = (2\mu - 1)^{\frac{\beta}{2}} \quad (A.10)$$

$$T_B \leq T \leq T_C' \quad R = \sqrt{2\mu - 1} \quad (A.11)$$

$$T_C' \leq T \leq T_C \quad R = \frac{T}{T_c} \cdot \mu \quad (A.12)$$

$$T_C \leq T \leq 4.0 \text{ s} \quad R = \mu \quad (A.13)$$

in cui i coefficienti riportati valgono:

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{T}{T_A}\right)}{\ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)}; \quad T_C' = T_C \cdot \frac{\sqrt{2\mu - 1}}{\mu}; \quad T_A = 0.05 \text{ s} \quad (A.14)$$

Dalla conoscenza dello spettro elastico di pseudo-accelerazione si passa quindi a quello elasto-plastico a duttilità assegnata. In Figura A.3.I è proposto sia l'andamento del fattore R (destra) che lo spettro di pseudo-accelerazione (sinistra) per differenti duttilità assegnate ($\mu = 1, 2, 4, 6$). Le immagini fanno riferimento allo spettro di categoria I valutato per un tipo di suolo B.

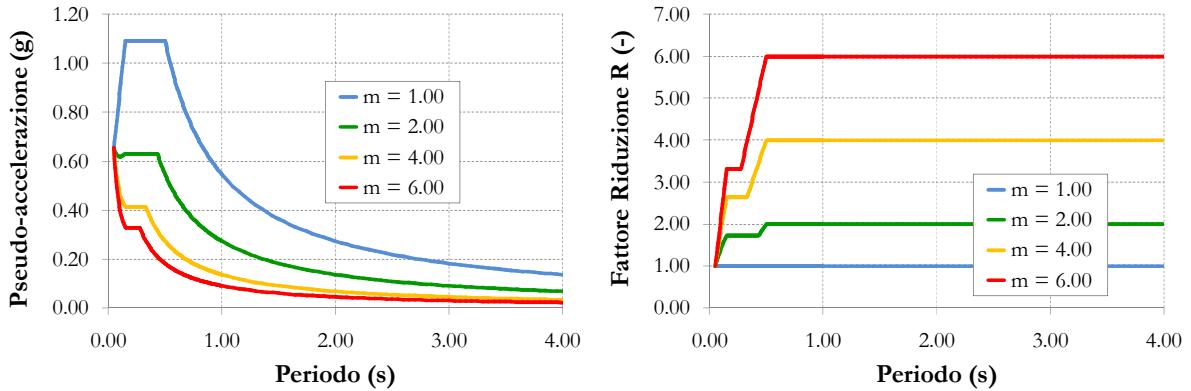


Figura A.3.I – Spettri di pseudo-accelerazione (sinistra) e fattore R (destra) per Cat. I e suolo B

A.4. Spettri di spostamento per duttilità assegnata

La Normativa sismica, come visto nel Paragrafo A.3 precedente, fornisce gli spettri elastici di pseudo-accelerazione in funzione di zona sismica e delle caratteristiche del terreno di fondazione. La stessa Norma propone la relazione (A.15), identica alla (A.7) ma avendo adottato una differente notazione, per passare dallo spettro di pseudo-accelerazione allo spettro di spostamento:

$$S_D(T,1) = S_A(T,1) \cdot \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 \quad (\text{A.15})$$

I codici quindi forniscono detti spettri solo per il comportamento puramente elastico. Sono presenti in letteratura alcune relazioni che legano lo spostamento di un sistema elastico a quello di un sistema elastico-perfettamente plastico in funzione, ad esempio, della duttilità. A tal proposito si assume la formula (A.16) proposta da Miranda [38]:

$$R_\delta = \frac{S_{D,\mu}}{S_{D,e}} = \frac{D(T,\mu)}{D(T,1)} \quad (\text{A.16})$$

in cui $S_{D,\mu}$ è pari allo spostamento del sistema elasto-plastico di duttilità μ ed $S_{D,e}$ lo spostamento spettrale relativo al sistema puramente elastico. Partendo dallo spettro di pseudo-accelerazione fornito dalla Norma si può agevolmente calcolare lo spettro di spostamento elastico e, da questo, passare a quello elasto-plastico con assegnata duttilità. In particolare si hanno le formulazioni proposte in (A.17) sono in funzione del tipo di terreno così come definite in Tabella A.4.I. In detta tabella in pratica il *Soil 1* corrisponde al terreno tipo A, *Soil 2* corrisponde al terreno tipo B,C,E, *Soil 3* corrisponde al terreno tipo D. Si osservi che tale correlazione è stata fatta tenuto conto della descrizione delle categorie di suolo proposte dall'Eurocode 8.

Tipo Suolo	Profilo	Velocità Onde di Taglio V_{S30} (m/s)	Categorie di Suolo EC8	A	B
S1	Rock	≥ 700	A	18	1.0
S2	Stiff Deposit H < 50 m	400 – 700	B	12	1.0
	Stiff Deposit H > 50 m	400 – 700	C		
	Intermediate H > 8 m	100 – 400	E		
S3	Soft Soil Deposits	< 100	D	5	1.1

Tabella A.4.I – Parametri di calcolo del fattore dello spostamento in funzione delle categorie di suolo

La legge variazionale del parametro definito in (A.16) nella forma generale si presenta secondo quanto riportato nell'equazione (A.17). I relativi parametri numerici sono sempre proposti in Tabella A.4.I. Si osservi che la corrispondenza tra le categorie di suolo proposte nello studio di Miranda e quelle fornite dall'Eurocodice differiscono leggermente, non coincidendo i limiti dei range delle categorie di suolo. Nell'applicazione di tali relazioni occorre tenere in conto di questa incertezza.

$$R_\delta = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) \cdot \exp(-A \cdot T^B \cdot \mu^{-0.8}) \right]} \quad (\text{A.17})$$

Mediante l'equazione (A.17), si ha a disposizione, una volta assegnata la duttilità, il relativo spettro anelastico. In particolare si riporta in Figura A.4.I sia l'andamento del fattore R_δ che il relativo spettro di spostamento in funzione del periodo T per differenti valori di duttilità. Si è fissato, a titolo di esempio, un suolo A e duttilità pari a 1, 2, 4 e 6 per $M > 5.5$ (Tipo1).

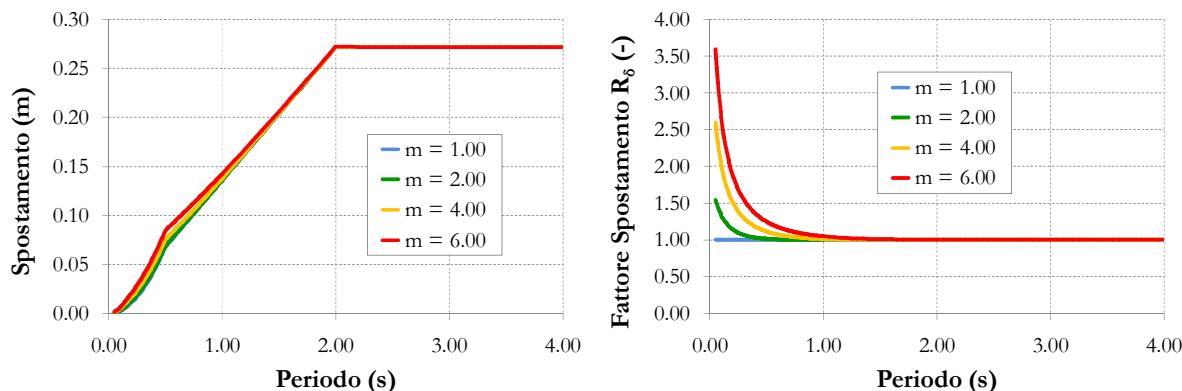


Figura A.4.I – Spettri di spostamento (sinistra) e fattore R_δ (destra) per Cat. I e suolo B

A.5. Spettri di pseudo-energia per duttilità assegnata

Come indicato nei Paragrafi A.3 e A.4 precedenti, dalla conoscenza degli spettri elastici sia in pseudo-accelerazione che in spostamento, è immediato determinare gli spettri di pseudo-energia per duttilità assegnate. In particolare si rimanda alla specifica sezione (Paragrafo 5.4) per la procedura dettagliata di tale metodologia, essendo qui lo scopo principale solo quello di approfondire i parametri utilizzati nella modifica degli spettri elastici di domanda sismica. Facendo uso dell'equazione (5.13), è possibile definire lo spettro di pseudo-accelerazione per

duttività assegnata. Nella Figura A.5.I a sinistra è proposto lo spettro di pseudo-energia. Nella stessa figura a destra è proposto lo stesso spettro ma nel piano energia-spostamento (EDRS). Lo spettro fa sempre riferimento ad una categoria sismica I e un tipo di suolo B.

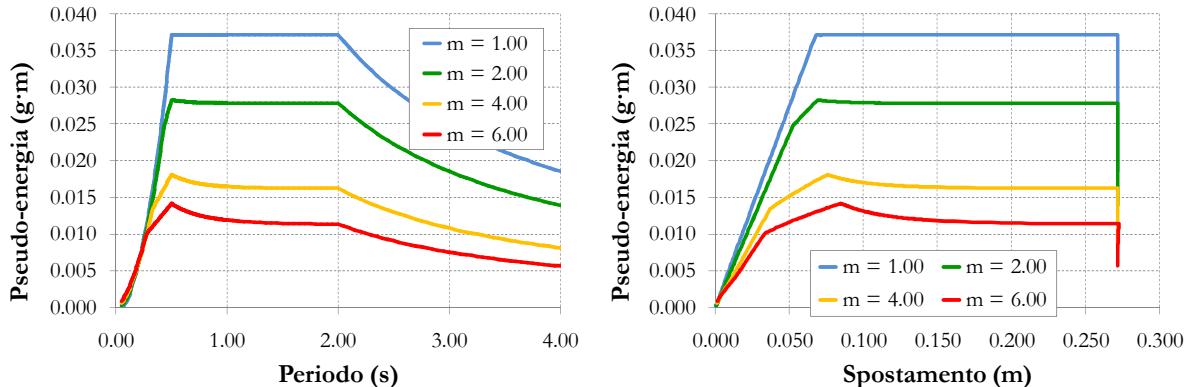


Figura A.5.I – Spettri di pseudo-energia per Cat. I e suolo B

A.6. Spettri di Pseudo-Energia al variare dei diversi parametri

Si propone nel seguito un’indagine sull’influenza dei vari parametri, come tipo di suolo e duttività, nella definizione degli spettri di pseudo-energia. Al fine di rendere congrui i vari spettri, si normalizzano gli stessi rispetto all’accelerazione $a_g = 1/9.81$. Nelle immagini seguenti, da Figura A.6.I a Figura A.6.IV, sono proposti gli spettri citati sia nella classica rappresentazione energia in funzione dello spostamento che nel piano energia-spostamento (EDRS). Nella presente indagine si sono considerati spettri relativi all’Eurocodice 8 al fine di mantenere il carattere generale della rappresentazione. Inoltre si sono considerati soltanto spettri di Tipo 1, rimanendo comunque generale la procedura anche per gli spettri Tipo 2. Come è immediato dedurre dai grafici proposti, fissato il tipo di suolo, la pseudo-energia diminuisce all’aumentare della duttività. Questo rimane vero per tutti i tipi di suolo. Questo apparentemente non coincide con l’ipotesi della conservazione dell’energia per determinate parti dello spettro. Si osservi che in letteratura quando si parla di zona spettrale di egual energia si intende implicitamente costanza della pseudo-energia cinetica valutata a mezzo della (A.18) e valida nel caso puramente elastico.

$$E_{k,e} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (S_{V,e})^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\omega \cdot S_{D,e})^2 \quad (A.18)$$

Si osservi che la pseudo-energia definita nel presente studio è un parametro completamente differente dalla pseudo-energia cinetica usualmente utilizzata in letteratura.

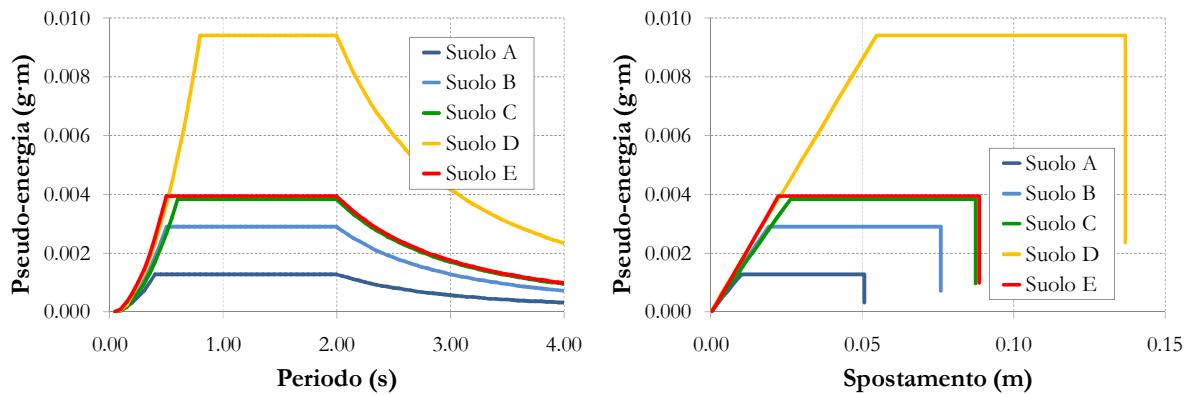


Figura A.6.I – Spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 1$ in funzione della tipologia di suolo

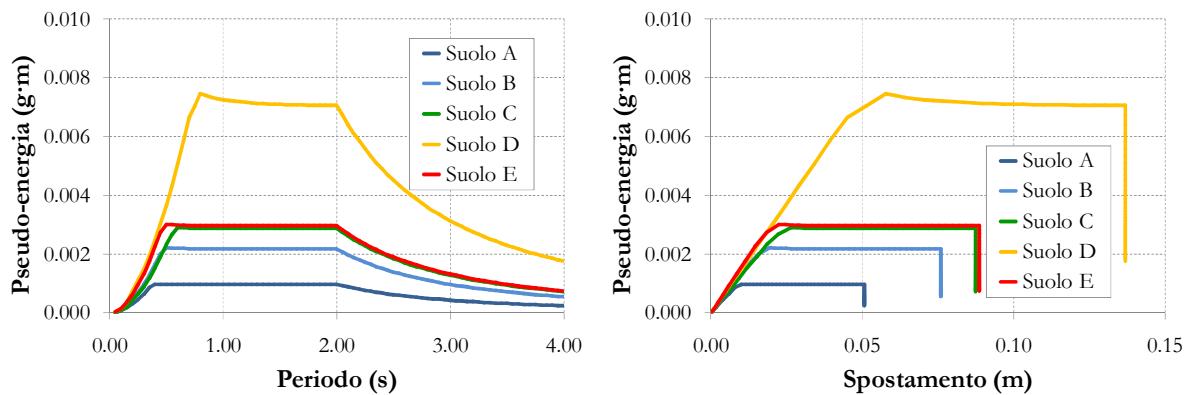


Figura A.6.II – Spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 2$ in funzione della tipologia di suolo

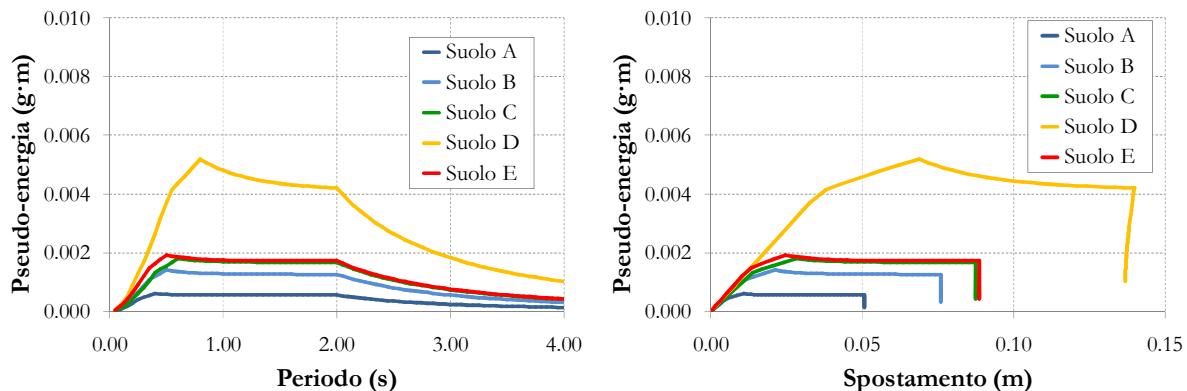


Figura A.6.III – Spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 4$ in funzione della tipologia di suolo

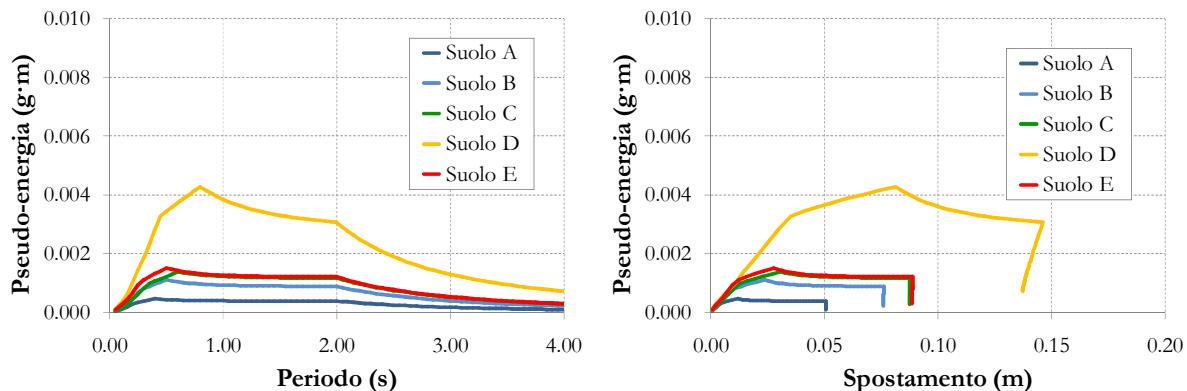
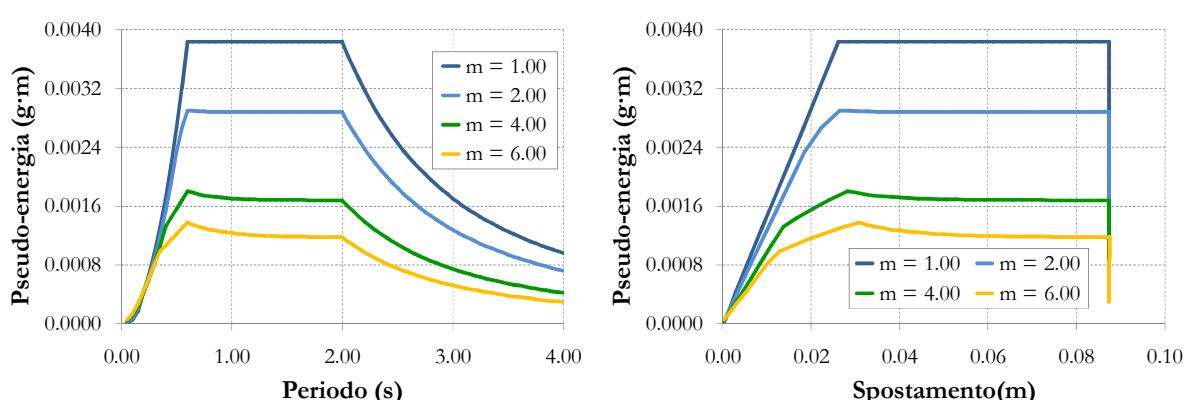
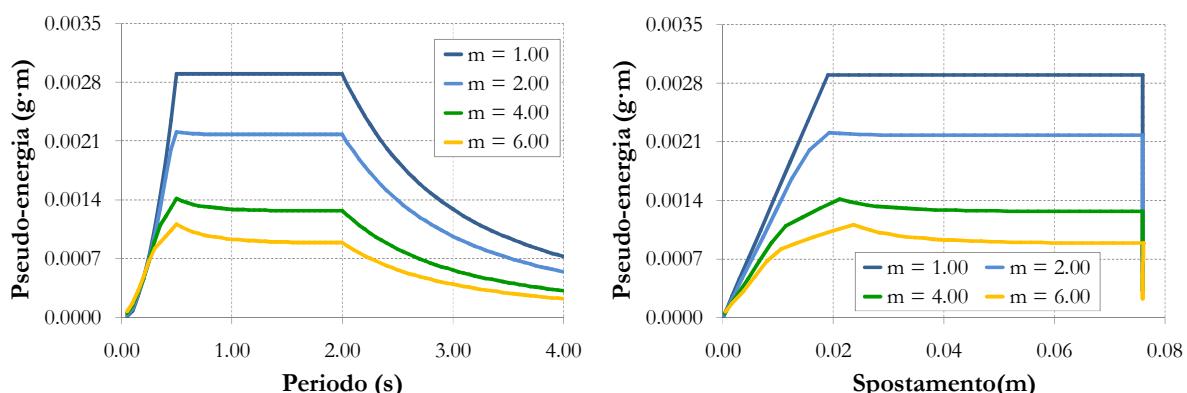
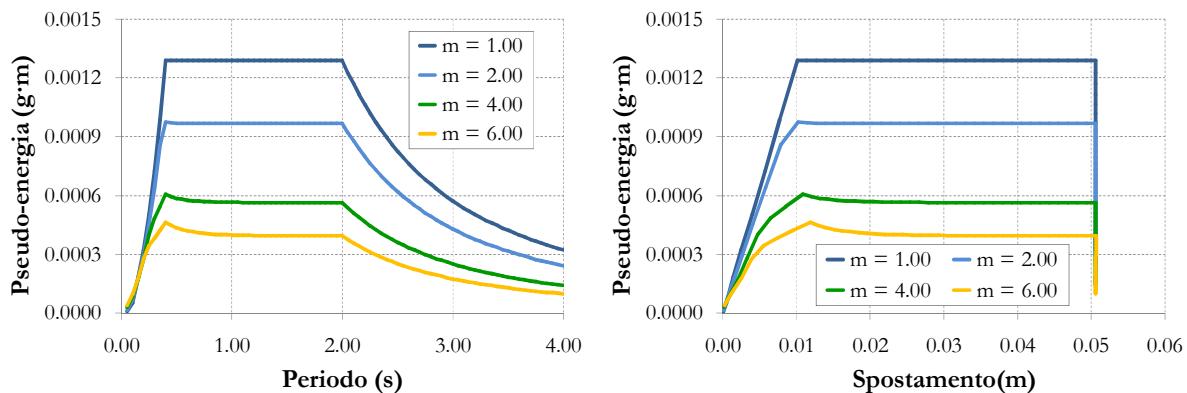


Figura A.6.IV – Spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 6$ in funzione della tipologia di suolo

Nelle successive immagini, da Figura A.6.V a Figura A.6.IX, sono proposti i medesimi spettri di pseudo-energia al variare della duttilità una volta che è stata fissata la classe di suolo. La loro rappresentazione è proposta sia nel piano energia-periodo che nel piano energia-spostamento (EDRS). Si osservi che i vari spettri proposti nel seguito non sono riportati tutti nella stessa scala. Anche se la forma degli stessi è molto simile, i valori numerici sono profondamente differenti.

Come detto in precedenza, gli spettri sono calcolati avendo normalizzato lo spettro rispetto ad un'accelerazione $a_g = 1/9.81$. Per ottenere i valori espressi nel sistema metrico occorre moltiplicare poi sia per g che per la relativa frazione dell'accelerazione funzione della categoria sismica.



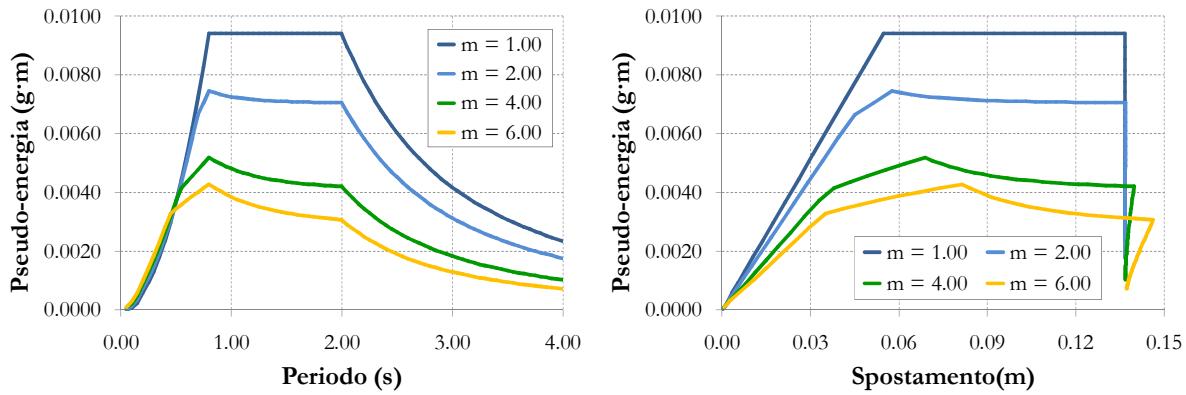


Figura A.6.VIII – Spettri di pseudo-energia per tipologia di suolo D in funzione della duttilità

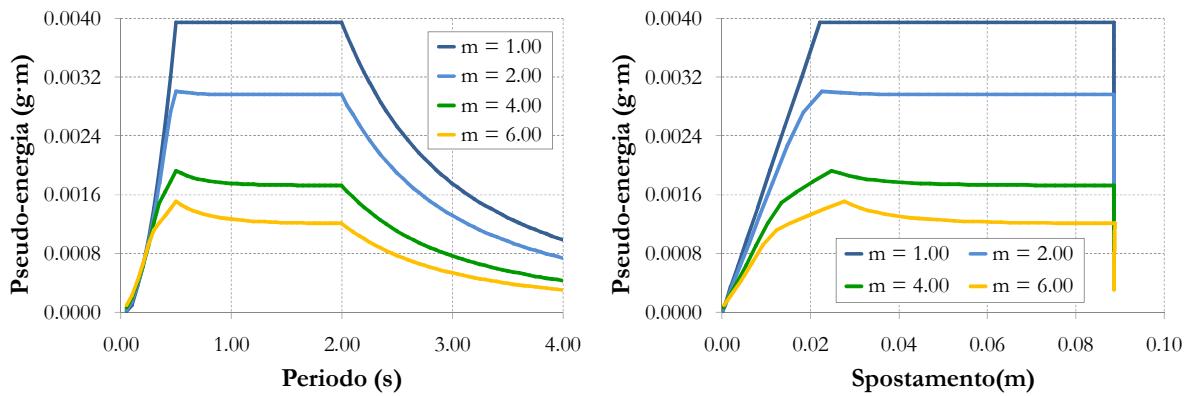


Figura A.6.IX – Spettri di pseudo-energia per tipologia di suolo E in funzione della duttilità

Ovviamente quanto svolto fino ad ora presume la validità delle relazioni di Newmark-Hall e di Miranda adottate per trasformare, rispettivamente, gli spettri elastici di pseudo-accelerazione e spostamento in spettri a duttilità assegnate e, di conseguenza, determinare quelli anelastici di pseudo-energia. A rigore per applicare tali formule andrebbe utilizzato il medesimo database con cui esse sono state determinate. Si suppone a priori che la loro validità è comunque accettata per ipotesi.

A.7. Osservazioni sull'utilizzo di relazioni per la definizione della PsE

Come ampiamente illustrato in precedenza, per la determinazione della pseudo-energia occorre conoscere a priori gli spettri di pseudo-accelerazione e spostamento per duttilità assegnate. Dalla loro combinazione, secondo l'equazione (5.13) riportata nel Capitolo 5, è noto anche lo spettro di domanda sismico espresso in termini energetici e tale da poter essere utilmente impiegato nelle metodologie di analisi statica non lineare basata su criteri energetici. Nel presente studio è stata presa in esame, per la definizione degli spettri indicati come *Normativi*, la formulazione di Miranda per trattare gli spostamenti e le relazioni di Newmark-Hall per le pseudo-accelerazioni. A rigore esistono altre strade percorribili nella definizione del parametro energetico. Nel seguito sono state considerate le possibili alternative sempre facendo uso dei parametri di Miranda e Newmark-Hall.

Utilizzo dei fattori di Miranda e Newmark-Hall:

Una prima formulazione, che è anche poi quella adottata nel presente studio, è, come accennato prima, di valutare il parametro pseudo-energia come contributo sia della pseudo-accelerazione che dello spostamento. Questa procedura parte dall'idea che, essendo per definizione la pseudo-energia data dal prodotto della forza per lo spostamento, si mettono in conto entrambe le relazioni. Le equazioni (A.19) e (A.20) esprimono in formule quanto detto.

$$S_A(T, \mu) = \frac{S_A(T, 1)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \quad (\text{A.19})$$

$$S_D(T, \mu) = S_D(T, 1) \cdot R_{\text{Miranda}}(T, \mu) \quad (\text{A.20})$$

La (A.21) mostra i passaggi per poter arrivare alla formulazione della pseudo-energia riportata in (A.22) avendo fatto uso delle relazioni (A.19) e (A.20).

$$\begin{aligned} \text{PsE}(T, \mu) &= S_A(T, \mu) \cdot S_D(T, \mu) \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu} \right] = \\ &= \frac{S_A(T, 1)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \cdot S_D(T, 1) \cdot R_{\text{Miranda}}(T, \mu) \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu} \right] = \\ &= \frac{S_A(T, 1)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \cdot S_A(T, 1) \cdot \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot R_{\text{Miranda}}(T, \mu) \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu} \right] = \\ &= \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot [S_A(T, 1)]^2 \cdot \frac{R_{\text{Miranda}}(T, \mu)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Alla fine si può dimostrare che la PsE dipende dalla pseudo-accelerazione spettrale elastica e dal rapporto tra i fattori di riduzione e di amplificazione rispettivamente di Newmark-Hall e Miranda. Riassumendo si può scrivere quanto proposto in (A.22).

$$\text{PsE}(T, \mu) = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot [\text{PsA}(T, 1)]^2 \cdot \frac{R_{\text{Miranda}}(T, \mu)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu} \right] \quad (\text{A.22})$$

In forma generale si può scrivere quindi

$$\text{PsE}(T, \mu) = f \left\{ S_{A,e} | R_{\text{Miranda}} | R_{\text{Newmark-Hall}} | T | \mu \right\} \quad (\text{A.23})$$

al fine di mettere in evidenza la dipendenza da entrambi i parametri di riduzione/amplificazione delle componenti spettrali elastiche.

Utilizzo del fattore di Miranda:

Si può dimostrare che la PsE può anche essere scritta solo in funzione dello spostamento e quindi del solo fattore di amplificazione proposto da Miranda. Con passaggi analoghi a prima si può scrivere

$$\text{PsE}(T, \mu) = \left[\frac{T}{2\pi} \cdot S_A(T, 1) \cdot R_{\text{Miranda}}(T, \mu) \right]^2 \cdot \left[\frac{2\mu - 1}{2\mu^2} \right] \quad (\text{A.24})$$

In forma generale si può scrivere quindi

$$\text{PsE}(T, \mu) = f \{ S_{A,e} | R_{\text{Miranda}} | T | \mu \} \quad (\text{A.25})$$

al fine di mettere in evidenza la dipendenza soltanto dal fattore di amplificazione delle componenti spettrali elastiche in spostamento.

Utilizzo del fattore di Newmark-Hall:

Si può dimostrare infine che la PsE può anche essere scritta solo in funzione della pseudo-accelerazione e quindi del solo fattore di riduzione proposto da Newmark-Hall. Con passaggi analoghi a quelli fatti in precedenza si può scrivere

$$\text{PsE}(T, \mu) = \left[\frac{T}{2\pi} \cdot \frac{S_A(T, 1)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \right]^2 \cdot \mu \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu} \right] \quad (\text{A.26})$$

In forma generale si può scrivere quindi

$$\text{PsE}(T, \mu) = f \{ S_{A,e} | R_{\text{Newmark-Hall}} | T | \mu \} \quad (\text{A.27})$$

al fine di mettere in evidenza la dipendenza soltanto dal fattore di riduzione delle componenti spettrali elastiche in pseudo-accelerazione.

A.8. Influenza dei fattori di Newmark-Hall e Miranda sul rapporto R_{PsE}

In tutte le formulazioni precedenti si è volutamente mettere in evidenza che lo spettro di pseudo-energia può essere derivato direttamente da quello di pseudo-accelerazione, essendo questo solitamente fornito dai codici normativi. Inoltre tutte le formulazioni precedenti hanno fatto uso delle ben note formule che legano i vari parametri e valide per un sistema SDOF-EPP.

A tale proposito sembra interessante, nella stessa ottica con cui hanno proceduto sia Miranda che Newmark-Hall, proporre un fattore che leggi la pseudo-energia elastica con quella anelastica. Con questo scopo si può definire il fattore R_{PsE} come

$$R_{\text{PsE}} = \frac{\text{PsE}_\mu}{\text{PsE}_e} = \frac{\text{PsE}(T, \mu)}{\text{PsE}(T, 1)} \quad (\text{A.28})$$

Si noti che tale parametro è definito anche mediante l'equazione (5.19) riportata nel Capitolo 5. Tale rapporto permette, una volta noto lo spettro di pseudo-energia elastico, di conoscere il relativo spettro per duttilità assegnata. Detto parametro può essere agevolmente calcolato una volta che si fa uso delle relazioni trovate in precedenza.

Utilizzo dei fattori di Miranda e Newmark-Hall:

Tenendo in conto dell'equazione (A.22) è possibile calcolare la pseudo-energia per una certa duttilità fissata. In particolare per il caso elastico corrispondente ad una duttilità unitaria si ottiene

$$PsE(T,1) = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot [PsA(T,1)]^2 \cdot \frac{R_{Miranda}(T,1)}{R_{Newmark-Hall}(T,1)} \cdot \left[1 - \frac{1}{2 \cdot 1} \right] = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot [PsA(T,1)]^2 \cdot \frac{1}{2} \quad (A.29)$$

in cui, per definizione, i rapporti sopra elencati sono proprio pari all'unità. Dividendo la (A.22) per la (A.29) si perviene alla quantificazione del parametro introdotto in (A.28)

$$R_{PsE}(T,\mu) = \frac{R_{Miranda}(T,\mu)}{R_{Newmark-Hall}(T,\mu)} \cdot \left[\frac{2\mu - 1}{\mu} \right] \quad (A.30)$$

Utilizzo del fattore di Miranda:

Tenendo in conto ora l'equazione (A.24) è possibile calcolare ancora la pseudo-energia per una certa duttilità fissata. In particolare per il caso elastico corrispondente ad una duttilità unitaria si ottiene

$$PsE(T,\mu) = \left[\frac{T}{2\pi} \cdot S_A(T,1) \cdot R_{Miranda}(T,1) \right]^2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 1 - 1}{2 \cdot 1^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{T}{2\pi} \cdot S_A(T,1) \cdot R_{Miranda}(T,1) \right]^2 \quad (A.31)$$

in cui, per definizione, il rapporto dello spostamento è proprio pari all'unità. Dividendo la (A.24) per la (A.31) si perviene alla quantificazione del parametro introdotto in (A.28), ma stavolta scritto soltanto in funzione del rapporto introdotto da Miranda.

$$R_{PsE}(T,\mu) = [R_{Miranda}(T,\mu)]^2 \cdot \left[\frac{2\mu - 1}{\mu^2} \right] \quad (A.32)$$

Utilizzo del fattore di Newmark-Hall:

Tenendo in conto ora l'equazione (A.26) è possibile calcolare ancora la pseudo-energia per una certa duttilità fissata. In particolare per il caso elastico corrispondente ad una duttilità unitaria si ottiene

$$PsE(T,1) = \left[\frac{T}{2\pi} \cdot \frac{S_A(T,1)}{R_{Newmark-Hall}(T,1)} \right]^2 \cdot \left[1 - \frac{1}{2 \cdot 1} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{T}{2\pi} \cdot S_A(T,1) \right]^2 \quad (A.33)$$

in cui, per definizione, il fattore di riduzione della forza è proprio pari all'unità. Dividendo la (A.26) per la (A.33) si perviene alla quantificazione del parametro introdotto in (A.28), ma stavolta scritto soltanto in funzione del rapporto introdotto da Newmark-Hall.

$$R_{\text{PsE}}(T, \mu) = \left[\frac{1}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \right]^2 \cdot [2\mu - 1] \quad (\text{A.34})$$

Come si evince dai rapporti proposti nelle equazioni (A.30), (A.32) e (A.34), questi dipendono fortemente dal tipo di fattore di amplificazione/riduzione scelto. A titolo di esempio, e come riprova, si vanno a calcolare tali rapporti agli estremi dell’intervallo dei periodi considerati ossia per $T = 0.00$ e $T = 4.00$ secondi. Si fissa inoltre la duttilità pari a $\mu = 6$. Si osservi che, indipendentemente dal suolo, si può assumere

$$R_{\text{Miranda}}(T = 0.00; \mu = 6) = \mu; \quad R_{\text{Miranda}}(T = 4.00; \mu = 6) = 1 \quad (\text{A.35})$$

$$R_{\text{Newmark-Hall}}(T = 0.00; \mu = 6) = 1; \quad R_{\text{Newmark-Hall}}(T = 4.00; \mu = 6) = \mu \quad (\text{A.36})$$

Per l’estremo inferiore dell’intervallo $T = 0.00$ secondi si calcola

$$ER(0.00; 6) = \frac{2}{\mu} \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu}\right) \cdot (R_{\text{Miranda}})^2 = \frac{2}{6} \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 6}\right) \cdot (6)^2 = 11 \quad (\text{A.37})$$

$$ER(0.00; 6) = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu}\right) \cdot \left(\frac{R_{\text{Miranda}}}{R_{\text{Newmark-Hall}}}\right) = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 6}\right) \cdot \left(\frac{6}{1}\right) = 11 \quad (\text{A.38})$$

$$ER(0.00; 6) = 2\mu \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_{\text{Newmark-Hall}}}\right)^2 = 2 \cdot 6 \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 6}\right) \cdot \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 11 \quad (\text{A.39})$$

Per l’estremo superiore dell’intervallo $T = 4.00$ secondi si calcola

$$ER(4.00, 6) = \frac{2}{\mu} \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu}\right) \cdot (R_{\text{Miranda}})^2 = \frac{2}{6} \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 6}\right) \cdot (1)^2 = 0.3055 \quad (\text{A.40})$$

$$ER(4.00, 6) = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu}\right) \cdot \left(\frac{R_{\text{Miranda}}}{R_{\text{Newmark-Hall}}}\right) = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = 0.3055 \quad (\text{A.41})$$

$$ER(4.00, 6) = 2\mu \cdot \left(1 - \frac{1}{2\mu}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_{\text{Newmark-Hall}}}\right)^2 = 2 \cdot 6 \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 0.3055 \quad (\text{A.42})$$

Agli estremi i tre approcci tendono a fornire i medesimi risultati. Ovviamente nel mezzo dell’intervallo la discrepanza risultano essere maggiori. Si può ora mettere in evidenza la differenza sopra citata una volta fissato il tipo di terreno e la duttilità. A titolo di esempio si fissano due tipologie di terreno (A e B) e due valori della (2 e 6). Si riportano sia i grafici della PsE che del rapporto definito in (A.28) al fine di confrontare i risultati ottenuti secondo differenti approcci.

In Figura A.8.I è proposto il confronto tra gli spettri di pseudo-energia, calcolati utilizzando le equazioni (A.22), (A.24) e (A.26), relativi ad una tipologia di suolo A e per duttilità pari a 2. In figura a sinistra sono proposti gli spettri valutati per l’intervallo considerato nel presente studio

ossia da 0.00 a 4.00 secondi. A destra è proposto lo stesso grafico ma avendo ristretto il campo di variazione dei periodi per mettere meglio in evidenza la discrepanza tra i vari approcci nella definizione degli spettri. Allo stesso modo in Figura A.8.II sono proposti i medesimi spettri validi per un suolo di tipo A ma relativi ad una duttilità par a 6.

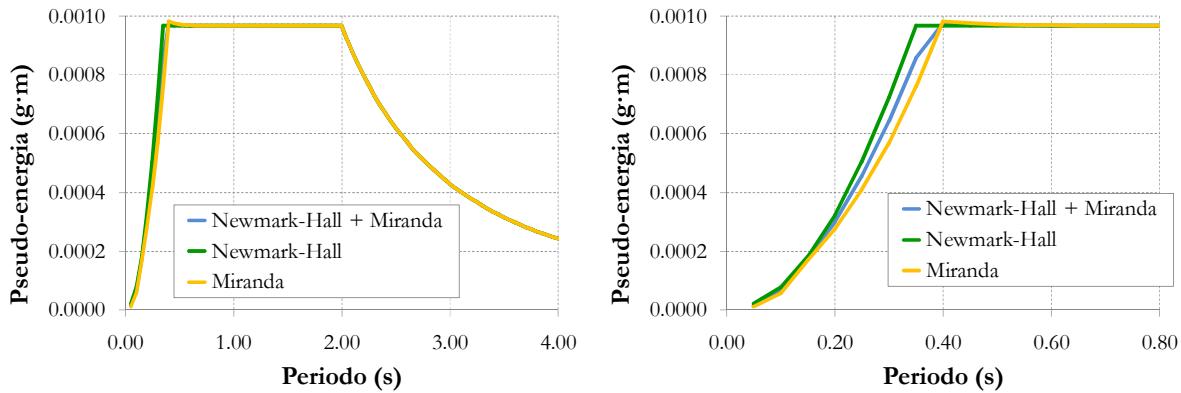


Figura A.8.I – Spettri di pseudo-energia per tipologia di suolo A e duttilità $\mu = 2$

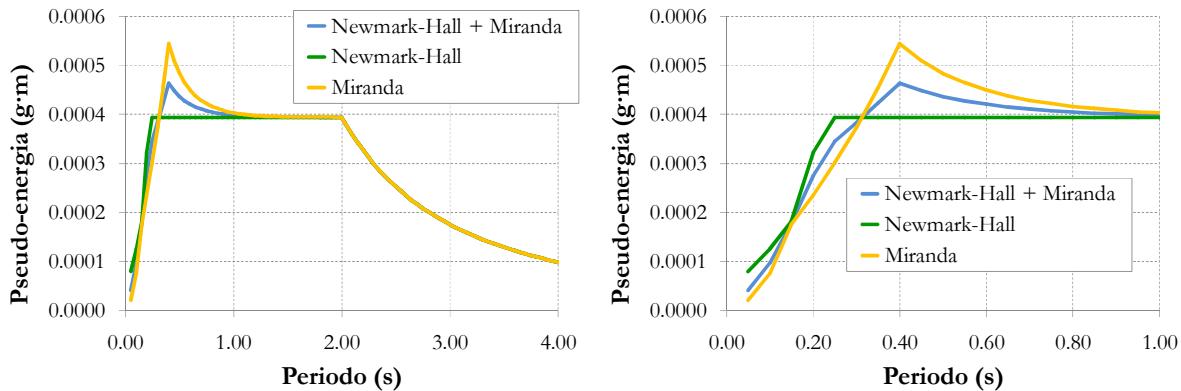


Figura A.8.II – Spettri di pseudo-energia per tipologia di suolo A e duttilità $\mu = 6$

In maniera analoga, in Figura A.8.III è proposto il confronto tra gli spettri di pseudo-energia stavolta relativi ad una tipologia di suolo B ed ancora validi per duttilità pari a 2. In Figura A.8.IV sono indicati gli spettri per una duttilità relativa a un valore pari a 6.

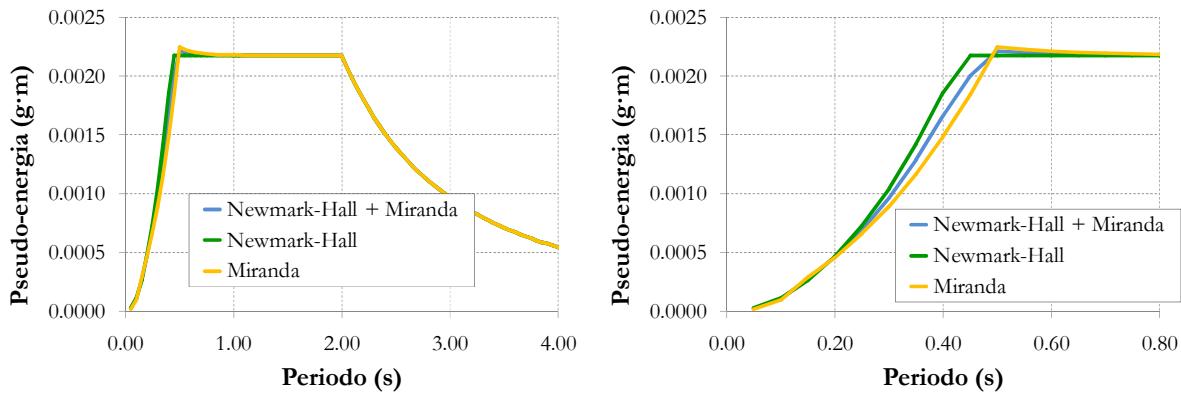


Figura A.8.III – Spettri di pseudo-energia per tipologia di suolo B e duttilità $\mu = 2$

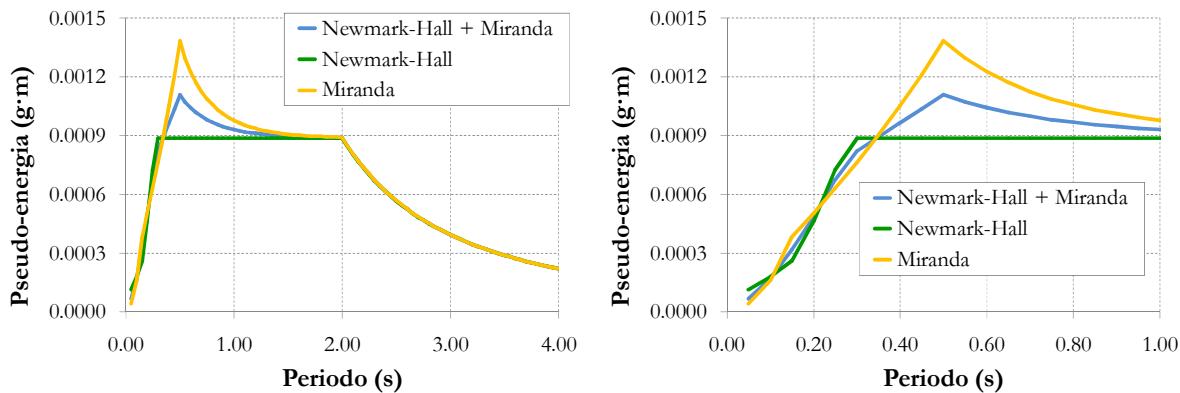


Figura A.8.IV – Spettri di pseudo-energia per tipologia di suolo B e duttilità $\mu = 6$

Come si evince dai grafici riportati da Figura A.8.I a Figura A.8.IV, per alti periodi utilizzare diversi approcci porta sostanzialmente agli stessi risultati. Questo accade in quanto nelle relazioni proposte rispettivamente il fattore di Newmark-Hall tende al valore costante della duttilità mentre per il coefficiente di Miranda si ha la convergenza verso il valore unitario. Al contrario, per bassi valori del periodo, scegliere l'uno o l'altro metodo porta a discrepanze non trascurabili. Le differenze tendono ad essere massime in corrispondenza del periodo proprio del sisma ossia nell'intorno del valore T_C' . Si osserva anche una maggiore incertezza nella scelta dei parametri di trasformazione per arrivare a definire la pseudo-energia al crescere della duttilità. Questo fenomeno è intrinseco nelle analisi sismiche in quanto all'aumentare della componente anelastica della risposta si arriva inevitabilmente a un grado di errore ed incertezza maggiore nella definizione dei parametri.

Infine si propongono nel seguito le valutazioni inerenti al rapporto tra la pseudo-energia anelastica e quella relativa al comportamento elastico così come definito in (A.28). In Figura A.8.V ed in Figura A.8.VI, sono proposti gli andamenti di detto rapporto relativi ad un suolo tipo A e per duttilità rispettivamente pari a 2 e a 6. Alla stessa maniera, in Figura A.8.VII ed in Figura A.8.VIII, sono proposti gli andamenti di detto rapporto relativi stavolta ad un suolo tipo B ed ancora per duttilità rispettivamente pari a 2 e a 6. Come mostrano in modo chiaro tutti i grafici, per bassi periodi anche tali rapporti tendono ad essere caratterizzati da maggiore incertezza ed adottare differenti approcci porta a sostanziali differenze. Al crescere del periodo tali discrepanze tendono ad annullarsi e convergere verso un valore comune. Questo accade per valori di T superiori a T_C , fatto imputabile alla definizione stessa dei fattori di modifica.

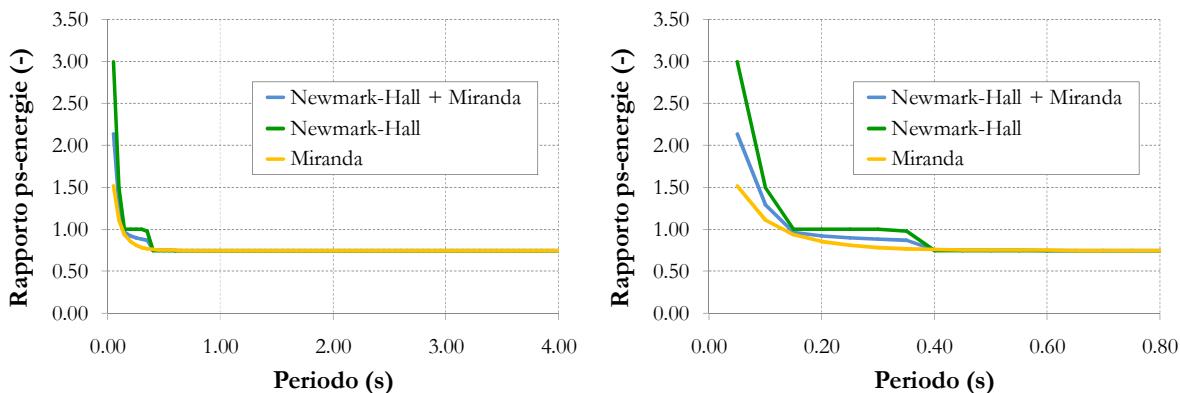


Figura A.8.V – Rapporti tra pseudo-energia anelastica ed elastica per tipologia di suolo A e duttilità $\mu = 2$

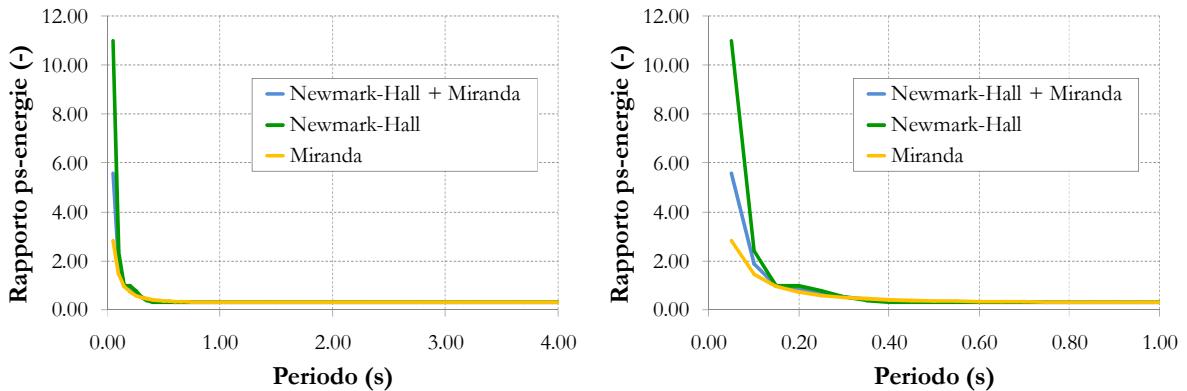


Figura A.8.VI – Rapporti tra pseudo-energia anelastica ed elastica per tipologia di suolo A e duttilità $\mu = 6$

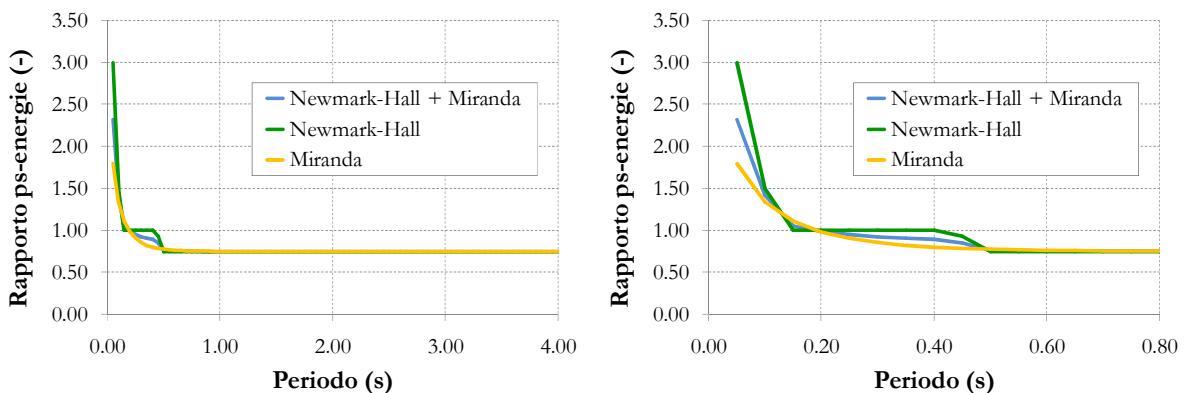


Figura A.8.VII – Rapporti tra pseudo-energia anelastica ed elastica per tipologia di suolo B e duttilità $\mu = 2$

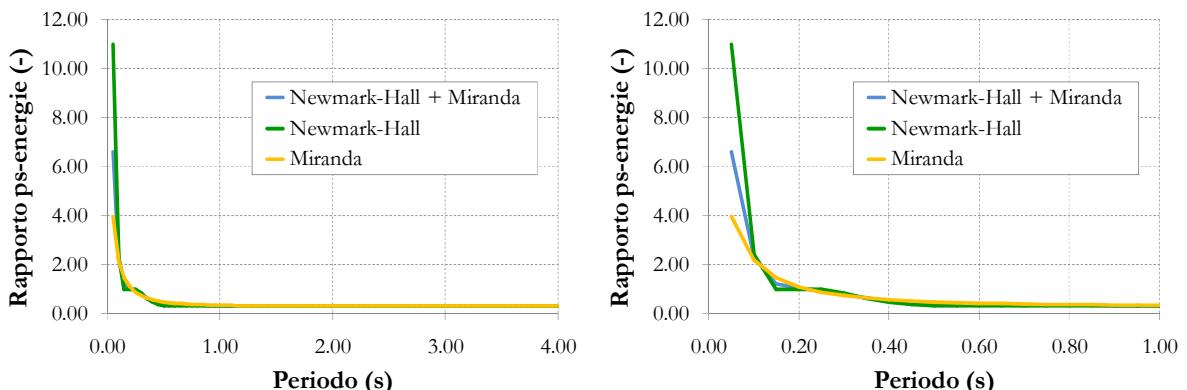


Figura A.8.VIII – Rapporti tra pseudo-energia anelastica ed elastica per tipologia di suolo B e duttilità $\mu = 6$

Come mostrato chiaramente dai risultati fino a qui proposti, la scelta dei parametri di riduzione/amplificazione delle componenti spettrali elastiche al fine di ottenere quelli anelastici costituisce un passaggio critico e molto delicato nella definizione della pseudo-energia da impiegare nelle analisi statiche non lineari. Nel presente studio, si ricorda, sono stati adottati i parametri di Newmark-Hall per la pseudo-accelerazione e quelli di Miranda per lo spostamento. Come mostrato nei paragrafi precedenti, anche limitando la scelta a specifiche leggi (qui soltanto 2), resta comunque alta l'incertezza. A tale proposito si ricorda inoltre che in letteratura esistono comunque differenti studi riguardanti tali coefficienti di riduzione/amplificazione. Nel seguito, a carattere puramente informativo, si riportano alcuni grafici relativi sia ai fattori di riduzione della

componente in accelerazione sia i coefficienti di amplificazione dello spostamento così come definiti nel presente studio rispettivamente in (A.8) e (A.16).

Fattori di modifica dello spostamento:

I grafici proposti in Figura A.8.IX fanno riferimento ai fattori di modifica del parametro spettrale in spostamento. In particolare si riportano gli andamenti, in funzione del periodo, dei fattore di amplificazione proposto da Miranda (e utilizzato nel presente studio) e di Newmark-Hall. Si osservi che qui il fattore di modifica proposto da Newmark-Hall è relativo allo spostamento e non alla forza resistente del sistema. Per maggiori dettagli si rimanda alla pubblicazione *Evaluation of Approximate Methods to Estimate Maximum Inelastic Displacement Demands* [36].

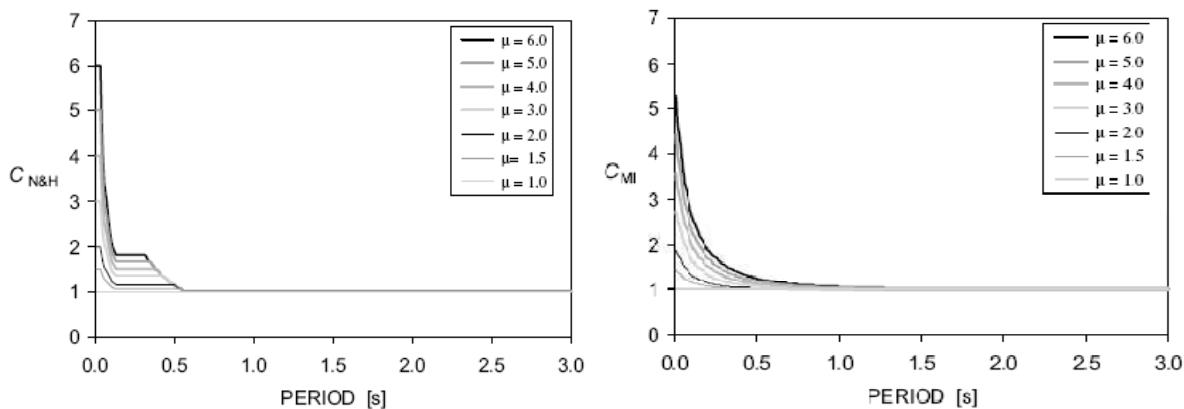


Figura A.8.IX – Fattore di modifica dello spostamento secondo il metodo di Newmark-Hall (sinistra) e Miranda (destra)

Fattori di riduzione della forza:

I grafici proposti nel seguito fanno riferimento ai fattori di riduzione del parametro spettrale in pseudo-accelerazione. In particolare si riportano gli andamenti, in funzione del periodo, dei fattore di riduzione proposto da vari autori. Per maggiori dettagli si rimanda alla pubblicazione *Evaluation of Strength Reduction Factors for Earthquake-Resistant Design* [38]. Da Figura A.8.X a Figura A.8.XIII sono proposti gli andamenti, al variare della duttilità, del parametro R (R_μ) proposti da vari autori. I riferimenti dei vari autori sono riportati negli stessi grafici.

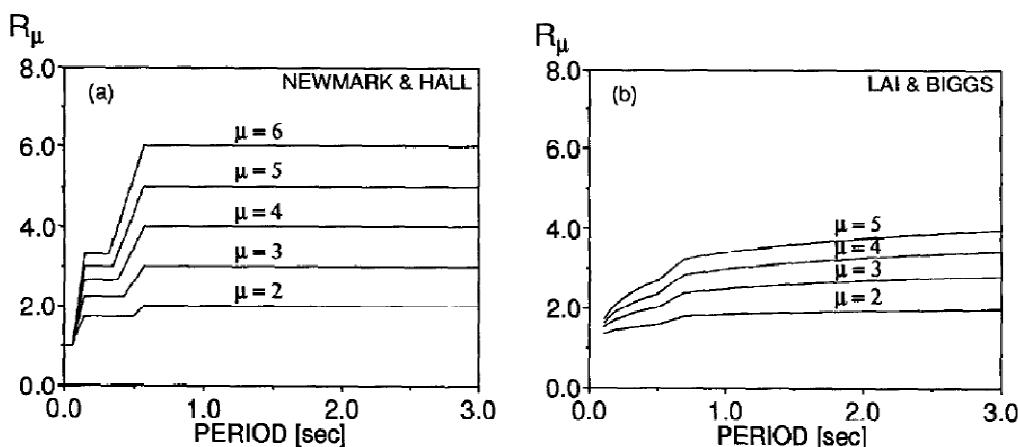


Figura A.8.X – Fattore di riduzione della forza secondo Newmark-Hall (sinistra) e Lai Biggs (destra)

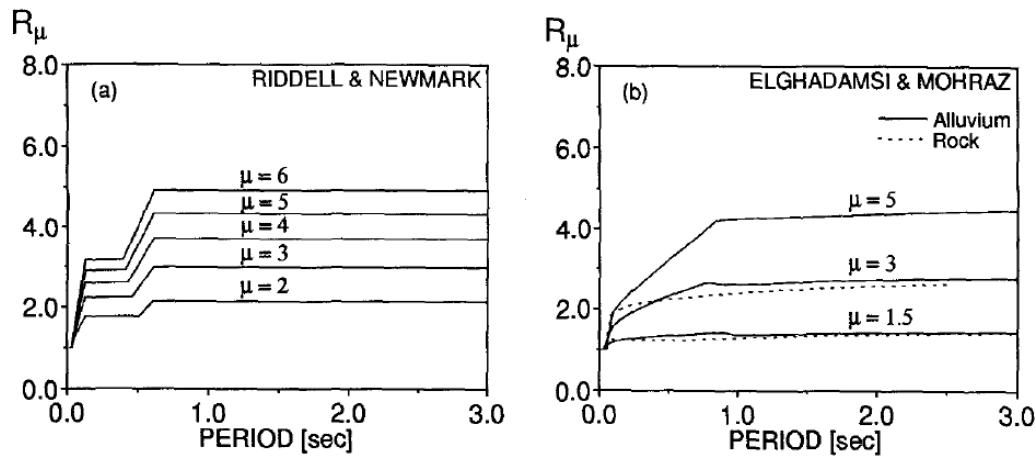


Figura A.8.XI – Fattore di riduzione della forza secondo Newmark-Hall (sinistra) e Lai Biggs (destra)

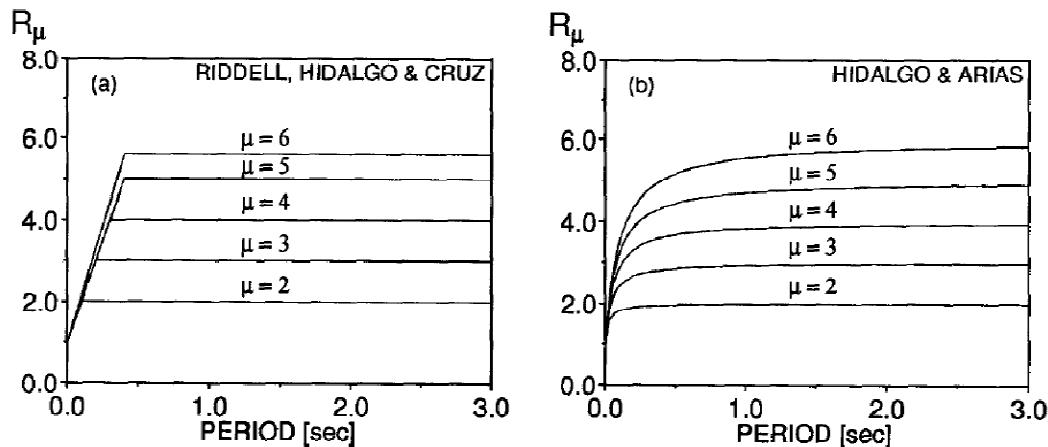


Figura A.8.XII – Fattore di riduzione della forza secondo Newmark-Hall (sinistra) e Lai Biggs (destra)

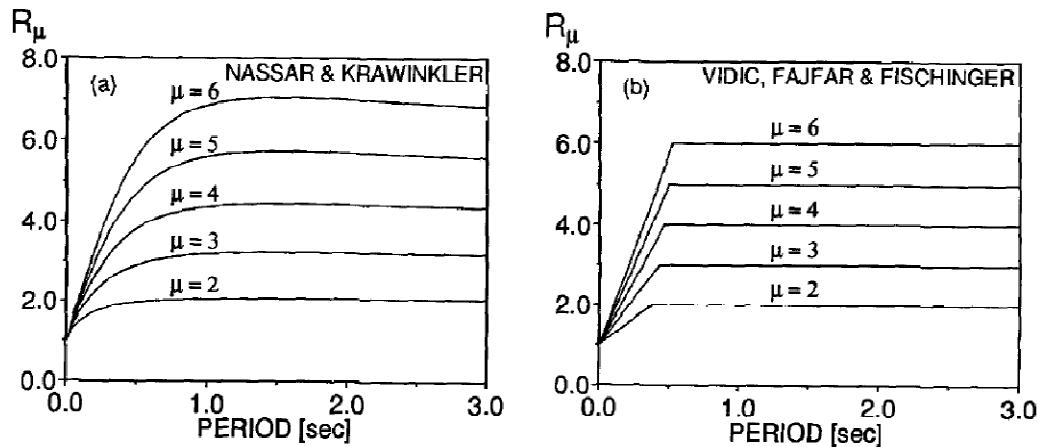


Figura A.8.XIII – Fattore di riduzione della forza secondo Newmark-Hall (sinistra) e Lai Biggs (destra)

Infine, in Figura A.8.XIV sono riportati i confronti tra le varie proposte del fattore di riduzione per duttilità fissate rispettivamente pari a 3 e a 5. Si osservi che, per quanto riguarda gli studi inerenti a tale tipo di parametro, questi si presentano in numero sicuramente maggiore in quanto questo viene direttamente utilizzato nella progettazione sismica dei sistemi resistenti. Questo giustifica in parte il maggiore interesse nella definizione e nel comportamento di detto parametro.

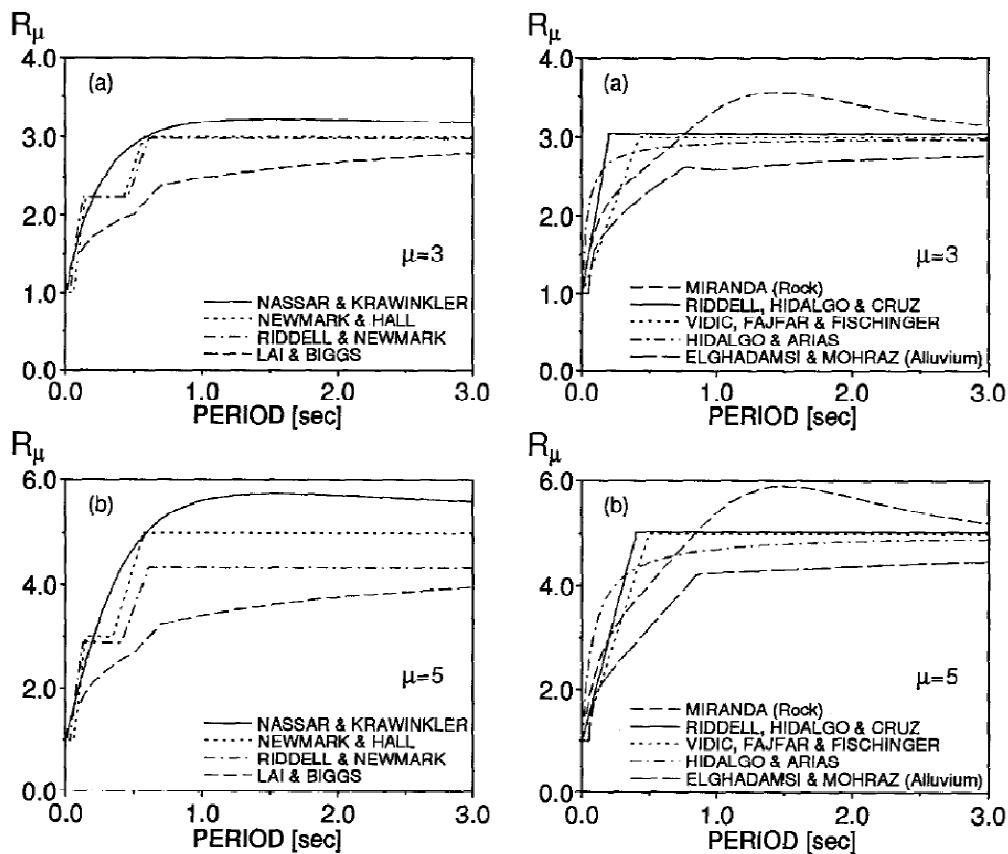


Figura A.8.XIV – Confronto per il fattore di riduzione della forza secondo le proposte di vari autori per duttilità pari a $\mu = 3$ e $\mu = 5$.

Da quanto proposto nei grafici sopra, è chiara la forte incertezza che caratterizza la definizione di tale parametri di riduzione della forza. Tale incertezza può essere in parte giustificata con in fatto che spesso il database con qui sono state ricavate dette leggi non è il medesimo. È altresì vero che, anche facendo uso di una base comune, al crescere della duttilità, ossia quando tende a diventare importante la componente anelastica della risposta, i dati presentano notevole variabilità ed è arduo definire in modo chiaro ed accurato una legge matematica semplice che ne rappresenti il comportamento esatto.

Appendice B

Spettri di Pseudo-Energia per Sismi Registrati

B.1. Spettri di domanda sismica facendo uso di accelerogrammi registrati

Nel presente studio ci si è occupati della definizione degli spettri di pseudo-energia partendo da accelerogrammi relativi ad eventi registrati reali. La descrizione di tale approccio nell'identificazione dell'input sismico è stato introdotto già nel Capitolo 5 nei Paragrafi 5.3 e 5.4. Tale appendice rappresenta un approfondimento di tale argomento. Lo scopo principale è quello di definire, al variare dei classici parametri di classificazione sismica (tipo di suolo, magnitudo, distanza epicentrale, modello isteretico adottato, duttilità), gli spettri di pseudo-energia al fine di indagare come detti parametri influenzino la risposta.

B.2. Definizione del database

Al fine di poter disporre di un numero elevato di storie di accelerazione relative ad eventi naturali, si è fatto riferimento all'archivio del *Peer NGA Database* [52]. Il link qui riportato <http://peer.berkeley.edu/nga/search.html> permette di accedere al motore di ricerca al fine di poter selezionare le time history di interesse. In particolare si è tenuto conto di eventi registrati soltanto nell'area mediterranea, volendo essere questa soltanto un'indagine preliminare. In Figura B.2.I è proposta la mappa della zona presa in considerazione con indicati i siti in cui gli eventi si sono verificati. Si è potuto fare affidamento su un database di 149 accelerogrammi relativi a 32 eventi sismici.



Figura B.2.I – Mappa degli eventi nell'area mediterranea

Lo scopo principale di tale indagine è quello di osservare l'influenza che i vari parametri sismici hanno sulla pseudo-energia. A tal proposito, si è voluta studiare la risposta di sistemi SDOF al variare dei seguenti fattori i quali sono comunemente adottati nella definizione degli spettri di domanda sismica: (i) distanza epicentrale D ; (ii) magnitudo M ; (iii) tipologia di suolo. Per ogni parametro si sono poi fissate delle classi al fine di rendere omogeneo e maggiormente strutturato lo studio svolto. In Tabella B.2.I è riportata la classificazione del database qui considerato. Nello specifico si sono adottate le seguenti classi: (i) 4 per la distanza epicentrale (D1, D2, D3 e D4); (ii) 3 per la magnitudo (M1, M2 e M3); (iii) 4 per le categorie di suolo (A, B, C e D) in accordo con quanto adottato dall'Eurocodice 8 riguardo i terreni. Nella stessa tabella sono proposti anche i limiti variazionali delle categorie sopra introdotte.

Classi di Magnitudo		Classi di Distanza Epicentrale (km)		Classi di Suolo V_{S30} (m/s)	
M1	$4.6 < M \leq 5.6$	D1	$0 < D \leq 10$	A	$0 < D \leq 180$
M2	$5.6 < M \leq 6.6$	D2	$10 < D \leq 50$	B	$180 < D \leq 360$
M3	$6.6 < M \leq 7.6$	D3	$50 < D \leq 100$	C	$360 < D \leq 800$
-	-	D4	$100 < D \leq 450$	D	$800 < D \leq 1000$

Tabella B.2.I – Definizione delle categorie di indagine

In Tabella B.2.II è proposta la classificazione del database tenuto conto delle categorie introdotte in Tabella B.2.I. In Figura B.2.II (sinistra) è inoltre riportata un'immagine esplicativa dell'organizzazione del database in funzione dei parametri presi in considerazione. In Figura B.2.II (destra) sono ancora proposti gli stessi risultati ma riportando anche i limiti variazionali che definiscono le varie classi.

Distanza	Magnitudo	Suolo A	Suolo B	Suolo C	Suolo D	Totale (Magn.)	Totale (Dist.)
$0 < D \leq 10$ km (D1)	$4.6 < M \leq 5.6$ (M1)	0	6	4	0	10	22
	$5.6 < M \leq 6.6$ (M2)	0	2	4	0	6	
	$6.6 < M \leq 7.6$ (M3)	2	0	4	0	6	
$10 < D \leq 50$ km (D2)	$4.6 < M \leq 5.6$ (M1)	0	8	14	0	22	122
	$5.6 < M \leq 6.6$ (M2)	10	16	28	0	54	
	$6.6 < M \leq 7.6$ (M3)	8	26	12	0	46	
$50 < D \leq 100$ km (D3)	$4.6 < M \leq 5.6$ (M1)	0	4	6	0	10	78
	$5.6 < M \leq 6.6$ (M2)	0	12	20	0	32	
	$6.6 < M \leq 7.6$ (M3)	2	16	18	0	36	
$100 < D \leq 450$ km (D4)	$4.6 < M \leq 5.6$ (M1)	0	4	0	0	4	60
	$5.6 < M \leq 6.6$ (M2)	0	6	4	0	10	
	$6.6 < M \leq 7.6$ (M3)	0	12	30	4	46	
Totale (suolo)		22	112	144	4	282	282

Tabella B.2.II – Classificazione del database in accordo con le categorie definite

Si osservi che, in tutto il database del Peer disponibile per l'area mediterranea, sono state scartate quelle registrazioni che mancavano di informazioni per la loro classificazione arrivando ad ottenere 141 time history composte ognuna da 3 file (2 orizzontali ed 1 verticale). Tenuto conto

delle sole componenti orizzontali, in totale si sono potuto avere a disposizione $141 \times 2 = 282$ registrazioni da poter utilizzare nelle analisi.

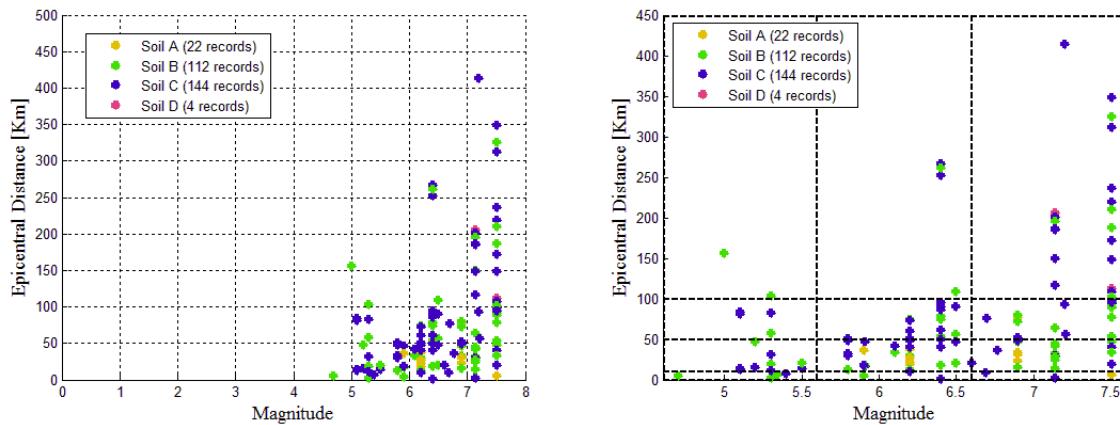


Figura B.2.II – Rappresentazione del database in funzione dei parametri considerati

In Figura B.2.III è proposta un’immagine più dettagliata dell’organizzazione del database detto in cui si ha una immediata valutazione della distribuzione del numero di eventi al variare dei parametri scelti. Come è immediato notare, è difficile disporre di un numero di registrazioni elevato per suoli di tipo A e D. Altresì nell’area mediterranea è possibile riconoscere una presenza importante di suoli di tipo B e C. Per quanto concerne invece la distanza epicentrale, la maggior parte delle registrazioni sono riferite alle medie distanze ossia comprese tra i 10 e i 50 km. Tenuto conto della magnitudo, nel database sono in generale presenti mediamente eventi caratterizzati da intensità elevata superiore a magnitudo di 5.5-6.

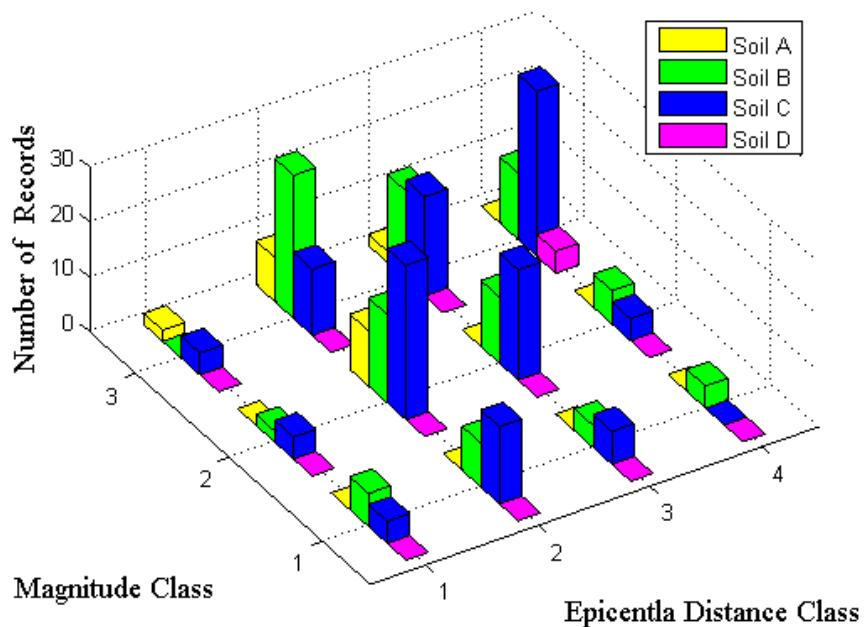


Figura B2.III – Distribuzione delle registrazioni presenti nel database in funzione delle classi assunte

B.3. Definizione del modello isteretico dei sistemi spettrali e dei parametri correlati

Nel presente paragrafo si propone il modello isteretico adottato per i sistemi SDOF utilizzati nella definizione dello spettro. Per quanto riguarda la tipologia di modello isteretico adottato, in Figura B.3.I è proposto lo schema grafico a cui si è fatto riferimento per il calcolo della pseudo-energia.

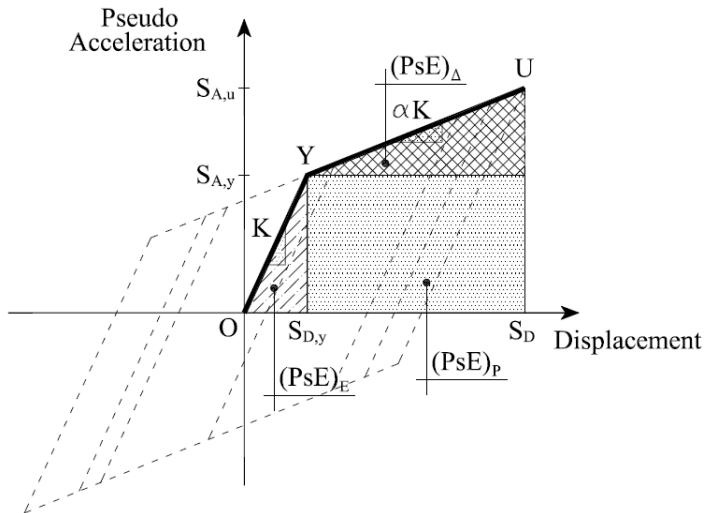


Figura B.3.I – Modello isteretico del sistema SDOF adottato nella definizione degli spettri

Si faccia inoltre utile riferimento a quanto riportato nel Capitolo 5 al Paragrafo 5.3. In particolare, per il calcolo della pseudo-energia, si adotta la relazione generale proposta nell'equazione (5.4) e qui riportata per chiarezza di trattazione.

$$\text{PsE}(T, \mu, \alpha) = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot S_D(T, \mu, \alpha)^2 \cdot \left[\frac{\alpha-1}{2\mu^2} + \frac{1-\alpha}{\mu} + \frac{\alpha}{2} \right] \quad (\text{B.1})$$

Il significato dei simboli in (B.1) è illustrato in Figura B.3.I. Inoltre, una volta a disposizione la relazione che permette di determinare la pseudo-energia partendo dallo spettro di spostamento per duttilità fissata e direttamente scaturito dalle analisi non lineari di sistemi SDOF, è possibile introdurre alcuni parametri che permettano di dare utili informazioni sulla risposta anelastica. Detti parametri sono brevemente introdotti ed illustrati nel seguito.

Rapporto di Pseudo-Energia Elastica (R_E):

Tale parametro è definito come il rapporto tra la pseudo-energia elastica $(\text{PsE})_E$ e la pseudo-energia totale (PsE) immagazzinata dal sistema. La relazione (B.2) fornisce la quantificazione di tale parametro numerica.

$$R_E = \frac{(\text{PsE})_E}{\text{PsE}} = \frac{\frac{1}{2\mu^2}}{\frac{1-\alpha}{\mu} + \frac{\alpha-1}{2\mu^2} + \frac{\alpha}{2}} \quad (\text{B.2})$$

Tale parametro dipende soltanto dalla duttilità μ e dal coefficiente di incrudimento α ed è minore o la massimo uguale all'unità (caso elastico). Fisicamente tale rapporto quantifica la percentuale dell'energia elastica rispetto a quella totale (intesa come inviluppo) immagazzinata dal sistema sottoposto a time history.

Rapporto di Pseudo-Energia Plastica (R_E):

Tale parametro, complementare al precedente, è definito come il rapporto tra la pseudo-energia anelastica $(PsE)_p$ e la pseudo-energia totale (PsE) immagazzinata dal sistema. La relazione (B.3) fornisce la quantificazione di tale parametro.

$$R_E = \frac{(PsE)_p}{(PsE)} = \frac{\frac{1-\alpha}{\mu} + \frac{\alpha-2}{2\mu^2} + \frac{\alpha}{2}}{\frac{1-\alpha}{\mu} + \frac{\alpha-1}{2\mu^2} + \frac{\alpha}{2}} \quad (B.3)$$

Ancora una volta tale parametro dipende soltanto dalla duttilità μ e dal coefficiente di incrudimento α del sistema ed è minore dell'unità. Assume un valore nullo nel caso puramente elastico. Fisicamente tale rapporto quantifica la percentuale dell'energia anelastica rispetto a quella totale immagazzinata dal sistema sottoposto a time history. In un altre parole tale parametro esprime la più o meno marcata componente anelastica nella risposta del sistema.

Una volte definiti i parametri R_E e R_H , è immediato riconoscere, partendo proprio dalla loro definizione, che

$$R_E + R_H = 1 \quad (B.4)$$

In Figura B.3.II (sinistra) sono proposti gli andamenti di tali rapporti al variare della duttilità essendo stati parametrizzati rispetto al modello comportamentale ($\alpha = 0\%$, 15% e 30%) rispettivamente indicati con ESH00, ESH15 e ESH30. Nella stessa figura a destra è invece proposto l'inverso del rapporto R_E sempre in funzione della duttilità e parametrizzando rispetto al modello isteretico.

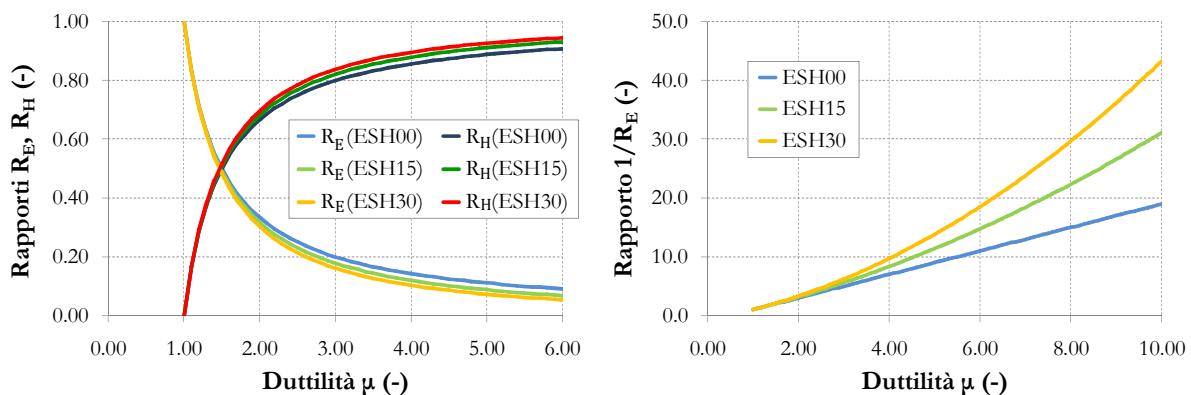


Figura B.3.II – Andamento grafico dei parametri R_E e R_H (sinistra) ed $1/R_E$ (destra)

La conoscenza di tali parametri rende immediata la quantificazione della percentuale di pseudo-energia assorbita elasticamente e dissipata per via isteretica. Facendo utile riferimento alla loro definizione proposta in (B.2) e (B.3), si hanno a disposizione le seguenti relazioni

$$(PsE)_E(T, \mu, \alpha) = R_E(\mu, \alpha) \cdot PsE(T, \mu, \alpha) \quad (B.5)$$

$$(PsE)_H(T, \mu, \alpha) = R_H(\mu, \alpha) \cdot PsE(T, \mu, \alpha) \quad (B.6)$$

Ovviamente nel caso elastico si ottengono le semplificazione indicate in (B.7) e (B.8)

$$(PsE)_E(T, 1, \alpha) = R_E(1, \alpha) \cdot PsE(T, 1, \alpha) \equiv PsE(T, 1) \quad (B.7)$$

$$(PsE)_H(T, 1, \alpha) = R_H(1, \alpha) \cdot PsE(T, 1) = 0 \quad (B.8)$$

mancando ovviamente anche la dipendenza dal parametro α che caratterizza solamente la risposta post-elastica.

Definizione della Duttilità Pseudo-Energetica (μ_E):

Si definisce, in analogia a quanto definito in termini di spostamento, la *duttilità in pseudo-energia* definita come il rapporto tra la pseudo-energia relativa allo spostamento ultimo E_u e quella al limite di snervamento E_y . Dalla definizione data si ha

$$\mu_E = \frac{E_u}{E_y} \quad (B.9)$$

Si osservi che l'inverso del parametro R_E rappresenta proprio la duttilità energetica essendo per definizione

$$\mu_E = \frac{E_u}{E_y} = \frac{PsE}{(PsE)_E} = \frac{1}{R_E} \quad (B.10)$$

Sviluppando la relazione precedente è possibile definire il valore della duttilità energetica come

$$\mu_E(T, \mu, \alpha) = \frac{\frac{1-\alpha}{\mu} + \frac{\alpha-1}{2\mu^2} + \frac{\alpha}{2}}{\frac{1}{2\mu^2}} \quad (B.11)$$

ancora funzione del modello (α), del periodo T e della duttilità μ . In Figura B.3.II (destra) è proposto l'andamento grafico di detto rapporto in funzione della duttilità in spostamento, a cui è strettamente legato, e parametrizzato rispetto al modello isteretico.

Definizione del Hysteretic Ratio (HR):

Adottando la stessa filosofia, sembra ora interessante introdurre il *rapporto isteretico HR (Hysteretic Ratio)* definito come il rapporto tra l'energia isteretica E_H non recuperabile (B.12) dissipata durante tutta la time history dal sistema

$$E_H(T, \mu, \alpha) = \max_t \{ E_{H,nr}(t) \}_{T, \mu, \alpha} \quad (B.12)$$

e la parte anelastica della pseudo-energia $(PsE)_H$. In particolare si ha, per definizione

$$HR = \frac{E_H(T, \mu, \alpha)}{(PsE)_H(T, \mu, \alpha)} \quad (B.13)$$

Tale parametro, per quanto definito in (B.3) o (B.6), può essere direttamente correlato alla pseudo-energia spettrale. Lo scopo principale nell'introduzione di tale fattore è indagare se esiste una relazione diretta tra la pseudo-energia isteretica spettrale, che fa riferimento alla curva di inviluppo della risposta del sistema SDOF così come introdotto nel Paragrafo 5.3 del presente studio, e l'energia isteretica cumulata durante l'evento tutta la time history.

Definizione del Pseudo-Energy Ratio (ER)

In analogia a quanto fatto prima, si definisce il rapporto di *pseudo-energia ER (pseudo-energy ratio)*, come il rapporto tra la pseudo-energia del sistema a comportamento non lineare e la pseudo-energia relativa al medesimo SDOF ma considerando un comportamento puramente elastico. Per la definizione data si ha

$$ER = \frac{PsE_{inelast}}{PsE_{elast}} = \frac{PsE(T, \mu, \alpha)}{PsE(T, 1, \alpha)} \quad (B.14)$$

che formalmente è la generalizzazione dell'equazione (5.19) già introdotta nel presente studio. La sua definizione ha uno scopo prettamente pratico in quanto permette, una volta nota la pseudo-energia relativa al sistema a comportamento elastico, di calcolare quella relativa al sistema anelastico.

B.4. Influenza dei parametri sugli spettri di pseudo-energia

Come anticipato in precedenza, nel presente studio si vuol indagare l'influenza che hanno i vari parametri sugli spettri di risposta sismica espressi in forma di pseudo-energia. I fattori che vengono qui indagati, in base a quanto introdotto nei precedenti paragrafi, sono: (i) modello isteretico; (ii) duttilità; (iii) tipologia di suolo (in base alla velocità delle onde di taglio V_{S30}); (iv) distanza epicentrale; (v) magnitudo. Di volta in volta vengono fissati gli altri parametri e fatto variare soltanto quello di interesse per metterne in evidenza i contributo nella risposta.

B.4.1. Influenza del modello isteretico

Come prima indagine, si osserva l'influenza che il modello comportamentale ha sullo spettro di pseudo-energia. Si ricorda che nel presente studio sono stati scelti modelli isteretici con incrudimento fissato ed indicati con ESH00, ESH15 e ESH30. In aggiunta, si è introdotto anche il parametro

$$R_{model} = \frac{PsE_{ESHXX}}{PsE_{ESH00}} = \frac{PsE(T, \mu, \alpha)}{PsE(T, 1, 0)} \quad (B.15)$$

ossia il rapporto tra il valore di pseudo-energia relativo al generico modello comportamentale ESHXX (XX = 00, 15 o 30) valutato rispetto al valore spettrale del sistema EPP (coincidente con quello ESH00). In tale maniera si ha immediatamente una valutazione compatta della discrepanza

nel valore della PsE rispetto al modello elastico-perfettamente plastico usualmente adottato nelle analisi spettrali. Ovviamente detto parametro è pari ad uno quando il modello ESH00 è preso in esame. Nel caso elastico tutti gli spettri tendono poi ovviamente a coincidere. Da Figura B.4.1.I a Figura B.4.1.IV sono proposti, a sinistra, gli spettri di energia, mentre a destra il rapporto introdotto in (B.15) parametrizzando il tutto rispetto al modello di comportamento.

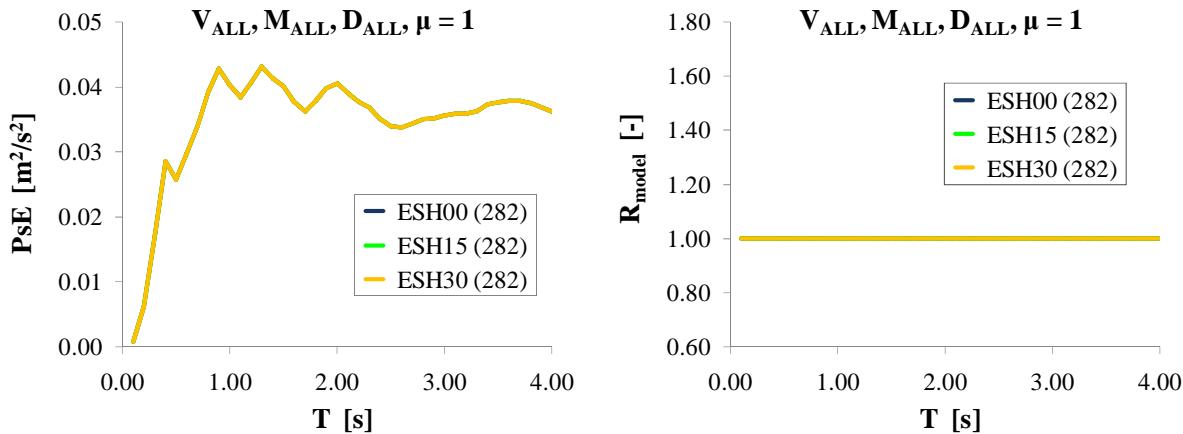


Figura B.4.1.I – Influenza del modello sugli spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 1$

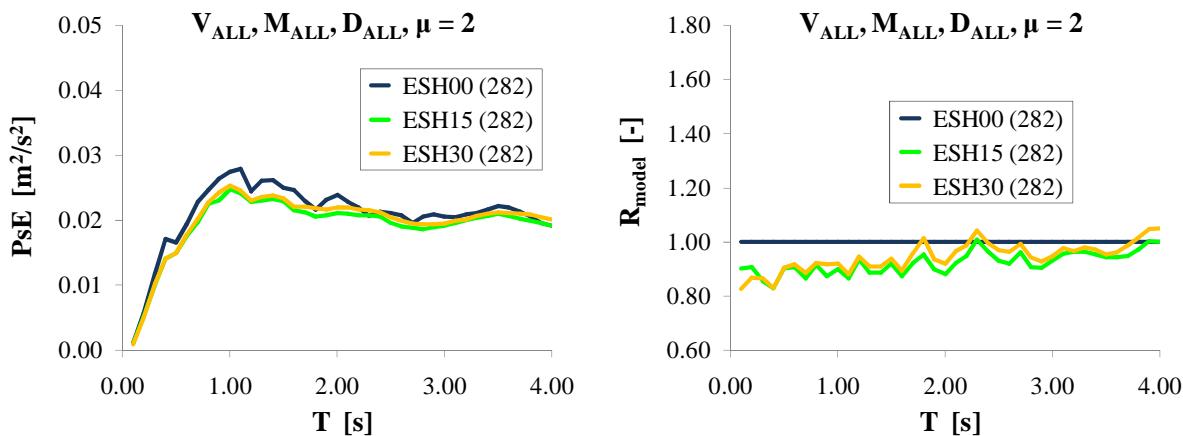


Figura B.4.1.II – Influenza del modello sugli spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 2$

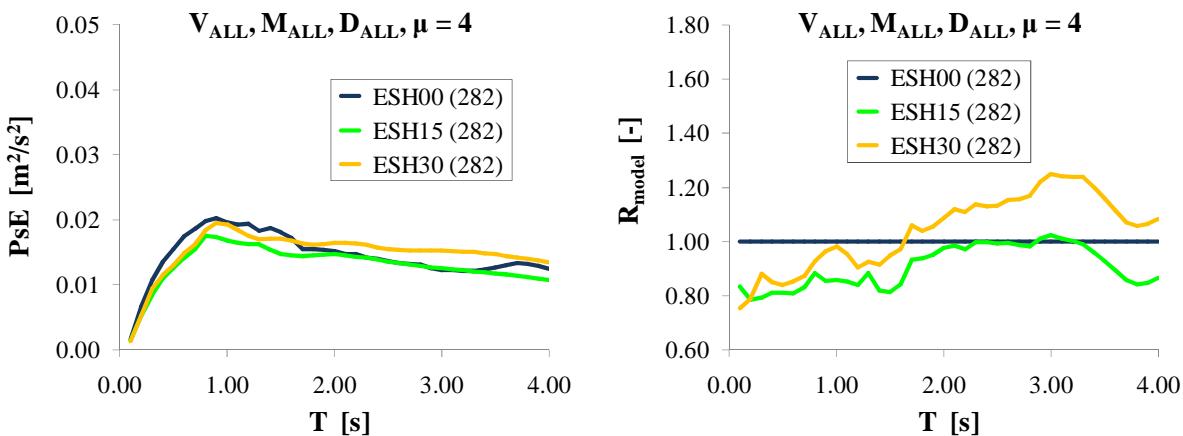


Figura B.4.1.III – Influenza del modello sugli spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 4$

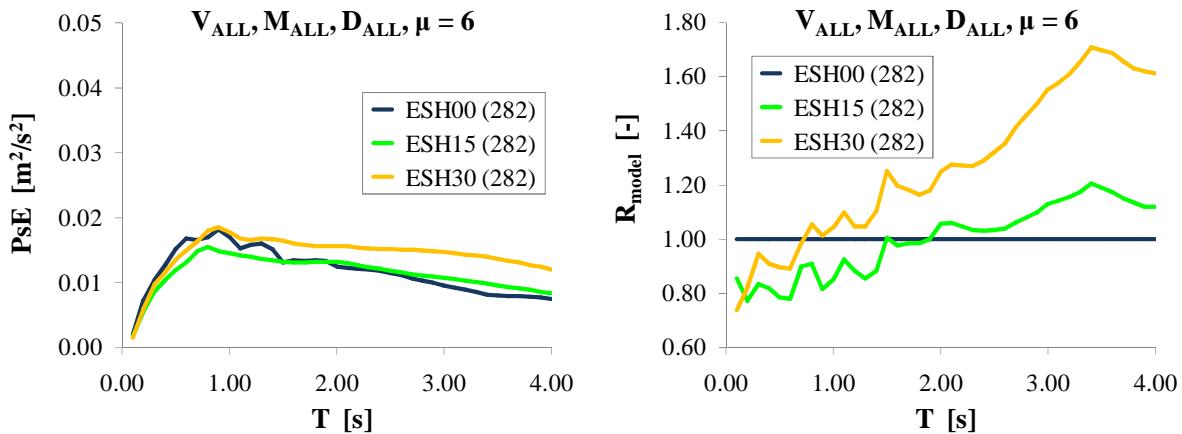


Figura B.4.1.IV – Influenza del modello sugli spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 6$

Dai grafici è immediato capire che all'aumentare della pendenza del ramo incrudente, ossia passando da $\alpha = 15$ ad $\alpha = 30\%$, tende a aumentare anche lo scostamento spettrale dal modello base ESH00 (EPP) che solitamente viene assunto in letteratura nella definizione degli spettri anelastici. Tale discrepanza tende comunque a crescere all'aumentare della duttilità ossia all'aumento del carattere non lineare del sistema. Tende inoltre ad aumentare anche al crescere del periodo, passando da un valore inferiore all'unità per bassi periodi T sino a crescere a valori superiori ad 1, andamento tanto più marcato tanto più è alto il valore di μ . Fino a valori della duttilità all'incirca inferiori a 4, ancora la discrepanza tra il generico modello con incrudimento e quello elastico-perfettamente plastico si mantiene comunque inferiore a circa il 20% in valore assoluto nella maggior parte dei casi. Dai risultati appena trovati è quindi lecito, specialmente per la maggior parte dei casi pratici, adottare il modello più semplice EPP senza commettere errori sostanziali nella definizione della domanda sismica in energia. Resta ovviamente chiaro che gli spettri dovrebbero essere costruiti tenuto conto anche del modello comportamentale della struttura sottoposta ad analisi al fine di rendere congrui tra loro la capacità del sistema e la domanda sismica. In altre parole, se gli spettri vengono utilizzati nelle analisi statiche non lineari basate sull'energia, è lecito adottare modelli spettrali EPP a patto che anche la curva di pushover della struttura tenda ad assumere tale andamento. Di contro, curve capacitive caratterizzate da un forte incrudimento plastico tenderanno a far aumentare l'incertezza nella domanda sismica.

B.4.2. Influenza della duttilità

Si indaga ora sull'influenza che la duttilità ha sullo spettro di pseudo-energia. Si osservi che l'indagine è stata fatta su tutto il campione assegnando di volta in volta soltanto il modello isteretico ESH. Da Figura B.4.2.I a Figura B.4.2.III sono proposti, al variare della duttilità, gli spettri di pseudo-energia rispettivamente per i modelli ESH00, ESH15 e ESH30. Si noti che nelle figure citate, a sinistra è proposto lo spettro per l'intervallo dei periodi investigati (0.0 – 4.0 sec) mentre a destra gli stessi spettri sono stati riportati per un intervallo compreso tra 0 ed 1 secondo al fine di evidenziare in maniera migliore l'andamento in prossimità dei bassi valori di T . Inoltre tra parentesi si è anche indicato il numero di accelerogrammi ricadenti nella categoria considerata. Come già mostrato in precedenza nel Paragrafo B.4.1, in linea generale si osserva che all'aumentare della duttilità diminuisce la pseudo-energia immagazzinata dal sistema.

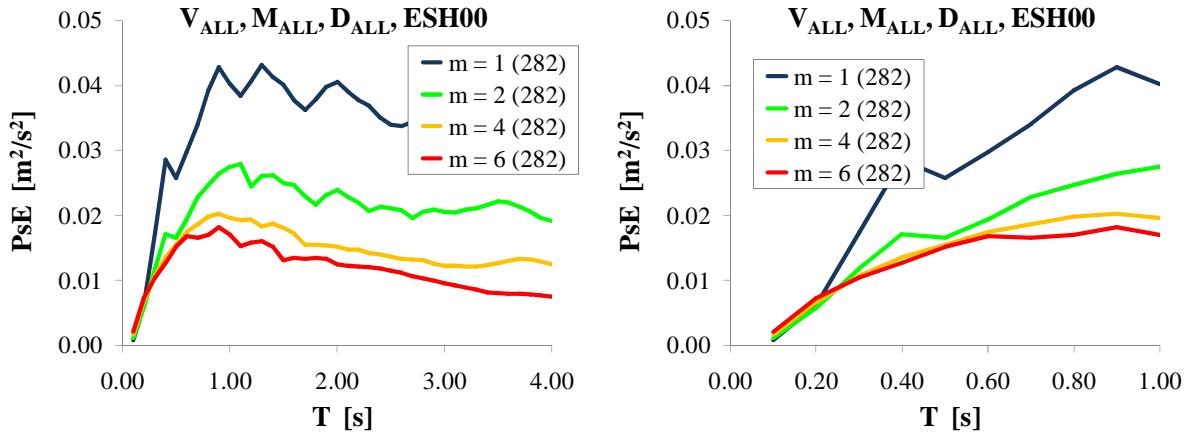


Figura B.4.2.I – Influenza della duttilità sugli spettri di pseudo-energia per modelli ESH00

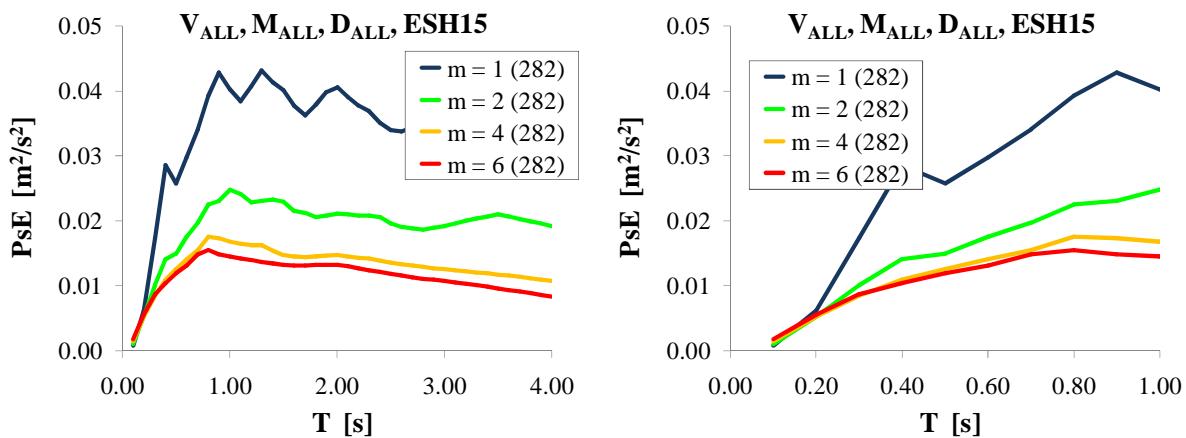


Figura B.4.2.II – Influenza della duttilità sugli spettri di pseudo-energia per modelli ESH15

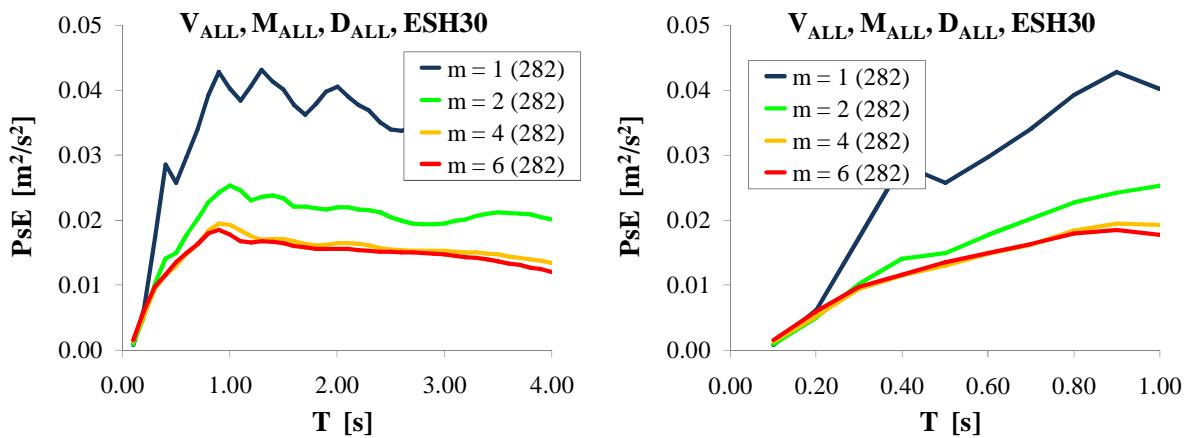


Figura B.4.2.III – Influenza della duttilità sugli spettri di pseudo-energia per modelli ESH30

Al tendere a zero di T , per valori inferiori all'incirca a 0.2 secondi, la tendenza riscontrata prima tende a mancare, risultato invece un aumento, anche se non forte, della pseudo-energia all'aumentare della duttilità. Tale fenomeno può essere spiegato con il fatto che in corrispondenza dei valori nulli del periodo la pseudo-accelerazione tende a rimanere costante indipendentemente dal comportamento del sistema. Di conseguenza, a causa dell'input sismico, tende ad aumentare lo spostamento anelastico (il rapporto di Miranda mette in evidenza proprio questo

comportamento) e quindi anche la pseudo-energia tenderà a crescere. Ovviamente essendo gli spostamenti in valore numerico piuttosto bassi, anche la stessa energia tenderà a decrescere al diminuire del periodo.

Si osservi che comunque molti altri autori hanno messo in evidenza la difficoltà di rappresentare mediante leggi matematiche affidabili l'andamento dei parametri di risposta spettrali al tendere a zero del periodo del sistema. Spesso accade che in tali zone dello spettro si assiste ad una extrapolazione dei risultati al fine comunque di garantire una rappresentazione spettrale anche per detto range. Nella presente indagine non si è analizzato in dettaglio il comportamento nell'intorno del valore nullo di T , volendo soltanto fornire una indagine preliminare dell'andamento di detto parametro energetico nel consueto intervallo di T 0.10-4.00 sec. impiegato nella ricorrente progettazione sismica.

B.4.3. Influenza della tipologia di suolo

Si va ora ad indagare l'influenza che la categoria di suolo ha sullo spettro di pseudo-energia. Una preliminare indagine è stata fatta tenendo conto delle categorie di suolo (A, B, C e D) in accordo con quanto proposto dall'Eurocodice 8. A causa del numero non elevato di accelerogrammi a disposizione per le categorie A e D, si è diviso il database in maniera diversa, adottando una macroclassificazione delle tipologie di suolo adottando solo due gruppi: (i) il primo dato dall'insieme dalle time history per terreni tipo A e B; (ii) il secondo relativo ad accelerogrammi relativi a suoli di tipo C e D. Principalmente si è diviso il database prendendo come parametro di delimitazione per le classi suddette una velocità per le onde di taglio V_{S30} pari a 360 m/s. Inoltre, come noto, in letteratura sono presenti differenti classificazioni per cui lo scopo del presente studio è mettere in evidenza l'influenza del suolo a livello qualitativo, fornendo comunque utili ed importanti indicazioni a riguardo. In Figura B.4.3.I sono proposti gli spettri di pseudo-energia al variare del tipo di suolo in accordo con quanto definito fino ad ora. I vari spettri sono forniti al variare della duttilità. Inoltre si sono riportati soltanto gli spettri relativi al modello isteretico ESH00 (EPP), potendo contare sul fatto di non ottenere risultati sostanzialmente differenti utilizzando gli altri modelli isteretici. Sono proposti nei grafici tra parentesi il numero degli accelerogrammi ricadenti in ciascuna categoria. Come si nota dai valori numerici, le due classi presentano all'incirca il medesimo numero di accelerogrammi.

Come si vede da tutti i grafici proposti in Figura B.4.3.I, la categoria di suolo fondale ha una notevole importanza sulla definizione dello spettro di energia. In particolare si osserva che al diminuire delle proprietà del suolo, cioè passando da terreni di tipo A o B a quelli di tipo C o D, il valore della pseudo-energia tende ad aumentare sensibilmente, ponendo l'accento sul fatto di come terreni scadenti portino a notevoli amplificazioni dell'energia in ingresso nel sistema. È da osservare poi che si assiste ad un picco di tale parametro per periodi nell'intorno di $T = 1.00$ secondo, assistendo poi ad un lieve decremento al diminuire della frequenza. Si noti inoltre che per periodi prossimi allo zero, la pseudo-energia tende a valori comparabili indipendentemente dal tipo di suolo. Questo avviene per periodi sempre minore al crescere della duttilità.

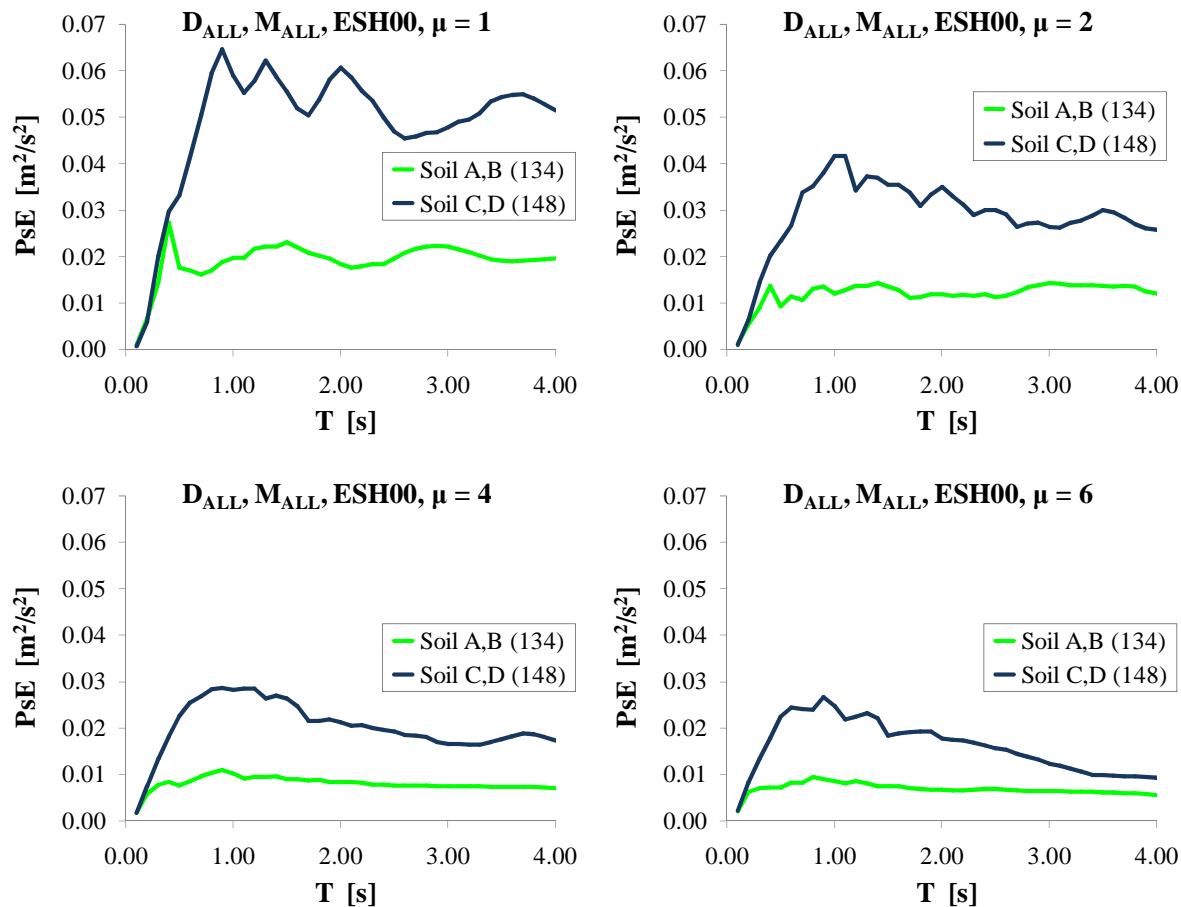


Figura B.4.3.I – Influenza della tipologia di suolo sugli spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 1, 2, 4$ e 6

B.4.4. Influenza della magnitudo

Si considera ora l'influenza che la magnitudo ha sullo spettro di pseudo-energia. In particolare si adotta la classificazione proposta all'inizio dell'appendice. In Figura B.4.4.I sono proposti gli spettri di pseudo-energia al variare della classe di intensità sismica valutati per il modello isteretico ESH00 e per valori di duttilità fissati. Come logico aspettarsi, l'influenza di detto parametro sulla risposta in termini pseudo-energetici è sensibile. Il parametro di risposta tende a crescere al crescere dell'intensità. In particolare è noto che l'energia (non la pseudo-energia) liberata dal sisma varia con il logaritmo della magnitudo. Per tale motivo nei grafici riportati in Figura B.4.4.I appare in modo marcato tale andamento. Inoltre, in funzione del periodo, si assiste ad un marcato incremento della pseudo-energia che poi tende a stabilizzarsi ad un valore pressoché costante per valori di T a partire da circa 1 secondo. Questo comportamento è fortemente marcato per alte intensità sismiche e si va a perdere, riscontrando una significativa diminuzione al crescere del periodo, al diminuire della magnitudo. Tale andamenti rimangono sostanzialmente validi anche al variare della duttilità.

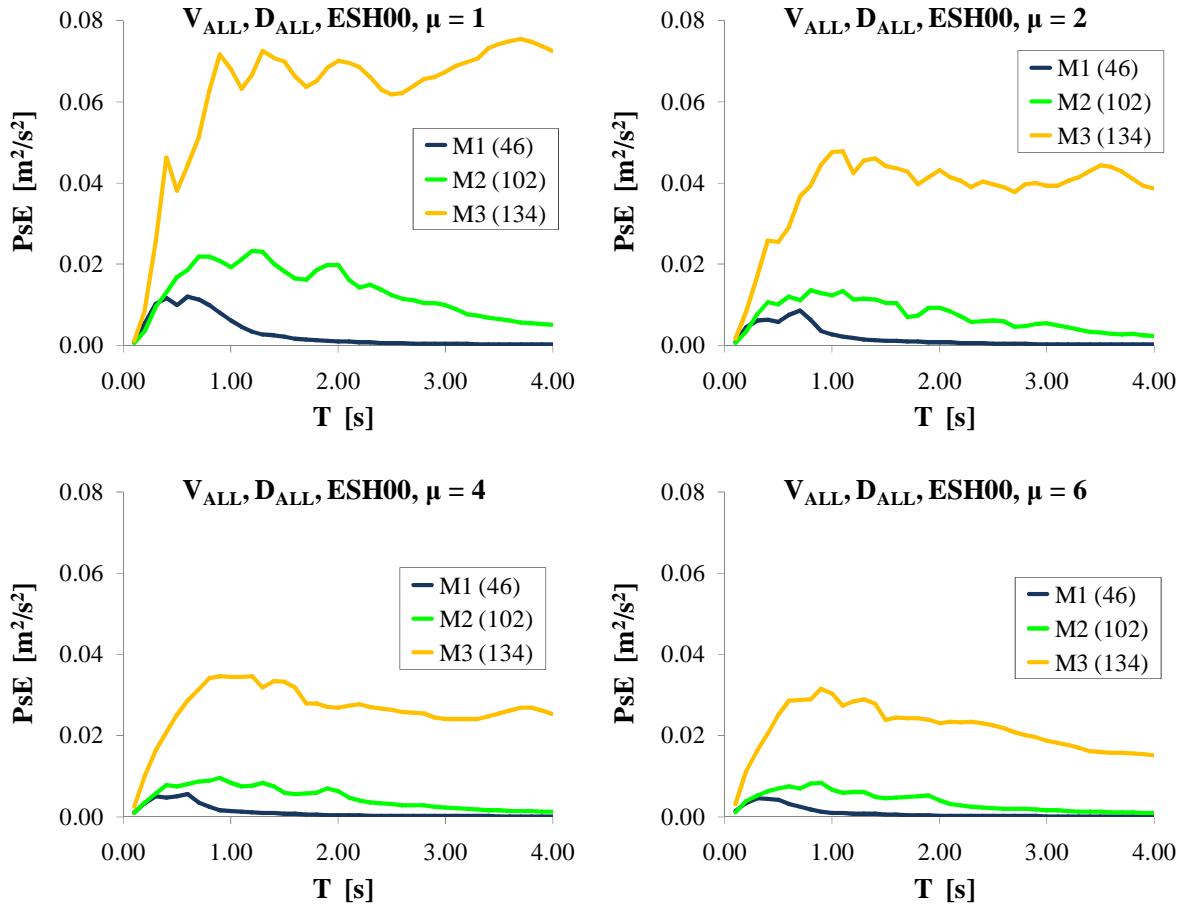


Figura B.4.4.I – Influenza della magnitudo sugli spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 1, 2, 4$ e 6

B.4.5. Influenza della distanza epicentrale

Infine si va a indagare l'influenza che ha la distanza epicentrale sulla definizione degli spettri di pseudo-energia. In Figura B.4.5.I sono proposti gli andamenti della grandezza spettrale energetica una volta definito il modello isteretico ESH00 e per duttilità fissate. Si sono valutati gli effetti raggruppando le distanze epicentrali in classi così come indicato all'inizio della presente appendice. Come mostrato in modo netto dai grafici, la distanza da quella che può essere vista come la sorgente del sisma, ha un forte e significativo impatto sullo spettro. Nello specifico accade, come era ovvio, che più si è vicini alla sorgente maggiore è l'effetto di sollecitazione. C'è da sottolineare comunque che per distanze epicentrali di 5 – 15 km siamo nel caso delle cosiddette near-fault, situazione che porta notevoli incertezze nella definizione degli spettri in generale. Si osserva inoltre che man mano che la distanza cresce, gli effetti sono sempre meno marcati, diminuendo in modo sostanziale a causa dalla dispersione e dall'attenuazione delle onde sismiche. Questo andamento è comunque riscontrabile anche al variare della duttilità del sistema.

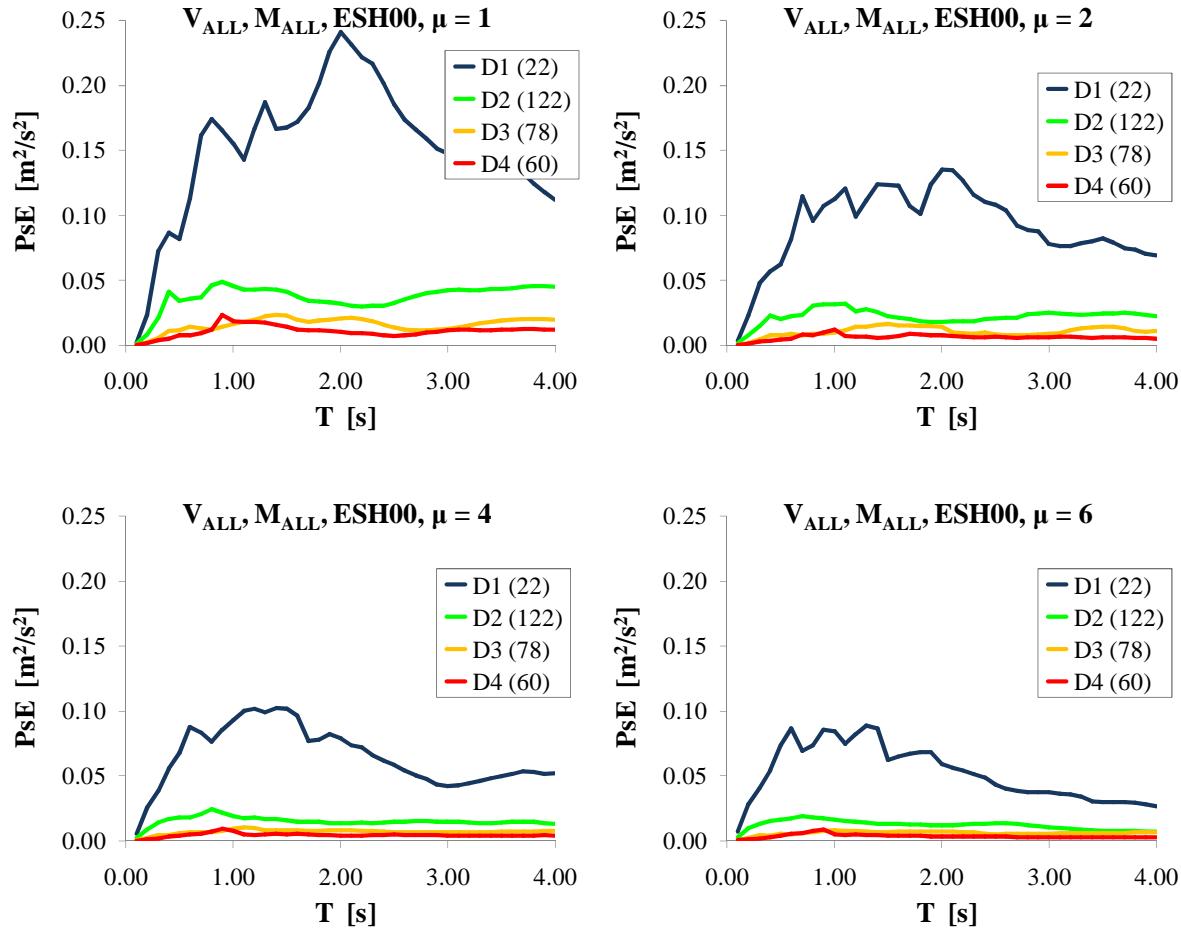


Figura B.4.5.I – Influenza della distanza epicentrale sugli spettri di pseudo-energia per duttilità $\mu = 1, 2, 4$ e 6

B.5. Confronto degli spettri in pseudo-energia con quelli di riferimento

Si vuol qui ora confrontare gli spettri in pseudo-energia trovati con quelli proposti dall'Eurocodice. Nello specifico, così come discussi ampiamente nell'Appendice A, partendo dagli spettri di pseudo-accelerazione elastica forniti dalla Norma è possibile, mediante le relazioni di Newmark-Hall e Miranda, arrivare a definire gli spettri di pseudo-energia per duttilità assegnate. Al fine di rendere congrui detti spettri con quanto trovato nel presente studio relativamente ad accelerogrammi naturali, si effettua una normalizzazione dei valori rispetto all'area totale sottesa dalla curva pseudo-energia periodo nell'intervallo $0.10 - 4.00$ secondi ed indicata con $A_{(0.10-4.00)}$. Viene eseguita tale normalizzazione al fine di poter confrontare grandezze altrimenti tra loro non direttamente relazionabili. In particolare si osserva quanto proposto nel seguito. È possibile dimostrare che dividendo la singola ordinata spettrale per l'intera area sottesa dallo spettro stesso viene a mancare la dipendenza dal valore di accelerazione al suolo PGA. Si osservi che, nell'ipotesi di validità delle relazioni di trasformazione, la PsE si può scrivere, per il sistema EPP, come

$$\text{PsE}(T, \mu) = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot [\text{PsA}(T, 1)]^2 \cdot \frac{R_{\text{Miranda}}(T, \mu)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T, \mu)} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu}\right] \quad (\text{B.16})$$

relazione già trovata a suo tempo in Appendice A in (A.22). In generale la pseudo-accelerazione spettrale elastica può essere espressa come prodotto della PGA per il fattore di forma spettrale $f(T)$ ottenendo

$$\text{PsA}(T,1) = \text{PGA} \cdot f(T) \quad (\text{B.17})$$

ossia, una volta fissato il periodo T del sistema e la sua duttilità μ , si può scrivere il tutto come

$$\begin{aligned} \text{PsE}(T,\mu) &= \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot [\text{PsA}(T,1)]^2 \cdot \frac{R_{\text{Miranda}}(T,\mu)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T,\mu)} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu}\right] = \\ \text{PsE}(T,\mu) &= [\text{PGA} \cdot f(T)]^2 \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{R_{\text{Miranda}}(T,\mu)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T,\mu)} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu}\right] = \\ &= (\text{PGA})^2 \cdot G(T,\mu) \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

avendo posto

$$G(T,\mu) = [f(T)]^2 \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{R_{\text{Miranda}}(T,\mu)}{R_{\text{Newmark-Hall}}(T,\mu)} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\mu}\right] \quad (\text{B.19})$$

In pratica si è potuto scrivere la pseudo-energia come funzione della PGA attesa per una funzione $G(T,\mu)$ che tiene conto sia dei coefficienti di trasformazione sia della forma spettrale espressa tramite il fattore $f(T)$. Detta funzione dipende, una volta fissata la categoria di suolo, soltanto dal periodo e dalla duttilità. L'area sottesa dall'intero spettro vale in via teorica

$$A_{(0.10-4.00)}(\mu) = \int_{0.10}^{4.00} \text{PsE}(T,\mu) \cdot dT \quad (\text{B.20})$$

che dipende chiaramente dalla duttilità e dall'intervallo spettrale fissato. Tradotto in forma discreta detta area si calcola come

$$A_{(0.10-4.00)}(\mu) \cong \sum_{i=2}^{\max} \left\{ \left[\frac{\text{PsE}^{(i)} + \text{PsE}^{(i-1)}}{2} \right] \cdot [T^{(i)} - T^{(i-1)}] \right\} \quad (\text{B.21})$$

ossia con un approccio semplificato (metodo di Simpson) al calcolo dell'area, che sarà tanto più esatto tanto più saranno i punti considerati nell'intervallo. Dalle relazione (B.21) si può trovare, sostituendo la (B.18), che

$$\begin{aligned} A_{(0.10-4.00)}(\mu) &\cong (\text{PGA})^2 \cdot \sum_{i=2}^{\max} \left\{ \left[\frac{G(T^{(i)}, \mu)^{(i)} + G(T^{(i-1)}, \mu)^{(i-1)}}{2} \right] \cdot [T^{(i)} - T^{(i-1)}] \right\} = \\ &= (\text{PGA})^2 \cdot H(T, \mu) \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

in cui si è posto

$$H(T, \mu) = \sum_{i=2}^{\max} \left\{ \frac{G(T^{(i)}, \mu)^{(i)} + G(T^{(i-1)}, \mu)^{(i-1)}}{2} \right\} \cdot [T^{(i)} - T^{(i-1)}] \quad (B.23)$$

Dividendo ora il singolo valore spettrale della pseudo-energia per detta area si ottiene, tenuto conto delle relazioni (B.18) e (B.22), proprio la PsE normalizzata cercata e pari a

$$\text{PsE}_{\text{NORM}}(T, \mu) = \frac{\text{PsE}(T, \mu)}{A_{(0.10-4.00)}(\mu)} = \frac{(\text{PGA})^2 \cdot G(T, \mu)}{(\text{PGA})^2 \cdot H(T, \mu)} = \frac{G(T, \mu)}{H(T, \mu)} = X(T, \mu) \quad (B.24)$$

in cui scompare proprio la dipendenza della PGA dallo spettro normalizzato. In forma matematica si può scrivere tale risultato come

$$\frac{\partial}{\partial (\text{PGA})} [\text{PsE}_{\text{NORM}}(T, \mu)] = 0 \quad (B.25)$$

A titolo di esempio sono proposte nel seguito alcune immagini inerenti agli spettri di pseudo-energia valutati per le categorie di suolo proposte dall'Ordinanza no. 3274 e successive modifiche. Si osservi che tutti gli spettri sono riferiti ad una $A_g = a_g \cdot g = 1 \cdot g$ ossia per un'accelerazione base pari alla gravità. Da Figura B.5.I a Figura B.5.III (sinistra) sono proposti gli spettri di pseudo-energia ricavati dalla Norma rispettivamente per suoli di tipo A, B-C-E e D. Nelle stesse figure sono proposti anche gli spettri normalizzati rispetto al parametro $A_{(0.10-4.00)}$.

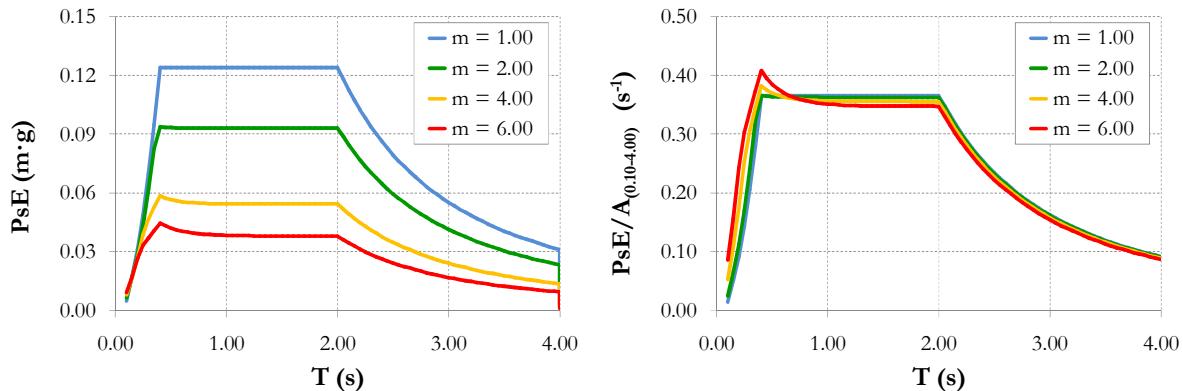


Figura B.5.I – Spettri di pseudo-energia (sinistra) e relativa normalizzazione (destra) per suolo A

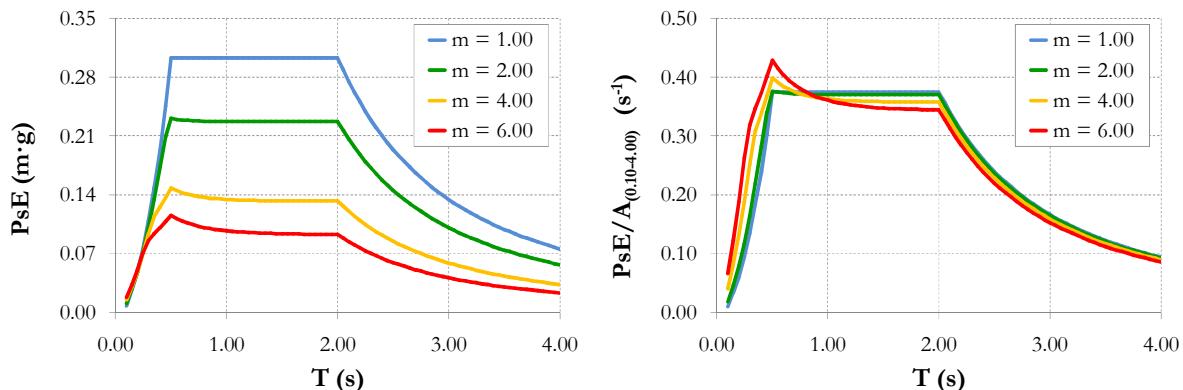


Figura B.5.II – Spettri di pseudo-energia (sinistra) e relativa normalizzazione (destra) per suoli B, C ed E

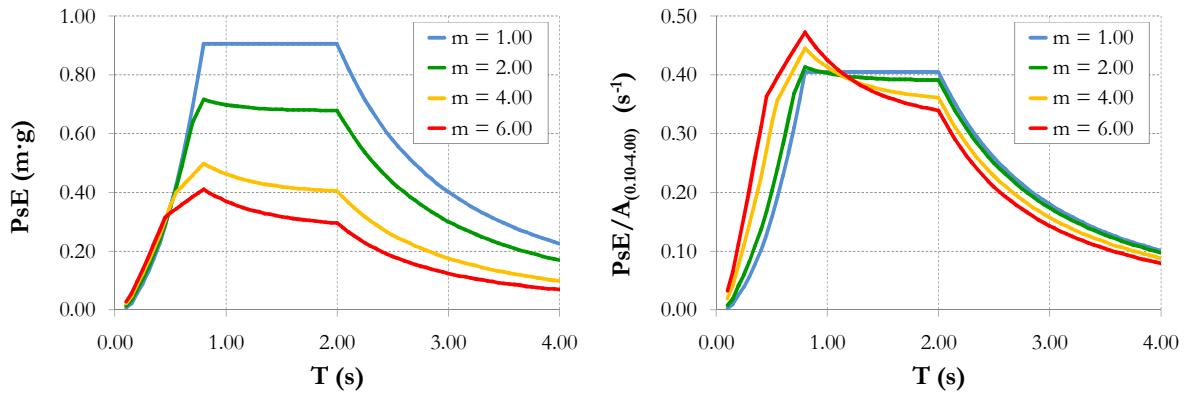


Figura B.5.III – Spettri di pseudo-energia (sinistra) e relativa normalizzazione (destra) per suolo D

In Figura B.5.IV sono anche proposti gli andamenti del parametro $A_{(0.10-4.00)}$ al variare della duttilità e per differenti tipi di suolo.

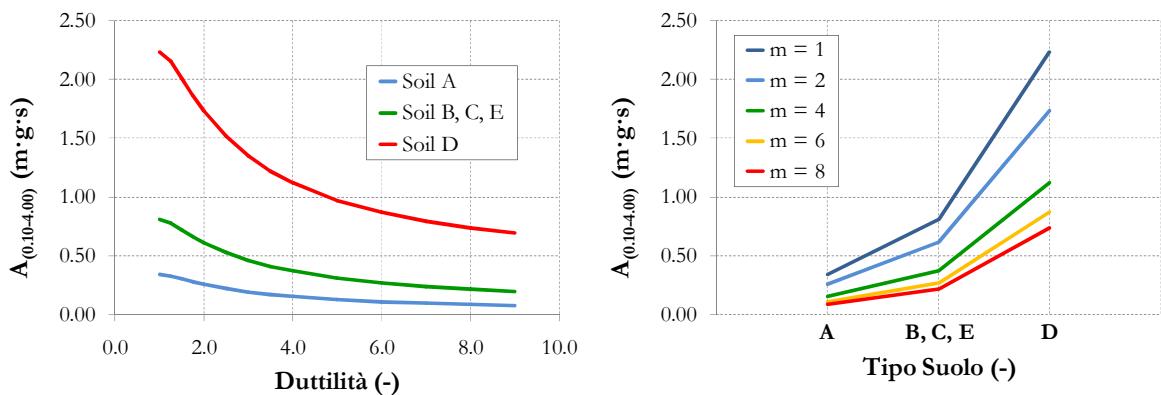


Figura B.5.IV – Andamenti del parametro $A_{(0.10-4.00)}$ in funzione della duttilità (sinistra) e del suolo (destra)

In Figura B.5.V sono proposti i confronti tra i vari spettri normalizzati in pseudo-energia per duttilità pari ad 1 (sinistra) e 4 (destra).

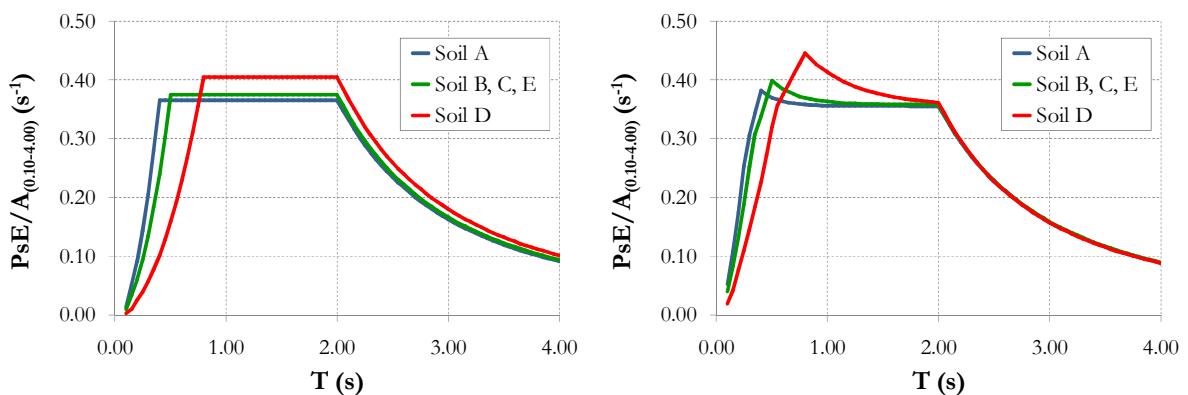


Figura B.5.V – Spettri normalizzati di pseudo-energia per duttilità $\mu = 1$ (sinistra) e $\mu = 4$ (destra)

Nel seguito si è voluto confrontare quanto ottenuto nella presente indagine con lo spettro di pseudo-energia relativamente ad un suolo tipo B, C, E in accordo con l’Ordinanza no. 3274. Tale scelta è dettata dal fatto che il database considerato presenta un elevato numero di accelerogrammi relativamente a terreni classificabili come B o C. In aggiunta, l’Ordinanza, che

non è altro che l'applicazione dell'Eurocodice a livello nazionale, raggruppa nella stessa categoria spettrale tali tipi terreni (B, C ed E). Detta semplificazione è da ritenersi ancora valida in virtù del fatto che qui si vogliono solo comparare in maniera qualitativa gli spettri calcolati con quelli forniti dalla Norma assunta qui a riferimento. In Figura B.5.VI sono mostrate dette comparazioni per differenti valori di duttilità avendo adottato un modello isteretico ESH00 (EPP).

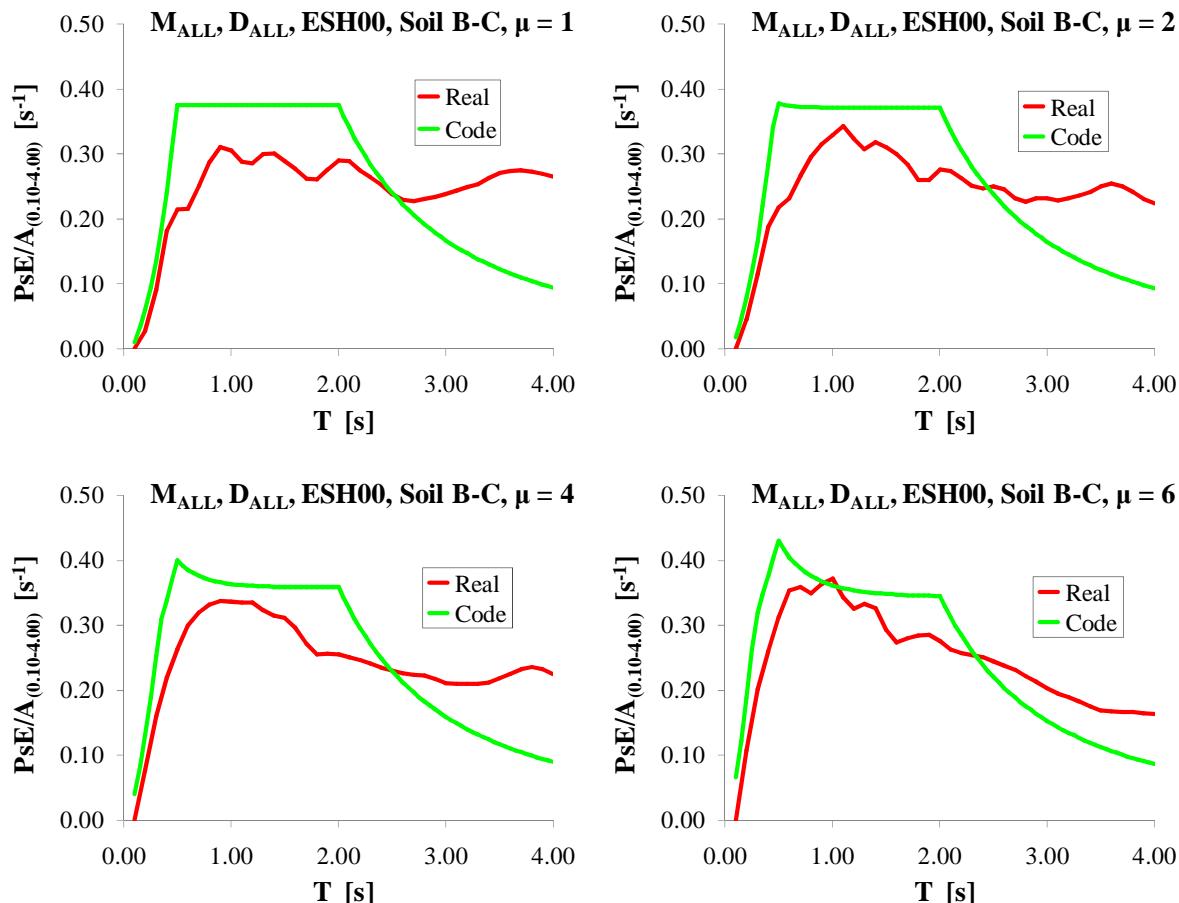


Figura B.5.VI – Confronto tra spettri normalizzati di pseudo-energia per duttilità $\mu = 1, 2, 4$ e 6

Tenuto conto di quanto proposto in Figura B.5.VI, si può constatare una buona approssimazione dei risultati trovati in riferimento agli spettri forniti da normativa. Si osserva che per periodi superiori a circa 2.5 secondi lo spettro scaturito dalle registrazioni tende a sovrastimare quanto proposto dalla norma. Di contro, per periodi inferiori a suddetto limite, lo spettro di pseudo-energia ottenuto dall'Eurocodice tende a sovrastimare la risposta. Si ricordi comunque che gli spettri da Norma sono computati tenendo conto di considerazioni statistiche sulle probabilità di superamento, relazionando tra loro i valori medi spettrali e le loro deviazioni standard. Al contrario, per gli spettri scaturiti da registrazioni di eventi reali, si è tenuto conto nel presente studio soltanto di valori medi senza considerare in maniera diretta di specifiche trattazioni statistiche, essendo lo scopo principale quello di studiare in modo qualitativo l'influenza dei vari parametri sismici sulla definizione della pseudo-energia. Detto questo, si assiste ad un buon grado di accordo tra gli spettri reali e quelli forniti dal codice sismico.

Appendice C

Valutazione della Risposta Strutturale

C.1. Valutazione della risposta media strutturale nel caso piano e per sistemi simmetrici

Come richiamato più volte nel presente studio, l'affidabilità dell'analisi statica non lineare è testata mediante comparazione della soluzione approssimata scaturita dalla pushover con quella convenzionalmente vera fornita dall'analisi dinamica non lineare. Qui si vuol riportare la metodologia usata per il calcolo della risposta media della struttura valutata a mezzo di analisi time history. Tale approccio, valevole per tutte le tipologie strutturale considerate, è qui trattato in maniera generale. Allo scopo di fissare le idee si pensi ad un sistema piano (2D) caratterizzato da N gradi di libertà come è mostrato in Figura C.1.I seguente.

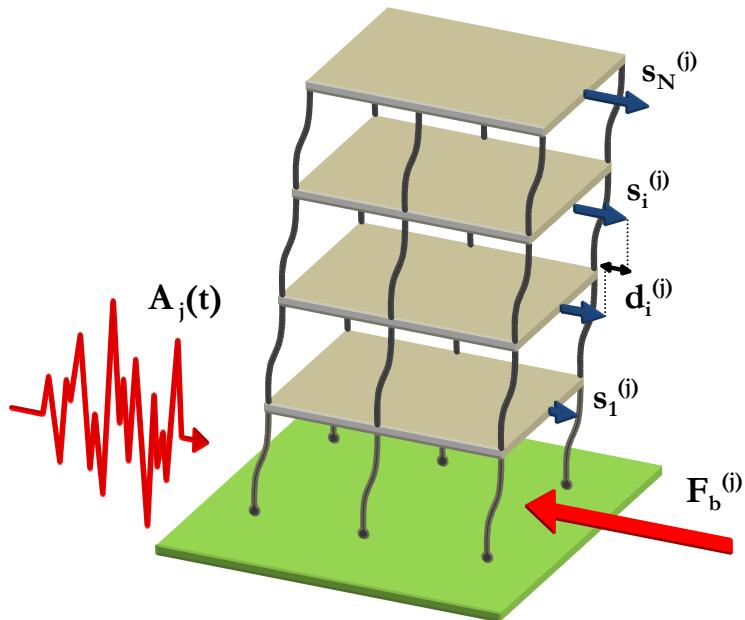


Figura C.1.I – Sistema multipiano a N gradi di libertà (analisi nel piano verticale)

Si ipotizzi che tale struttura sia oggetto di analisi dinamiche non lineari in cui l'input sismico sia rappresentato da un gruppo di storie di accelerazioni ed indicizzate con j . In particolare si prendono in esame gruppi composti da 7 accelerogrammi prendendo a riferimento quanto detto al § 7.3.5 delle NTC del 14.01.2008. Siano inoltre $s_i^{(j)}(t)$ gli spostamenti e $d_i^{(j)}(t)$ gli scorrimenti dell' i -esimo piano ottenuti in corrispondenza della j -esima time history. Analogamente sia $F_b^{(j)}(t)$ il

relativo taglio alla base. Tutte grandezze fino a qui definite sono chiaramente funzione del tempo t . Per ogni time history considerata, l'inviluppo della risposta si ottiene, rispettivamente per gli spostamenti, gli scorrimenti e per il taglio alla base, come

$$s_i^{(j)} = \max |s_i^{(j)}(t)|; \quad d_i^{(j)} = \max |s_i^{(j)}(t) - s_{i-1}^{(j)}(t)|; \quad F_b^{(j)} = \max |F_b^{(j)}(t)| \quad (C.1)$$

Una volta determinato l'inviluppo viene a mancare la dipendenza dal tempo. Volendo calcolare la risposta media, questa è valutabile come media dei massimi valori ottenuti dalla singola analisi time history ossia

$$s_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 s_i^{(j)}; \quad d_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 d_i^{(j)}; \quad F_b = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 F_b^{(j)} \quad (C.2)$$

Altresì è possibile calcolare anche la relativa deviazione standard che può essere formulata come

$$\sigma_{si} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 (s_i^{(j)} - s_i)^2}; \quad \sigma_{di} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 (d_i^{(j)} - d_i)^2}; \quad \sigma_F = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 (F_b^{(j)} - F_b)^2} \quad (C.3)$$

Anche il coefficiente di variazione COV può essere calcolato immediatamente come

$$COV_{si} = \frac{\sigma_{si}}{s_i}; \quad COV_{di} = \frac{\sigma_{di}}{d_i}; \quad COV_F = \frac{\sigma_F}{F_b} \quad (C.4)$$

Tali parametri possono poi essere utilmente scritti sotto forma di range variazionale. In altre parole il confronto non si concretizza solo nel computare lo scostamento della soluzione derivata dalla pushover con quella fornita dalla time history ma arrivare a fare anche valutazioni di tipo statistico ossia se la stessa soluzione approssimata ricada in detto range di variazione della risposta.

$$I_{si} = [s_i - \sigma_{si}; s_i + \sigma_{si}]; \quad I_{di} = [d_i - \sigma_{di}; d_i + \sigma_{di}]; \quad I_F = [F_b - \sigma_F; F_b + \sigma_F] \quad (C.5)$$

Tale rappresentazione è riportata anche nei grafici di output delle analisi svolte a cui si rimanda per maggiori dettagli.

C.2. Valutazione della risposta media strutturale nel caso piano e per sistemi asimmetrici

In riferimento a quanto esposto nel paragrafo precedente, occorre ora approfondire il caso del calcolo della risposta quando il sistema strutturale piano non si presenta simmetrico. Per fissare le idee si pensi prima ad una struttura simmetrica. In questo caso la risposta può essere rappresentata dalla media dei massimi ottenuti dall'analisi time history senza doversi preoccupare della direzione in quanto, ovviamente, la simmetria permette di non considerare tale dipendenza. In tale caso valgono le considerazioni e le formulazioni del Paragrafo C.1 predente. Quando invece si considerano strutture asimmetriche, anche la direzione diventa una variabile. Questo accade poiché, specialmente in fase anelastica, la struttura non ha il medesimo comportamento in

entrambe le direzioni. Per fissare le idee si pensi di spingere, alternativamente, sia in “avanti” (verso positivo) che “indietro” (verso negativo) la struttura fino a fare raggiungere uno spostamento prefissato. La non simmetria si traduce in un non speculare andamento dei diagrammi delle sollecitazioni sia dovuti ai carichi verticali che a quelli orizzontali. Quando poi si instaurano comportamenti post-elastici la mancata simmetria porta, in linea generale, ad una ancor più marcata differenza della risposta nelle due direzioni. Se invece lo stesso procedimento fosse stato applicato ad una struttura simmetrica si sarebbe assistito ad una risposta, a rigore, diversa nei due versi. Però, proprio in virtù della simmetria, si sarebbe potuto tenere conto soltanto dei massimi assoluti. È per tale motivo che si ritiene non corretto togliere la dipendenza dal verso dell’analisi in caso di sistemi non simmetrici. A tale proposito si procede come segue, andando a generalizzare le relazioni del paragrafo precedente.

$${}_{(+)}s_i^{(j)} = \max \left\{ s_i^{(i)}(t) \right\}; \quad {}_{(-)}s_i^{(j)} = \min \left\{ s_i^{(i)}(t) \right\} \quad (C.6)$$

$${}_{(+)}d_i^{(j)} = \max \left\{ s_i^{(j)}(t) - s_{i-1}^{(j)}(t) \right\}; \quad {}_{(-)}d_i^{(j)} = \min \left\{ s_i^{(j)}(t) - s_{i-1}^{(j)}(t) \right\} \quad (C.7)$$

$${}_{(+)}F_b^{(j)} = \max \left\{ F_b^{(j)}(t) \right\}; \quad {}_{(-)}F_b^{(j)} = \min \left\{ F_b^{(j)}(t) \right\} \quad (C.8)$$

In tale modo il singolo parametro è ora influenzato da due variabili ossia il modulo e la direzione. In tale caso è ovvio dire che la direzione può assumere soltanto due valori fissati che sono 0° e 180° , avendo preso a riferimento l’angolo che il versore della direzione forma con l’asse delle x. Conseguenza immediata è che anche la media e la relativa deviazione standard calcolata su detti valori deve necessariamente essere distinta per le due direzioni.

$${}_{(+)}s_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(+)}s_i^{(j)}; \quad {}_{(-)}s_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(-)}s_i^{(j)} \quad (C.9)$$

$${}_{(+)}d_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(+)}d_i^{(j)}; \quad {}_{(-)}d_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(-)}d_i^{(j)} \quad (C.10)$$

$${}_{(+)}F_b = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(+)}F_b^{(j)}; \quad {}_{(-)}F_b = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(-)}F_b^{(j)} \quad (C.11)$$

$${}_{(+)}\sigma_{si} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 \left({}_{(+)}s_i^{(j)} - {}_{(+)}s_i \right)^2}; \quad {}_{(-)}\sigma_{si} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 \left({}_{(-)}s_i^{(j)} - {}_{(-)}s_i \right)^2} \quad (C.12)$$

$${}_{(+)}\sigma_{di} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 \left({}_{(+)}d_i^{(j)} - {}_{(+)}d_i \right)^2}; \quad {}_{(-)}\sigma_{di} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 \left({}_{(-)}d_i^{(j)} - {}_{(-)}d_i \right)^2} \quad (C.13)$$

$${}_{(+)}\sigma_F = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 \left({}_{(+)}F_b^{(j)} - {}_{(+)}F_b \right)^2}; \quad {}_{(-)}\sigma_F = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 \left({}_{(-)}F_b^{(j)} - {}_{(-)}F_b \right)^2} \quad (C.14)$$

Gli altri parametri collegati come il COV e gli intervalli di variazione fanno direttamente riferimento a quanto appena scritto e non vengono riportati soltanto per una questione di sintesi, essendo immediata la loro formulazione matematica.

C.3. Valutazione della risposta media strutturale nel caso 3D e per sistemi asimmetrici

Infine occorre generalizzare i discorsi fatti nei paragrafi predenti al fine di definire il parametro di risposta nel caso di strutture spaziali non simmetriche, rappresentando questo il caso più generale. Occorre in prima istanza differenziare il caso in cui il parametro di risposta sia uno spostamento/scorrimento dal caso in cui sia espresso come taglio alla base.

Parametro di risposta in spostamento:

Quando il parametro di risposta è espresso in termini di spostamento di un punto fissato della struttura, occorre fare preliminarmente alcune considerazioni. Presa in esame la j-esima time history, lo spostamento generalizzato del punto è possibile scriverlo, ad ogni istante di tempo, come

$$S_i^{(j)}(t) = \begin{bmatrix} s_{i,x}^{(j)}(t) \\ s_{i,y}^{(j)}(t) \\ s_{i,z}^{(j)}(t) \\ r_{i,x}^{(j)}(t) \\ r_{i,y}^{(j)}(t) \\ r_{i,z}^{(j)}(t) \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} s_{i,x}^{(j)}(t) \\ s_{i,y}^{(j)}(t) \\ r_{i,z}^{(j)}(t) \end{bmatrix} \quad (C.15)$$

ossia questo è fornito da 3 componenti in spostamento (s) e tre in rotazione (r). Nel presente studio, volendo valutare la risposta sismica di strutture sottoposte ad un input sismico orizzontale, si prendono in esame soltanto le due componenti di spostamento traslazionale lungo X ed Y (s_x e s_y) e la rotazione lungo Z (r_z). Nella (C.15) è mostrata tale semplificazione procedurale. Avendo a che fare con vettori si pone subito il problema di come sia possibile mediare i massimi ottenuti dalla singola analisi time history. Inoltre è anche difficoltoso definire quale poi sia il massimo ottenuto durante la time history. In altre parole non è detto che in corrispondenza del massimo spostamento lungo X sia massimo anche quello lungo Y e sia massima anche la rotazione. Vale anche il viceversa ossia, quando è massima la rotazione, a rigore non si può dire nulla sullo spostamento. Può inoltre accadere che la condizione peggiore sia dovuta ad un effetto combinato dei vari contributi. In questa ottica di procede come segue. Innanzitutto va detto che mettere insieme spostamenti e rotazioni non è corretto dal punto di vista formale ma non si può escludere, a priori, il contributo dell'uno o dell'altro. In tale ottica si elimina, in realtà solo formalmente, la dipendenza dalla rotazione andando a prendere lo spostamento, ad ogni piano, di particolari punti, ossia quelli più estremi, caratterizzati da uno spostamento maggiore. Detto spostamento è implicitamente ottenuto come somma dei contributi traslazionali e rotazionali una volta che è stata assunta l'ipotesi di piano infinitamente rigido. A livello generale si potrebbe anche prendere in esame lo spostamento di ogni singolo punto notevole. Si intende con *punto notevole* quel punto della struttura dove il sistema applica al sua resistenza orizzontale all'azione esterna. In un edificio a telaio può essere visto come punto notevole la testa del pilastro in cui si sviluppa la forza di controventamento. Prendendo in esame il generico punto p-esimo $s_i^{(j)}(t)$ della struttura su cui si effettua il controllo della risposta, questo è, in generale, caratterizzato da due componenti, l'una lungo X e l'altra lungo Y. Manca la componente di rotazione per quanto affermato prima. La scrittura di tale vettore spostamento può anche fa uso della formulazione in coordinate polari. Nello specifico si può scrivere

$$S_i^{(j)}(t) = \begin{bmatrix} s_{i,x}^{(j)}(t) \\ s_{i,y}^{(j)}(t) \end{bmatrix}_{\text{cartesiane}} = \begin{bmatrix} S_i^{(j)}(t) \\ \alpha_i^{(j)}(t) \end{bmatrix}_{\text{polar}} \quad (C.16)$$

in cui il significato grafico dei parametri introdotti è mostrato in Figura C.3.I. Le seguenti assunzioni sono fatte per rendere in un secondo tempo confrontabili i risultati proposti dall'analisi statica non lineare con quelli medi scaturiti dall'analisi time history. A livello generale, una volta individuata la direzione di analisi, è possibile conoscere il massimo parametro di risposta. Si rende allora necessario proiettare il generico parametro lungo la direzione individuata dall'angolo β . Si faccia utile riferimento ancora alla Figura C.3.I proposta sotto.

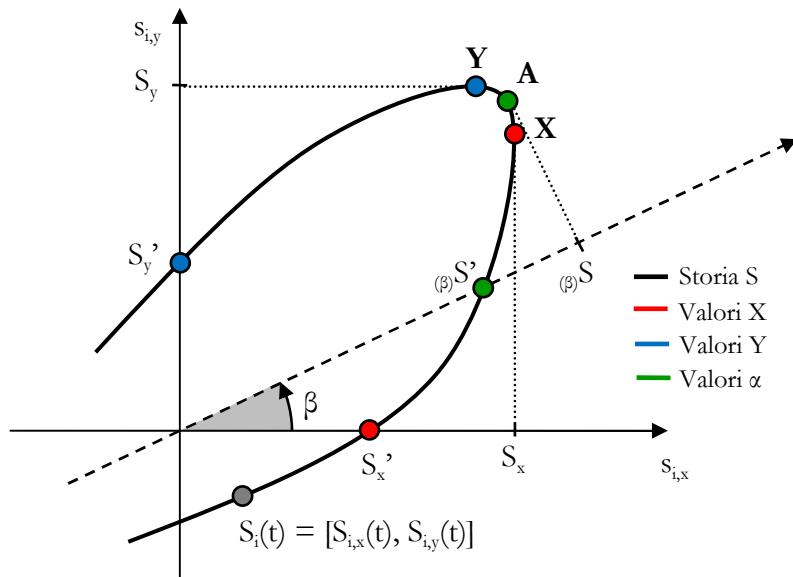


Figura C.3.I – Significato geometrico del massimo valore del parametro di risposta per la direzione fissata

Il generico spostamento al tempo t può essere individuato dal vettore $S_i(t)$ sopra proposto. La direzione individuata dall'angolo β che la stessa retta forma con l'asse delle ascisse è individuata dal versore di componenti

$$\hat{n}_\beta = \begin{bmatrix} n_{\beta,x} \\ n_{\beta,y} \end{bmatrix}_{\text{cartesiane}} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{bmatrix}_{\text{cartesiane}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix}_{\text{polar}} \quad (C.17)$$

Il prodotto scalare fornisce proprio la proiezione del vettore spostamento lungo la direzione considerata ossia

$${}_{(\beta)}S_i^{(j)}(t) = S_i^{(j)}(t) \times \hat{n}_\beta = \begin{bmatrix} s_{i,x}^{(j)}(t) \\ s_{i,y}^{(j)}(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{bmatrix} = s_{i,x}^{(j)}(t) \cdot \cos(\beta) + s_{i,y}^{(j)}(t) \cdot \sin(\beta) \quad (C.18)$$

Ora è possibile, avendo a disposizione uno scalare, trovare il massimo valore dello spostamento proiettato per quella direzione fissata

$${}_{(\beta)}S_i^{(j)} = \max_{(\beta)} \left\{ S_i^{(j)}(t) \right\} \quad (C.19)$$

Si osservi che in questo caso ha senso parlare solo di massimo. Si osservi infatti che il minimo individuato per la generica direzione β_0 corrisponde il realtà al massimo trovato per la medesima direzione ma relativa ad un angolo $(\beta_0 + \pi)$. Facendo dunque variare l'angolo β tra 0 e 2π è possibile, fissata la direzione, trovare detto massimo. In tale maniera diventa possibile anche mediare tra loro i massimi ottenuti dalle varie time history. Sempre fissato a priori l'angolo, la (C.20) fornisce la media e la deviazione standard fatta sui massimi mentre le (C.21) permette di valutare rispettivamente COV e intervallo variazionale come definito in precedenza.

$${}_{(\beta)}S_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(\beta)}S_i^{(j)} ; \quad {}_{(\beta)}\sigma_{si} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 \left({}_{(\beta)}S_i^{(j)} - {}_{(\beta)}S_i \right)^2} \quad (C.20)$$

$${}_{(\beta)}\text{COV}_{si} = \frac{{}_{(\beta)}\sigma_{si}}{{}_{(\beta)}S_i} ; \quad {}_{(\beta)}I_{si} = [{}_{(\beta)}S_i - {}_{(\beta)}\sigma_{si} ; {}_{(\beta)}S_i + {}_{(\beta)}\sigma_{si}] \quad (C.21)$$

Secondo tale approccio è possibile, per ogni punto di controllo, determinare una sorta di ellisse medio degli spostamenti massimi. In Figura C.3.II è illustrato in modo schematico quello che è possibile aspettarci da un'analisi time history una volta mediati i valori massimi con il procedimento illustrato in precedenza.

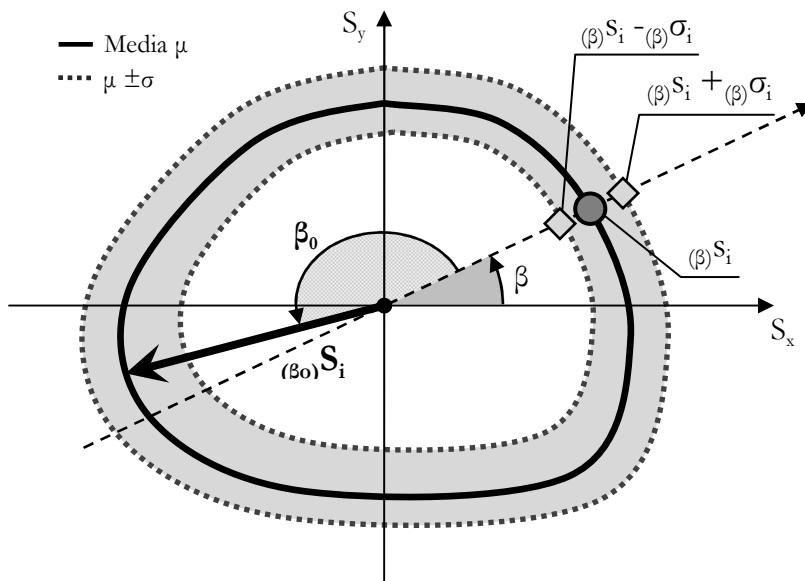


Figura C.3.II – Ellisse dei massimi spostamenti mediati e relativo intervallo variazionale

Tale modo di procedere porta ad un altro notevole vantaggio quando si rende necessario il confronto tra i risultati ottenuti mediante l'analisi pushover con quelli ottenuti dall'analisi time history. Anche se formalmente il confronto viene effettuato tra due scalari, fissare a priori la direzione significa fisicamente non eliminare la dipendenza dalle due variabili della soluzione trovata. In altre parole, quando si confrontano gli spostamenti, sia essi provengano dalla pushover che dalla time history, si confrontano necessariamente vettori a due componenti. Fissare di volta in volta la direzione vuol dire in pratica fissare una componente e paragonare l'altra. Facendo poi variare poi l'angolo si indaga la risposta ed il relativo confronto sullo spazio. Nel presente studio si è fatto variare l'angolo β tra 0 e 2π con passo 1° sessagesimale. In tale modo si sono ottenuti 360 direzioni in cui si è considerata la risposta. Con tale modo di

procedere è possibile poi anche trovare quello che si può chiamare il massimo dei massimi al variare della direzione ossia il massimo del modulo dello spostamento valutato per tutte le direzioni possibili ossia

$${}_{(\beta_0)}S_i = \max_{\beta} \{ {}_{(\beta)}S_i \} \quad (C.22)$$

che risulta essere poi univocamente determinato dalla direzione individuata dall'angolo β_0 . Lo spostamento massimo in modulo e la relativa direzione (2 parametri) individuano in un certo senso la massima sollecitazione a cui è soggetto il sistema. Come si evince chiaramente da quanto appena detto, nel caso tridimensionale la risposta massima dipende necessariamente da due parametri una volta che si lavora sotto le ipotesi dette inizialmente.

Parametro di risposta in scorrimento di piano:

Quando il parametro di risposta è espresso in termini di scorrimento di piano di un punto fissato della struttura rispetto a quello immediatamente sotto, occorre fare prima alcune considerazioni su come considerare detto spostamento. Presa in esame la j -esima time history, lo spostamento generalizzato del punto in esame e di quello relativo ad esso, è possibile scriverli, ad ogni istante di tempo, come

$$S_i^{(j)}(t) = \begin{bmatrix} s_{i,x}^{(j)}(t) \\ s_{i,y}^{(j)}(t) \\ r_{i,z}^{(j)}(t) \end{bmatrix}; \quad S_{i^*}^{(j)}(t) = \begin{bmatrix} s_{i^*,x}^{(j)}(t) \\ s_{i^*,y}^{(j)}(t) \\ r_{i^*,z}^{(j)}(t) \end{bmatrix} \quad (C.23)$$

avendo considerato, per quanto detto nella sezione precedente, soltanto le traslazioni orizzontali e le relative rotazioni normali al piano xy. Si è indicato con i^* il punto sottostante relativo al punto i di cui si calcola lo scorrimento. A livello generale, per quanto detto prima, si assiste sia ad uno scorrimento relativo che ad una rotazione relativa tra due piani successivi considerati infinitamente rigidi. Assumendo come punto di controllo il prima introdotto punto notevole, si può ragionare soltanto in termini di scorrimento imputabile allo spostamento. Nello specifico si ha

$$d_i^{(j)}(t) = S_i^{(j)}(t) - S_{i^*}^{(j)}(t) = \begin{bmatrix} s_{i,x}^{(j)}(t) \\ s_{i,y}^{(j)}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s_{i^*,x}^{(j)}(t) \\ s_{i^*,y}^{(j)}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{i,x}^{(j)}(t) \\ d_{i,y}^{(j)}(t) \end{bmatrix} \quad (C.24)$$

Anche in questo caso, ragionando con dei vettori, si rende necessario il passaggio della proiezione dello scorrimento lungo una direzione prefissata al fine di poter determinare il valore medio dei massimi registrati lungo la retta individuata dall'angolo β . Il prodotto scalare fornisce proprio la proiezione del vettore scorrimento lungo la direzione considerata ossia

$${}_{(\beta)}d_i^{(j)}(t) = d_i^{(j)}(t) \times \hat{n}_\beta = \begin{bmatrix} d_{i,x}^{(j)}(t) \\ d_{i,y}^{(j)}(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{bmatrix} = d_{i,x}^{(j)}(t) \cdot \cos(\beta) + d_{i,y}^{(j)}(t) \cdot \sin(\beta) \quad (C.25)$$

Ora è possibile, avendo a disposizione uno scalare, trovare il massimo valore dello scorrimento proiettato per quella direzione fissata

$${}_{(\beta)}d_i^{(j)} = \max_{(\beta)} \{ d_i^{(j)}(t) \} \quad (C.26)$$

Analogamente a quanto fatto prima per gli spostamenti, sempre fissato a priori l'angolo, la media e la deviazione standard fatta sui massimi risulta essere

$${}_{(\beta)}d_i = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(\beta)}d_i^{(j)}; \quad {}_{(\beta)}\sigma_{di} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 ({}_{(\beta)}d_i^{(j)} - {}_{(\beta)}d_i)^2} \quad (C.27)$$

$${}_{(\beta)}COV_{di} = \frac{{}_{(\beta)}\sigma_{di}}{{}_{(\beta)}d_i}; \quad {}_{(\beta)}I_{di} = [{}_{(\beta)}d_i - {}_{(\beta)}\sigma_{di}; {}_{(\beta)}d_i + {}_{(\beta)}\sigma_{di}] \quad (C.28)$$

Infine, anche per gli scorrimenti del punto notevole fissato, è possibile individuare il massimo valore in modulo e la relativa direzione di massima azione β_i che, a rigore, non necessariamente coincide con quella trovata per gli spostamenti

$${}_{(\beta_i)}d_i = \max_{\beta} \{ {}_{(\beta)}d_i \} \quad (C.29)$$

Parametro di risposta in taglio alla base:

Quando il parametro di risposta è espresso in termini di taglio alla base abbiamo alcune semplificazioni in virtù del fatto che questo, anche se ottenuto da due componenti, è un unico parametro di risposta per la struttura. Con significato analogo ai casi precedenti, il taglio alla base ad un certo istante di tempo è pari a

$$R^{(i)}(t) = \begin{bmatrix} R_x^{(i)}(t) \\ R_y^{(i)}(t) \\ M_z^{(i)}(t) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} R_x^{(i)}(t) \\ R_y^{(i)}(t) \end{bmatrix} \quad (C.30)$$

A rigore, la forza di inerzia sismica agente sul sistema è bilanciata alla base da una forza di reazione agente nella stessa direzione e da un momento che controbilancia gli effetti torcenti dovuti alle eccentricità presenti. Nel presente studio si prende a paragone soltanto la forza di reazione e supponendo di considerare gli effetti torcenti direttamente nel confronto degli spostamenti e scorrimenti di piano. Procedendo per analogia con quanto fatto prima, si ha

$${}_{(\beta)}R^{(i)}(t) = R^{(i)}(t) \times \hat{n}_\beta = \begin{bmatrix} R_x^{(i)}(t) \\ R_y^{(i)}(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{bmatrix} = R_x^{(i)}(t) \cdot \cos(\beta) + R_y^{(i)}(t) \cdot \sin(\beta) \quad (C.31)$$

$${}_{(\beta)}R^{(i)} = \max \{ {}_{(\beta)}R^{(i)}(t) \} \quad (C.32)$$

È allora immediato calcolare anche i parametri statistici di risposta come

$${}_{(\beta)}R = \frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 {}_{(\beta)}R^{(j)}; \quad {}_{(\beta)}\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \sum_{j=1}^7 ({}_{(\beta)}R^{(j)} - {}_{(\beta)}R)^2} \quad (C.33)$$

$${}_{(\beta)}COV_R = \frac{{}_{(\beta)}\sigma_R}{{}_{(\beta)}R}; \quad {}_{(\beta)}I_R = [{}_{(\beta)}R - {}_{(\beta)}\sigma_R; {}_{(\beta)}R + {}_{(\beta)}\sigma_R] \quad (C.34)$$

In tale maniera rimane ancora valida la rappresentazione proposta nella Figura C.3.II inerente stavo al taglio alla base. Anche in questo caso tale modo di procedere permette di avere in un secondo tempo una più agevole comparazione tra i risultati forniti dall'analisi time history con quelli ottenuti dall'analisi statica non lineare.

C.4. Osservazioni sull'inviluppo delle soluzioni

Quando la soluzione convenzionalmente vera è fornita da analisi time history, si pone il problema della scelta degli accelerogrammi spettro compatibili da impiegare come input sismico. Per fissare le idee si pensi ad un oscillatore SDOF soggetto ad una storia di accelerazione $a(t)$. Dall'integrazione dell'equazione del moto, ad ogni istante, si ottiene la risposta del sistema in forma di spostamento $x(t)$. Nella costruzione degli spettri, convenzionalmente si assume il massimo spostamento registrato in valore assoluto e poi si determina la relativa pseudo-accelerazione elastica che rappresenta proprio la coordinata spettrale relativa al periodo T . Variando il periodo T si arriva a definire lo spettro di pseudo-accelerazione elastica nella classica forma proposta sia dai codici normativi che in letteratura. Quando la struttura ha solo un grado di libertà, non si presentano particolari problemi nella definizione dello spettro. Quando, al contrario, si vuol considerare nello spettro anche la “direzione” predominante del sisma le cose si complicano. Allo scopo di fissare le idee si pensi di eccitare il sistema SDOF a due storie di accelerazione $a_A(t)$ e $a_B(t)$. Nella Figura C.4.I sottostante è proposta in maniera schematica la classica la risposta del sistema SDOF in termini di spostamento relativamente alle due eccitazioni considerate.

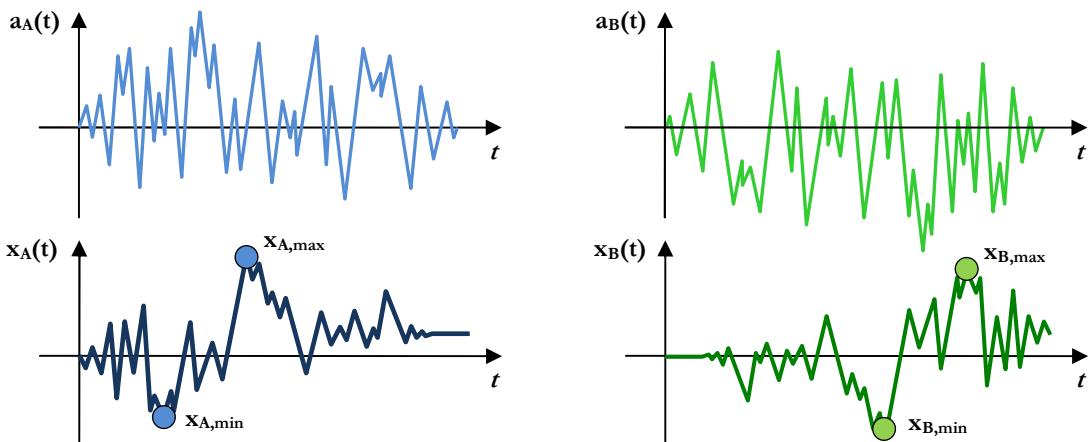


Figura C.4.I – Accelerogrammi e risposta in spostamento nel caso A (sinistra) e nel caso B (destra)

Per ogni risposta è possibile individuare il massimo e minimo spostamento ottenuti come

$$x_{A,\max} = \max_t \{x_A(t)\}; \quad x_{A,\min} = \min_t \{x_A(t)\} \quad (C.35)$$

$$x_{B,\max} = \max_t \{x_B(t)\}; \quad x_{B,\min} = \min_t \{x_B(t)\} \quad (C.36)$$

Per definizione, il valore spettrale dello spostamento, considerando separatamente ogni caso, vale

$$x_A(T) = \max \{ |x_{A,\max}|; |x_{A,\min}| \}; \quad x_B(T) = \max \{ |x_{B,\max}|; |x_{B,\min}| \} \quad (C.37)$$

Se poi si vuol considerare, per il periodo T , lo spettro medio di risposta in spostamento basta semplicemente fare la media aritmetica dei due valori trovati. Tale procedura appena descritta rappresenta la convenzionale metodologia per determinare lo spettro medio di risposta delle due storie di accelerazione considerate. Nel caso di N-storie si estende il ragionamento fatto. È importante notare che, con tale metodo, si “perde” la direzione della massima risposta. Per fissare le idee si pensi di aver trovato i seguenti valori numerici in spostamento (è solo un esempio, tali numeri servono solo per dare un riferimento quantitativo di quanto descritto)

$$x_{A,\max} = 5 \text{ mm}; \quad x_{A,\min} = -4 \text{ mm} \quad (C.38)$$

$$x_{B,\max} = 5 \text{ mm}; \quad x_{B,\min} = -6 \text{ mm} \quad (C.39)$$

Per definizione, i valori spettrali e la relativa media valgono rispettivamente

$$x_A(T) = \max \{ |5|; |-4| \} = 5 \text{ mm}; \quad x_B(T) = \max \{ |5|; |-6| \} = 6 \text{ mm} \quad (C.40)$$

$$x_m(T) = \frac{x_A(T) + x_B(T)}{2} = \frac{5+6}{2} = 5.5 \text{ mm} \quad (C.41)$$

Il problema nasce quando la time history generica è applicata a strutture, qui ancora considerate piane per semplicità, che però non sono simmetriche nelle due direzioni. Questo vuol dire che applicare $a(t)$ oppure $-a(t)$ (stessa storia accelerazione ma applicata in verso opposto) porta necessariamente a differenti effetti sul sistema. Se infatti si effettuasse la media sui massimi e sui minimi si potrebbe ottenere quanto riassunto in Tabella C.4.I seguente.

Caso	Time history A			Time history B			Medie dei massimi		
	Accel.	$x_{A,\max}$	$x_{A,\min}$	Accel.	$x_{B,\max}$	$x_{B,\min}$	$x_{m,\max}$	$x_{m,\min}$	x_m
1	$a_A(t)$	5	-4	$a_B(t)$	5	-6	5	-5	5.5
2	$a_A(t)$	5	-4	$-a_B(t)$	6	-5	5.5	-4.5	5.5
3	$-a_A(t)$	4	-5	$-a_B(t)$	6	-5	5	-5	5.5
4	$-a_A(t)$	4	-5	$a_B(t)$	5	-6	4.5	-5.5	5.5

Tabella C.4.I – Scenari di calcolo degli inviluppi

Come si evince chiaramente dalla Tabella C.4.I sopra riportata, quando anche la direzione (qui positiva o negativa) è tenuta in conto, allora anche il verso con cui si applica la time history diventa significativo. Questo risiede nel fatto che, come noto, la media dei massimi o dei minimi non coincide necessariamente con la media dei massimi assoluti. Questo aspetto diventa importantissimo quando si vuole analizzare la risposta media, ottenuta come media aritmetica dei massimi di un certo parametro di risposta, di sistemi (2D) con comportamento asimmetrico. Il pericolo più grande è infatti quello di prendere un gruppo di accelerogrammi spettro compatibili (secondo la definizione classica) ed applicarli in maniera non ragionata ad una struttura in un’analisi dinamica non lineare.

Questo poi diventa di cruciale importanza quando si vuol comparare la risposta strutturale ottenuta da analisi time history non lineari con quelle di pushover. Per giustificare quando affermato si ponga attenzione al seguente esempio di carattere generale. Si prenda in esame una struttura piana 2D in cui il comportamento nelle due direzioni sia asimmetrico. Volendo fare un'analisi pushover sulla struttura diventa necessario adottare due direzioni di spinta ossia quella positiva e quella negativa. La metodologia di analisi statica non lineare fa uso di spettri di risposta al fine di determinare il target displacement. Se si fa uso di uno spettro di risposta in senso classico (ottenuto come massimo assoluto della risposta di sistemi SDOF), nelle due direzioni l'analisi pushover mi permette di avere due punti di performance (uno per la direzione positiva ed uno per quella negativa). A questo punto si può fare ricorso all'analisi dinamica non lineare per valutare la risposta convenzionalmente vera da confrontare con quella stimata con la pushover e verificarne l'affidabilità. Ed è qui che entra in gioco la corretta applicazione delle time history al fine di eseguire l'analisi dinamica non lineare. Se, facendo riferimento alla Tabella C.4.I, applichiamo le due storie di accelerazioni spettro-compatibili $a_A(t)$ e $a_B(t)$ otteniamo che la massima risposta per ogni direzione è diversa da quella "media attesa". Se, di contro, applichiamo $a_A(t)$ e $-a_B(t)$ (ossia B cambiata di segno) si trova che stavolta la risposta media attesa positiva è proprio quella valutabile con l'analisi dinamica non lineare. Stessa cosa non può essere invece detta per la direzione negativa.

Questo aspetto appena illustrato riveste poi ancor più importanza quando si passa all'analisi della risposta di strutture tridimensionali. Passare dalla risposta spettrale unidirezionale di sistemi SDOF a quella tridimensionale di strutture MDOF porta inevitabilmente ad errori se non si interpreta in maniera corretta il fenomeno. Per fissare le idee, nella Figura C.4.II sono proposte le storie di spostamento $s_x(t)$ e $s_y(t)$ scaturite dall'eccitazione di un sistema monopiano tridimensionale. Per semplicità si considera, prima di passare al caso generale, una storia di accelerazione secondo una direzione fissata (X) applicata al sistema sia 3D dotato di eccentricità strutturale tra centro delle masse e centro delle rigidezze.

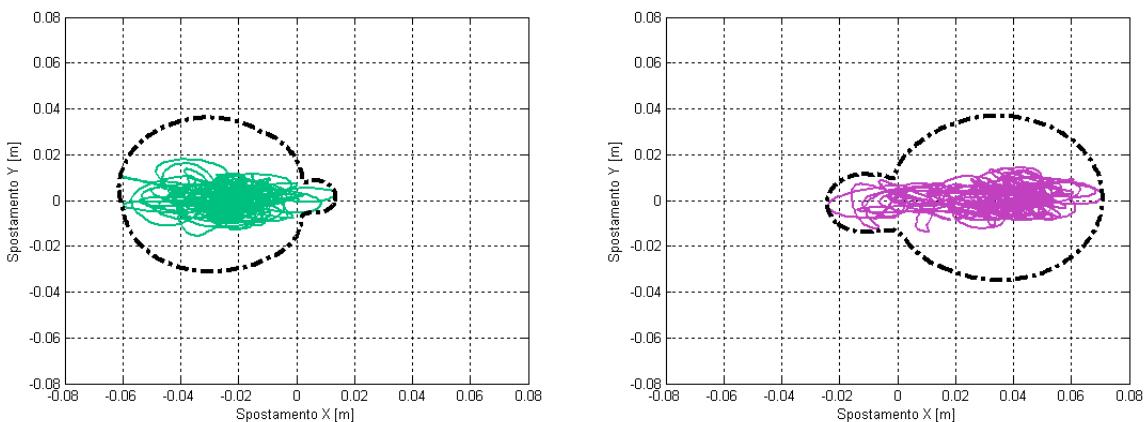


Figura C.4.II – Risposta in spostamento di un punto della struttura sollecitata da due differenti storie di accelerazione spettro-compatibili

Come si evince dalle immagini proposte in Figura C.4.II, a livello generale, nonostante la sollecitazione sia applicata in direzione X, si assiste ad uno spostamento anche in direzione Y causato appunto dalle eccentricità strutturali. L'aspetto più importante che va osservato è invece quello che, nonostante le due time history siano spettro compatibili, la risposta strutturale tende a "prediligere" una direzione di danneggiamento. Inoltre, se non opportunamente combinate, le

risposte mediate tenderanno ad “elidere” gli effetti l’una dell’altra. Se, di contro, si tende a scegliere time history “concordi” in effetto allora la media dei massimi tenderà ad assumere maggiore significato ma, come detto, potrà essere soltanto una ed una soltanto la direzione peggiore. La soluzione, anche se difficilmente applicabile ai casi ricorrenti della pratica progettuale, potrebbe essere quella di prendere in esame tutte le combinazioni e mediare i massimi. Infine dovrebbe essere necessario inviluppare tutte le risposte per essere sicuri di avere effettivamente considerato tutti i possibili scenari. Come si vede dal prospetto riportato in precedenza in Tabella C.4.I, assume già 2 storie di accelerazione porta a 4 casistiche differenti. Chiaramente all’aumentare delle time history cresce anche il numero di casi da analizzare. Il numero dei casi che scaturiscono dalla combinazione delle diverse casistiche è valutabile come 2 (che sono i versi possibili) elevato al numero delle storie considerate. Se, come nel presente studio, si facesse riferimento ad un gruppo di 7 accelerogrammi, allora le casistiche diventerebbero $2^7 = 128$. Questo rimane valido quando è soltanto una la direzione di analisi. Mettendo in conto anche la direzione ortogonale il numero cresce vertiginosamente e diventa difficilmente applicabile detto metodo di combinazione. Per ovviare a tale inconveniente nel presente studio è adottata una soluzione ragionevolmente accettabile ai fini ingegneristici. Come detto, per il generico accelerogramma, è sempre possibile individuare la direzione “prediletta” dalla risposta strutturale. Concettualmente si tratta di “puntare” (*peak oriented*) la direzione di analisi in un unico verso per massimizzare la risposta in maniera tale che sia congruente con lo spettro di risposta rispetto a cui gli accelerogrammi sono compatibili. Questo, ovviamente, porta necessariamente ad avere, nel piano dello spostamento orizzontale, la massima azione attesa nel primo quadrante. Volendo indagare il reale comportamento della struttura in tutte le direzioni di risposta occorrerebbe effettuare l’inviluppo come proposto in precedenza. Una soluzione alternativa potrebbe essere quella di fare “ruotare” le coppie di accelerazione con incrementi di angolo al fine di spazzare tutto l’intervallo da 0 e 2π .

Per concludere, si vuole qui ricordare che, quando si adotta un’analisi dinamica non lineare, si deve fissare l’input sismico attraverso la scelta di un gruppo di accelerogrammi (in generale individuati da 3 componenti). In detto gruppo, anche se caratterizzato da storie di accelerazione spettro compatibili, non è detto che la massima risposta media scaturita dal sistema sia ancora spettro compatibile. In altre parole prendere un gruppo di time history significa soltanto fissare, anche se in modo casuale, uno scenario di analisi. Diventa poi significativo il comportamento mediato in cui la direzionalità della risposta può portare a risultati affetti dalle problematiche illustrate sopra. Si osservi inoltre che la risposta un sistema MDOF sollecitata da input sismico (accelerogrammi) può modificarsi anche al mutare delle caratteristiche anelastiche durante l’evolversi della plasticizzazione. Può accadere che, a titolo di esempio, in fase elastica sia evidente una direzione privilegiata per la risposta ma, a seguito di forti plasticizzazioni, la direzione in cui si assiste al massimo danneggiamento può differire da quella individuata per il caso elastico.

C.5. Spettro-compatibilità degli accelerogrammi nel caso 3D

Nei paragrafi precedenti sono state ampiamente discusse le problematiche relative alla corretta interpretazione della risposta fornita dall’analisi dinamica non lineare necessaria per definire, in modo convenzionale, la soluzione corretta al problema sismico ed in modo da avere un termine di paragone, e quindi valutarne l’affidabilità, per i risultati scaturiti dall’analisi pushover. Quando si fa uso dell’analisi time history si rende necessario, come largamente adottato da numerosi

codici normativi, la selezione di un set di accelerogrammi spettro compatibili con uno spettro in pseudo-accelerazione elastico dato. Nel caso di analisi nel piano, avendo trascurato la componente verticale, occorre considerare soltanto una componente dell'accelerazione e soltanto questa deve rispettare il vincolo di compatibilità con lo spettro. Nel caso tridimensionale, sempre escludendo la componente verticale, occorre invece fissare una coppia di accelerazioni nel senso che un accelerogramma deve essere necessariamente descritto secondo le sue due componenti. Questa apparentemente semplice estensione porta con se problematiche di non facile soluzione. A titolo di esempio si prenda la storia di accelerazione $a(t) = [a_X(t); a_Y(t)]$ caratterizzata dalle due componenti lungo le direzioni principali X ed Y. Per semplicità si pensi inoltre che le due componenti siano, ciascuna indipendentemente dall'altra, spettro compatibili. Questo, come noto, porta ad avere, per un sistema 2-DOF (un sistema libero di muoversi nel piano XY), la spettro compatibilità separatamente nelle due direzioni. La domanda è se anche per la generica direzione α tale spettro-compatibilità permane. In Figura C.5.I viene mostrata la rappresentazione grafica della storia di accelerazione.

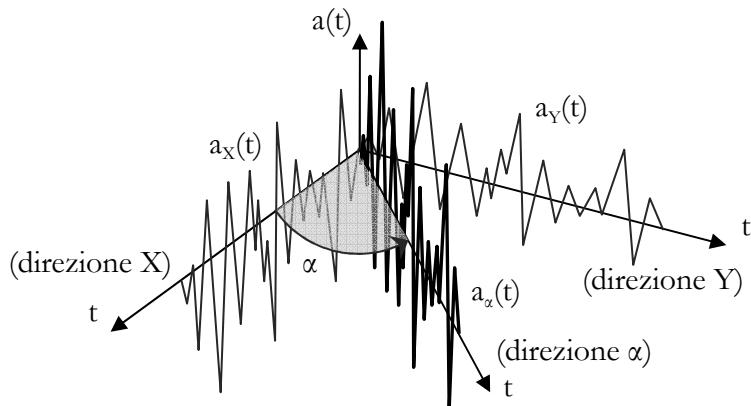


Figura C.5.I – Rappresentazione tridimensionale della storia di accelerazione

Quando si considera la direzione individuata dall'angolo α , l'accelerazione viene proiettata lungo detta direzione mediante il prodotto scalare tra il vettore accelerazione e il versore della retta come indicato nell'equazione (C.42).

$$a_\alpha(t) = a(t) \times \hat{n}_\alpha = \begin{bmatrix} a_X(t) \\ a_Y(t) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} = a_X(t) \cdot \cos(\alpha) + a_Y(t) \cdot \sin(\alpha) \quad (\text{C.42})$$

Per tale direzione è possibile ancora trovare lo spettro di risposta e vedere se risulta essere spettro compatibile. Si osservi poi che, volendo ancora conservare la direzionalità dell'accelerogramma, occorre, nel computo dello spettro, tenere soltanto conto dei valori massimi positivi. I minimi della risposta saranno considerati quando si analizzeranno i massimi della direzione $(\alpha+\pi)$. Per mettere in evidenza tale fenomeno, si prende una coppia di accelerogrammi spettro compatibili e si effettua l'analisi su di un sistema con due gradi di libertà (Figura C.5.II) essendo libero di muoversi nel piano XY. L'analisi è stata eseguita fissando la duttilità del sistema $\mu = 4$. Si osservi che il modello adottato in realtà rimane ancora un SDOF una volta che rimane fissata la direzione. Estrapolando questo concetto, si può parlare di sistema SDOF parametrizzato rispetto alla direzione.

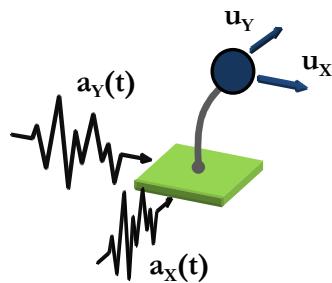


Figura C.5.II – Sistema a due gradi di libertà su cui fare l'analisi spettrale

Al variare del periodo proprio del sistema, è possibile tracciare lo spettro di risposta sia per le direzioni principali sia per la direzione generica individuata dall'angolo α . In Figura C.5.III sono proposti gli spostamenti spettrali massimi e minimi relativi alla time history (a due componenti) considerata. Nello specifico, a sinistra sono proposti gli spettri dei massimi e minimi (presi in modulo per poter garantire il confronto) spostamenti relativi alla direzione X. Nella figura di destra sono invece proposti gli spettri prima detti relativamente alla direzione Y. In entrambe le figure è poi proposto anche lo spettro di spostamento (tratteggiato) che rappresenta lo spettro dei massimi/minimi considerati in valore assoluto.

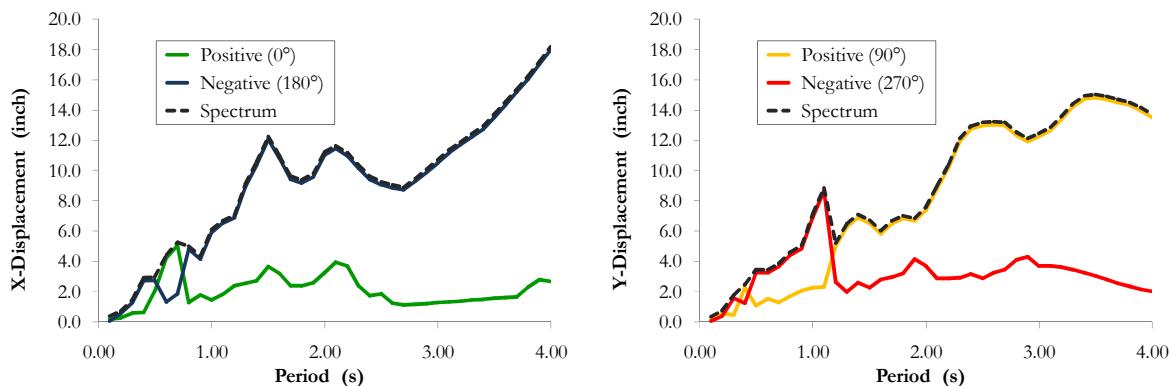


Figura C.5.III – Spettri dei massimi e minimi spostamenti lungo la direzione X (sinistra) ed Y (destra)

Da uno sguardo ai grafici sopra si può constatare che: (i) lungo la direzione X i valori spettrali si riscontrano, per la maggior parte dei periodi, in corrispondenza del verso negativo ossia relativamente ad un angolo pari ad $\alpha = \pi$; (ii) di contro, per la direzione Y si osserva invece che risulta essere il verso positivo, per la maggioranza dei periodi, quello per cui si ottengono i valori spettrali (massimi assoluti) cioè corrispondente alla direzione individuata dall'angolo $\alpha = \pi/2$. Una rappresentazione più significativa può essere ottenuta riportando gli spettri di spostamento ultimo a duttilità assegnata nello spazio X-Y-spostamento spettrale. Tale rappresentazione, proposta graficamente in Figura C.5.IV, mette immediatamente in evidenza come la direzione predominante del sisma sia un aspetto di primaria importanza per la compatibilità tra gli accelerogrammi e lo spettro di riferimento. Nella Figura C.5.IV è stata considerata la direzione di analisi individuata dall'angolo $\alpha = 30^\circ$. Per quanto detto, considerando anche i due versi di analisi, in realtà si analizza la risposta del sistema anche per $\alpha = 30^\circ + 180^\circ = 210^\circ$. Questo può essere fatto per tutte le direzioni.

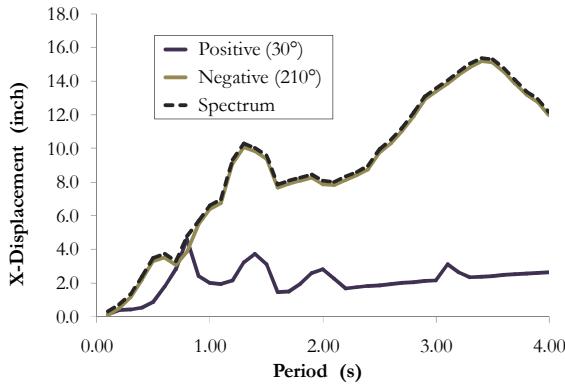


Figura C.5.IV – Spettri dei massimi e minimi spostamenti lungo la direzione prefissata da $\alpha = 30^\circ$ (210°)

Supponiamo ora di voler sapere se sia comunque possibile determinare lo spettro di risposta in spostamento partendo dalla conoscenza di quello noto per le due direzioni (e per i due versi) principali. Ad esempio, ponendo $\alpha = 30^\circ$, lo spettro è riferito, nel piano XY, al primo quadrante. Per tale motivo si considera lo spettro lungo X positivo ($\alpha = 0^\circ$) e quello lungo Y ancora positivo ($\alpha = 90^\circ$). Sfruttando la regola dell'ellisse, si può far uso della seguente relazione

$${}_{(\alpha)}S_D(T) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos(\alpha)}{{}_{(0)}S_D(T)}\right)^2 + \left(\frac{\sin(\alpha)}{{}_{(90)}S_D(T)}\right)^2}} \quad (C.43)$$

Valutando, al variare del periodo T, il valore spettrale dello spostamento, si ottiene quanto proposto nella Figura C.5.V seguente. Vengono proposti nel medesimo grafico sia lo spettro direttamente calcolato dalla time history proiettata lungo la direzione considerata (direct) sia lo spettro approssimato con la relazione prima proposta. Come si evince chiaramente dal confronto, non è possibile, a rigore, stimare lo spettro di risposta lungo la direzione fissata conoscendo soltanto i valori spettrali lungo le due direzioni principali.

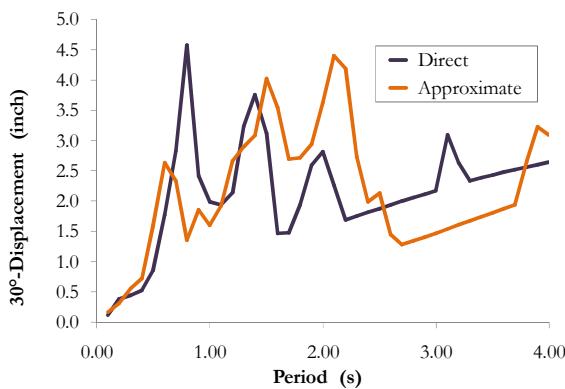


Figura C.5.V – Spettro dei massimi spostamenti lungo la direzione da $\alpha = 30^\circ$

Per riassumere quanto appena detto, si propone nella Figura C.5.VI gli spettri dei massimi spostamenti rilevati per ogni direzione. Il plottaggio è stato eseguito considerando la direzione di analisi della risposta. In particolare si ha: verde per $\alpha = 0^\circ$, giallo per $\alpha = 90^\circ$, blu per $\alpha = 180^\circ$ e rosso per $\alpha = 270^\circ$,

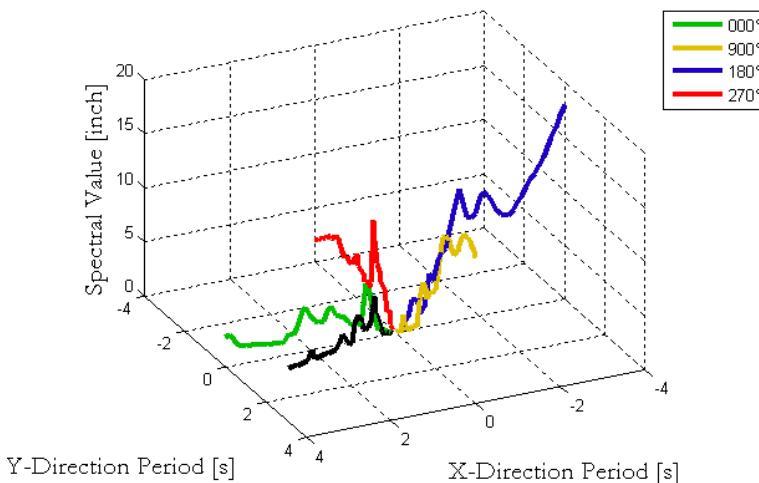


Figura C.5.VI – Spettri di risposta dei massimi (positivi) spostamenti per la storia di accelerazione assunta

Nello stesso grafico 3D, è proposto anche lo spettro calcolato proiettando l'accelerogramma lungo la direzione $\alpha = 30^\circ$ (in nero). Come visto, combinare invece gli spettri per avere quello nella direzione considerata (regola dell'ellisse) porta a risultati profondamente errati. Come si evince dalla Figura C.5.VI precedente, in base alla direzione (angolo) di analisi spettrale si può conoscere lo spettro di risposta dei massimi in spostamento (ma in generale di qualsiasi altro parametro) relativamente alla storia di accelerazioni considerata. Come è intuibile dai risultati precedenti, fissato il periodo del sistema, esisterà una direzione predominante in cui si otterrà la massima risposta spettrale. In generale si può asserire che nel caso di comportamento puramente elastico del sistema 2-DOF la risposta tenderà ad essere più uniforme al variare della direzione di analisi. Al contrario, all'aumentare della componente plastica della risposta, anche la direzione tenderà a diventare una discriminante.

Per fissare le idee, si pensi di sottoporre un oscillatore 2-DOF a due storie di accelerazione descritte dalle proprie componenti lungo le direzioni principali X (0° - 180°) e Y(90° - 270°): (i) la prima è caratterizzata da due accelerogrammi generati spettro-compatibili; (ii) nella seconda, tenuto conto di un evento reale, soltanto una componente risulta essere spettro-compatibile. Si propone tale esempio in modo da mettere in evidenza proprio l'importanza che la direzione predominante in una storia di accelerazione. Per semplificare l'analisi, si prendono in esame soltanto i valori spettrali relativi ad un periodo fissato $T = 0.50$ s. Inoltre si adottano differenti direzioni di analisi per investigare la risposta tridimensionale del sistema eccitato dai due differenti input. Sono qui analizzati sia il caso ($\mu = 1$) elastico che quello anelastico caratterizzato da $\mu = 4$. In Figura C.5.VII sono proposti, in base alla direzione di analisi, i massimi valori (positivi) scaturiti nel caso di accelerogramma generato e riferiti rispettivamente al caso elastico (sinistra) ed al caso anelastico (destra). Come si deduce chiaramente dalla Figura C.5.VII sotto proposta, nel caso elastico e per un'accelerogramma orizzontale (a 2 componenti), l'individuazione della direzione più gravosa del sisma non è immediata, fatto che sta ad indicare la poca influenza della direzione di analisi. Di contro, quando è assunto un comportamento anelastico, è possibile notare che i massimi tendono ad prediligere una direzione particolare. Nel presente caso sembra essere il terzo quadrante la zona del piano in cui è lecito aspettarci la massima risposta in spostamento.

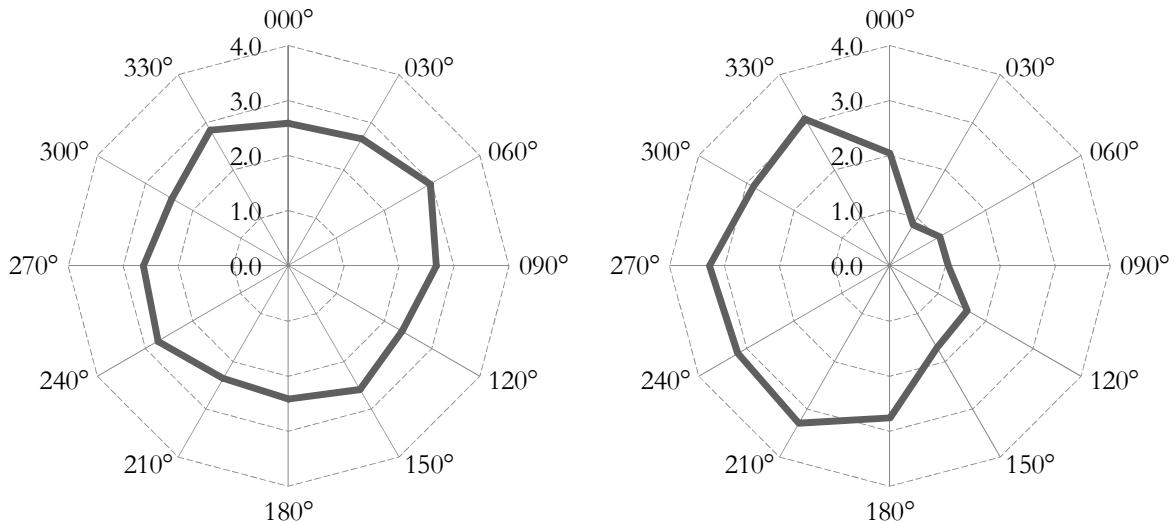


Figura C.5.VII – Valori dei massimi (positivi) spostamenti per la storia di accelerazione generata e per direzioni fissate (passo analisi direzionale $\Delta\alpha = +30^\circ$)

Riassumendo si può affermare che, quando sono assunte storie di accelerazione generate come input sismico, nel caso elastico non è prevedibile in generale una direzione prediletta di risposta. Nel caso anelastico è invece possibile, a livello generale, individuare una particolare range in cui è lecito aspettarsi la massima azione.

Quando invece sono prese in esame storie di accelerazione registrate relative ad eventi reali, la cosa si complica notevolmente. In Figura C.5.VIII sono proposti i medesimi grafici ma relativi al sisma di Imperial Valley (no. P0184 del Peer NGA Database).

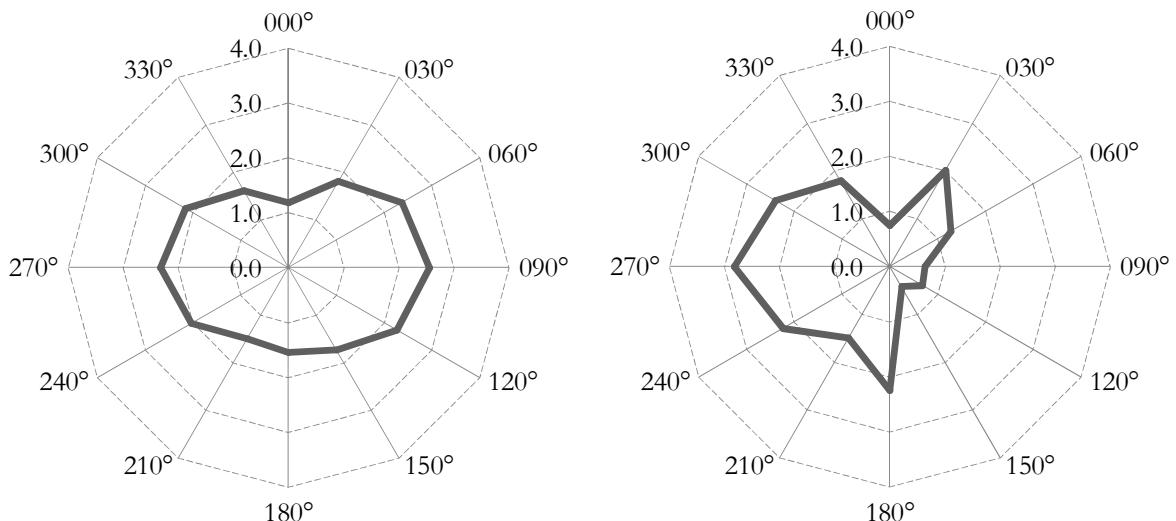


Figura C.5.VIII – Valori dei massimi (positivi) spostamenti per la storia di accelerazione registrata e per direzioni fissate (passo analisi direzionale $\Delta\alpha = +30^\circ$)

Come si vede chiaramente, anche nel caso elastico, sembra essere prediletta la direzione di sollecitazione 90°-270°. Questo comportamento è interpretabile con il fatto che per gli eventi naturali esiste una direzione significativa per il sisma. Inoltre solo una componente è spettro compatibile, motivo per cui quella ortogonale fornisce sicuramente effetti minori. Tale risultato, come preannunciato, differisce dal caso in cui l'input sismico sia generato matematicamente.

Rimane invece valido quando affermato prima ossia nel caso in cui il sistema presenti un comportamento marcatamente non lineare. Dal grafico a destra in Figura C.5.VIII è evidente che sembra essere la direzione relativa ad $\alpha = 270^\circ$ ad essere quella più gravosa in termini di spostamento per il sistema analizzato.

C.6. Scelta degli accelerogrammi come input sismico nel caso 3D

Per quanto fino a qui analizzato, si possono trarre importanti conclusioni relativamente alla scelta dell'input sismico e come questo abbia un'influenza sulla risposta dell'analisi time history (assunta come soluzione convenzionalmente vera per la riprova dei metodi di analisi pushover). Quando l'input sismico è “generato”, solitamente si procede con il considerare due storie di accelerazione, ciascuna compatibile con lo spettro assunto a riferimento, ed applicarle secondo le due direzioni ortogonali (solitamente X ed Y). Si è visto con un semplice esempio di come, nel caso elastico, non esiste in genere una direzione prediletta dal sisma che risulta essere la più gravosa per il sistema. Al contrario, quando si tiene conto del comportamento anelastico, si assiste al fenomeno in cui la struttura tende ad essere maggiormente sollecitata secondo una certa direzione. Tali risultati non si possono estendere al caso di un accelerogramma (a due componenti) registrato durante un evento reale. Questo accade poiché generalmente soltanto una componente risulta essere spettro compatibile. Questo fatto è intrinseco nella natura stessa del sisma. Adottare, per il criterio di compatibilità, lo spettro ottenuto come media (C.44) degli spettri delle due componenti analizzate separatamente, non sembra comunque essere una ragionevole regola da adottare per quanto visto prima.

$$S_{m,\text{arit}}(T) = \frac{S_X(T) + S_Y(T)}{2} \quad (\text{C.44})$$

Una soluzione perseguitabile potrebbe essere invece quella di considerare la compatibilità valutando lo spettro S_m come media geometrica (C.45) delle due componenti (S_X e S_Y) da confrontare poi con il riferimento proposto dalla Norma, esprimendo tutto in termini di pseudo-accelerazione.

$$S_{m,\text{geom}}(T) = \sqrt{S_X(T) \cdot S_Y(T)} \quad (\text{C.45})$$

È inoltre da notare che le analisi sono state eseguite su di un sistema 2-DOF a comportamento simmetrico in tutte le direzioni (Z-assialsimmetrico). Nella realtà invece molti sistemi antisismici tendono ad avere un differente comportamento in funzione della direzione considerata. Allo scopo di fissare le idee, si pensi ad un sistema sismo-resistente “debole” lungo la direzione X. Se si tiene conto di una storia di accelerazione caratterizzata da una sollecitazione più marcata lungo Y, potrebbe accadere che le analisi potrebbero addirittura essere inutili in quanto non colgono la debolezza presente. Ancora più dannoso potrebbe essere il caso in cui, nella realtà, accada un evento che invece va proprio a sollecitare la struttura secondo la sua direzione più debole portando, come è ovvio, ad importanti danni non contemplati nell'analisi della risposta. Si potrebbe addirittura arrivare a parlare di “orientamento” del sistema resistente rispetto alla direzione del sisma che ne potrebbe, in caso positivo, salvaguardare l'integrità e, al contrario, causare il collasso.

Per concludere, si può certamente affermare che l’analisi time history deve necessariamente fare uso di un input sismico coerente e che riesca a mettere in evidenza tutte le possibili casistiche che si possono presentare durante un reale evento sismico. Molto c’è ancora da indagare al fine di poter contare su un reale metodo di selezione/generazione degli accelerogrammi a cui sottoporre le strutture sismo-resistenti quando queste siano analizzate nello spazio tridimensionale. Per quanto introdotto nei paragrafi precedenti, ad esempio, per gli accelerogrammi generati spettro compatibili, si potrebbe adottare sia la regola delle combinazioni delle accelerazioni ossia, una volta fissato un gruppo di accelerogrammi, si può considerare tutte le possibili casistiche al fine di individuare la condizione più gravosa. Altrimenti, con un approccio più praticabile, si potrebbe assumere un set di accelerogrammi (a due componenti ortogonali con massimo concorde al verso della direzione fissata) e poi rotare la coppia con un incremento di angolo fissato a priori variandolo tra 0 e 2π . Questo dovrebbe, almeno in teoria, prevedere tutte le possibili casistiche al variare della direzione di analisi.

C.7. Valutazione della risposta nel caso 3D mediante l’analisi statica non lineare

Per quanto detto fino qui, non è possibile, in generale, trovare un inviluppo alle casistiche di analisi dinamica non lineare facendo uso soltanto di concetti di compatibilità spettrale su sistemi SDOF. Al contrario, l’analisi statica non lineare permette di dare un comportamento direzionale del sistema che si trova ad analizzare. Tale metodologia era già nota nelle metodologie POR in cui l’analisi, che era l’embrione dell’analisi pushover, era fatta per fissare direzioni. Adottando tale criterio anche nel caso della pushover energetica, si può ragionare come segue. Fissata la direzione di spinta, è possibile, mediante l’analisi pushover basata su criteri energetici, determinare la soluzione al problema una volta fissato lo spettro di domanda sismica. Facendo questo per tutte le direzioni, è possibile avere una idea di quale sia la direzione più “debole” e quella più “forte” dell’intero sistema sismo-resistente. In un certo senso è possibile trovare per la struttura, e questo può essere fatto anche piano per piano, un’ellisse centrale di inerzia, come si fa per le sezioni nella Scienza delle Costruzioni, caratteristica che ne permette l’immediata comprensione in termini di resistenza. Inoltre, dato che con la pushover è possibile trovare la direzione di spinta peggiore, questo risultato può anche essere utilizzato nelle analisi dinamiche non lineari. In pratica si determina, sia per la struttura mediante la pushover che per gli accelerogrammi con l’analisi dinamica non lineare spettrale, la direzione più gravosa. Sarà poi il passo successivo “ruotare” le storie di accelerazione proprio per sollecitare il sistema là dove proprio questo è più debole, creando sicuramente uno dei peggiori scenari di analisi per il sistema eccitato da input sismico.

