

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Аль-Дорихим Рамзи Авад

Содержание

Цель работы.....	1
Задание №43.....	1
Выполнение лабораторной работы.....	2
Постановка задачи.....	2
Код программы.....	4
Построение траектории движения и точки пересечения.....	5
Выводы.....	9
Список литературы.....	10

Цель работы

В данной лабораторной работе нам предстоит научиться решать задачу о погоне, строить графики траектории движения в Scilab, выводить уравнение, описывающее движение.

Задание №43

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,2 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения:

$$t_0 = 0, x_{л0} = 0$$

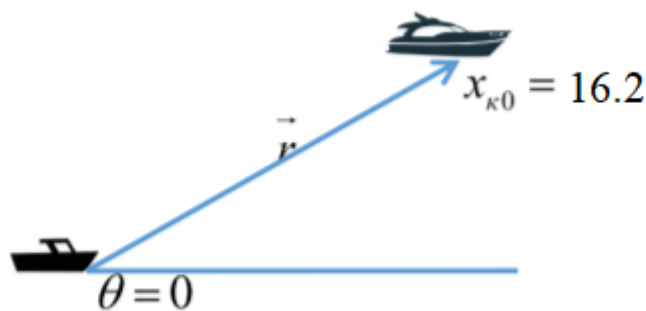
Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки:

$$x_{к0} = 16.2$$

2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров,

$$x_{л0}(\theta = x_{л0} = 0)$$

а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис.01)



3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер — $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как

$$x/v$$

или

$$k - x/4v$$

во втором случае

$$k + x/4v.$$

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

в первом случае

$$\frac{x}{v} = \frac{16.2 - x}{4v}$$

во втором случае

$$\frac{x}{v} = \frac{16.2 + x}{4v}.$$

Отсюда мы найдем два значения

$$x_1 = \frac{16.2}{3}$$
$$x_2 = \frac{16.2}{5}$$

, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки V . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие :

— радиальная скорость

$$v_r$$

— тангенциальная скорость.

$$v_\tau$$

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса:

$$v_r = \frac{dr}{dt}.$$

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$$\frac{dr}{dt} = v.$$

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна

$$v_\tau = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

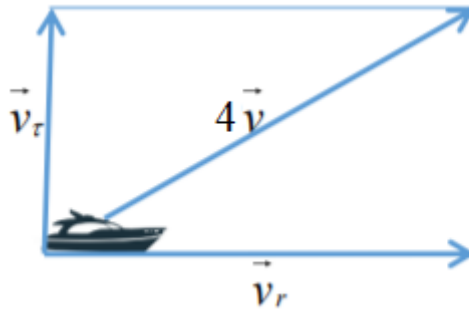
Из рисунка (рис.02) видно:

$$v_\tau = \sqrt{16v^2 - v^2} = \sqrt{15}v$$

(учитывая, что радиальная скорость равна v).

Тогда получаем

$$r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{15}v$$



6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{15}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{15}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Код программы

Данная лабораторная работа выполнялась в программе Scilab 6.1.1.

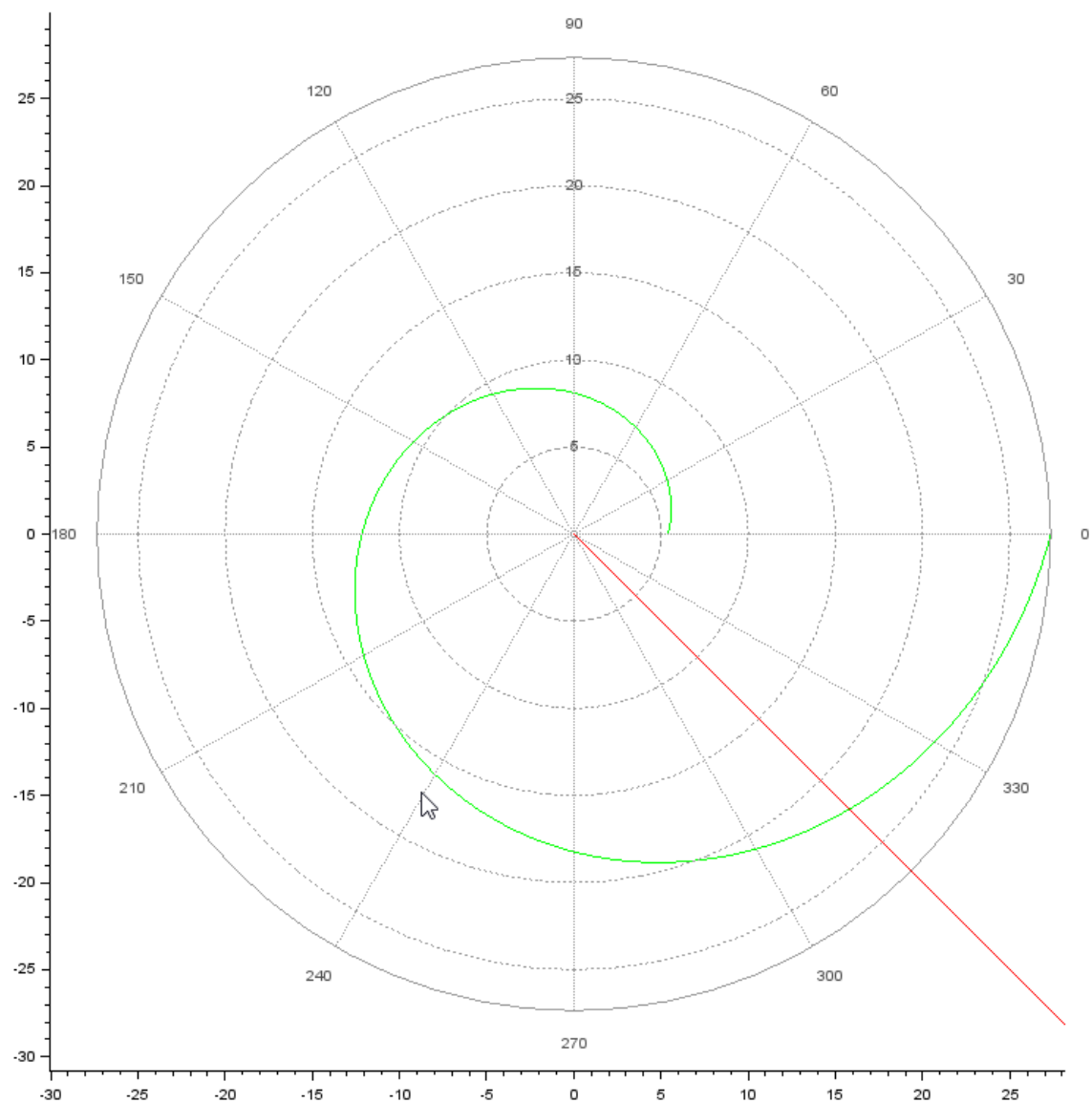
Код представлен ниже. (рис.03)

```
*lab02.sce
1 //Лабораторная работа №2, вариант 43.
2
3 //начальные условия в случае 1
4 //r0=16.2/3;
5 //tetha0=0;
6
7 //начальные условия в случае 2
8 r0=16.2/5;
9 tetha0 = -%pi;
10
11
12 fi=3*%pi/4;
13 tetha=tetha0:0.001:2*%pi;
14 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
15 t=0:1:800;
16
17 //функция, описывающая движение катера береговой охраны
1 function dr=f(tetha, r)
2     dr=r/sqrt(15);
3 endfunction;
21 //функция, описывающая движение лодки браконьеров
1 function xt=f2(t)
2     xt=tan(fi)*t;
3 endfunction
25
26 // Построение траектории движения катера (зеленый) и лодки (красный)
27 polarplot(tetha,r,style = color('green'));
28 plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
29
```

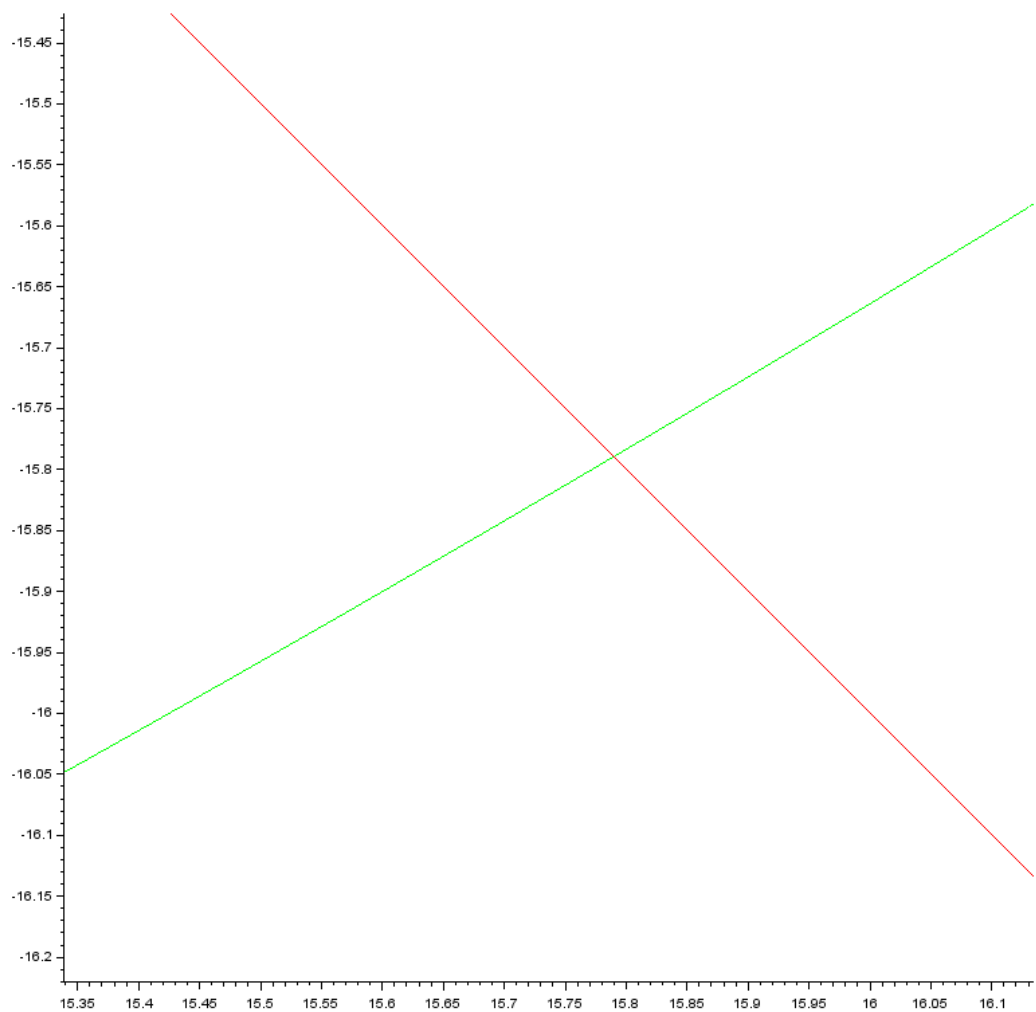
Построение траектории движения и точки пересечения

Графики движения и точки пересечения. Зелёным цветом — охрана, красным — браконьеры.

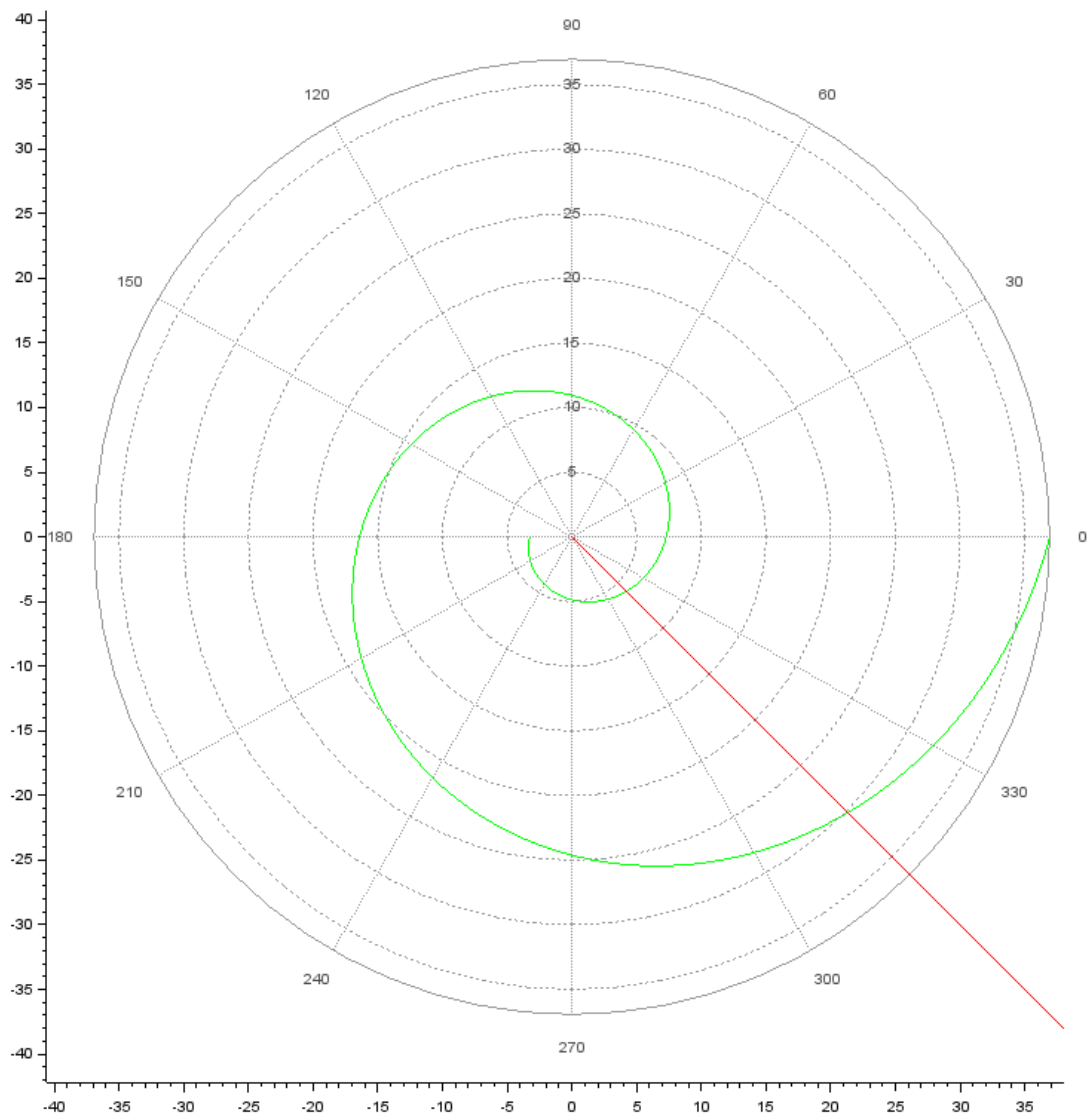
Случай первый. (рис.04)



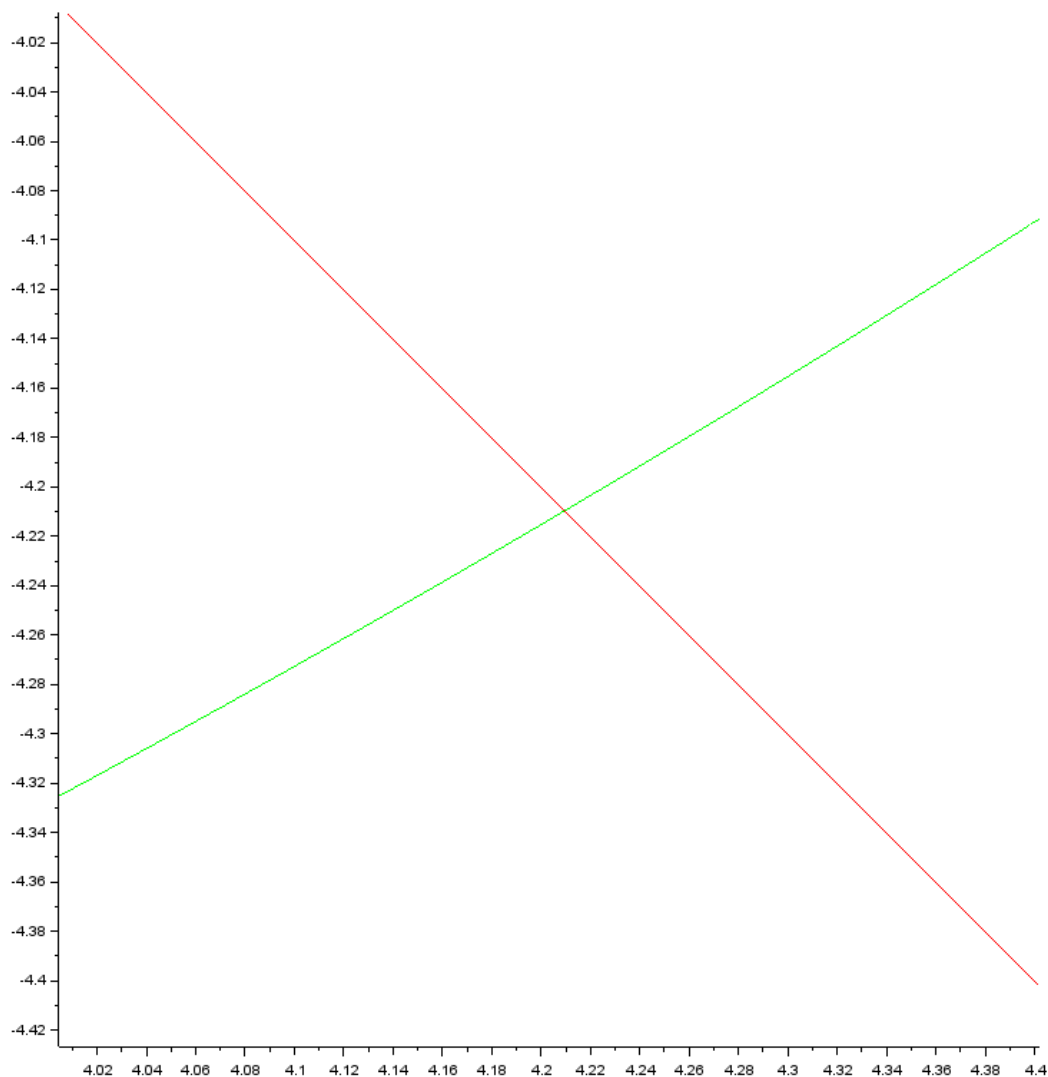
Точка пересечения. (рис.05)



Случай второй. (рис.06)



Точка пересечения. (рис.07)



Выводы

1. Записал уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построил траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Нашел точку пересечения траектории катера и лодки
4. Научился решать задачу о погоне, строить графики в Scilab.

Список литературы

Кулябов Д.С "Лабораторная работа №2": https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343800/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%201.pdf