

NetworkX – Riassunto schematico su Grafi, Cammini e Algoritmi

1. Cammini (Paths)

- Un cammino è una sequenza di vertici collegati da archi.
- Peso di un cammino = somma dei pesi degli archi.
- Cammino minimo tra u e v : cammino con peso minimo.
- $d(u,v) =$ peso del cammino minimo; $d(u,v)=\infty$ se v non è raggiungibile.

2. Problemi di Shortest Path

- Single-Source Shortest Path (SSSP): da una sorgente a tutti.
- All-Pairs Shortest Path (APSP): tra tutte le coppie.
- Si può voler trovare: solo il peso minimo o anche il cammino.
- Rappresentazione: distanza $d[v]$ + predecessore $p[v]$.

3. Relaxation

- Tecnica base degli algoritmi di shortest path.
- Se $d[v] > d[u] + w(u,v)$, allora aggiorna $d[v]$ e $p[v]$.
- Garantisce stime sempre \geq del valore reale.
- Quando $d[v] =$ valore ottimo, non cambia più.

4. Algoritmi di Shortest Path

- BFS: grafi non pesati, $O(V+E)$.
- Dijkstra: pesi ≥ 0 , greedy, $O(E + V \log V)$.
- Bellman-Ford: ammette pesi negativi, rileva cicli negativi, $O(V \cdot E)$.
- Floyd-Warshall: APSP, $O(V^3)$.

5. Implementazioni NetworkX – Shortest Path

- `nx.shortest_path(G,u,v)`: cammino minimo (non pesato).
- `nx.dijkstra_path(G,u,v,weight)`: cammino minimo pesato.
- `nx.single_source_dijkstra(G,s)`: distanze + cammini.
- `nx.floyd_marshall(G)`: dizionario distanze APSP.
- `nx.all_pairs_bellman_ford_path(G)`: cammini APSP.

6. BFS – Breadth First Search

- Visita per livelli a partire dalla sorgente.
- Usa una coda (FIFO).

- Produce un BFS tree.
- Calcola cammini minimi nei grafi non pesati.

7. DFS – Depth First Search

- Visita in profondità.
- Usa stack o ricorsione.
- Utile per: componenti, cicli, DAG, topological sort.
- Produce un DFS tree.

8. BFS vs DFS

- BFS: per livelli, shortest path non pesato.
- DFS: struttura del grafo.
- Entrambi hanno complessità $O(V+E)$.

9. Cicli nei grafi

- Ciclo: cammino chiuso.
- Ciclo Euleriano: usa ogni arco una sola volta.
- Ciclo Hamiltoniano: visita ogni vertice una sola volta.
- TSP: ricerca del ciclo Hamiltoniano minimo (NP-completo).

10. Condizioni Euleriane

- Grafo connesso.
- Ciclo Euleriano \Leftrightarrow tutti i vertici hanno grado pari.
- Cammino Euleriano \Leftrightarrow al più due vertici di grado dispari.

11. NetworkX – Cicli

- `nx.is_eulerian(G)`: verifica ciclo euleriano.
- `nx.eulerian_circuit(G)`: restituisce il ciclo.
- Per Hamilton: nessun algoritmo efficiente generale.

12. NetworkX – Strutture Dati

- Nodi: qualsiasi oggetto hashable.
- Archi: tuple con attributi.
- Struttura: dizionario di dizionari.
- Supporto per Graph, DiGraph, MultiGraph.

13. Operazioni comuni

- `g[u][v]`: attributi arco.

- for n in g: itera sui nodi.
- g.nodes(), g.edges().
- successors(), predecessors() per grafi diretti.

14. Traversal in NetworkX

- nx.bfs_tree, nx.bfs_edges.
- nx.dfs_tree, nx.dfs_edges.
- Traversal = visita sistematica del grafo.