Celeste Bazzi:S4840738 Luca Comparini:S4184885 Eugenio Pallestrini:S4878184

ALGEBRA LINEARE E ANALISI NUMERICA RELAZIONE LABORATORIO1

ESERCIZIO 1:

Il primo esercizio richiede di eseguire i seguenti calcoli in aritmetica di macchina a doppia precisione:

- (a+b)+c
- a+(b+c)

Si pone a= (d0 +1)·10^{i}, con i = 0,1,...,6, b = (d1 +1)·10^{20}, c = −b, dove d0 e d1 corrispondono rispettivamente l'ultima e la penultima cifra del numero di matricola del primo componente del gruppo, ovvero Celeste Bazzi 4840738.

Quindi avremo un ciclo for che va da 0 a 6:

1° iterazione

a: 9

b:4e+20

c:-4e+20

2° iterazione

a: 90

b:4e+20

c:-4e+20

3° iterazione

a: 900

b:4e+20

c:-4e+20

…

Aumentando ogni giro a, ovvero 9 di *10^i.

Dopodiché si andrà a calcolare in aritmetica di macchina a doppia precisione, cioè utilizzando variabili di tipo double.

Si può osservare che nel primo calcolo, (a+b)+c , avremo una cancellazione intrinseca nel problema che amplificherà l'errore portando a problemi di approssimazione, questo a causa del fatto che a+b genera un modulo vicino a c e quando quest'ultimo sarà sommato si avrà una cancellazione. La cancellazione porta ad un aumento dell'errore e causa una perdita di cifre.

Mentre in a+(b+c) anche se b e c sono gli opposti, nel calcolo non avviene alcuna cancellazione questo perchè i due membri hanno lo stesso modulo e perciò non presentano problemi di approssimazione.

Delineato ciò possiamo arrivare alla conclusione è che il risultato più preciso è dato da a+(b+c).

ESERCIZIO 2:

Il secondo esercizio richiede di implementare un programma che permetta di calcolare fN(x) per il punto x e il grado N dati in input, considerando gli algoritmi "il Polinomio di Taylor" e "la funzione exp della libreria ANSI math.h", confrontando i risultati ottenuti per fN (x) tramite errore relativo e assoluto.

Il polinomio di Taylor fornisce un'approssimazione abbastanza accurata per i valori positivi di x e quando i gradi dell'algoritmo sono alti, si ottiene un valore molto vicino a quello atteso.

Invece per i punti x negativi, ovvero -0.5 e -30 sono stati usati i seguenti metodi:

Nel primo metodo il polinomio di Taylor viene applicato direttamente alle x negative e ciò ha evidenziato un'inefficienza nell'approssimazione. Per x che vale -30 e grado 100 il polinomio di Taylor vale -4.82085e-06 con un errore relativo pari a -5.15179e+07, che è differente da quello atteso, 9.35762e-14. Questo risultato è dato dall'inefficacia dell'approssimazione e alla cancellazione numerica avvenuta nella sommatoria del polinomio, in cui la somma dei termini positivi è modulo uguale alla somma di quelli negativi.

Mentre nel secondo metodo il polinomio di Taylor viene applicato alle x positive calcolando il reciproco, difatti l'esponenziale di x si può esprimere come reciproco dell'esponenziale di -x.

Questo metodo a differenza del primo fornisce una buona approssimazione, per x che vale -30 e grado 100 il polinomio di Taylor vale -3.78653e-29 con un errore relativo di -4.04647e-16 e ponendo a confronto il modulo dell'errore nei due metodi è evidente il miglioramento dell'approssimazione.

ESERCIZIO 3:

Il terzo esercizio richiede di implementare un programma che permetta di determinare la precisione di macchina sia in singola quindi verranno usati tipi float, che in doppia precisione e perciò saranno utilizzati tipi double.

La precisione di macchina eps è il valore positivo eps = 2−d, dove d è il più grande intero positivo tale che 1 + 2−d > 1, questo vuol dire che quando l'espressione è uguale a 1, allora 2^{-d} è minore della precisione di macchina. Per trovare il risultato corretto è sufficiente diminuire di 1 d.

OUTPUT del Labo1

Nella cartella di consegna vi è una cartella output contenenti gli output dei 3 esercizi.