Laboratorio 1 (Alan)

Calcolo numerico: Aritmetica di macchina e stabilità numerica.

Componenti gruppo: Bruzzone Ilaria (S4844842), Rottigni Filippo(S4795353).

<u>ESERCIZIO 1</u>

In questo esercizio considero il numero di matricola del primo componente del gruppo, in ordine alfabetico, e utilizzo due variabili denominate d_0 e d_1. Successivamente, eseguo i calcoli di macchina a doppia precisione utilizzando variabili di tipo double:

- (a+b)+c;
- a+(b+c);

Output programma:

Quando i vale: 0

risultato di (a+b)+c:0

risultato di a+(b+c)3

Quando i vale: 1

risultato di (a+b)+c:0

risultato di a+(b+c)30

Quando i vale: 2

risultato di (a+b)+c:0

risultato di a+(b+c)300

Quando i vale: 3

risultato di (a+b)+c:0

risultato di a+(b+c)3000

Quando i vale: 4

risultato di (a+b)+c:0

risultato di a+(b+c)30000

Quando i vale: 5

risultato di (a+b)+c:327680

risultato di a+(b+c)300000

Quando i vale: 6

risultato di (a+b)+c:3.01466e+06

risultato di a+(b+c)3e+06

<u>Osservazione Output:</u>

- Per i <=4, notiamo che il risultato di (a+b)+c non cambia per via delle cancellazioni. Al contrario, il risultato ottenuto dal calcolo a+(b+c) non rimane invariato.
- -Per i >5 && i<=6: dati valori alti, per via delle cancellazioni, notiamo che i risultati di (a+b)+c e a+(b+c) aumentano fino ad “esplodere”.

In conclusione, il risultato corretto tra i due calcoli è quello di a+(b+c).

<u>Esercizio 2</u>

Prima di svolgere l'esercizio seguente, abbiamo bisogno di un polinomio denominato **polinomio di Taylor**, il quale ha il compito di approssimare una funzione difficile da trattare. In altre parole, questa formula approssima il comportamento di una funzione f(x) con un opportuno polinomio di grado N, i cui coefficienti dipendono da f. Inoltre, l'approssimazione della funzione dipenderà dal grado N del polinomio: *tanto più alto è il grado N del polinomio, tanto più precisa sarà l'approssimazione.*

Definita la formula, possiamo svolgere l'esercizio:

Questo esercizio richiede di fissare un intero positivo N, calcolare $f_n(x)$ per il punto x e il grado N dati in input, implementando due algoritmi:

- Algoritmo 1:
  - determino approssimazione di f(x) per il punto x=0.5 ed il punto x=30:

Approssimazione di f(x)=e^x con x=0.5: ***1.64872***

Approssimazione di f(x)=e^x con x=30: ***1.06865e+013***

*Approssimazione di f(x)= e^x con x=****-0.5: 0.606531***

Approssimazione di f(x)=e^x con x=-30: ***9-35762e-14***

e valuto il polinomio di Taylor per N=3,10,50,100,150.

Output:

```
-----------------------Valuto fn(x) per val_N-----------------------------------
 ALGORITMO 1:
N vale: 3
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 0.5: 1.64583
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 30: 4981

N vale: 10
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 0.5: 1.64872
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 30: 2.3883e+08

N vale: 50
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 0.5: 1.64872
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 30: 1.06833e+13

N vale: 100
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 0.5: 1.64872
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 30: 1.06865e+13

N vale: 150
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 0.5: 1.64872
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = 30: 1.06865e+13
```

Successivamente, ripeto l'esercizio con due valori diversi x= -0.5 e x= -30.

Laboratorio 1 (Alan)

```
----------------------Ripeto esercizio precedente con valori opposti-----------
N vale: 3
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -0.5: 0.604167
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -30: -4079
N vale: 10
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -0.5: 0.606531
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -30: 1.21255e+08
N vale: 50
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -0.5: 0.606531
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -30: 8.78229e+08
N vale: 100
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -0.5: 0.606531
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -30: -6.0466e-05
N vale: 150
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -0.5: 0.606531
valore ottenuto calcolando il polinomio di Taylor per x = -30: -6.0466e-05
```

Osservazione: possiamo notare che per i valori >0, ovvero 0.5 e 30, abbiamo un risultato preciso grazie all'utilizzo del polinomio di Taylor. Inoltre, quando N vale 100 e 150 si ottiene un valore vicino a quello atteso.

- Algoritmo 2:

▪ calcolo il reciproco di valori -0.5 e -30.

Output:

```
ALGORITMO 2
------------------------Calcolo reciproco----------------------
Reciproco per x = 0.5: 0.607595
Reciproco per x = 30: 0.000200763
Reciproco per x = -0.5: 1.65517
Reciproco per x = -30: -0.000245158
Reciproco per x = 0.5: 0.606531
Reciproco per x = 30: 4.18709e-09
Reciproco per x = -0.5: 1.64872
Reciproco per x = -30: 8.24709e-09
Reciproco per x = 0.5: 0.606531
Reciproco per x = 30: 9.36041e-14
Reciproco per x = -0.5: 1.64872
Reciproco per x = -30: 1.13865e-09
Reciproco per x = 0.5: 0.606531
Reciproco per x = 30: 9.35762e-14
Reciproco per x = -0.5: 1.64872
Reciproco per x = -30: -16538.2
Reciproco per x = 0.5: 0.606531
Reciproco per x = 30: 9.35762e-14
Reciproco per x = -0.5: 1.64872
Reciproco per x = -30: -16538.2
-----------------------------------------------------
```

STAMPO ERRORI RELATIVI E ASSOLUTI per 0.5 E 30 '

N vale: 3

errore assoluto 0.5:-0.00288794

errore assoluto 30:-1.06865e+13

errore relativo 0.5:-0.00175162

errore relativo 30:-1

N vale: 10

errore assoluto 0.5:-1.27627e-11

errore assoluto 30:-1.06862e+13

errore relativo 0.5:-7.74096e-12

errore relativo 30:-0.999978

N vale: 50

errore assoluto 0.5:-4.44089e-16

errore assoluto 30:-3.18471e+09

errore relativo 0.5:-2.69354e-16
errore relativo 30:-0.000298013
N vale: 100
errore assoluto 0.5:-4.44089e-16
errore assoluto 30:0.00390625
errore relativo 0.5:-2.69354e-16
errore relativo 30:3.65532e-16
N vale: 150
errore assoluto 0.5:-4.44089e-16
errore assoluto 30:0.00390625
errore relativo 0.5:-2.69354e-16
errore relativo 30:3.65532e-16
STAMPO ERRORI RELATIVI E ASSOLUTI per -0.5 E -30 '
N vale: 3
errore assoluto -0.5:0.00106428
errore assoluto -30:0.000200763
errore relativo -0.5:0.0017547
errore relativo -30:2.14545e+09
N vale: 10
errore assoluto -0.5:4.69513e-12
errore assoluto -30:4.18699e-09
errore relativo -0.5:7.74097e-12
errore relativo -30:44744.2
N vale: 50
errore assoluto -0.5:1.11022e-16
errore assoluto -30:2.78952e-17
errore relativo -0.5:1.83045e-16
errore relativo -30:0.000298102
N vale: 100
errore assoluto -0.5:1.11022e-16
errore assoluto -30:-3.78653e-29
errore relativo -0.5:1.83045e-16
errore relativo -30:-4.04647e-16
N vale: 150
errore assoluto -0.5:1.11022e-16
errore assoluto -30:-3.78653e-29
errore relativo -0.5:1.83045e-16
errore relativo -30:-4.04647e-16

Osservazione: in questo caso, possiamo notare che i valori <0, ovvero -0.5 e -30 si distinguono in due modi:

- nel primo modo, si verifica un problema di cancellazione dovuto al fatto che nella formula del polinomio di Taylor, la somma dei valori negativi, attraverso il modulo, è uguale a quella del valori positivi. inoltre, si nota che l'errore relativo è ben diverso da quello atteso.
- Nel secondo modo, si verifica una buona approssimazione, poiché si utilizza il polinomio di Taylor ai valori positivi e si fa il reciproco.

Esercizio 3

Questo esercizio richiede di determinare la precisione di macchina e calcolare il valore sia in singola precisione che in doppia precisione.

I calcoli in doppia precisione richiedono più spazio (64 bit) in memoria ma hanno una maggiore precisione. Invece, quelli a precisione singola occupano meno spazio (32 bit) ma sono più precisi.

Output:

Singola precisione di macchina: 1.19209e-007

Doppia precisione di macchina: 2.22045e-16