

Relazione matlab:

Autovalori

Componenti: Bruzzone Ilaria (S4844842), Rottigni Filippo (S4795353).

Esercizio 1:

la richiesta di questo esercizio è di calcolare gli autovalori di A e B (matrice date) e confrontarli per mezzo dei comandi:

$V A = \text{eig}(A)$, $V B = \text{eig}(B)$, $\text{norm}(B - A)/\text{norm}(A)$ e $\text{norm}(V B - V A)/\text{norm}(V A)$.

Dopo aver calcolato ciò, ripeto l'esercizio per la coppia di matrici $A^t A$ e $B^t B$.

Procedimento:

1. Creazione matrici A e B:
La matrice A viene calcolata con il comando: $A = \text{diag}(\text{ones}(1, n-1), 1) + \text{eye}(n)$.
La matrice B è perturbata $\rightarrow B = A + E$ dove E è la matrice con tutti gli elementi nulli escluso $E(n, 1) = 2^{-n}$.
2. Calcolo autovalori di A e di B con comandi:
 $V A = \text{eig}(A)$, $V B = \text{eig}(B)$, $\text{norm}(B - A)/\text{norm}(A)$ e $\text{norm}(V B - V A)/\text{norm}(V A)$.
3. Ripeto gli esercizi per la coppia di matrici $A^t A$ e $B^t B$.

Osservazione:

ripetendo l'esercizio per la coppia di matrici $A^t A$ e $B^t B$ possiamo trovare una differenza tra gli autovalori per la coppia di matrici $B^t B$, invece per $A^t A$ no.

Esercizio 2

In questo esercizio, abbiamo bisogno di un grafo con n nodi e di una matrice A nxn tale che $(A)_{ij} = 1$ se il nodo j è connesso al nodo i, oppure $(A)_{ij} = 0$ se il nodo j non è connesso al nodo i.

Procedimento:

1. Abbiamo costruito una matrice di adiacenza del grafo A (La matrice delle adiacenze o matrice di connessione costituisce una particolare struttura dati comunemente utilizzata nella rappresentazione dei grafi finiti. Dato un qualsiasi grafo la sua matrice delle adiacenze è costituita da una matrice binaria quadrata che ha come indici di righe e colonne i nomi dei vertici del grafo)
2. Calcolato $D = \text{diag}(g_1, \dots, g_n)$ dove g_i è il numero degli archi uscenti dal nodo i e calcolato $G := A D^{-1}$, i suoi autovalori e i suoi autovettori.
3. Successivamente, prendendo come riferimento l'output del punto b abbiamo verificato che un'autovalore di G è uguale a 1 e tutti gli altri hanno modulo < 1 , esiste un autovettore x relativo a 1 le cui componenti sono comprese tra 0 e 1, per ogni autovalore il corrispondente autovettore ha componenti sia positive che negative.

Osservazioni:

La stazione che riceve più importanza è la numero 1 ovvero Milano, viceversa quelle che ne ricevono di meno sono la numero 2 e 8 cioè Pavia e Lecco.

Esercizio 3:

in questo esercizio, viene data la matrice A in cui abbiamo applicato il metodo delle potenze usando $(1,1,1)^t$ e $(3,10,4)^t$ come vettori iniziali.

Successivamente abbiamo approssimato l'autovalore di massimo modulo anche con il metodo delle potenze inverse e abbiamo confrontato la velocità di convergenza con l'esercizio precedente. In conclusione, abbiamo notato che il metodo delle potenze inverse converge più lentamente rispetto al metodo delle potenze.