Celeste Bazzi:S4840738 Luca Comparini:S4184885 Eugenio Pallestrini:S4878184

ALGEBRA LINEARE E ANALISI NUMERICA

RELAZIONE LABORATORIO 2

Esercizio 1

Ricordiamo di seguito la definizione di norma infinito di una matrice:

$$||A||_{\infty} = max_{i=1,..,n} \sum_{1=1}^{n} |a_{ij}|$$

A seguire le rappresentazioni in output delle matrici da definire insieme al valore della loro norma infinito.

a)

```
MATRICE A:
3 1 -1 0
0 7 -3 0
0 -3 9 -2
0 0 4 -10
```

$||A||_{\infty}$ = 14

```
MATRICE B:
2 4 -2 0
1 3 0 1
3 -1 1 2
0 -1 2 1
```

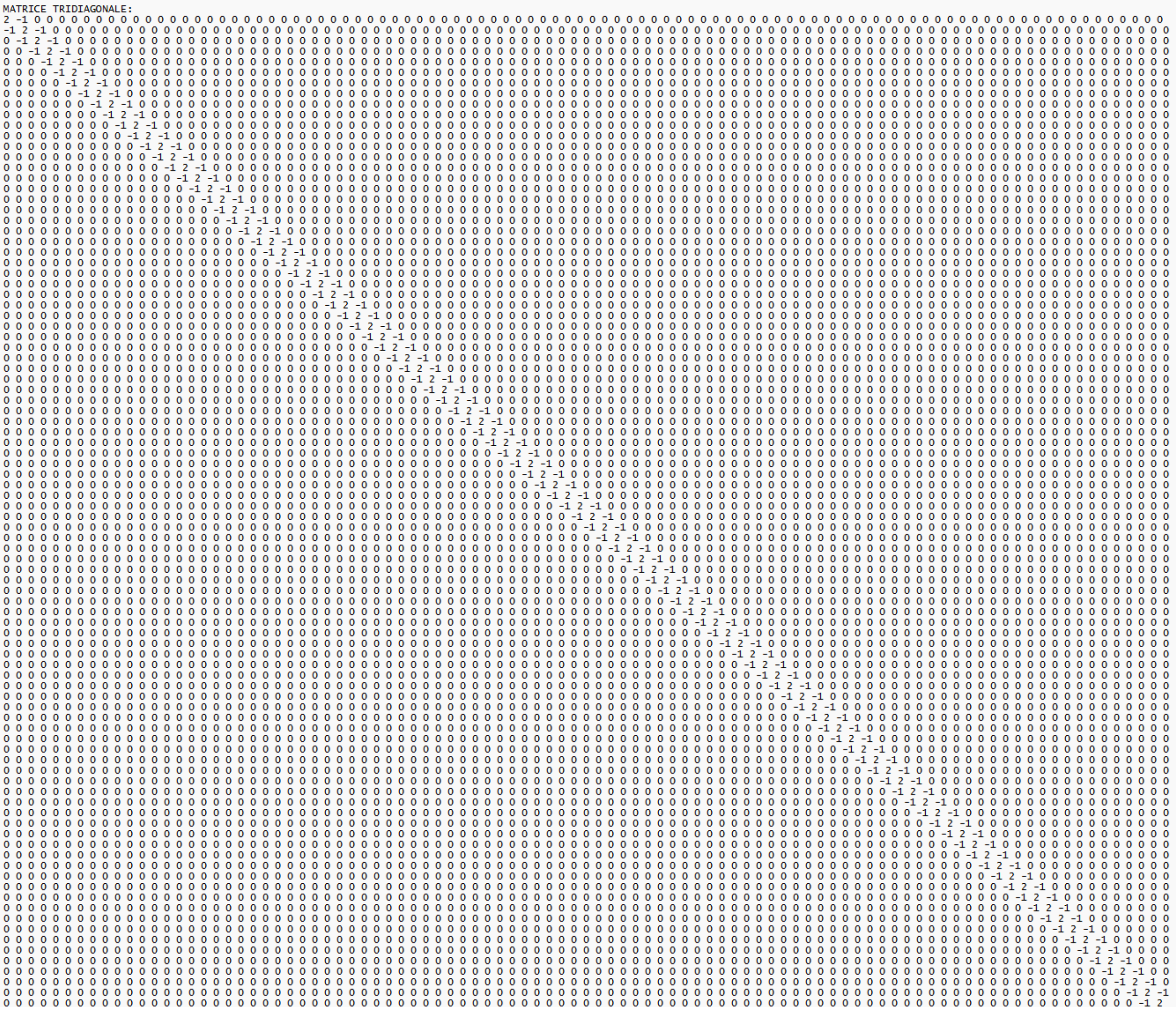
$||B||_{\infty}$ = 8

c)

```
MATRICE DI PASCAL:
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 3 6 10 15 21 28 36 45 55
1 4 10 20 35 56 84 120 165 220
1 5 15 35 70 126 210 330 495 715
1 6 21 56 126 252 462 792 1287 2002
1 7 28 84 210 462 924 1716 3003 5005
1 8 36 120 330 792 1716 3432 6435 11440
1 9 45 165 495 1287 3003 6435 12870 24310
1 10 55 220 715 2002 5005 11440 24310 48620
```

$||Pascal||_{\infty}$ = 92378

d)



$||Tridiagonale||_{\infty}$= 4

Esercizio 2

Le matrici A e B vengono inizializzate nel codice come vector di vector di tipo float per poi essere richiamate quando necessario. In questo modo le matrici A e B non debbano essere immesse dall'utente.
Il termine noto $b = A \cdot \bar{x}$ con $\bar{x} = (1,1, \dots ,1)^t$ è stato calcolato considerando il pivoting parziale per la riduzione delle matrici di dimensioni arbitrarie.
Successivamente viene realizzata la matrice perturbata moltiplicando la matrice di partenza con $\bar{x}$, attraverso la funzione prodotto_matrice. La funzione scambio che sostituisce l'equazione k-esima con una equazione r-esima tale che il valore assoluto di a_{ik} risulti il più grande tra tutti gli a_{ik} della sottomatrice (i=k,…,N).

Dopodiché viene calcolato il pivot ed eseguita la sostituzione all'indietro, i risultati del termine noto $b = A \cdot \bar{x}$, ovvero:

```
Risultato del sistema Ax=b1:
1 1 1 1
```

```
Risultato del sistema Bx=b2:
1 1 1 1
```

```
Risultato del sistema Px=b3:
0.889657 2.01476 -2.95937 9.80958 -11.4429 12.6291 -6.21429 3.87035 0.334513 1.06856
```

```
Risultato del sistema Tx=b4:
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.999999 0.999999 0.999999 0.999999 0.999999 0.999999 0.999999 0.999999
0.999999 0.999999 0.999999 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.999999 0.999999 0.999999 0.999999 0.999999
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
```

Esercizio 3

Dato:

$$\delta b = ||b||_\infty \cdot (-0.01, 0.01, -0.01, \dots, 0.01)^t$$

Procediamo alla risoluzione del sistema lineare $A\bar{x} = b + \delta b$ per ognuna delle matrici.

La perturbazione del termine noto b porterà a risultati differenti:

```
Risultato del sistema Ax=b1+δb1:
0.975868 1.0057 0.993306 0.991322
```

```
Risultato del sistema Bx=b2+δb2:
0.95 1.015 1.005 1.055
```

```
Risultato del sistema Px=b3+δb3:
329426 -3.09625e+06 1.24236e+07 -2.84855e+07 4.14708e+07 -3.99429e+07 2.55278e+07 -1.04598e+07 2.4965e+06 -264676
```

```
Risultato del sistema Tx=b4+δb4:
0.995053 1.00011 0.995158 1.00021 0.995263 1.00032 0.995368 1.00042 0.995473 1.00053 0.995579 1.00063
0.995684 1.00074 0.995789 1.00084 0.995894 1.00095 0.996 1.00105 0.996105 1.00116 0.99621 1.00126 0.996315
1.00137 0.99642 1.00147 0.996526 1.00158 0.996631 1.00168 0.996736 1.00179 0.996842 1.00189 0.996947 1.002
0.997052 1.0021 0.997157 1.00221 0.997262 1.00231 0.997367 1.00242 0.997472 1.00252 0.997577 1.00263 0.997683
1.00274 0.997789 1.00284 0.997894 1.00295 0.998 1.00305 0.998106 1.00316 0.998211 1.00326 0.998317 1.00337
0.998422 1.00347 0.998528 1.00358 0.998633 1.00369 0.998738 1.00379 0.998844 1.0039 0.998949 1.004 0.999054
1.00411 0.999159 1.00421 0.999264 1.00432 0.99937 1.00442 0.999475 1.00453 0.99958 1.00463 0.999685 1.00474
0.99979 1.00484 0.999895 1.00495
```

La matrice di Pascal ha elementi che variano significativamente da 1 a 48620, mentre le altre matrici hanno tutti valori molto vicini tra loro.
Infatti possiamo vedere, confrontando con i risultati dell'esercizio 2, che le soluzioni differiscono significativamente solo per la matrice di Pascal.

Il problema è quindi ben condizionato per le matrici A, B e Tridiagonale, mentre è mal condizionato per quella di Pascal.