Celeste Bazzi:S4840738 **Luca Comparini:S4184885** **Eugenio Pallestrini:S4878184**

ALGEBRA LINEARE E ANALISI NUMERICA

RELAZIONE LABORATORIO 4

Esercizio 1

Nel seguente esercizio procediamo alla costruzione della matrice matrice di dimensione m x 3 dove, nel caso del nostro gruppo, m=10(8+1)+3.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_m & x_m^2 \end{pmatrix}$$

Dove $x_i = \dfrac{i}{m}$ per i = 1,…,m

Abbiamo inserito gli elementi nella matrice tramite un doppio ciclo innestato.

Quindi ci siamo serviti della funzione svd data da Matlab per calcolare le decomposizioni ai valori singolari di A e A^t.

Dopo il calcolo visualizziamo i valori delle decomposizioni ai valori singolari di A e A^t che sono uguali e risultano essere:
11.4863
3.3799
0.4969

Successivamente abbiamo calcolato gli autovalori di AA^t ottenendo:
0.2469
11.4234
131.9351
I valori sarebbero 93 di cui gli ultimi 3 sono quelli riportati sopra, tutti gli altri sono pari a 0.

Successivamente siamo passati al confronto dei valori singolari di A con gli autovalori di A^tA e AA^t osservando che l'ordine degli indici cambia.

Per il confronto dell' immagine di A rispetto a A^t con la matrice dei vettori singolari sinistri di A rispetto a A^t abbiamo usato la funzione orth.

Nella cartella del laboratorio è presente un file di testo contenente i valori dell'immagine di A.

Mentre i valori dell'immagine di A^t risultano:

-0.8237	0.5517	-0.1308
-0.4629	-0.5212	0.7170
-0.3274	-0.6511	-0.6847

Confrontando il nucleo di A rispetto a A^t con la matrice dei vettori singolari destri di A rispetto a A^t tramite la funzione null possiamo constatare che si ottiene come nucleo di A una matrice vuota.

Mentre come nucleo di A^t una matrice di 94 righe e 90 colonne.

Esercizio 2

Nel seguente esercizio abbiamo creato la matrice triangolare superiore B di ordine n, per valori di n crescenti, i cui elementi sono:

$$b_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad i = j \\ -1 & \text{se} \quad i < j \\ 0 & \text{se} \quad i > j \end{cases}$$

Per farlo abbiamo sviluppato un ciclo for così da aumentare la dimensione a ogni giro, partendo da n=5 fino a 20, è così possibile visionare gli effetti perturbato l'elemento $b_{n,1}$ della quantità -2^{2-n}.

Inoltre ad ogni ciclo for sono stati calcolati: valori singolari, condizionamento in norma 2 e gli autovalori della matrice perturbata. Dall'output riportato nel file output.txt possiamo notare che al crescere della dimensione della matrice, gli autovalori della matrice perturbata si avvicinano sempre di più allo zero.

Si può notare che è anche possibile calcolare il rango della matrice di partenza e questo perchè è pari al numero di valori singolari non nulli.

Esercizio 3

La prima parte del codice di questo esercizio è una ripetizione di codice del primo esercizio, necessaria alla creazione della matrice A.

A seguire abbiamo operato i calcoli richiesti sul sistema $Ac = y$:

Risoluzione di Ac = y con SVD

-0.0079
1.0937
-0.2378

Risoluzione di Ac = y tramite la funzione di Matlab qr

-0.0079
1.0937
-0.2378

Risoluzione di Ac = y con $A^t Ac = A^t y$

-0.0079
1.0937
-0.2378

Risoluzione di Ac = y tramite comando Matlab $c = A\backslash y$

-0.0079
1.0937
-0.2378