

MonteCarloTrace

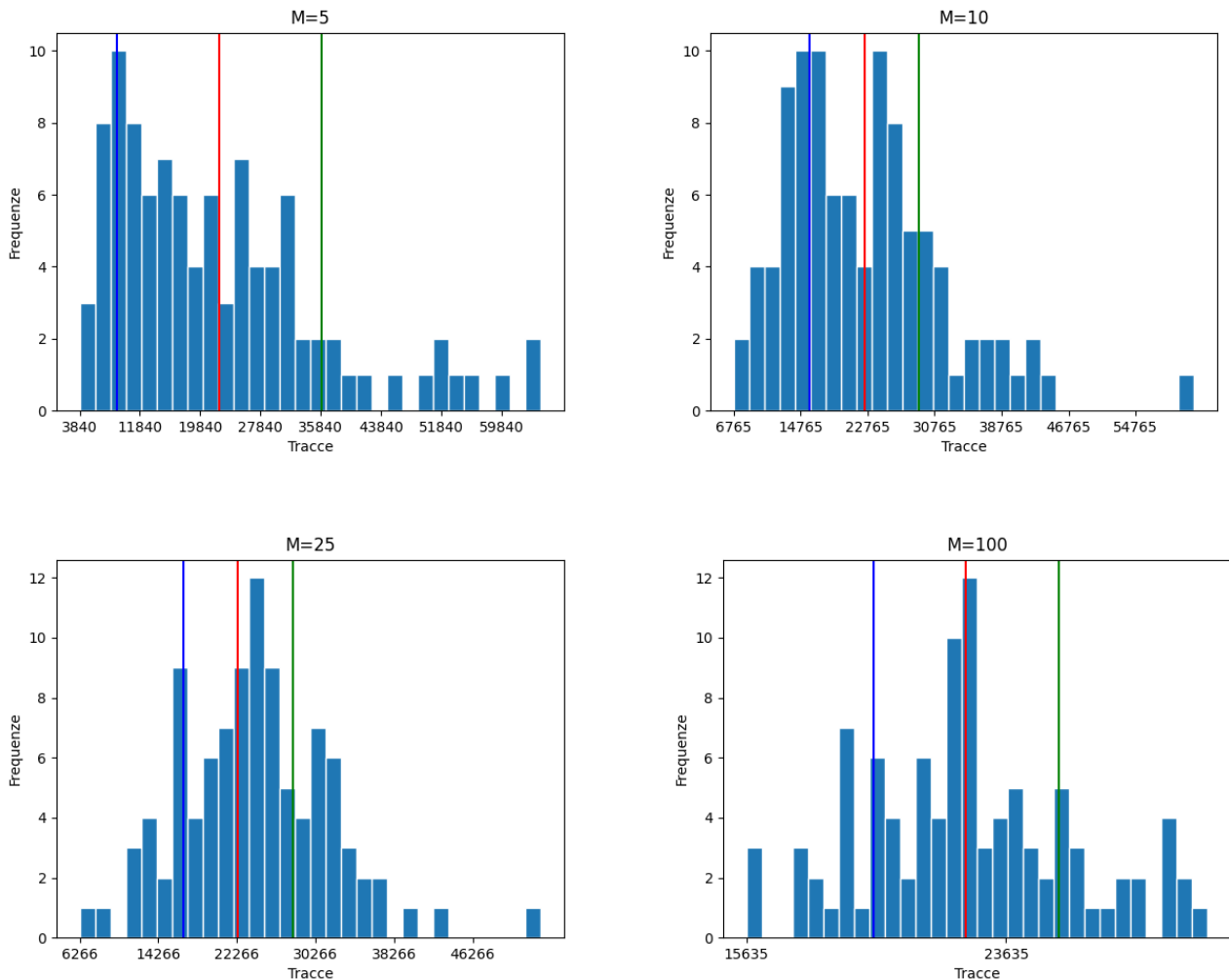
Nel laboratorio viene generata una matrice 300x300 B con l'obiettivo di calcolare la traccia di A ($\text{Tr}(A)$) che è data dal prodotto di B per B trasposto, utilizzando MonteCarloTrace per stimare 100 volte $\text{Tr}(A)$ con $M=5,10,25$ e 100, varianza campionaria della stima (σ^2_M) e la norma di Frobenius di A ($\|A\|_F$) ed infine costruire un istogramma con le stime ottenute.

Nel codice inizialmente viene creata la matrice B e successivamente la relativa trasposta e attraverso la funzione prodotto() viene calcolata la matrice di cui viene stimata la traccia effettiva con $\text{Tr}()$ e il suo valore viene inserito nel file "Traccia_confron.txt", che servirà per l'istogramma, poi viene calcolata la varianza della media campionaria.

Successivamente viene utilizzato MonteCarloTrace 100 volte, in cui si crea un vettore di rademacher (u), si ottiene X_m che è uguale a $u^T A u$ e successivamente si stima la traccia: $\langle X \rangle_m = \langle X \rangle_{m-1} + (X_m - \langle X \rangle_{m-1})/m$, infine viene calcolata la traccia media stimata e la varianza campionaria media della stima. Dopodiché viene calcolato il quadrato della norma di Frobenius e due volte il quadrato della norma di Frobenius fratto M.

```
Tr(A): 22516
Con M = 5:
La varianza della media campionaria è: 2.01963e+08
La traccia stimata media è: 22858.1
Il quadrato della norma di Frobenius è: 5.06282e+08
La varianza campionaria media della stima è: 2.98025e+07
Due volte il quadrato della norma di Frobenius fratto M equivale a: 2.02513e+08
Con M = 10:
La varianza della media campionaria è: 1.00981e+08
La traccia stimata media è: 21042.4
Il quadrato della norma di Frobenius è: 5.06282e+08
La varianza campionaria media della stima è: 1.37021e+07
Due volte il quadrato della norma di Frobenius fratto M equivale a: 1.01256e+08
Con M = 25:
La varianza della media campionaria è: 4.03926e+07
La traccia stimata media è: 23003.8
Il quadrato della norma di Frobenius è: 5.06282e+08
La varianza campionaria media della stima è: 6.58879e+06
Due volte il quadrato della norma di Frobenius fratto M equivale a: 4.05025e+07
Con M = 100:
La varianza della media campionaria è: 1.00981e+07
La traccia stimata media è: 21947.4
Il quadrato della norma di Frobenius è: 5.06282e+08
La varianza campionaria media della stima è: 1.07556e+07
Due volte il quadrato della norma di Frobenius fratto M equivale a: 1.01256e+07
```

Dalla stampa a video è possibile osservare che al crescere di M la stima della traccia si avvicina al suo valore effettivo, tuttavia, dalla disuguaglianza di Chebyshev si vede che M dipende da $1/\varepsilon^2$ e richiesta una grande precisione, il numero M di esperimenti potrebbe risultare molto grande. Inoltre è possibile notare che la varianza della media campionaria risulta sempre inferiore alla norma di Frobenius al quadrato.



Gli istogrammi precedentemente riportati mostrano per ogni M le stime trovate e con le linee rosse, verdi, blu vengono evidenziate rispettivamente $\text{Tr}(\mathbf{A})$, $\text{Tr}(\mathbf{A}) + \sigma_M$, $\text{Tr}(\mathbf{A}) - \sigma_M$ e si può notare che al crescere di M le stime della traccia di \mathbf{A} vicino alla linea della traccia effettiva si ripetono più frequentemente.