

Università di Trieste

Laurea in ingegneria elettronica e informatica

Enrico Piccin - Corso di Fisica generale I - Prof. Pierre Thibault

Anno Accademico 2021/2022 - 1 Marzo 2022

Indice

1	Introduzione	2
1.1	Metodo scientifico	2
2	Unità e vettori	3
2.1	Grandezza fisica	3
2.2	Cifre significative e incertezza	3
2.2.1	Operazioni di base	4
2.3	Ordini di grandezza	4
2.4	Analisi dimensionale	5
2.5	Scalari e vettori	5
2.6	Prodotto con uno scalare	6
2.7	Somma vettoriale	6
2.8	Versori	6
2.9	Modulo e direzione	7
2.10	Prodotto scalare	8
3	Cinematica	9
3.1	Posizione e spostamento	9
3.2	Posizione in funzione del tempo	10
3.3	Velocità	11
3.4	Accelerazione	12
3.5	Moto uniformemente accelerato	14
3.5.1	Caduta libera dei gravi	16
3.5.2	Moto dei proiettili	17
4	Dinamica	18
5	Gravità	19
6	Energia	20
7	Moto dei sistemi	21
8	Corpi rigidi	22
9	Oscillazioni	23
10	Solidi e fluidi	24
11	Temperatura e calore	25
12	Il primo principio della termodinamica	26
13	Il secondo principio della termodinamica	27

1 Marzo 2022

1 Introduzione

La **Fisica** è lo studio della materia e delle sue interazioni. La **Fisica classica** è divisa in tre macroaree:

1. Meccanica classica
2. Termodinamica
3. Elettromagnetismo

La Fisica è organizzata in

- **Leggi:** relazioni fra grandezze fisiche
- **Principi:** affermazioni generali da reputare vere
- **Modelli:** analogie o rappresentazioni pratiche su cui basare il proprio studio
- **Teoria:** insieme di leggi, principi e modelli

1.1 Metodo scientifico

Il **metodo scientifico** si basa su **osservazioni** della realtà circostante, a cui seguono delle **ipotesi**, ossia delle possibili spiegazioni dei fenomeni osservati, basati sulle osservazioni precedentemente formulate.

Dopo aver esposto le proprie ipotesi, esse devono essere verificate, mediante degli **esperimenti**, a cui seguono delle **analisi** dei risultati sperimentali ottenuti. Il processo di analisi viene seguito da delle **conclusioni** che “concludono” il metodo scientifico.

Naturalmente tale circuito non è chiuso, in quanto ciascuna di queste fasi può essere ripetuta più e più volte. La parte più importante di tale *metodo scientifico* è la dimostrazione, così come la verifica tramite **sperimentazioni** delle proprie ipotesi, in quanto le ipotesi devono essere **sempre verificate**. Tale processo permette di sviluppare leggi e teorie con un fondamento concreto e solido.

Osservazione: Si osservi che **verificare un’ipotesi** non significa dimostrare che un’ipotesi è vera, ma **verificare che un’ipotesi può essere contraddetta**, ovvero ci si deve assicurare che una **teoria deve essere “falsificabile”**, ossia che può essere dimostrato che essa sia falsa.

2 Unità e vettori

2.1 Grandezza fisica

Alla base della **Fisica** si pone il concetto di **grandezza fisica**. Non è facile, per esempio, definire che cosa sia il *tempo*; tuttavia, la soluzione più immediata è quella che prevede di definire la misura del tempo come ciò che si riesce a misurare tramite, per esempio, un orologio.

Si parla, in tale caso, di **definizione operativa**:

DEFINIZIONE OPERATIVA

Una grandezza fisica è definita solo dalle operazioni necessarie per misurarla.

Inoltre, le grandezze fisiche si esprimono in termini di un **campione**, il quale prende il nome di **unità**.

In Fisica, inoltre, si distinguono due diverse categorie di grandezze fisiche:

1. Grandezze fisiche fondamentali
2. Grandezze fisiche derivate

Le **grandezze fisiche fondamentali** sono 3:

1. Tempo: il tempo presenta come unità il **secondo** (s) che, dal 1967, è stato definito come

9192631170 volte il periodo di oscillazione di una risonanza dell'atomo di Cesio ^{133}C

Prima di tale data, il secondo era definito come una suddivisione del giorno, ma tale definizione era imprecisa: la terra non ruota sempre con la stessa velocità.

2. Lunghezza: la lunghezza presenta come unità il **metro** (m), il quale viene definito come

$\frac{1}{299782458}$ la distanza percorsa dalla luce in 1 s

Prima di tale definizione, il metro era definito come $\frac{1}{10000}$ la distanza tra equatore e polo. La nuova definizione, tuttavia, è più precisa, in quanto la velocità della luce è **costante**, fissata in quanto su tale costante si definisce il metro.

3. Massa: la massa presenta come unità il **chilogrammo** (kg), il quale viene definito in funzione della **costante di Planck** ($h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$). Prima di tale definizione, il chilogrammo era definito con riferimento ad un campione presente a Parigi e su cui si faceva riferimento per ogni misura di massa.

Le grandezze fisiche fondamentali permettono, poi, di definire le grandezze fisiche derivate, quale il **Volume**, la **Forza**, etc.

2.2 Cifre significative e incertezza

In Fisica, quando si effettuano delle misurazioni, deve essere sempre specificata la precisione e, dunque, l'incertezza. Infatti, **tutte le misure hanno un livello di incertezza**.

Per esempio

$$L = 1.82 \pm 0.02 \text{ m}$$

$$m = 3.5 \pm 0.1 \text{ kg}$$

Da notare che l'indicazione dell'incertezza è sempre (o quasi) data da una sola cifra: altrimenti si avrebbe incertezza nell'incertezza. L'indicazione dell'incertezza è la base della **fisica sperimentale**.

Nella pratica, tuttavia, l'indicazione dell'incertezza è ridondante e pesante. Per indicare il livello

di precisione si ricorre alle cifre significative.

Per esempio

$$L = 1.82 \text{ m} = 1.82 \pm 0.01 \text{ m}$$

$$m = 3.5 \text{ kg} = 3.5 \pm 0.1 \text{ kg}$$

2.2.1 Operazioni di base

Per la gestione delle cifre significative nelle operazioni di calcolo è importante tenere a mente che

- Moltiplicazione e Divisione: bisogna considerare come cifre significative del prodotto o del quoziente il più basso numero di cifre significative dei fattori o di dividendo e divisore.

Per esempio

$$1,1 \text{ m} \times 3.45 \text{ m} = 3.8 \text{ m}^2$$

in quanto il più basso numero di cifre significative dei fattori è 1.

- Addizione e Sottrazione: bisogna considerare come cifre significative della somma o differenza il più basso numero di decimali degli addendi o del minuendo e sottraendo.

Per esempio

$$1.1 \text{ m} - 12 \text{ cm} = 1.1 \text{ m} - 0.12 \text{ m} = 0.98 \text{ m} = 1.0 \text{ m}$$

in quanto il più basso numero di decimali tra minuendo e sottraendo è 1.

2.3 Ordini di grandezza

Molto spesso, nelle stime è importante non tanto la precisione delle misure, ma l'ordine di grandezza delle stesse, in modo tale da effettuare un macroconfronto utile per delle valutazioni pratiche e veloci.

Lo scopo, quindi, dell'impiego degli ordini di grandezza è quello di effettuare dei calcoli veloci e, quindi, delle stime. Più precisamente:

ORDINE DI GRANDEZZA

L'ordine di grandezza di una misura è la **potenza di 10 più vicina**.

Esempio: Un ingegnere deve fabbricare un nuovo pacemaker. Si stimi quanti battiti di cuore deve fare senza malfunzionamento. Per effettuare tale stima è necessario conoscere la *media dei battiti al secondo* e *l'aspettativa di vita del soggetto*. Considerando, quindi, come media dei battiti $m_B = 1$ battito/s e come aspettativa di vita $a_V = 60$ anni. La stima selectlanguage

$$m_B \times a_V \times \pi \times 10^7 \text{ s/anno} = 1 \text{ battito/s} \times 60 \text{ anni} \times \times 10^7 \text{ s/anno} = 2 \times 10^9 \text{ battiti}$$

2 Marzo 2022

Il metodo scientifico permette di **falsificare una teoria**, quindi non è vero che permette di validare una teoria senza ambiguità.

2.4 Analisi dimensionale

Il concetto di **unità** è estremamente importante per parlare di **analisi dimensionale**. In particolare

$$A = B$$

non può essere valido e corretto formalmente se A e B hanno unità diverse. Questo è molto intuitivo per le grandezze fisiche fondamentali, ma quando si parla di grandezze derivate diventa un punto cruciale: tale concetto permette di validare anche delle possibili soluzioni di test.

Per esempio, l'unità di misura della costante di richiamo di una molla si può facilmente ricavare dalla formula della *forza di richiamo*:

$$F = k \cdot x$$

Da cui è immediato capire che

$$[k] = \frac{[F]}{[x]} = \frac{\text{kg m s}^{-2}}{m} = \text{kg s}^{-2}$$

2.5 Scalari e vettori

Di seguito si espone la definizione di **scalare**:

SCALARE

Uno **scalare** è una grandezza specificata da un numero + unità.
Per esempio la *lunghezza*, la *massa* o l'*energia*.

Mentre un **vettore** è:

VETTORE

Un **vettore** è una quantità definita da un valore e una direzione (e un verso, che può essere implicito nella definizione di direzione).

Tale definizione, tuttavia, pur essendo molto intuitiva, non risulta particolarmente pratica. Si potrebbe anche considerare un vettore come una **quantità con più valori associati**, ovvero una **lista di numeri a cui conferiamo un significato**.

Per esempio, in algebra un vettore viene indicato come segue

$$\vec{v} = (1, 2, 3)$$

a cui la fisica attribuisce un significato preciso: 1, 2 e 3 sono le componenti associate alle tre diverse dimensioni x , y e z . Il vettore di cui sopra, allora, si può scrivere come

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

Osservazione: Anche se tale definizione sembra identica alla definizione del **punto**, in realtà tale definizione è differente, in quanto

- un punto non ha una lunghezza;
- non è possibile eseguire la somma di due punti, etc.

2.6 Prodotto con uno scalare

Dato un vettore

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

e si considera uno scalare $a \in \mathbb{R}$, allora

$$a \cdot \vec{v} = (a \cdot v_x, a \cdot v_y, a \cdot v_z)$$

in cui il vettore $a \cdot \vec{v}$ è un vettore che

- presenta come lunghezza la lunghezza del vettore \vec{v} moltiplicata per $|a|$;
- presenta come direzione la stessa direzione del vettore \vec{v} ;
- presenta come verso lo stesso verso del vettore \vec{v} se $a \geq 0$, mentre avrà verso opposto se $a \leq 0$.

2.7 Somma vettoriale

Dati due vettori \vec{u} e \vec{v} , la loro somma viene eseguita graficamente tramite la **regola del parallelogramma**, o il metodo “punta-coda”:

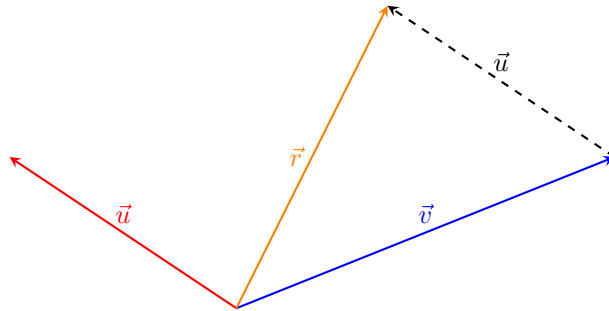


Figura 1: Somma vettoriale con il metodo “punta-coda”

Se \vec{u} e \vec{v} sono espressi nello stesso sistema di riferimento, allora è chiaro che la loro somma sarà data **componente per componente**, ovvero

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y, u_z + v_z)$$

2.8 Versori

Si definiscano tre versori come segue

$$\hat{i} = (1, 0, 0)$$

$$\hat{j} = (0, 1, 0)$$

$$\hat{k} = (0, 0, 1)$$

Allora qualsiasi vettore può essere scritto come

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = v_x \cdot \hat{i} + v_y \cdot \hat{j} + v_z \cdot \hat{k}$$

in cui, naturalmente, v_x , v_y e v_z sono le componenti di \vec{v} in direzione \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} . Naturalmente si scrive \hat{i} e non \vec{i} in quanto

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$$

essi, infatti, prendono il nome di **versori** o **vettori unità**.

2.9 Modulo e direzione

Di seguito si espone la definizione di **modulo di un vettore**:

MODULO DI UN VETTORE

Il modulo di un vettore è la sua “lunghezza geometrica” e si indica come segue

$$v = |\vec{v}|$$

È chiaro che il modulo può essere **positivo o nullo**, mai negativo. In termini di componenti il modulo si calcola come segue

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Per esempio, si calcoli il modulo del vettore

$$\hat{n} = \frac{\vec{v}}{v}$$

ovviamente si procede come segue

$$\left| \frac{\vec{v}}{v} \right| = \frac{1}{|v|} \cdot |\vec{v}| = \frac{v}{v} = 1$$

Ecco che allora tale vettore è a tutti gli effetti un versore in direzione \vec{v} , in quanto di modulo 1. Questo fa capire come si possa definire un versore associato a qualunque vettore: basta dividere il vettore per il suo modulo.

Mentre di seguito si espone la definizione di **direzione di un vettore**:

DIREZIONE DI UN VETTORE

La direzione di un vettore (e anche il suo verso) è definita, in due dimensioni, come l'angolo θ che il vettore descrive con il semiasse positivo delle ascisse.

È immediato osservare che

$$v_x = v \cdot \cos(\theta)$$

$$v_y = v \cdot \sin(\theta)$$

e si può verificare che

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v^2 \cdot \cos^2(\theta) + v^2 \cdot \sin^2(\theta)} = v \cdot \sqrt{\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)} = v$$

2.10 Prodotto scalare

Di seguito si espone la definizione di **prodotto scalare**:

PRODOTTO SCALARE

Il prodotto scalare tra due vettori \vec{v} e \vec{u} , in termini di componenti si definisce come segue:

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = v_x \cdot u_x + v_y \cdot u_y + v_z \cdot u_z$$

che è, naturalmente, uno scalare.

Analogamente si può interpretare il prodotto scalare tra due vettori \vec{v} e \vec{u} come il prodotto dei moduli per il **coseno** dell'angolo θ compreso tra i vettori stessi, ovvero

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = v \cdot u \cdot \cos(\theta)$$

Osservazione: Naturalmente, da tale definizione seguono delle importanti osservazioni:

- $\vec{v} \cdot \vec{v} = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = |\vec{v}|^2$
- $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$
- $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$. Questo significa che i due vettori considerati sono ortogonali, ovvero i versori \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} sono a due a due ortogonali.

Si consideri, invece, l'esempio seguente:

$$\vec{v} \cdot \hat{i} = (v_x \cdot \hat{i} + v_y \cdot \hat{j} + v_z \cdot \hat{k}) \cdot \hat{i} = v_x \cdot \hat{i} \cdot \hat{i} + v_y \cdot \hat{i} \cdot \hat{j} + v_z \cdot \hat{i} \cdot \hat{k} = v_x$$

e questo significa che $\vec{v} \cdot \hat{i}$ è la **proiezione** del vettore \vec{v} in direzione \hat{i} . Tale metodo è molto efficace per effettuare un cambio di base: se al posto dei versori \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} , che presuppongono l'origine del sistema di riferimento in $O = (0, 0, 0)$ si sceglieranno degli altri versori, moltiplicando il vettore \vec{v} per taluni versori si otterrebbero le componenti del nuovo vettore in una nuova base.

Osservazione: Se si considerano due vettori \vec{c} e \vec{d} , allora il loro prodotto scalare può essere interpretato come segue

$$\vec{c} \cdot \vec{d} \cdot \frac{d}{d} = d \cdot \left(\vec{c} \cdot \frac{\vec{d}}{d} \right)$$

per cui, ricordando che

$$\hat{n} = \frac{\vec{d}}{d}$$

è un versore in direzione del vettore \vec{d} , allora il prodotto scalare tra \vec{c} e \vec{d} è proprio la proiezione del vettore \vec{c} sul vettore \vec{d} , per quanto appena detto a proposito delle **proiezioni**, moltiplicata per il modulo del vettore \vec{d} .

3 Marzo 2022

3 Cinematica

La descrizione del moto di un corpo prende il nome di cinematica.

Com'è noto, un vettore è una quantità con **modulo** e **direzione** (e **verso**). La descrizione di un vettore avviene tramite le sue componenti: in particolare, dato un versore \hat{n} , la componente di un vettore \vec{v} in direzione del versore \hat{n} è così definita

$$\vec{v} \cdot \hat{n}$$

Per esempio, la componente del vettore \vec{v} lungo l'asse x è

$$\vec{v} \cdot \hat{i} = v_x$$

Inoltre, il prodotto scalare tra due vettori viene definito come ... continua Grazie a ciò è possibile definire il concetto di **Cinematica**:

CINEMATICA

La cinematica è lo **studio del moto**, a differenza della **dinamica** che studia la **causa del moto** e della **statica** che studia l'**equilibrio meccanico**, ossia la **causa dell'immobilità**.

È chiaro che lo studio di un corpo complesso e non omogeneo è molto più elaborato dello studio di un solo **punto**. Pertanto, il primo passo per lo studio del moto è quello di studiare il comportamento di un modello standard a cui può essere ricondotto, tramite approssimazione, un altro corpo, a seconda della necessità.

3.1 Posizione e spostamento

Dato un punto nello spazio, la sua posizione viene descritta tramite un “vettore” posizione \vec{r} , di cui è possibile calcolare la lunghezza (r), la quale, tuttavia, non ha molto significato dal momento che dipende dalla posizione dell'origine scelta: ovverosia dipende dalla posizione iniziale e, quindi, dal **sistema di riferimento adottato**. Conoscere il sistema di riferimento è fondamentale, in quanto in base a ciò possono essere effettuate diverse valutazioni in merito alle misurazioni effettuate in base a tale sistema.

Figura 2

Lo **spostamento**, invece, è proprio un vettore e, com'è intuibile, taluno è definito come la differenza tra due posizioni, ovvero

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

di cui è possibile calcolare il modulo come segue

$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Per esempio, la lunghezza sull'asse x è

$$\Delta\vec{r} = \Delta x \cdot \hat{i}$$

di cui

$$|\Delta\vec{r}| = |x_2 - x_1|$$

3.2 Posizione in funzione del tempo

Sia data una funzione spostamento, definita in funzione del tempo t , quale

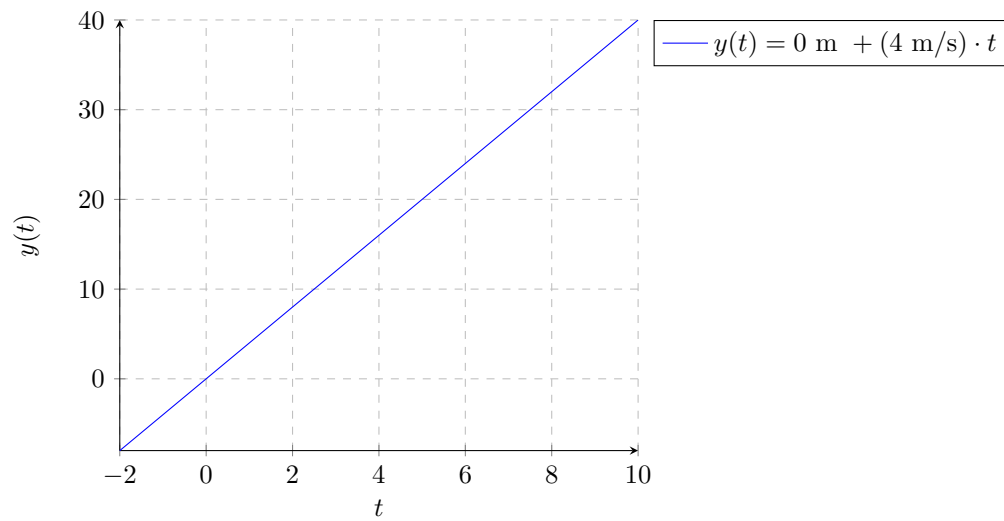
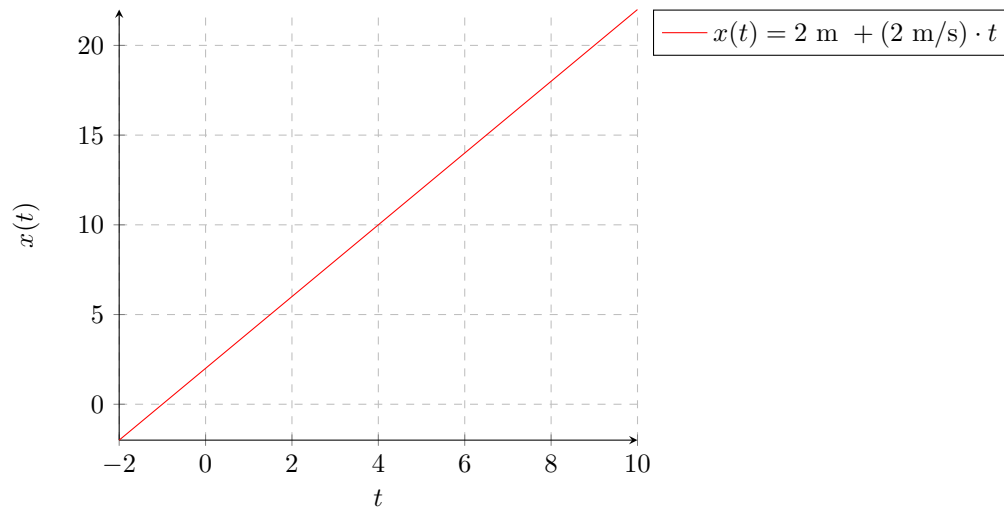
$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \hat{i} + y(t) \cdot \hat{j}$$

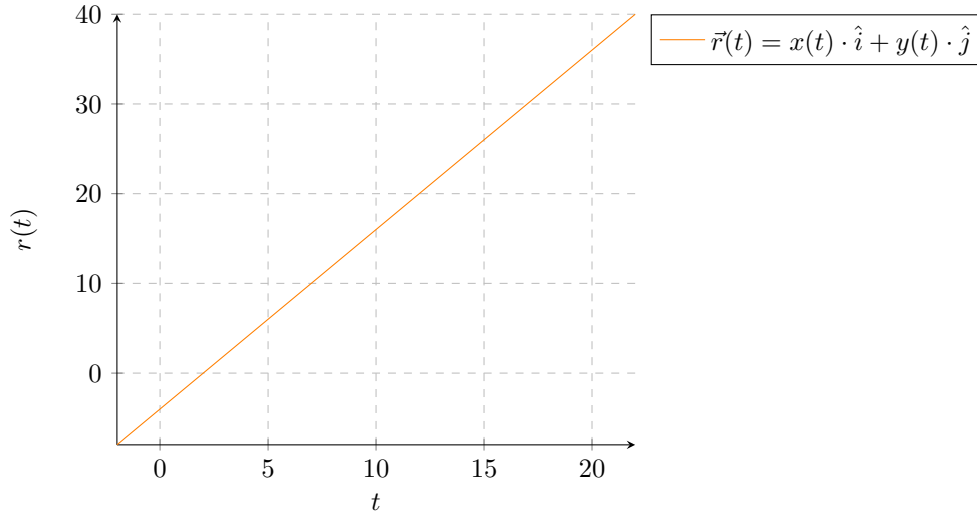
in cui

$$x(t) = 2 \text{ m} + (2 \text{ m/s}) \cdot t$$

$$y(t) = 0 \text{ m} + (4 \text{ m/s}) \cdot t$$

Naturalmente si ha





3.3 Velocità

La **velocità** si pone alla base della cinematica. In fisica la velocità si distingue in due tipologie

- Velocità istantanea
- Velocità media

Intuitivamente si ha che la velocità media è proprio il rapporto tra uno spostamento e il tempo impiegato per effettuarlo, ovvero

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

che, graficamente, può essere interpretata come la pendenza (o coefficiente angolare, della congiungente i punti (x_1, t_1) e (x_2, t_2) nel grafico spazio/tempo.

Mentre la velocità istantanea è, naturalmente, la derivata nel tempo del vettore spostamento, ovvero

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

ovvero la retta tangente al grafico della funzione spostamento nel punto (x_0, t_0) . Naturalmente essendo un vettore la velocità istantanea, è possibile descriverlo tramite componenti come segue:

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(\vec{r}(t)) = \frac{dx}{dt} \cdot \hat{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \hat{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \hat{k}$$

in quanto \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} non dipendono dal tempo (cosa che potrebbe accadere, comunque). Il modulo della velocità si calcola come segue

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Esempio: Si consideri uno spostamento verso l'alto tale per cui $x_1 = 0$ m e $x_2 = 12000$ m e $t_1 = 2600$ s e $t_2 = 4000$ s. Allora si ha che

$$\langle v_z \rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{12000}{4000 - 2600} = 8.6 \text{ m/s} = 308.6 \text{ km/h}$$

Che è una velocità irrisoria; tuttavia, ciò non sorprende, in quanto è opportuno conoscere anche le altre componenti della velocità, ossia v_x e v_y .

3.4 Accelerazione

Di seguito si espone la definizione di **accelerazione**:

ACCELERAZIONE

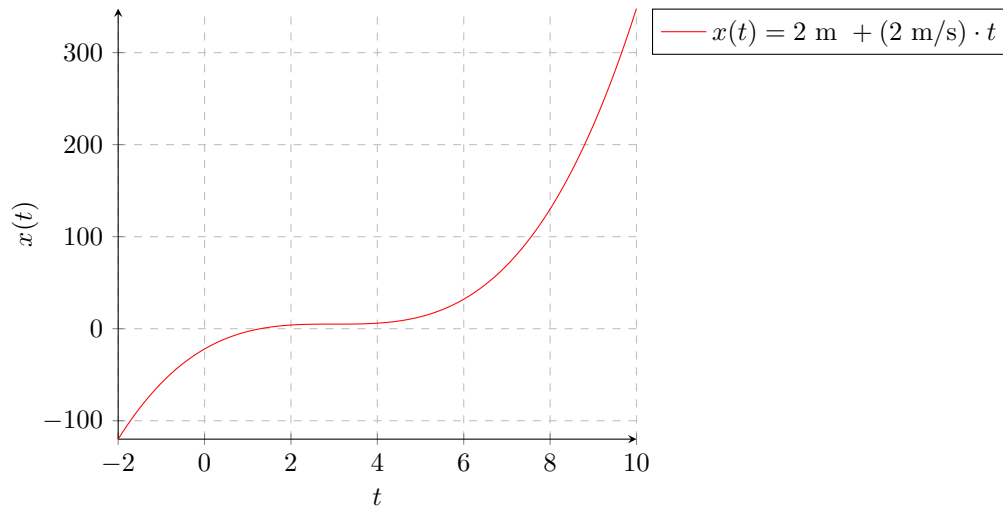
L'accelerazione viene definita come la derivata prima della velocità nel tempo, o la derivata seconda dello spostamento nel tempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

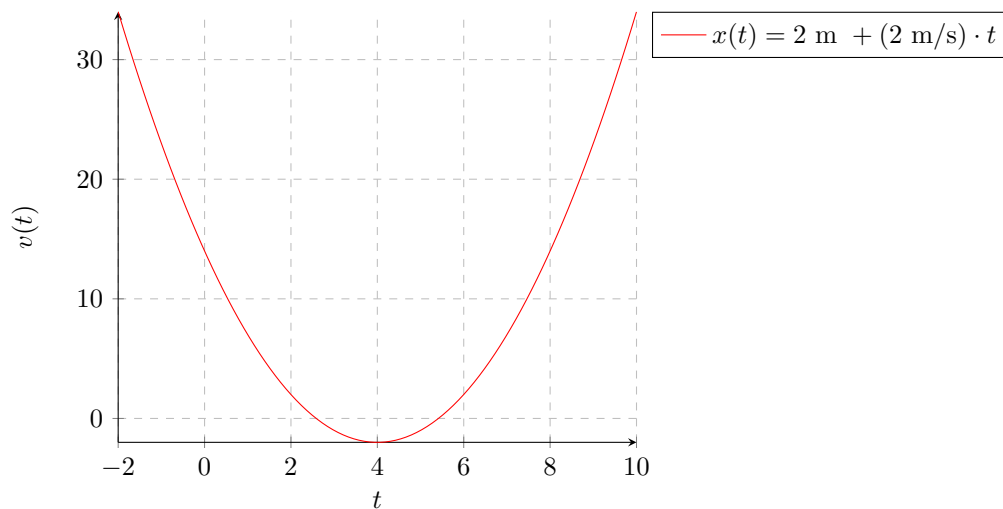
7 Marzo 2022

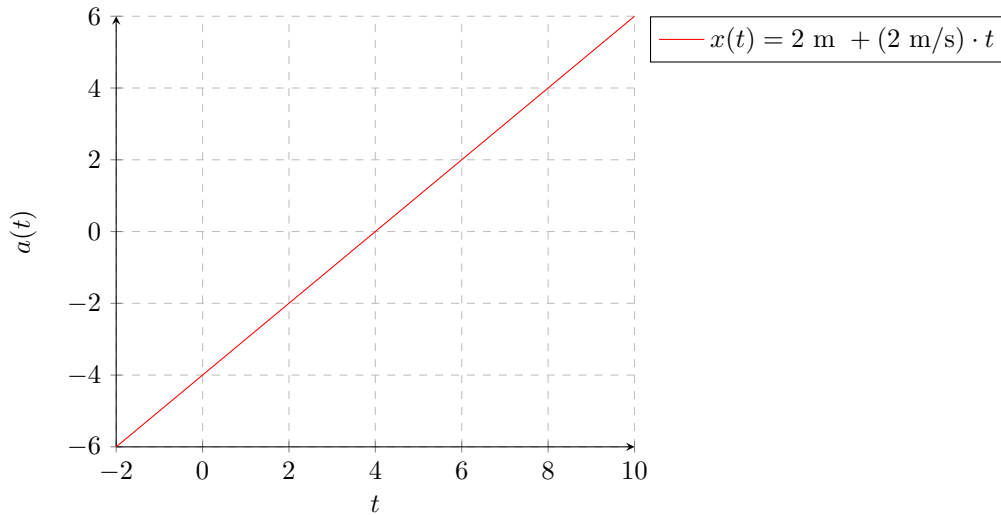
Com'è noto, l'accelerazione è la derivata prima della velocità in funzione del tempo, o la derivata seconda dello spostamento in funzione del tempo.

L'accelerazione è fondamentale in **meccanica**, in quanto grazie all'accelerazione è possibile definire il concetto di forza: l'accelerazione è la connessione tra cinematica e dinamica.



Avendo a disposizione il grafico dello spostamento, è possibile ora studiarne il comportamento per poi descrivere il comportamento della velocità nel secondo grafico. È sufficiente vedere gli intervalli di crescita e decrescenza e i punti in cui la derivata è nulla:





Ecco che il punto in cui la derivata seconda cambia segno è un **punto di flesso**. ...continua...

Esempio: Si consideri la seguente funzione spostamento in funzione del tempo:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

questa è l'equazione di oscillazione di un pendolo o di una molla. Per il calcolo della velocità è sufficiente calcolare la derivata prima, ovvero

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

e per l'accelerazione è sufficiente derivare nuovamente la velocità

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot x(t)$$

Tale risultato ha senso e può essere interpretato anche graficamente, grazie al grafico di una molla: quando lo spostamento è positivo, l'accelerazione è negativa, e viceversa.

Osservazione: Quando la velocità è nulla, la posizione si mantiene costante e non cresce o decresce. Quando si ha un punto di salto della velocità si ha una situazione difficile da riprodurre fisicamente, in quanto si ha un crollo della velocità istantanea, come un impulso.

Si può utilizzare anche l'integrale per passare dalla velocità allo spostamento.

3.5 Moto uniformemente accelerato

Nel moto uniformemente accelerato si ha che l'**accelerazione è costante**. È noto che

$$\frac{dv}{dt} = a \longrightarrow dv = a \cdot dt$$

questo è possibile farlo sia per una variazione Δ , ma anche per una variazione infinitesimale. Dopo aver ottenuto $dv = a \cdot dt$ si può procedere all'integrazione

$$\int dv = \int a \cdot dt \longrightarrow v = at + c$$

La costante c che compare nella formula ottenuta grazie alla risoluzione di una equazione differenziale è la cosiddetta **velocità iniziale**: se $t = 0$, infatti, $v = c = v_0$. L'equazione diviene

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

Avendo ottenuto l'equazione della velocità, è opportuno ottenere l'equazione dello spostamento, integrando nuovamente, sempre partendo da

$$\frac{dx}{dt} = v \longrightarrow dx = v \cdot dt \longrightarrow \int dx = \int v \cdot dt = \int (v_0 + a \cdot t) dt$$

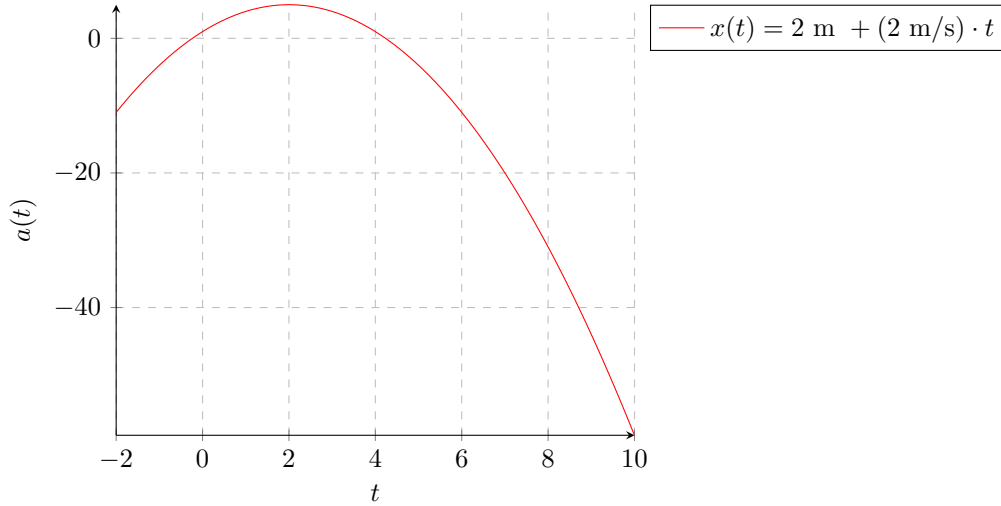
quindi si ottiene

$$x(t) = \int v_0 \cdot dt + \int a \cdot t \cdot dt + c = v_0 \cdot t + a \cdot \frac{t^2}{2} + c$$

ove $c = x_0 = x(t=0)$. Pertanto l'equazione dello spostamento è

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

che rappresenta una parabola, come esposto di seguito



In cui l'intersezione tra il grafico e l'asse y è x_0 , mentre la tangente in $(x_0, 0)$ è proprio la velocità v_0 continua ... (35).

Osservazione: Si consideri la seguente equazione

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

e si provi ad eliminare t da tale equazione, come segue

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

se ora si considera l'equazione seguente

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

e si sostituisce il t calcolato in precedenza a tale equazione si ottiene

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + x_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a} \cdot (v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2) + \frac{1}{a} \cdot (v_0 \cdot v + v_0^2) + x_0$$

ovvero si ottiene

$$x = \frac{v^2}{2a} - \frac{v_0^2}{2a} + x_0$$

quindi

$$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot (x - x_0)$$

la quale è **valida solamente per il moto uniformemente accelerato**.

3.5.1 Caduta libera dei gravi

La **caduta libera** avviene con la **medesima accelerazione** per tutti i corpi (ovviamente, l'attrazione gravitazionale non è costante in tutto l'universo, ma se si considerano un punto sulla terra e distanze piccole e prossime a quella del raggio terrestre, si può, senza perdita di generalità, considerare un'accelerazione costante g).

Osservazione: Naturalmente sulla Luna non c'è aria, si è nel vuoto, per cui tutti i corpi vengono attratti dalla Luna solamente per la forza di attrazione gravitazionale, senza che tale moto sia influenzato dall'attrito dell'aria.

L'accelerazione gravitazionale può essere interpretata come segue:



Ove, naturalmente si ha

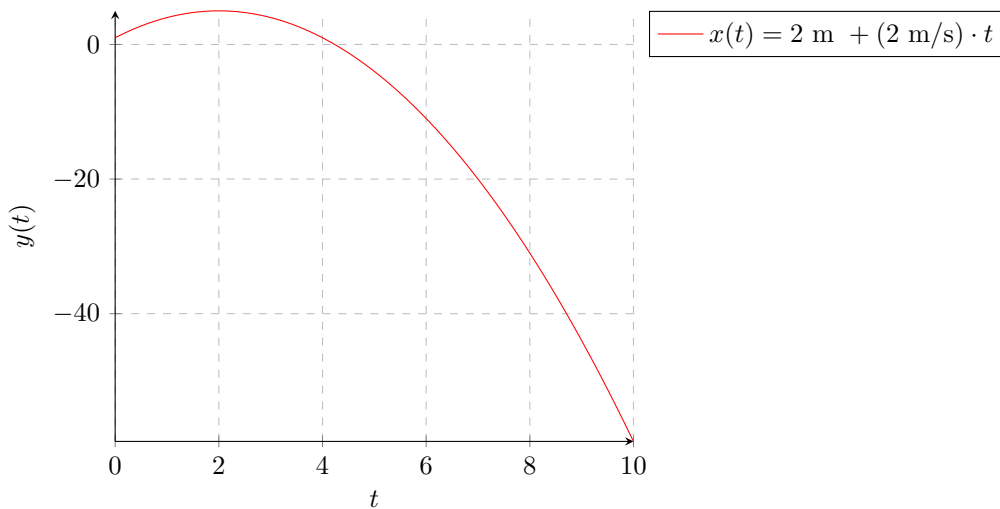
$$\vec{a} = -g \cdot \hat{j} \text{ con } 9.8 \text{ m/s}^2$$

Pertanto si ottengono le seguenti equazioni

$$v_y = -g \cdot t + v_{0y}$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0$$

Per capire che altezza raggiungerà un corpo quando viene lanciato verso l'alto si deve osservare il grafico seguente



Naturalmente si osserva che la velocità nel punto più alto è nulla, in quanto la tangente è verticale, mentre si conosce la velocità iniziale v_0 .

Per capire l'altezza, allora, si potrebbe calcolare il tempo impiegato per raggiungere il punto più alto e poi sostituire tale valore all'interno dell'equazione dello spostamento. Alternativamente, si potrebbe considerare la formula seguente

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = -2 \cdot g \cdot (y - y_0)$$

e sostituendo i valori si ha

$$0 - v_{y0}^2 = 2 \cdot g \cdot (y_m - y_0)$$

$$y_m = y_0 + \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

3.5.2 Moto dei proiettili

Il moto dei proiettili ha un'importanza storica fondamentale: Aristotele, nel 340 a.c. parlava di **moto “naturale” e “forzato”**: tuttavia, naturalmente, un oggetto non ha la propensione a muoversi, quindi non ha senso parlare di *forzatura*.

Successivamente, Filippo (490 – 570) d.c. ha introdotto il concetto di **impeto**. Infine, **Galileo** (1564 – 1642) d.c., basandosi su osservazioni e misurazioni pratiche precedenti (invece che fornire una spiegazione a priori), ha fornito una **spiegazione scientifica** a tale fenomeno.

LEGGE ORARIA DEL MOTO DEI PROIETTILI

Per lo studio del moto dei proiettili si considera il vettore accelerazione

$$\vec{a} = a_x \cdot \hat{i} + a_y \cdot \hat{j} = 0 \cdot \hat{i} - g \cdot \hat{j}$$

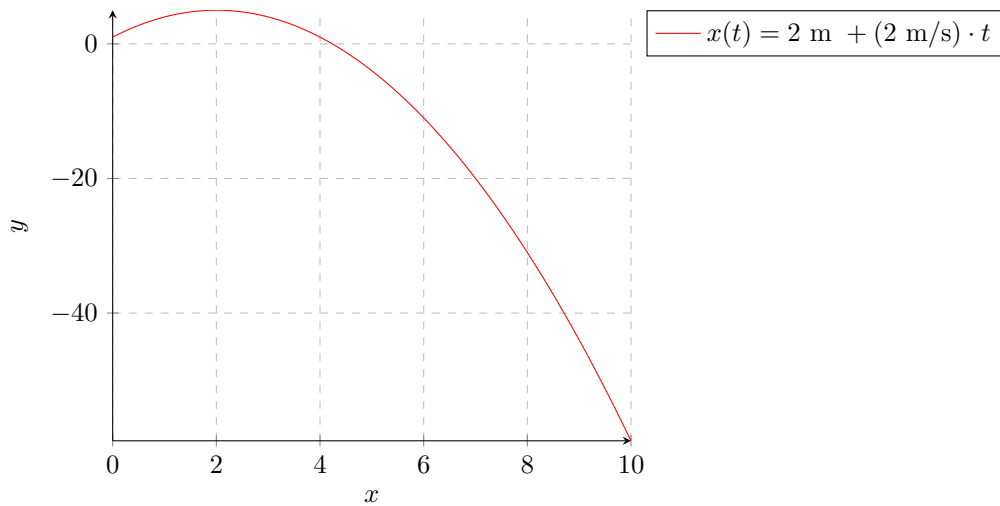
Analogamente per la velocità si ha

$$\vec{v} = v_x \cdot \hat{i} + v_y \cdot \hat{j} = v_{0x} \cdot \hat{i} - (v_{0y} - g \cdot t) \cdot \hat{j}$$

Per quanto concerne lo spostamento si ha

$$\vec{r} = x \cdot \hat{i} + y \cdot \hat{j} = (v_{0x} \cdot t + x_0) \cdot \hat{i} - (y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2) \cdot \hat{j}$$

Si consideri il seguente grafico della posizione di un proiettile:



Naturalmente si ha che

$$\vec{v}_0 = v_{0x} \cdot \hat{i} + v_{0y} \cdot \hat{j}$$

$$\vec{r}_0 = r_{0x} \cdot \hat{i} + r_{0y} \cdot \hat{j}$$

4 Dinamica

5 Gravità

6 Energia

7 Moto dei sistemi

8 Corpi rigidi

9 Oscillazioni

10 Solidi e fluidi

11 Temperatura e calore

12 Il primo principio della termodinamica

13 Il secondo principio della termodinamica