

# Progetto - Fondamenti d'Informatica

---

Enrico Piccin - IN0501089

Anno Accademico 2021/2022

## Indice

<b>1</b>	<b>Individuazione della funzione Booleana</b>	<b>2</b>
1.1	Codifica dei termini minimi ( <i>minterm</i> ) . . . . .	3
1.2	Codifica dei termini massimi ( <i>maxterm</i> ) . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Semplificazione dell'espressione Booleana</b>	<b>5</b>
2.1	Semplificazione per via algebrica . . . . .	5
2.1.1	Semplificazione dei <i>minterm</i> . . . . .	5
2.1.2	Semplificazione dei <i>maxterm</i> . . . . .	5
2.1.3	Equivalenza delle forme canoniche . . . . .	6
2.1.4	Mappa di Karnaugh . . . . .	6
2.1.5	Metodo tabellare di Quine-Mc Cluskey . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Interpretazione circuitale</b>	<b>9</b>

## 1 Individuazione della funzione Booleana

A partire dalla matricola IN0501089, si procede elidendo il prefisso IN ed individuando il numero di matricola associato: **0501089**.

Dividendo tale numero per  $2^{2^4} = 65536$  si perviene al risultato seguente:

$$\frac{501089}{65536} = 7 + \mathbf{42337}$$

Avendo ricavato il resto 42337, si procede a codificarlo in binario, impiegando 16 bit, tramite successive divisioni del numero ottenuto per 2, come illustrato di seguito:

$$\begin{aligned} 42337 &= 21168 \cdot 2 + \boxed{1} \\ 21168 &= 10584 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 10584 &= 5298 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 5298 &= 2646 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 2646 &= 1323 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 1323 &= 661 \cdot 2 + \boxed{1} \\ 661 &= 330 \cdot 2 + \boxed{1} \\ 330 &= 165 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 165 &= 82 \cdot 2 + \boxed{1} \\ 82 &= 41 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 41 &= 20 \cdot 2 + \boxed{1} \\ 20 &= 10 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 10 &= 5 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 5 &= 2 \cdot 2 + \boxed{1} \\ 2 &= 1 \cdot 2 + \boxed{0} \\ 1 &= 0 \cdot 2 + \boxed{1} \end{aligned}$$

$$42337_{10} = \mathbf{1010010101100001_2}$$

Tabella 1: Rappresentazione del resto 42337 in binario

Pertanto, la funzione Booleana a 4 associata corrisponde alla stringa binaria di cui sopra, da cui si evincono i seguenti termini minimi (*minterm*) e massimi (*maxterm*):

		$x$	$y$	$z$	$w$	$f$			$x$	$y$	$z$	$w$	$f$		
$m_0$	$\overline{xyzw}$	0	0	0	0	<b>1</b>	$\mu_0$	$M_0$	$x + y + z + w$	0	0	0	0	<b>1</b>	$\mu_0$
$m_1$	$\overline{xyz}w$	0	0	0	1	<b>0</b>	$\mu_1$	$M_1$	$x + y + z + \overline{w}$	0	0	0	1	<b>0</b>	$\mu_1$
$m_2$	$\overline{xy}z\overline{w}$	0	0	1	0	<b>1</b>	$\mu_2$	$M_2$	$x + y + \overline{z} + w$	0	0	1	0	<b>1</b>	$\mu_2$
$m_3$	$\overline{xy}zw$	0	0	1	1	<b>0</b>	$\mu_3$	$M_3$	$x + y + \overline{z} + \overline{w}$	0	0	1	1	<b>0</b>	$\mu_3$
$m_4$	$\overline{x}y\overline{z}\overline{w}$	0	1	0	0	<b>0</b>	$\mu_4$	$M_4$	$x + \overline{y} + z + w$	0	1	0	0	<b>0</b>	$\mu_4$
$m_5$	$\overline{x}y\overline{z}w$	0	1	0	1	<b>1</b>	$\mu_5$	$M_5$	$x + \overline{y} + z + \overline{w}$	0	1	0	1	<b>1</b>	$\mu_5$
$m_6$	$\overline{x}yz\overline{w}$	0	1	1	0	<b>0</b>	$\mu_6$	$M_6$	$x + \overline{y} + \overline{z} + w$	0	1	1	0	<b>0</b>	$\mu_6$
$m_7$	$\overline{x}yzw$	0	1	1	1	<b>1</b>	$\mu_7$	$M_7$	$x + \overline{y} + \overline{z} + \overline{w}$	0	1	1	1	<b>1</b>	$\mu_7$
$m_8$	$x\overline{y}z\overline{w}$	1	0	0	0	<b>0</b>	$\mu_8$	$M_8$	$\overline{x} + y + z + w$	1	0	0	0	<b>0</b>	$\mu_8$
$m_9$	$x\overline{y}zw$	1	0	0	1	<b>1</b>	$\mu_9$	$M_9$	$\overline{x} + y + z + \overline{w}$	1	0	0	1	<b>1</b>	$\mu_9$
$m_{10}$	$x\overline{y}z\overline{w}$	1	0	1	0	<b>1</b>	$\mu_{10}$	$M_{10}$	$\overline{x} + y + \overline{z} + w$	1	0	1	0	<b>1</b>	$\mu_{10}$
$m_{11}$	$x\overline{y}zw$	1	0	1	1	<b>0</b>	$\mu_{11}$	$M_{11}$	$\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}$	1	0	1	1	<b>0</b>	$\mu_{11}$
$m_{12}$	$xy\overline{z}\overline{w}$	1	1	0	0	<b>0</b>	$\mu_{12}$	$M_{12}$	$\overline{x} + \overline{y} + z + w$	1	1	0	0	<b>0</b>	$\mu_{12}$
$m_{13}$	$xy\overline{z}w$	1	1	0	1	<b>0</b>	$\mu_{13}$	$M_{13}$	$\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{w}$	1	1	0	1	<b>0</b>	$\mu_{13}$
$m_{14}$	$xyz\overline{w}$	1	1	1	0	<b>0</b>	$\mu_{14}$	$M_{14}$	$\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w$	1	1	1	0	<b>0</b>	$\mu_{14}$
$m_{15}$	$xyzw$	1	1	1	1	<b>1</b>	$\mu_{15}$	$M_{15}$	$\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{w}$	1	1	1	1	<b>1</b>	$\mu_{15}$

Tabella 2: Funzione Booleana a 4 variabili associata alla stringa 1010010101100001<sub>2</sub>

### 1.1 Codifica dei termini minimi (*minterm*)

Se nella tavola di verità della funzione  $f$  considerata si pone in evidenza la codifica dei termini minimi si ottiene:

		$x$	$y$	$z$	$w$	$f$	
$m_0$	$\overline{xyzw}$	0	0	0	0	<b>1</b>	$\mu_0$
$m_1$	$\overline{xyz}w$	0	0	0	1	<b>0</b>	$\mu_1$
$m_2$	$\overline{xy}z\overline{w}$	0	0	1	0	<b>1</b>	$\mu_2$
$m_3$	$\overline{xy}zw$	0	0	1	1	<b>0</b>	$\mu_3$
$m_4$	$\overline{x}y\overline{z}\overline{w}$	0	1	0	0	<b>0</b>	$\mu_4$
$m_5$	$\overline{x}y\overline{z}w$	0	1	0	1	<b>1</b>	$\mu_5$
$m_6$	$\overline{x}yz\overline{w}$	0	1	1	0	<b>0</b>	$\mu_6$
$m_7$	$\overline{x}yzw$	0	1	1	1	<b>1</b>	$\mu_7$
$m_8$	$x\overline{y}z\overline{w}$	1	0	0	0	<b>0</b>	$\mu_8$
$m_9$	$x\overline{y}zw$	1	0	0	1	<b>1</b>	$\mu_9$
$m_{10}$	$x\overline{y}z\overline{w}$	1	0	1	0	<b>1</b>	$\mu_{10}$
$m_{11}$	$x\overline{y}zw$	1	0	1	1	<b>0</b>	$\mu_{11}$
$m_{12}$	$xy\overline{z}\overline{w}$	1	1	0	0	<b>0</b>	$\mu_{12}$
$m_{13}$	$xy\overline{z}w$	1	1	0	1	<b>0</b>	$\mu_{13}$
$m_{14}$	$xyz\overline{w}$	1	1	1	0	<b>0</b>	$\mu_{14}$
$m_{15}$	$xyzw$	1	1	1	1	<b>1</b>	$\mu_{15}$

Tabella 3: Codifica dei termini minimi

Pertanto, se si codificano le quaterne d'ingresso associate a ciascun termine minimo con il corrispondente intero rappresentato in notazione posizionale in base 2, è possibile indicare i termini minimi che compongono la sommatoria di prodotti usando gli interi compresi tra 0 e  $2^4 - 1$ , come illustrato di seguito:

$$f(x, y, z, w) = \sum_{i=0}^{2^4-1} \mu_i \cdot m_i = \sum_{i:\mu_i=1} m_i$$

dove  $\mu_i$  è il valore assunto dalla funzione in corrispondenza del termine minimo  $m_i$  e  $0 \leq i \leq 2^n - 1$ . Nel caso analizzato, si ha  $m_0 = \overline{xyzw}, m_2 = \overline{xy}z\overline{w}, m_5 = \overline{x}y\overline{z}w, m_7 = \overline{x}yzw, m_9 = x\overline{y}zw, m_{10} = x\overline{y}z\overline{w}, m_{15} = xyzw, \mu_0 = \mu_2 = \mu_5 = \mu_7 = \mu_9 = \mu_{10} = \mu_{15} = 1, \mu_1 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_6 = \mu_8 = \mu_{11} =$

$$\mu_{12} = \mu_{13} = \mu_{14} = 0.$$

Per cui si perviene al risultato seguente

$$f(x, y, z, w) = \sum_{i \in \{0, 2, 5, 7, 9, 10, 15\}} m_i = m_0 + m_2 + m_5 + m_7 + m_9 + m_{10} + m_{15}$$

Quindi l'espressione dei *minterm* è:

$$f(x, y, z, w) = \overline{xyzw} + \overline{xyz}\overline{w} + \overline{xyz}w + \overline{xyz}\overline{w} + x\overline{yz}w + x\overline{yz}\overline{w} + xyzw$$

poiché 0, 2, 5, 7, 9, 10 e 15 sono le codifiche in base 2 di 0000, 0010, 0101, 0111, 1001, 1010 e 1111.

## 1.2 Codifica dei termini massimi (*maxterm*)

Analogamente, procedendo per dualità, se nella tavola di verità della funzione  $f$  considerata si pone in evidenza la codifica dei termini massimi si ottiene:

		$x$	$y$	$z$	$w$	$f$	
$M_0$	$x + y + z + w$	0	0	0	0	1	$\mu_0$
$M_1$	$x + y + z + \overline{w}$	0	0	0	1	0	$\mu_1$
$M_2$	$x + y + \overline{z} + w$	0	0	1	0	1	$\mu_2$
$M_3$	$x + y + \overline{z} + \overline{w}$	0	0	1	1	0	$\mu_3$
$M_4$	$x + \overline{y} + z + w$	0	1	0	0	0	$\mu_4$
$M_5$	$x + \overline{y} + z + \overline{w}$	0	1	0	1	1	$\mu_5$
$M_6$	$x + \overline{y} + \overline{z} + w$	0	1	1	0	0	$\mu_6$
$M_7$	$x + \overline{y} + \overline{z} + \overline{w}$	0	1	1	1	1	$\mu_7$
$M_8$	$\overline{x} + y + z + w$	1	0	0	0	0	$\mu_8$
$M_9$	$\overline{x} + y + z + \overline{w}$	1	0	0	1	1	$\mu_9$
$M_{10}$	$\overline{x} + y + \overline{z} + w$	1	0	1	0	1	$\mu_{10}$
$M_{11}$	$\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}$	1	0	1	1	0	$\mu_{11}$
$M_{12}$	$\overline{x} + \overline{y} + z + w$	1	1	0	0	0	$\mu_{12}$
$M_{13}$	$\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{w}$	1	1	0	1	0	$\mu_{13}$
$M_{14}$	$\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w$	1	1	1	0	0	$\mu_{14}$
$M_{15}$	$\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + \overline{w}$	1	1	1	1	1	$\mu_{15}$

Tabella 4: Codifica dei termini massimi

Analogamente a quanto già esposto, se ora si codificano le quaterne d'ingresso associate a ciascun termine massimo con il corrispondente intero rappresentato in notazione posizionale in base 2, è possibile indicare i termini massimi che compongono il prodotto di somme usando gli interi compresi tra 0 e  $2^4 - 1$ , come illustrato di seguito:

$$f(x, y, z, w) = \prod_{i=0}^{2^4-1} \mu_i \cdot M_i = \prod_{i:\mu_i=1} M_i$$

dove  $\mu_i$  è il valore assunto dalla funzione in corrispondenza del termine massimo  $M_i$  e  $0 \leq i \leq 2^n - 1$ . Nel caso analizzato, si ha  $M_1 = x + y + z + \overline{w}$ ,  $M_3 = x + y + \overline{z} + \overline{w}$ ,  $M_4 = x + \overline{y} + z + w$ ,  $M_6 = x + \overline{y} + \overline{z} + w$ ,  $M_8 = \overline{x} + y + z + w$ ,  $M_{11} = \overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}$ ,  $M_{12} = \overline{x} + \overline{y} + z + w$ ,  $M_{13} = \overline{x} + \overline{y} + z + \overline{w}$ ,  $M_{14} = \overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w$ ,  $\mu_0 = \mu_2 = \mu_5 = \mu_7 = \mu_9 = \mu_{10} = \mu_{15} = 1$ ,  $\mu_1 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_6 = \mu_8 = \mu_{11} = \mu_{12} = \mu_{13} = \mu_{14} = 0$ .

Per cui si perviene al risultato seguente

$$f(x, y, z, w) = \prod_{i \in \{1, 3, 4, 6, 8, 11, 12, 13, 14\}} M_i = M_1 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_8 \cdot M_{11} \cdot M_{12} \cdot M_{13} \cdot M_{14}$$

Quindi l'espressione dei *maxterm* è:

$$f(x, y, z, w) = (x + y + z + \overline{w}) \cdot (x + y + \overline{z} + \overline{w}) \cdot (x + \overline{y} + z + w) \cdot (x + \overline{y} + \overline{z} + w) \cdot (\overline{x} + y + z + w) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + w) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w)$$

poiché 1, 3, 4, 6, 8, 11, 12, 13 e 14 sono le codifiche in base 2 di 0001, 0011, 0100, 0110, 1000, 1011, 1100, 1101 e 1110.

## 2 Semplificazione dell'espressione Booleana

Di seguito si espongono i 3 diversi procedimenti di semplificazione dell'espressione Booleana precedentemente ottenuta, ricondotta alla forma minima tramite l'*applicazione delle relazioni fondamentali dell'Algebra Booleana* (assiomi e teoremi), tramite le *mappe di Karnaugh* e attraverso il *metodo tabellare di Quine - Mc Cluskey*.

### 2.1 Semplificazione per via algebrica

Si procede, ora, alla semplificazione delle espressioni ottenute per via diretta, facendo uso degli assiomi A1-A7 e dei teoremi T1-T10 dell'Algebra Booleana.

#### 2.1.1 Semplificazione dei *minterm*

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z, w) &= \overline{x}y\overline{z}w + \overline{x}yz\overline{w} + \overline{x}yzw + \overline{x}y\overline{z}w + x\overline{y}z\overline{w} + x\overline{y}zw + xyzw \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } A5)}{=} (\overline{x}y\overline{z}w + \overline{x}yz\overline{w}) + (\overline{x}yzw + \overline{x}y\overline{z}w) + x\overline{y}z\overline{w} + x\overline{y}zw + xyzw \\
 &\stackrel{(T9)}{=} \overline{x}y\overline{w} + \overline{x}yw + x\overline{y}z\overline{w} + x\overline{y}z\overline{w} + xyzw \\
 &\stackrel{(A4)}{=} \overline{x}y\overline{w} + x\overline{y}z\overline{w} + \overline{x}yw + xyzw + x\overline{y}z\overline{w} \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } A6)}{=} \overline{y}w \cdot (\overline{x} + xz) + yw \cdot (\overline{x} + xz) + x\overline{y}z\overline{w} \\
 &\stackrel{(T5)}{=} \overline{y}w \cdot (\overline{x} + z) + yw \cdot (\overline{x} + z) + x\overline{y}z\overline{w} \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } A6)}{=} \overline{x}y\overline{w} + \overline{y}z\overline{w} + \overline{x}yw + yzw + x\overline{y}z\overline{w}
 \end{aligned}$$

#### 2.1.2 Semplificazione dei *maxterm*

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z, w) &= (x + y + z + \overline{w}) \cdot (x + y + \overline{z} + \overline{w}) \cdot (x + \overline{y} + z + w) \cdot (x + \overline{y} + \overline{z} + w) \cdot (\overline{x} + y + z + w) \\
 &\quad \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + w) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w) \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } A5)}{=} [(x + y + z + \overline{w}) \cdot (x + y + \overline{z} + \overline{w})] \cdot [(x + \overline{y} + z + w) \cdot (x + \overline{y} + \overline{z} + w)] \cdot [(\overline{x} + y + z + w) \\
 &\quad \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + w)] \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w) \\
 &\stackrel{(T9)}{=} (x + y + \overline{w}) \cdot (x + \overline{y} + w) \cdot (\overline{x} + z + w) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w) \\
 &\stackrel{(A4)}{=} (x + \overline{y} + w) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} + w) \cdot (\overline{x} + z + w) \cdot (\overline{x} + \overline{y} + z + \overline{w}) \cdot (x + y + \overline{w}) \cdot (\overline{x} + y + \overline{z} + \overline{w}) \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } A6)}{=} [\overline{y} + w + x \cdot (\overline{x} + \overline{z})] \cdot [\overline{x} + z + w \cdot (\overline{y} + \overline{w})] \cdot [y + \overline{w} + x \cdot (\overline{x} + \overline{z})] \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } T5)}{=} (\overline{y} + w + x\overline{z}) \cdot (\overline{x} + z + \overline{y}w) \cdot (y + \overline{w} + x\overline{z}) \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } T3)}{=} (\overline{\overline{y} + w} + x\overline{z}) \cdot (\overline{y}w + \overline{\overline{x} + z}) \cdot (\overline{\overline{y} + \overline{w}} + x\overline{z}) \\
 &\stackrel{(A5 \text{ e } T7)}{=} [(\overline{y}w + x\overline{z}) \cdot (\overline{y}w + x\overline{z})] \cdot (\overline{y}w + x\overline{z}) \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } T10)}{=} (x\overline{y}z\overline{w} + \overline{x}\overline{z} \cdot \overline{y}w) \cdot (\overline{y}w + x\overline{z}) \\
 &\stackrel{(A6 \text{ e } A7 \text{ e } T1)}{=} x\overline{y}z\overline{w} + \overline{x}\overline{z} \cdot \overline{y}w \cdot \overline{y}w \\
 &\stackrel{(A5 \text{ e } T7)}{=} x\overline{y}z\overline{w} + (\overline{x} + z) \cdot [(\overline{y} + w) \cdot (y + \overline{w})] \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } T10)}{=} x\overline{y}z\overline{w} + (\overline{x} + z) \cdot (yw + \overline{y}w) \\
 &\stackrel{(A4 \text{ e } A6)}{=} \overline{x}y\overline{w} + \overline{y}z\overline{w} + \overline{x}yw + yzw + x\overline{y}z\overline{w}
 \end{aligned}$$

### 2.1.3 Equivalenza delle forme canoniche

Naturalmente è noto che la *somma di prodotti* e il *prodotto di somme* ottenuti rappresentano la medesima funzione; inoltre, tramite una serie di procedimenti algebrici precedentemente esposti, è stato dimostrato che le due forme canoniche si equivalgono non solo dal punto di vista logico, ma anche dal punto di vista formale: infatti, le due espressioni semplificate, ottenute a partire da *minterm* e *maxterm* conducono alla stessa formula minima:

$$f(x, y, z, w) = \overline{x}y\overline{w} + \overline{y}z\overline{w} + \overline{x}yw + yzw + x\overline{y}zw$$

### 2.1.4 Mappa di Karnaugh

A partire dai *minterm*, si espone di seguito la semplificazione della funzione considerata tramite la mappa di Karnaugh:

		<i>xy</i>			
		00	01	11	10
<i>zw</i>	00	1	0	0	0
	01	0	1	0	1
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

Figura 1: Mappa di Karnaugh per la funzione

Ricordando che, all'interno della mappa di Karnaugh, due caselle adiacenti differiscono per il valore di una sola variabile, è facile capire come il prodotto delle variabili comuni implica entrambi i termini minimi associati alle caselle considerate. Da ciò segue il risultato:

$$f(x, y, z, w) = \overline{x}y\overline{w} + \overline{y}z\overline{w} + \overline{x}yw + yzw + x\overline{y}zw$$

Ancora una volta, la funzione ottenuta dalla semplificazione tramite mappa di Karnaugh corrisponde alla funzione ottenuta nei passi precedenti.

### 2.1.5 Metodo tabellare di Quine-Mc Cluskey

A partire dai *minterm*, si espone di seguito la semplificazione della funzione considerata tramite il metodo tabellare di Quine-Mc Cluskey:

	$x$	$y$	$z$	$w$	$f$	Livello		$x$	$y$	$z$	$w$	$f$			
0	$\overline{xyzw}$	0	0	0	0	1 *	0	0	$\overline{xyzw}$	0	0	0	0	1 *	
1	$\overline{xyzw}$	0	0	0	1	0	1	1	$\overline{xyzw}$	0	0	0	1	0	
2	$\overline{xyzw}$	0	0	1	0	1 *		2	$\overline{xyzw}$	0	0	1	0	1 *	
3	$\overline{xyzw}$	0	0	1	1	0		4	$\overline{xyzw}$	0	1	0	0	0	
4	$\overline{xyzw}$	0	1	0	0	0		8	$\overline{xyzw}$	1	0	0	0	0	
5	$\overline{xyzw}$	0	1	0	1	1 *	2	3	$\overline{xyzw}$	0	0	1	1	0	
6	$\overline{xyzw}$	0	1	1	0	0		5	$\overline{xyzw}$	0	1	0	1	1 *	
7	$\overline{xyzw}$	0	1	1	1	1 *		6	$\overline{xyzw}$	0	1	1	0	0	
8	$\overline{xyzw}$	1	0	0	0	0		9	$\overline{xyzw}$	1	0	0	1	1 *	
9	$\overline{xyzw}$	1	0	0	1	1 *	3	10	$\overline{xyzw}$	1	0	1	0	1 *	
10	$\overline{xyzw}$	1	0	1	0	1 *		12	$\overline{xyzw}$	1	1	0	0	0	
11	$\overline{xyzw}$	1	0	1	1	0		4	7	$\overline{xyzw}$	0	1	1	1	1 *
12	$\overline{xyzw}$	1	1	0	0	0			11	$\overline{xyzw}$	1	0	1	1	0
13	$\overline{xyzw}$	1	1	0	1	0	13		$\overline{xyzw}$	1	1	0	1	0	
14	$\overline{xyzw}$	1	1	1	0	0	14		$\overline{xyzw}$	1	1	1	0	0	
15	$\overline{xyzw}$	1	1	1	1	1 *	4	15	$\overline{xyzw}$	1	1	1	1	1 *	

Livello			$x$	$y$	$z$	$w$	$f$
0	0	$\overline{xyzw}$	0	0	0	0	1 *
1	2	$\overline{xyzw}$	0	0	1	0	1 *
2	5	$\overline{xyzw}$	0	1	0	1	1 *
	9	$\overline{xyzw}$	1	0	0	1	1 *
	10	$\overline{xyzw}$	1	0	1	0	1 *
3	7	$\overline{xyzw}$	0	1	1	1	1 *
4	15	$\overline{xyzw}$	1	1	1	1	1 *

Tabella 5: Trasformazione della tavola di verità della funzione logica  $f$  per ottenere la tabella di Quine-Mc Cluskey

La tabella di Quine-Mc Cluskey così ottenuta può essere rappresentata, in maniera più schematica, nella tabella seguente

	Livello	Numero	Termine minimo
✓	0	0	0000
✓	1	2	0010
✓	2	5	0101
✓	2	9	1001
✓	2	10	1010
✓	3	7	0111
✓	4	15	1111

Tabella 6: Divisione dei termini minimi in livelli e riordinamento degli stessi

Si può procedere, ora, alle semplificazioni opportune, partendo dal primo termine minimo del primo livello disponibile e confrontando tutti i termini minimi del livello  $k$  con tutti quelli del livello  $k+1$ , semplificando tra loro i termini che differiscono per un solo bit.

Tale procedimento genera la Tabella 7, in cui le semplificazioni avvenute si indicano con una lineetta, mentre gli implicanti vengono contraddistinti con i numeri dei termini minimi che li hanno generati:

✓	0, 2	0	0	—	0	A
✓	2, 10	—	0	1	0	B
✓	5, 7	0	1	—	1	C
✓	7, 15	—	1	1	1	D

Tabella 7: Tabella di semplificazione

Da tale semplificazione è evidente che il termine minimo 1001 non ha portato ad alcuna semplificazione, pertanto si contrassegna anch'esso con la lettera E, proseguendo la progressione alfabetica adottata in fase di semplificazione.

Si procede, infine, alla costruzione del cosiddetto *reticolo del metodo*, avente i termini minimi sulle

colonne e gli implicant primari sulle righe. Su ogni riga, cioè in corrispondenza di ciascun implicant, si contrassegnano opportunamente i termini minimi implicati. Per la funzione considerata si ottiene

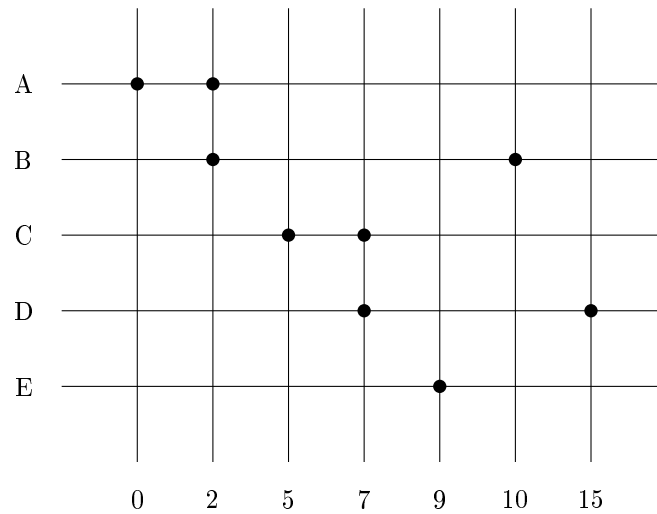


Figura 2: Reticolo di semplificazione

Dall'esame del reticolo in Figura 2 si individuano facilmente i termini minimi che sono implicati da un unico implicant primo. Nel caso della funzione considerata, è facile osservare come gli implicant primari A, B, C, D ed E sono tutti e cinque essenziali; l'espressione semplificata è allora

$$f = A + B + C + D + E = \overline{xy}\overline{w} + \overline{y}z\overline{w} + \overline{x}yw + yzw + x\overline{y}zw$$

Ancora una volta, la funzione ottenuta dalla semplificazione tramite il metodo tabellare di Quine-Mc Cluskey corrisponde alla funzione ottenuta nei passi precedenti.



### 3 Interpretazione circuitale

Di seguito si espone lo schema logico, basato su porte AND, OR e NOT, delle seguenti funzioni:

- della funzione ottenuta dai *minterm*, nella sezione §1.1;
- della funzione ottenuta dai *maxterm*, nella sezione §1.2;
- della funzione semplificata, ottenuta nelle sezioni §2.1, §2.1.4 e §2.1.5.

