Prima prova - A.A. 2021/22

Cognome e Nome : Piccin Enrico

Matricola: IN0501089

1 Esercizio

Utilizzando una rappresentazione binaria in Fixed Point che utilizzi 4 bit per la parte intera e 3 bit per la parte frazionaria, che adotti una notazione "Signed". Definendo inoltre δ lo step tra due numeri consecutivi si rappresenti in decimale ed in binario rispettivamente:

1. Il massimo numero positivo rappresentabile
$$0111.111_2 = 7.875_{10}$$
2. Il minimo numero negativo
$$1000.000_2 = -8_{10}$$
3. Lo step tra due numeri consecutivi δ
$$0000.001_2 = 0.125_{10}$$
4. il numero $-\delta$
$$1111.111_2 = -0.125$$

2 Esercizio

Su di un bus a 10 bit viaggiano dei dati codificati secondo il codice di Hamming con h=4. Supponendo che i quattro bit di controllo siano posizionati nelle posizioni 0 (il bit di parità globale) e successivamente nelle posizioni 1, 2, 4 e 8 e supponendo di ricevere le seguenti parole (scritte in esagesimale a 10 bit) analizzare la tipologia di errore eventualmente rilevato e, ove possibile, suggerire la parola originale trasmessa più probabile.

1. 0x124 = 0100100100

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0

Controllando i bit di parità si osserva che

(a) il bit di parità globale è errato, per cui $b_0 = 1$;
(b) il bit di parità b_1 è corretto;
(c) il bit di parità b_2 è sbagliato, per cui $b_2 = 1$;
(d) il bit di parità b_4 è corretto;
(e) il bit di parità b_8 è corretto;

Il bit di parità globale indica che si è verificato un errore di molteplicità dispari; essendo molto più probabile l'errore singolo, che triplo, il bit errato potrebbe essere proprio il bit b_2.

2. 0x099 = 0010011001

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	0	0	1	1	0	0	1

Controllando i bit di parità si osserva che

(a) il bit di parità globale è errato;
(b) il bit di parità b_1 è corretto;
(c) il bit di parità b_2 è corretto;
(d) il bit di parità b_4 è corretto;
(e) il bit di parità b_8 è sbagliato, per cui $b_8 = 1$;

Il bit di parità globale indica che si è verificato un errore di molteplicità pari; essendo molto più probabile l'errore doppio, che quadruplo, la coppia di bit errati potrebbe essere b_0 e b_8, oppure b_1 e b_9.

3. 0x025 = 0000100101

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	1	0	0	1	0	1

Controllando i bit di parità si osserva che

(a) il bit di parità globale è sbagliato, per cui $b_0 = 1$;
(b) il bit di parità b_1 è corretto;
(c) il bit di parità b_2 è sbagliato, per cui $b_2 = 1$;
(d) il bit di parità b_4 è corretto;
(e) il bit di parità b_8 è sbagliato, per cui $b_8 = 1$;

Il bit di parità globale indica che si è verificato un errore di molteplicità dispari; in linea teorica, sarebbe molto più probabile l'errore singolo, che triplo; tuttavia, analizzando la codifica della posizione del'errore si ottiene $1010_2 = 10_{10}$, ossia un bit che non appartiene alla stringa di bit ricevuta; ciò, pertanto, indica che si è verificato un errore triplo.

4. 0x33F = 1100111111

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1

Controllando i bit di parità si osserva che

(a) il bit di parità globale è corretto;
(b) il bit di parità b_1 è corretto;
(c) il bit di parità b_2 è corretto;
(d) il bit di parità b_4 è corretto;
(e) il bit di parità b_8 è corretto.

Tutti i bit di parità sono corretti. Ciò indica che molto probabilmente la parola ricevuta è corretta, anche se è possibile che si sia verificato (con probabilità molto bassa) un errore multiplo di 4 non rilevabile dal codice.

3 Esercizio

In un codice Ecc3, supponendo che la probabilità di errore su ogni singolo bit sia dello 0.1%, qual è la probabilità di un errore non rilevabile quando si trasmette la cifra "1"? E se al codice vi si aggiungesse un controllore di parità?

1. Essendo il codice Ecc3 un codice non completo in cui la distanza di Hamming (la minima distanza) è pari a $h = 1$, la probabilità di un errore non rilevato è

$$N_h \cdot p^h = 3 \cdot 0.1\% = 0.3\%$$

2. Introducendo un controllore di parità, la distanza minima tra le parole passa da $h = 1$ a $h = 2$. Il numero di parole a distanza $h = 2$ dalla parola 1 è pari a 5, per cui la probabilità di un errore non rilevato è

$$N_h \cdot p^h = 5 \cdot (0.1\%)^2 = 5 \times 10^{-6}$$

4 Esercizio

Come si eseguirebbe in "codice ad eccesso 3" l'operazione $34 - 56$ avendo a disposizione solamente "sommatori"?Esplicitarne tutti i passaggi.

- Prima di tutto si codificano in Ecc3 i due valori da "sommare":

$$34_{10} = 0110\_0111_{\text{Ecc3}}$$
$$56_{10} = 1000\_1001_{\text{Ecc3}}$$

- Dopodiché si procede complementando il secondo addendo:

$$1000\_1001 \quad \rightarrow \quad 0111\_0110 + 1 = 0111\_0111$$

- Ora si procede ad eseguire la somma tra i due valori così ottenuti:

$$\begin{array}{ll} 1100\ 1110 & \\ \hline 0110\_0111 & + \\ 0111\_0111 & = \\ \hline 1101\_1110 & \end{array}$$

- Si osserva che nell'ultimo calcolo non si è ottenuto un riporto sul digit successivo come ci si aspettava a seguito dell'operazione di complementazione. Ciò indica che si è ottenuto un valore negativo, per cui deve essere complementato:

$$1101\_1110 \quad \rightarrow \quad 0010\_0001 + 1 = 0010\_0010$$

- Si esegue, ora, la correzione del risultato: essendoci stato riporto tanto sul primo quanto sul secondo digit, si somma 3 ad entrambi

$$\begin{array}{ll} 0100\ 0100 & \\ \hline 0010\_0010 & + \\ 0011\_0011 & = \\ \hline 0101\_0101 & \end{array}$$

- Ecco che, quindi, si è ottenuto il valore cercato, ossia

$$-0101\_0101_{\text{Ecc3}} = -22_{10}$$

5 Esercizio

La funzione composta dai seguenti minterm

$$2, 5, 9, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 22, 26, 29$$

è simmetrica? In caso affermativo che funzione è?

- Per stabilire se la funzione è simmetrica, si scrive

minterm	codifica	peso
2	00010	1
5	00101	2
9	01001	2
12	01100	2
13	01101	3
15	01111	4
16	10000	1
18	10010	2
19	10011	3
22	10110	3
26	11010	3
29	11101	4
	11111	

- Pur essendo i rapporti costanti, essi sono unitari e non possono essere discriminati i reciproci. Si procede, quindi, a scomporre la tabella di cui sopra in due sotto-tabelle in cui viene fissata la prima variabile, ottenendo

minterm	codifica	peso
2	0010	1
5	0101	2
9	1001	2
12	1100	2
13	1101	3
15	1111	4
	$22\frac{1}{2}2$	

$x = 0$

minterm	codifica	peso
16	0000	0
18	0010	1
19	0011	2
22	0110	2
26	1010	2
29	1101	3
	$\frac{1}{2}\frac{1}{2}2\frac{1}{2}$	

$x = 1$

- dall'analisi dei rapporti appare evidente che il rapporto corrispondente alla terza colonna rappresenta il reciproco del rapporto di tutte le altre. Pertanto, si inverte la terza colonna in ambo le tabelle, ottenendo:

minterm	codifica	peso
2	0000	0
5	0111	3
9	1011	3
12	1110	3
13	1111	4
15	1101	3
	2222	

$x = 0$

minterm	codifica	peso
16	0010	1
18	0000	0
19	0001	1
22	0100	1
26	1000	1
29	1111	4
	$\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$	

$x = 1$

- Ora tutti i rapporti sono costanti. Ricostruendo la funzione di partenza, con l'opportuna commutazione, si ottiene

minterm	codifica	peso
2	00000	0
5	00111	3
9	01011	3
12	01110	3
13	01111	4
15	01101	3
16	10010	2
18	10000	1
19	10001	2
22	10100	2
26	11000	2
29	11111	5
	11111	

Appare evidente il numero delle righe per ogni livello di simmetria non risulta essere congruo con quello previsto per

e si può anche osservare che, dividendo ciascuna tabella in cui i livelli di simmetria sono costanti, si ottiene

- Per la prima tabella, con $x = 0$:

minterm	codifica	peso
2	0000	0
	0000	

minterm	codifica	peso
5	0111	3
9	1011	3
12	1110	3
15	1101	3
	3333	

minterm	codifica	peso
13	1111	4
	$\infty\infty\infty\infty$	

- Per la seconda tabella, con $x = 1$:

minterm	codifica	peso
18	0000	0
	0000	

minterm	codifica	peso
16	0010	1
19	0001	1
22	0100	1
26	1000	1
	$\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}$	

minterm	codifica	peso
29	1111	4
	$\infty\infty\infty\infty$	

- Si può dunque ricostruire la tabella originaria:
- Pertanto si è ottenuta la funzione simmetrica

$$S^5_{\{0,1,2,3,4,5\}}(x, y, z, \overline{w}, u)$$

6 Esercizio

Analizzando la funzione in 5 variabili composta dai seguenti termini minimi, secondo una mappa di decomposizione che ponga in evidenza la variabili X1,X3 come variabili indipendenti, quale decomposizione vi si riconosce ? Evidenziarne le sotto-funzioni che la compongono

$$0, 4, 8, 9, 12, 13, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 30, 31$$

- Si realizza la mappa di decomposizione richiesta

x_1x_3 $x_2x_4x_5$	000	001	010	011	100	101	110	111
00	0	1	2	3	8	9	10	11
01	4	5	6	7	12	13	14	15
10	16	17	18	19	24	25	26	27
11	20	21	22	23	28	29	30	31

- Si osserva immediatamente la presenza di una funzione f e della sua commutazione $\overline{f}$, per cui

f x_1x_3	0	1
00	0	1
01	0	1
10	0	1
11	1	0

- Per cui è immediata la decomposizione seguente

$$\overline{x_1}f + \overline{x_3}f + x_1x_3\overline{f}$$

7 Esercizio

Il Numero a 12 bit espresso in esagesimale come 0x2BC quanto vale in Decimale? Secondo quale algoritmo esso può essere convertito in BCD (riportare la procedura in bella copia).

- Il numero esagesimale $0x2BC$ in binario vale 001010111100_2, per cui in decimale il suo valore è 700_{10}
- Per convertirlo tale numero da binario a BCD, si impiega l'algoritmo seguente

												0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
											0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	
										0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0		
									0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0			
								0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0				
							0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0					
								0	0	1	1												
							0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0					
						0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0						
					0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0							
					0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0							
				0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0								
			0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0									
				0	0	1	1	0	0	1	1												
			0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0									
		0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0										
				0	0	1	1	0	0	1	1												
		0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0										
	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0											
				0	0	1	1																
	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0											
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0												

- Si ottiene, quindi, il numero cercato $0111\_0000\_0000_{\mathrm{BCD}} = 700_{10}$

8 Dichiarazione

Il lavoro di cui sopra è stato svolto da me in completa autonomia.