

TDE 02 - Contagem e Combinatória

Enrico Bernz Reichow Santos

November 9, 2023

1 Contagem

Definição: A contagem é um ramo da matemática que se dedica a determinar o número de elementos em um conjunto. Ela envolve a enumeração de possibilidades e a aplicação de técnicas específicas para contar de maneira precisa.

1.1 Contagem: Permutações

Problema: Em quantas ordens diferentes as letras da palavra "MATHEMATICS" podem ser arranjadas?

Fórmula: $P(n) = n!$

Descrição: O número de maneiras de organizar N elementos distintos em uma ordem específica.

Referência: Grimaldi, R. P. (2003). Discrete and Combinatorial Mathematics: An Applied Introduction.

1.2 Contagem: Combinações

Problema: De quantas maneiras diferentes podemos escolher k alunos de uma classe para formar um grupo?

Fórmula: $C(n, k) = \frac{n!}{k!(n - k)!}$

Descrição: O número de maneiras de escolher k elementos distintos de um conjunto de n elementos, sem se importar com a ordem.

Referência: Rosen, K. H. (2011). Discrete Mathematics and Its Applications.

1.3 Contagem: Arranjos

Problema: Em um torneio de xadrez com n jogadores, quantas possíveis finais diferentes podem ocorrer?

Fórmula: $A(n, k) = n! / (n - k)!$

Descrição: O número de arranjos possíveis ao escolher k elementos distintos de um conjunto de n elementos, levando em consideração a ordem.

Referência: Graham, R. L., Knuth, D. E., e Patashnik, O. (1994). Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science.

1.4 Contagem: Distribuição de Objetos Idênticos em Caixas Distintas

Problema: Quantas maneiras diferentes existem para distribuir 5 livros idênticos em 3 prateleiras distintas?

Fórmula: $C(n + r - 1, r)$

Descrição: O número de maneiras de distribuir n objetos idênticos em r recipientes distintos.

Referência: Knuth, D. E. (2011). The Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms.

1.5 Contagem: Distribuição de Objetos Distintos em Caixas Distintas

Problema: Em quantas maneiras diferentes podemos distribuir 4 livros distintos em 3 prateleiras distintas?

Fórmula: n elevado a r .

Descrição: O número de maneiras de distribuir n objetos distintos em r recipientes distintos.

Referência: Chartrand, G., Zhang, P., e Lesniak, L. (2012). Graphs e Digraphs.

1.6 Contagem: Princípio da Multiplicação

Problema: Se uma refeição tem 3 opções de entrada, 4 opções de prato principal e 2 opções de sobremesa, quantas refeições diferentes podemos montar?

Fórmula: Total de Maneiras = Maneiras da Etapa 1 \times Maneiras da Etapa 2 $\times \dots \times$ Maneiras da Etapa n

Descrição: Utilizado quando uma tarefa pode ser dividida em etapas independentes.

Referência: Rosen, K. H. (2011). Discrete Mathematics and Its Applications.

1.7 Contagem: Distribuição de Cartas com Restrições

Problema: Em um jogo de pôquer, quantas mãos diferentes podem ser formadas com exatamente duas cartas de copas?

Fórmula: $C(13, 2) \times C(39, 3)$

Descrição: O número de maneiras de escolher 2 cartas de copas de um conjunto de 13 e 3 cartas de qualquer outro naipe de um conjunto de 39.

Referência: Rosen, K. H. (2011). Discrete Mathematics and Its Applications.

2 Combinatória

Definição: Combinatória é a área da matemática que estuda arranjos, combinações e permutações, sem preocupação com a ordem específica dos elementos.

2.1 Combinatória: Escolha de um Comitê

Problema: De quantas maneiras diferentes podemos escolher um comitê de 3 pessoas de um grupo de 10?

Fórmula: $C(n, k)$

Descrição: Determina o número de maneiras de escolher um comitê de k membros de um grupo de n pessoas.

Referência: Chartrand, G., Zhang, P., Lesniak, L. (2012). Graphs & Digraphs.

2.2 Combinatória: Distribuição de Bolas em Caixas

Problema: Em quantas maneiras diferentes podemos distribuir 5 bolas em 3 caixas?

Fórmula: $C(n + r - 1, r)$

Descrição: Calcula o número de maneiras de distribuir n bolas em r caixas distintas.

Referência: Graham, R. L., Knuth, D. E., e Patashnik, O. (1994). Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science.

2.3 Combinatória: Problema do Aperto de Mão

Problema: Em uma festa com n pessoas, quantos apertos de mão diferentes podem ocorrer?

Fórmula: $n \times (n - 1) / 2$

Descrição: Determina o número de apertos de mão distintos em um grupo de n pessoas.

Referência: Rosen, K. H. (2011). Discrete Mathematics and Its Applications.

3 References

Grimaldi, R. P. (2003). Discrete and Combinatorial Mathematics: An Applied Introduction.

Rosen, K. H. (2011). Discrete Mathematics and Its Applications.

Graham, R. L., Knuth, D. E., e Patashnik, O. (1994). Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science

Chartrand, G., Zhang, P., e Lesniak, L. (2012). Graphs e Digraphs.