Existencia del ínfimo

Teorema. *Suponga que S es un conjunto ordenado con la propiedad de la menor cota superior, $\emptyset \neq B \subset S$, y B es una cota inferior. Sea L el conjunto de todas las cotas inferiores de B. Entonces*

$$\alpha = sup \ \ L$$

existe en S, $\alpha = inf \ B \in S$.

Demostración. Dado que B está acotado inferiormente, L es no vacio. Por otro lado, L consiste en en exactamente aquellas $y \in S$ que satisfacen la desigualdad

$$\forall x \in B : y \leq x.$$

Por lo anterior, observamos que todo elemento en B es una cota superior de L. Entonces, L está acotado superiormente. Como $L \subset S$, por hipótesis $\alpha = sup \ \ L \in S$.

1. Si $\gamma \leq \alpha$, entonces γ no es una cota superior de L y por lo tanto, $\gamma \notin B$. De ahi que $\forall x \in B : \alpha \leq x$. Y por definición $\alpha \in B$.

2. Si $\alpha < \beta$, entonces $\beta \notin L$ ya que α es una cota superior de L.

En conclusión, α es una cota inferior de B pero todo elemento $\beta >$ no es cota inferior de B. Por lo tanto $\alpha = inf \ \ B$. □

Referencia

Rudin, W., 1964, Principles of Mathematical Analysis, Ed. 3 Cap. 1, Pag. 5

Notas Zettelkasten

- **Enlaces Entrada**: def:conjuntosaaa010, def:conjuntosaaa011, def:conjuntosaaa012, -
- **Enlaces Salida**: -, -, -, -, -
- **Inspirado En**: -, –, -
- **Creado A Partir De**: -, -, -, -, -