# Minería de Reglas de Asociación

# Minería de reglas de asociación

- Métodos para encontrar relaciones entre atributos en grandes volúmenes de datos.

- Estas relaciones se presentan como **reglas de asociación** o **conjuntos de ítems frecuentes.**

- Es una tarea no-supervisada.

- A diferencia de clustering aquí encontramos asociaciones entre atributos en vez de agrupar instancias.

# Minería de reglas de asociación

- Criterio principal para evaluar un algoritmo de reglas de asociación: eficiencia computacional.
- Primer algoritmo eficiente fue presentado en 1993 en SIGMOD (congreso importante en bases de datos).
- Idealmente trabajamos sobre **datos categóricos y binarios.**
- Existen adaptaciones para trabajar con secuencias, grafos, y otros tipos de entradas estructuradas.

# ¿Para qué?

- Muchos negocios acumulan grandes cantidades de datos sobre sus operaciones diarias.
  - Ejemplo: transacciones en una tienda de retail.
- Aprender de estos datos permiten entender el comportamiento adquisitivo/comercial de los clientes
- Esta información se puede utilizar para la toma de decisiones en un negocio (manejo de inventario, promoción de productos para venta cruzada)

# Ejemplo

- Tenemos las siguientes transacciones en una canasta de compra:

| $TID$ | Items |
|---|---|
| 1 | {Bread, Milk} |
| 2 | {Bread, Diapers, Beer, Eggs} |
| 3 | {Milk, Diapers, Beer, Cola} |
| 4 | {Bread, Milk, Diapers, Beer} |
| 5 | {Bread, Milk, Diapers, Cola} |

- La siguiente regla se podría extraer de estos datos:

$$\{\texttt{Diapers}\} \longrightarrow \{\texttt{Beer}\}$$

- Esta regla sugiere una relación entre la venta de pañales y cerveza porque varios clientes que compraron pañales también compraron cerveza.
- Un retailer puede usar este tipo de reglas para encontrar oportunidades de venta cruzada de productos.

# Dominios de Aplicación

- Además del análisis de canasta de compra, las reglas de asociación pueden ser útiles en varios dominios: bioinformática, diagnóstico médico, web mining, análisis de datos científicos.
- En ciencias de la tierra: las asociaciones pueden revelar conexiones entre el océano, la tierra, y procesos atmosféricos.

# Definiciones

- **Itemset**
  - Un conjunto de uno o más elementos
    - Ej: {Milk, Bread, Diaper}
  - k-itemset
    - ítemset que contiene k ítems
- **Support count ($\sigma$)**
  - Frecuencia con que ocurre un ítemset
  - Ej. $\sigma$({Milk, Bread, Diaper}) = 2
- **Support**
  - Fracción de las transacciones que contiene un ítemset
  - Ej. s({Milk, Bread, Diaper}) = 2/5
- **Itemset frecuente**
  - Un ítemset cuyo support es mayor o igual a un parámetro *minsup*

| *TID* | *Items* |
|---|---|
| 1 | Bread, Milk |
| 2 | Bread, Diaper, Beer, Eggs |
| 3 | Milk, Diaper, Beer, Coke |
| 4 | Bread, Milk, Diaper, Beer |
| 5 | Bread, Milk, Diaper, Coke |

# Definición: Regla de Asociación

- Regla de Asociación
  - Expresión de implicancia de la forma $X \rightarrow Y$, donde X (antecedente) e Y (consecuente) son ítemsets.
  - Ejemplo: {Milk, Diaper} → {Beer}
- Métricas para evaluar las reglas
  - Soporte (s) o Support en inglés
    - Fracción de las transacciones que contienen a ambos X e Y

$$s(X \rightarrow Y) = \frac{\sigma(X \cup Y)}{|T|}$$

  - Confianza (C ) o confianza en inglés.
    - Mide qué tan frecuentemente los ítems en Y aparecen en transacciones que contienen X

$$c(X \rightarrow Y) = \frac{\sigma(X \cup Y)}{\sigma(X)}$$

| *TID* | *Items* |
|---|---|
| **1** | **Bread, Milk** |
| **2** | **Bread, Diaper, Beer, Eggs** |
| **3** | **Milk, Diaper, Beer, Coke** |
| **4** | **Bread, Milk, Diaper, Beer** |
| **5** | **Bread, Milk, Diaper, Coke** |

Ejemplo:

$$\{\text{Milk}, \text{Diaper}\} \Rightarrow \text{Beer}$$

$$s = \frac{\sigma(\text{Milk}, \text{Diaper}, \text{Beer})}{|\text{T}|} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$c = \frac{\sigma(\text{Milk}, \text{Diaper}, \text{Beer})}{\sigma(\text{Milk}, \text{Diaper})} = \frac{2}{3} = 0.67$$

# Minería de Reglas de Asociación

- Dado un conjunto de transacciones T, el objetivo de la minería de reglas de asociación es encontrar todas las reglas que tengan
  - support ≥ minsup
  - confidence ≥ minconf

Transacciones comerciales

| *TID* | *Items* |
|---|---|
| **1** | **Bread, Milk** |
| **2** | **Bread, Diaper, Beer, Eggs** |
| **3** | **Milk, Diaper, Beer, Coke** |
| **4** | **Bread, Milk, Diaper, Beer** |
| **5** | **Bread, Milk, Diaper, Coke** |

Ejemplo de Reglas de Asociación

{Diaper} → {Beer},
{Milk, Bread} → {Eggs,Coke},
{Beer, Bread} → {Milk},

**¡¡La implicancia significa co-ocurrencia y no causalidad!!**

# Para tener en cuenta

- A diferencia de clasificación y clustering, aquí buscamos una solución exacta.
- Siempre pueden ocurrir asociaciones aleatorias de poco valor.
- El resultado debe ser interpretado con precaución .
- Una fuerte correlación no necesariamente implica causalidad.

# ¿Por qué usamos support y confidence?

- Si el soporte es muy bajo
  - X e Y pueden haber co-ocurrido por azar
  - También es poco interesante del punto de vista del negocio
  - Sirve para eliminar reglas poco interesantes

# ¿Por qué usamos support y confidence?

- La confianza, mide qué tanto podemos "confiar" en la inferencia hecha por la regla.
- Mientras mayor sea la confianza, mayor será la probabilidad de observar Y en transacciones que tengan X.
- La confianza estima la probabilidad condicional: $P(Y|X)$.
- Co-ocurrencia no es causalidad (causalidad implica una relación temporal entre las variables)

# Minería de Reglas de Asociación

- Aproximación por Fuerza-Bruta:
  - Listar todas las reglas de asociación posibles (R)
  - Calcular el support y confidence para cada regla
  - filtrar las reglas que no cumplan con las restricciones de *minsup* y *minconf*
  - Computacionalmente prohibitivo! Para d ítems

    - N. total de itemsets = $2^d$
    - N. total de reglas de asociación (R):

$$\sum_{k=1}^{d-1}\left[\binom{d}{k} \times \sum_{j=1}^{d-k}\binom{d-k}{j}\right]$$
$$= 3^d - 2^{d+1} + 1$$

# Minería de Reglas de Asociación

| *TID* | *Items* |
|---|---|
| **1** | **Bread, Milk** |
| **2** | **Bread, Diaper, Beer, Eggs** |
| **3** | **Milk, Diaper, Beer, Coke** |
| **4** | **Bread, Milk, Diaper, Beer** |
| **5** | **Bread, Milk, Diaper, Coke** |

## Ejemplo de Reglas:

$\{\text{Milk,Diaper}\} \longrightarrow \{\text{Beer}\}$ (s=0.4, c=0.67)
$\{\text{Milk,Beer}\} \longrightarrow \{\text{Diaper}\}$ (s=0.4, c=1.0)
$\{\text{Diaper,Beer}\} \longrightarrow \{\text{Milk}\}$ (s=0.4, c=0.67)
$\{\text{Beer}\} \longrightarrow \{\text{Milk,Diaper}\}$ (s=0.4, c=0.67)
$\{\text{Diaper}\} \longrightarrow \{\text{Milk,Beer}\}$ (s=0.4, c=0.5)
$\{\text{Milk}\} \longrightarrow \{\text{Diaper,Beer}\}$ (s=0.4, c=0.5)

## Observaciones:

- Todas las reglas listadas vienen del mismo itemset:
  {Milk, Diaper, Beer}

- Las reglas que originan del mismo itemset tienen idéntico support pero pueden tener diferente confidence

- El cálculo del support sólo depende de $X \cup Y$

# Generación de Reglas de Asociación

- Cómo todas las posibles reglas provenientes del mismo itemset tienen el mismo soporte podemos dividir la tarea en 2 pasos:

1. Generación de ítemsets frecuentes
   - Generar todos los ítemsets cuyo support ≥ minsup

2. Generación de Reglas
   - Generar reglas de alto confidence para cada itemset, donde cada regla es una partición binaria de un ítemset frecuente

Aún así, la generación de patrones frecuentes es muy costosa

# Generación de ítemsets frecuentes

- Estrategia fuerza bruta: generar todos los itemsets y descartar todos los que no cumplan minsup.
  - Eso requiere comparaciones del orden O(NMw) con N el número de transacciones, M el número de itemsets y w el largo de la transacción con más ítems.
- Estrategia inteligente: reducir el número de itemsets candidatos a ser evaluados.

# El Principio Apriori

- Si un itemset es frecuente, entonces todos sus subconjuntos son frecuentes.

- De manera análoga, si un itemset es infrecuente todos sus superconjuntos son infrecuentes.

# Todos los Itemsets posibles

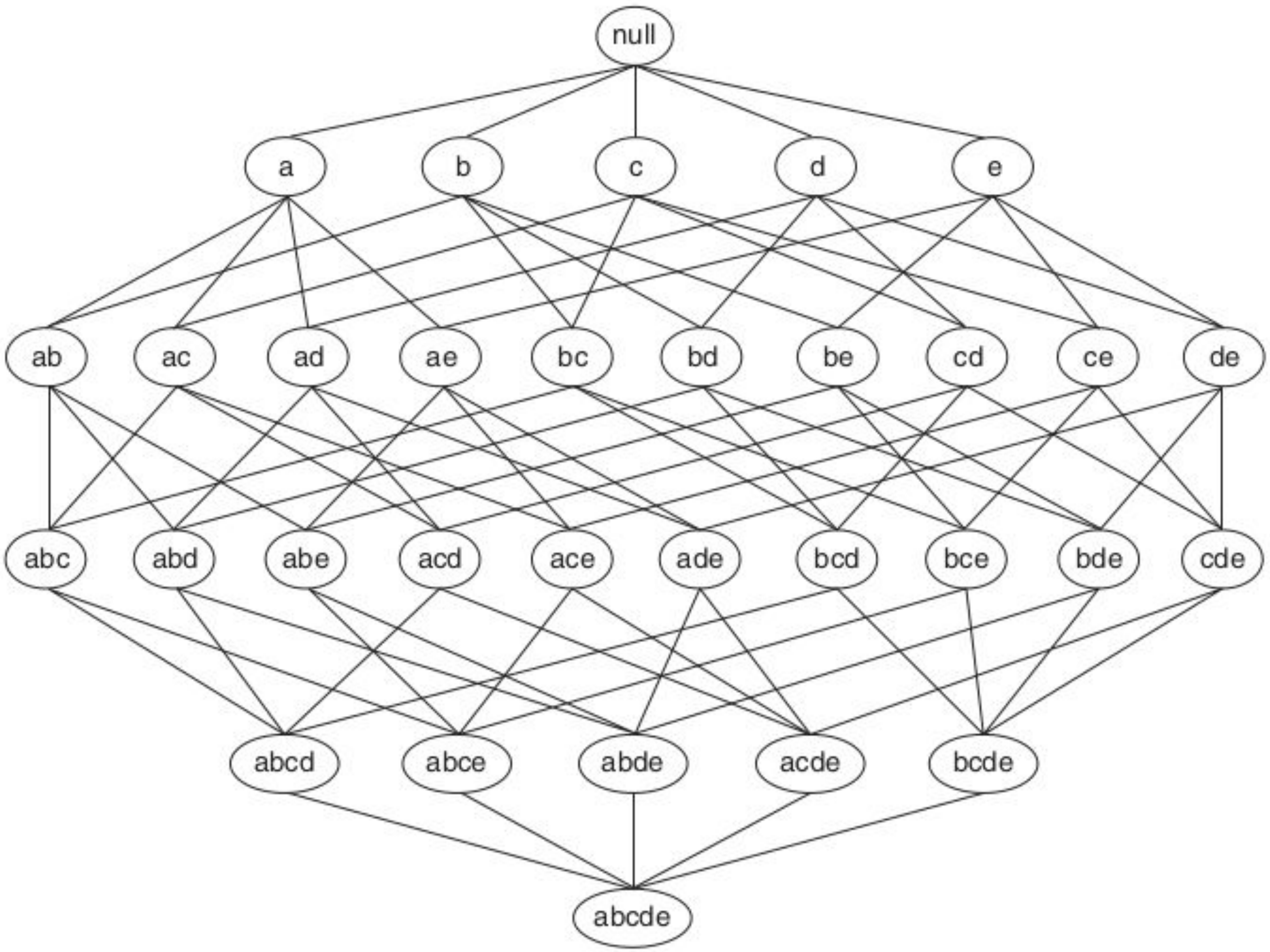
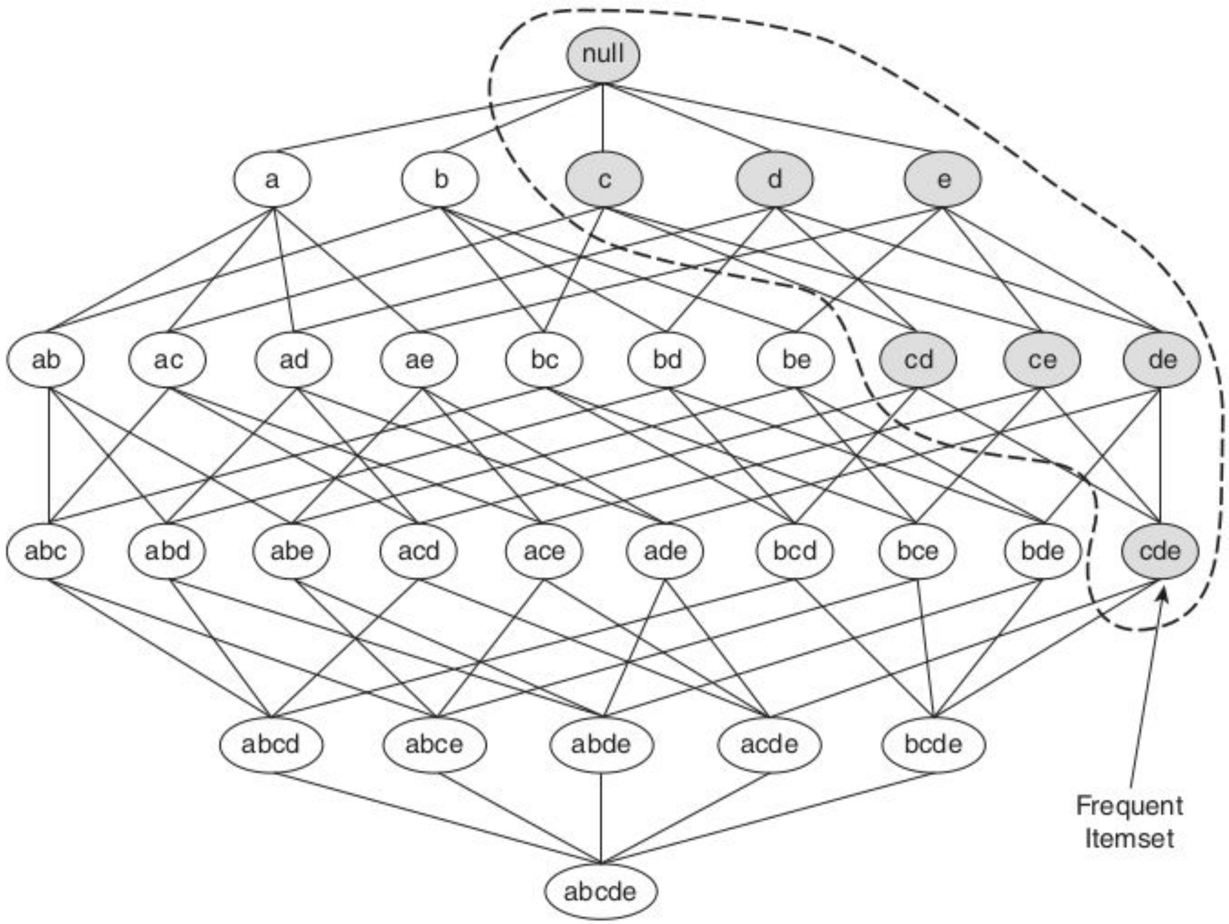


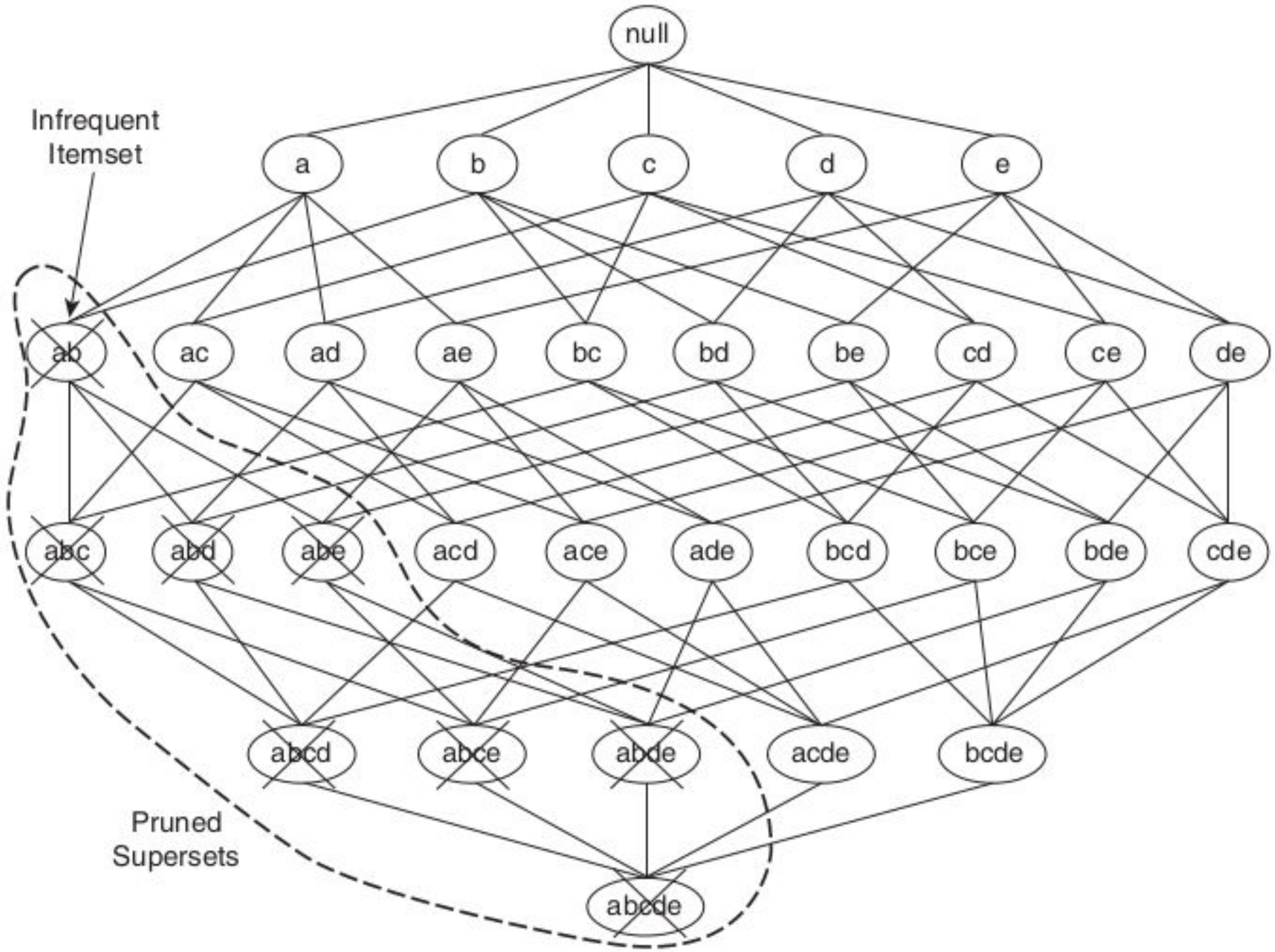

**Figure 5.1.** An itemset lattice.

# Principio Apriori




Si {c,d,e} es frecuente, todos sus subconjuntos son frecuentes.

# Principio Apriori




Si {a,b} es infrecuente, todos sus superconjuntos son infrecuentes.

# Generación de Itemsets Frecuentes usando Apriori

- Apriori es el primer algoritmo para encontrar reglas de asociación que usa **poda** basada en soporte para mitigar el crecimiento exponencial de los itemsets candidatos.

- Objetivo: reducir la cantidad de candidatos a itemsets frecuentes aprovechando el principio apriori.

- Encontrar 1-itemsets es fácil: se escanea la base de datos y se cuenta la frecuencia de cada ítem.

- Idea: mezclar pares de 1-itemsets frecuentes para encontrar candidatos a 2-itemsets frecuentes, luego repetir usando pares de 2-itemsets frecuentes para encontrar candidatos a 3-itemsets, y así sucesivamente.

# Ejemplo: Generación de Itemsets Frecuentes usando Apriori

Candidate 1-Itemsets

| Item | Count |
|---|---|
| Beer | 3 |
| Bread | 4 |
| Cola | 2 |
| Diapers | 4 |
| Milk | 4 |
| Eggs | 1 |

Minimum support count = 3

Candidate 2-Itemsets

| Itemset | Count |
|---|---|
| {Beer, Bread} | 2 |
| {Beer, Diapers} | 3 |
| {Beer, Milk} | 2 |
| {Bread, Diapers} | 3 |
| {Bread, Milk} | 3 |
| {Diapers, Milk} | 3 |

Itemsets removed because of low support

Candidate 3-Itemsets

| Itemset | Count |
|---|---|
| {Bread, Diapers, Milk} | 2 |

# Generación de Itemsets Frecuentes usando Apriori

- Por el principio Apriori sabemos que si X es un k-itemset frecuente, entonces todos sus (k-1)-item subsets son frecuentes también.

- Estrategia: encontrar k-itemsets mezclando (k-1)-itemsets frecuentes.
- Los ítems dentro de un itemset se ordenan lexicográficamente y así sólo mezclamos pares de itemsets que difieren en su último ítem.
  - Esto nos asegura que no generamos dos veces el mismo k-itemset combinando (k-1)-itemsets.
  - Ejemplo: {b,c,a} y {a,c,b} se transforman a {a,b,c}.

- Para encontrar candidatos de k-itemsets frecuentes, sólo mezclamos (k-1)-itemsets que tengan los mismos k-2 primeros ítems.

# Ejemplo

- Tenemos cinco 3-itemsets frecuentes

  **`(A B C), (A B D), (A C D), (A C E), (B C D)`**

  - Sólo mezclamos pares de ítemsets que difieren en su último ítem: (A B C) con (A B D) y (A C D) con (A C E).

- Candidatos a 4-itemsets:

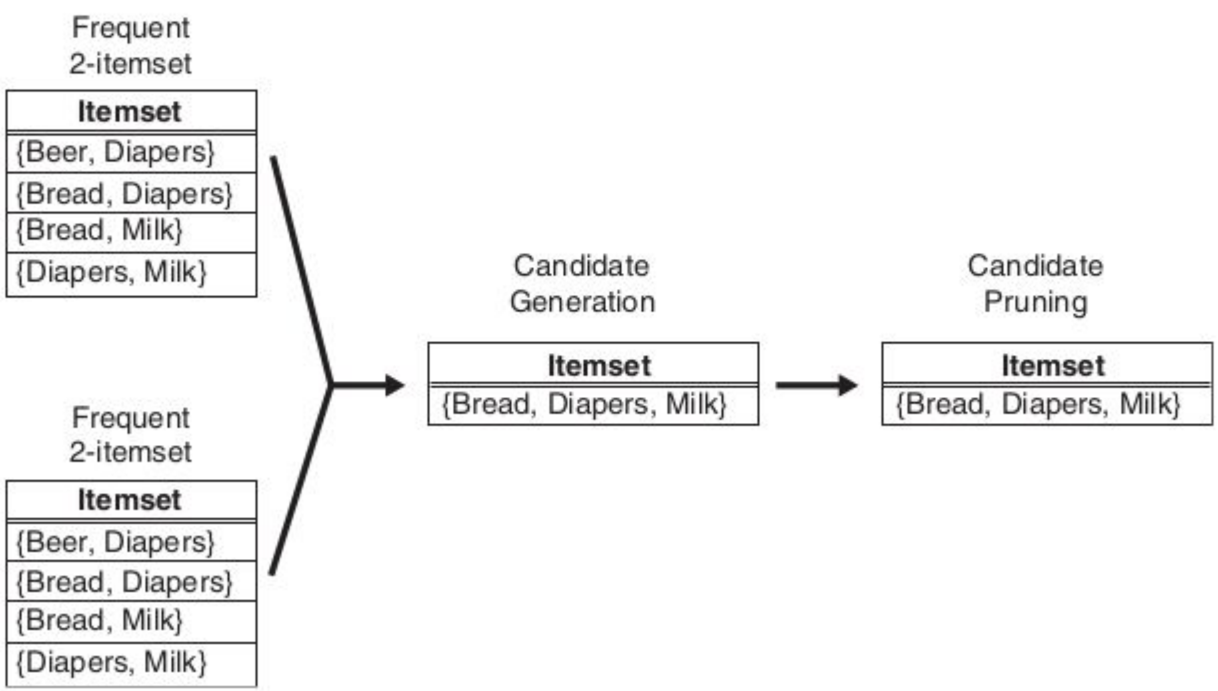
  - Chequeo que todos los sub (k-1)-itemsets del k-itemset candidato son frecuentes.

  **`(A B C D) es un candidato válido porque todos sus subconjuntos son frecuentes (A B C) (A C D) (B C D)`**

  **`(A C D E) No es candidato porque (C D E) no es frecuente`**

  - Al final se deben contar todas las transacciones que contengan el k-itemset candidato. Un k-itemset puede ser infrecuente incluso si todos sus subconjuntos son frecuentes (es una condición necesaria pero no suficiente).

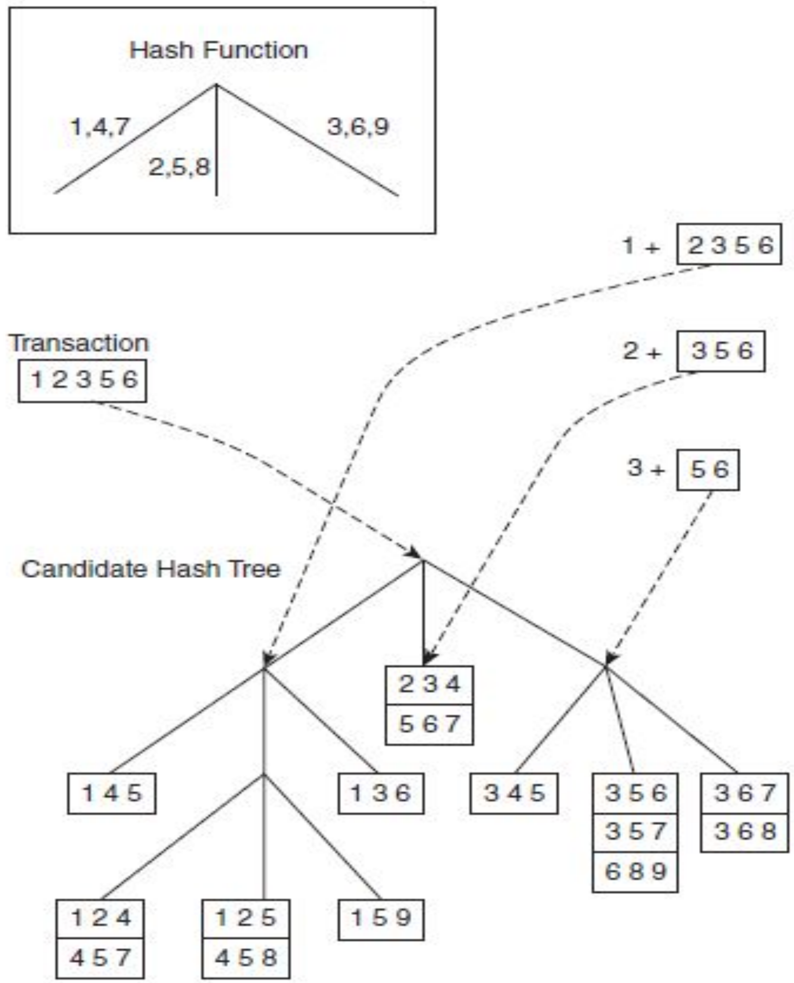
# Generar y podar candidatos a k-itemsets mezclando pares de (k-1)-itemsets frecuentes.



# Algoritmo Apriori

1. Encuentro los 1-itemset frecuentes escaneando la base de datos
2. **Mezcla:** Encuentro candidatos a k-itemsets frecuentes combinando pares de (k-1)-itemsets frecuentes que sólo difieran en su último elemento. (Los itemsets deben estar ordenados lexicográficamente)
3. **Poda:** chequeo que los sub-itemsets del candidato sean frecuentes. Si encuentro algún sub-itemset no frecuente descarto el candidato por principio Apriori.
4. **Conteo de suporte**: cuento el soporte del itemset candidato y chequeo si cumple el criterio minsup. Uso un árbol hash (hash tree) para hacer el conteo de manera eficiente.

# Usar un Hash Tree para mantener los conteos de soporte



# Algoritmo Apriori para generación de itemsets frecuentes

**Algorithm 5.1** Frequent itemset generation of the *Apriori* algorithm.

$k = 1$.
$F_k = \{ i \mid i \in I \wedge \sigma(\{i\}) \geq N \times minsup \}$. {Find all frequent 1-itemsets}
**repeat**
  $k = k + 1$.
  $C_k$ = candidate-gen$(F_{k-1})$. {Generate candidate itemsets.}
  $C_k$ = candidate-prune$(C_k,\ F_{k-1})$. {Prune candidate itemsets.}
  **for** each transaction $t \in T$ **do**
    $C_t$ = subset$(C_k, t)$. {Identify all candidates that belong to $t$.}
    **for** each candidate itemset $c \in C_t$ **do**
      $\sigma(c) = \sigma(c) + 1$. {Increment support count.}
    **end for**
  **end for**
  $F_k = \{ c \mid c \in C_k \wedge \sigma(c) \geq N \times minsup \}$. {Extract the frequent $k$-itemsets.}
**until** $F_k = \emptyset$
Result $= \bigcup F_k$.

# Generación de Reglas a partir de un Itemset

- Una vez encontrados todos los itemsets que satisfacen la restricción de minsup, podemos usarlos para generar reglas.

- Podemos particionar el itemset Y en dos subconjuntos no vacios X e $Y - X$ para formar la regla $X \rightarrow Y - X$

- Donde $X \rightarrow Y - X$, tiene que satisfacer la restricción de minconf.

- Ejemplo: $Y = \{a,b,c\}$, $X = \{a,b\}$, $Y - X = \{c\}$ produce la regla $\{a,b\} \rightarrow \{c\}$.

# Generación de Reglas a partir de un Itemset

- Para el itemset $Y = \{a, b, c\}$
- Se pueden generar 6 reglas $2^k$-2, ignorando las que tienen antecedente o consecuente vacío.
- $\{a, b\} \rightarrow \{c\}$, $\{a, c\} \rightarrow \{b\}$, $\{b, c\} \rightarrow \{a\}$, $\{a\} \rightarrow \{b, c\}$, $\{b\} \rightarrow \{a, c\}$ y $\{c\} \rightarrow \{a, b\}$.
- Como el soporte de cada regla es igual al de X, todas estas reglas satisfacen minsup.

# Generación eficiente de reglas

- Queremos encontrar todas las reglas que satisfacen minconf.
  - Confianza = soporte del itemset dividido por el soporte del antecedente

$$c(X \rightarrow Y) = \frac{\sigma(X \cup Y)}{\sigma(X)}$$

  - Los valores de soporte ya fueron calculados en la fase previa y se encuentran guardados en el hash tree => no tenemos que escanear la base de datos nuevamente.
  - Ejemplo: Considere la regla {1, 2}→ {3} generada partir del itemset X = {1, 2, 3}.
  - La confianza de esta regla es σ({1, 2, 3})/σ({1, 2}).
  - Como {1, 2, 3} es frecuente, el principio apriori nos asegura que {1, 2} es frecuente también y por ende el soporte del {1,2} se encuentra guardado en el hash tree.

# Poda basada en confianza

- Una estrategia fuerza bruta para generar reglas sería generar todas las reglas posibles a partir de todos los itemsets frecuentes y ver si cumplen con **minconf**.

- Eso equivale a evaluar $2^k$-2 reglas (con k el tamaño del itemset).

- Estrategia eficiente: poda basada en confianza.
- Teorema: Sea Y un itemset y X un subconjunto de Y .
  - Si una regla $X \rightarrow Y - X$ no satisface **minconf**, entonces cualquier regla $\tilde{X} \rightarrow Y - \tilde{X}$, con $\tilde{X}$ subconjunto de $X$, tampoco va a satisfacer la regla de **minconf**.
  - Si muevo itemsets del antecedente al consecuente no puedo subir el nivel confianza.

# Poda basada en confianza

Ejemplo:

- Sea $Y = \{a,b,c\}$, $X=\{a,b\}$, $\tilde{X} = \{a\}$, con $\tilde{X} \subset X$
- $X \rightarrow Y - X = \{a,b\} \rightarrow \{c\}$
- $\tilde{X} \rightarrow Y - \tilde{X} = \{a\} \rightarrow \{b,c\}$ // moví un item del antecedente al consecuente.
- $c(X \rightarrow Y\text{-}X) = \sigma(Y)/\sigma(X) = \sigma(\{a,b,c\})/\sigma(\{a,b\})$
- $c(\tilde{X} \rightarrow Y\text{-}\tilde{X}) = \sigma(Y)/\sigma(\tilde{X}) = \sigma(\{a,b,c\})/\sigma(\{a\})$

- Por principio apriori: $\sigma(\{a\}) \geq \sigma(\{a,b\})$, $\sigma(\tilde{X}) \geq \sigma(X)$
- $c(\{a\} \rightarrow \{b,c\})$ requiere dividir por un número más grande que en $c(\{a,b\} \rightarrow \{c\})$
- Entonces $c(\{a,b\} \rightarrow \{c\}) \geq c(\{a\} \rightarrow \{b,c\})$

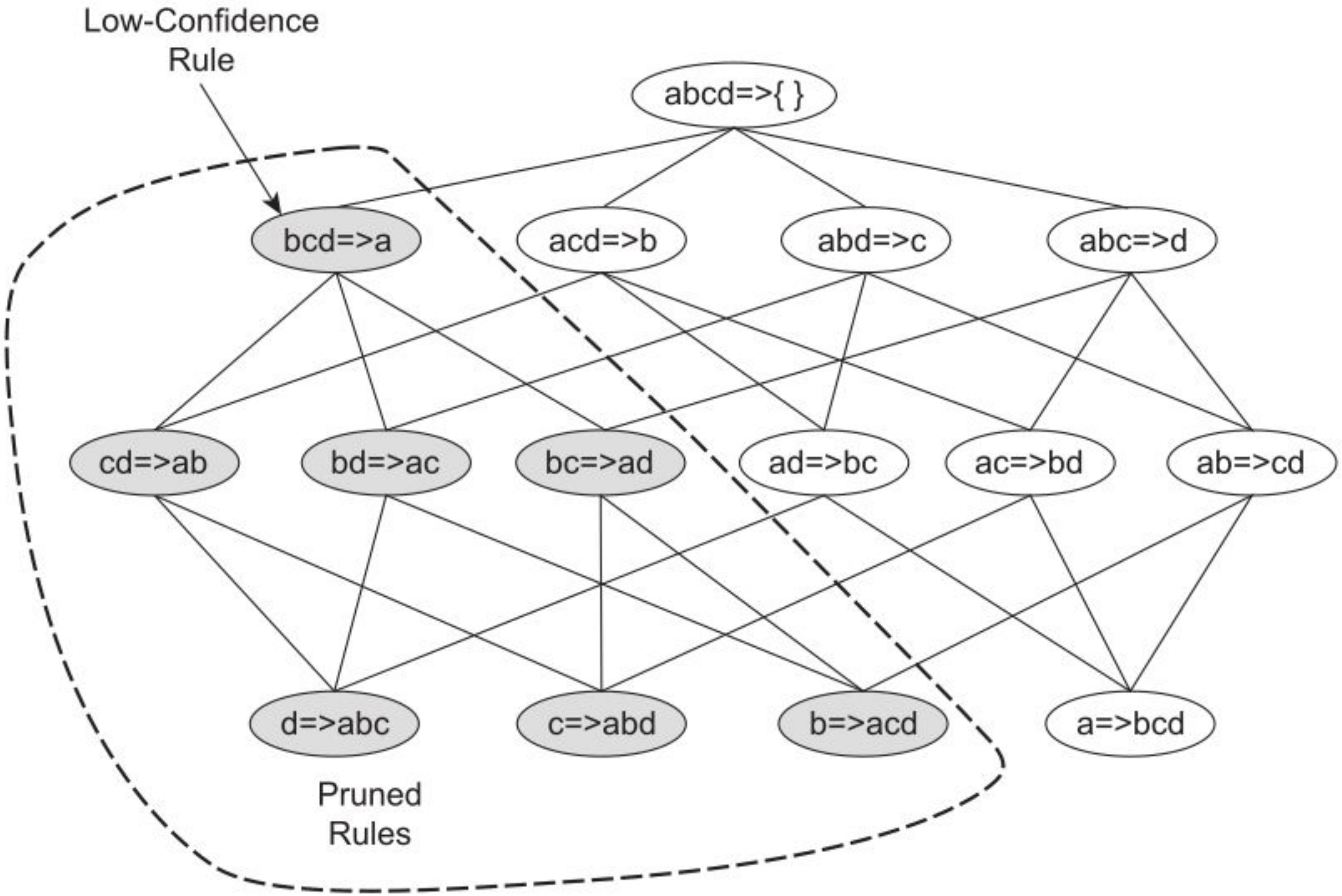
¡La confianza no puede crecer si muevo itemsets del antecedente consecuente!

# Poda basada en confianza

- La confianza no puede crecer si muevo itemsets del antecedente al consecuente.

- Demostración:
  - Sean dos reglas $\tilde{X} \rightarrow Y - \tilde{X}$, $X \rightarrow Y - X$, donde $\tilde{X} \subset X$.
  - La confianza de estas reglas es $\sigma(Y)/\sigma(\tilde{X})$ y $\sigma(Y)/\sigma(X)$ respectivamente.
  - Como $\tilde{X}$ es un subconjunto de X, $\sigma(\tilde{X}) \geq \sigma(X)$.
  - Por consecuencia, la primera regla no puede tener una confianza mayor que la segunda.

# Poda de Reglas basada en Confianza



# Generación de reglas eficientes en Apriori

**Algorithm 5.2** Rule generation of the *Apriori* algorithm.

**for** each frequent $k$-itemset $f_k$, $k \geq 2$ **do**
    $H_1 = \{i \mid i \in f_k\}$ {1-item consequents of the rule.}
    call `ap-genrules`$(f_k, H_1.)$
**end for**

**Algorithm 5.3** Procedure `ap-genrules`$(f_k, H_m)$.

$k = |f_k|$ {size of frequent itemset.}
$m = |H_m|$ {size of rule consequent.}
**if** $k > m + 1$ **then**
    $H_{m+1} =$ candidate-gen$(H_m)$.
    $H_{m+1} =$ candidate-prune$(H_{m+1}, H_m)$.
    **for** each $h_{m+1} \in H_{m+1}$ **do**
        $conf = \sigma(f_k)/\sigma(f_k - h_{m+1})$.
        **if** $conf \geq minconf$ **then**
            output the rule $(f_k - h_{m+1}) \longrightarrow h_{m+1}$.
        **else**
            delete $h_{m+1}$ from $H_{m+1}$.
        **end if**
    **end for**
    call ap-genrules$(f_k, H_{m+1}.)$
**end if**

# Ejemplo

- El siguiente ejemplo muestra los votos del congreso Estadounidense en 1984.
- Cada transacción indica el partido político del congresista y su voto respecto a varios temas.

1. Republican
2. Democrat
3. handicapped-infants = yes
4. handicapped-infants = no
5. water project cost sharing = yes
6. water project cost sharing = no
7. budget-resolution = yes
8. budget-resolution = no
9. physician fee freeze = yes
10. physician fee freeze = no
11. aid to El Salvador = yes
12. aid to El Salvador = no
13. religious groups in schools = yes
14. religious groups in schools = no
15. anti-satellite test ban = yes
16. anti-satellite test ban = no
17. aid to Nicaragua = yes
18. aid to Nicaragua = no
19. MX-missile = yes
20. MX-missile = no
21. immigration = yes
22. immigration = no
23. synfuel corporation cutback = yes
24. synfuel corporation cutback = no
25. education spending = yes
26. education spending = no
27. right-to-sue = yes
28. right-to-sue = no
29. crime = yes
30. crime = no
31. duty-free-exports = yes
32. duty-free-exports = no
33. export administration act = yes
34. export administration act = no

# Ejemplo

| Association Rule | Confidence |
|---|---|
| $\{$budget resolution = no, MX-missile=no, aid to El Salvador = yes $\}$ $\longrightarrow \{$Republican$\}$ | 91.0% |
| $\{$budget resolution = yes, MX-missile=yes, aid to El Salvador = no $\}$ $\longrightarrow \{$Democrat$\}$ | 97.5% |
| $\{$crime = yes, right-to-sue = yes, physician fee freeze = yes$\}$ $\longrightarrow \{$Republican$\}$ | 93.5% |
| $\{$crime = no, right-to-sue = no, physician fee freeze = no$\}$ $\longrightarrow \{$Democrat$\}$ | 100% |

- Reglas generadas usando Apriori con minsup 30% y minconf = 90%.
- Las primeras dos reglas sugieren que la mayoría de los votantes que votaron por ayudar al Salvador, no para resolución de presupuesto y no para MX-missile son republicanos.
- Estas reglas muestran los temas que más dividen a los miembros de los dos partidos.

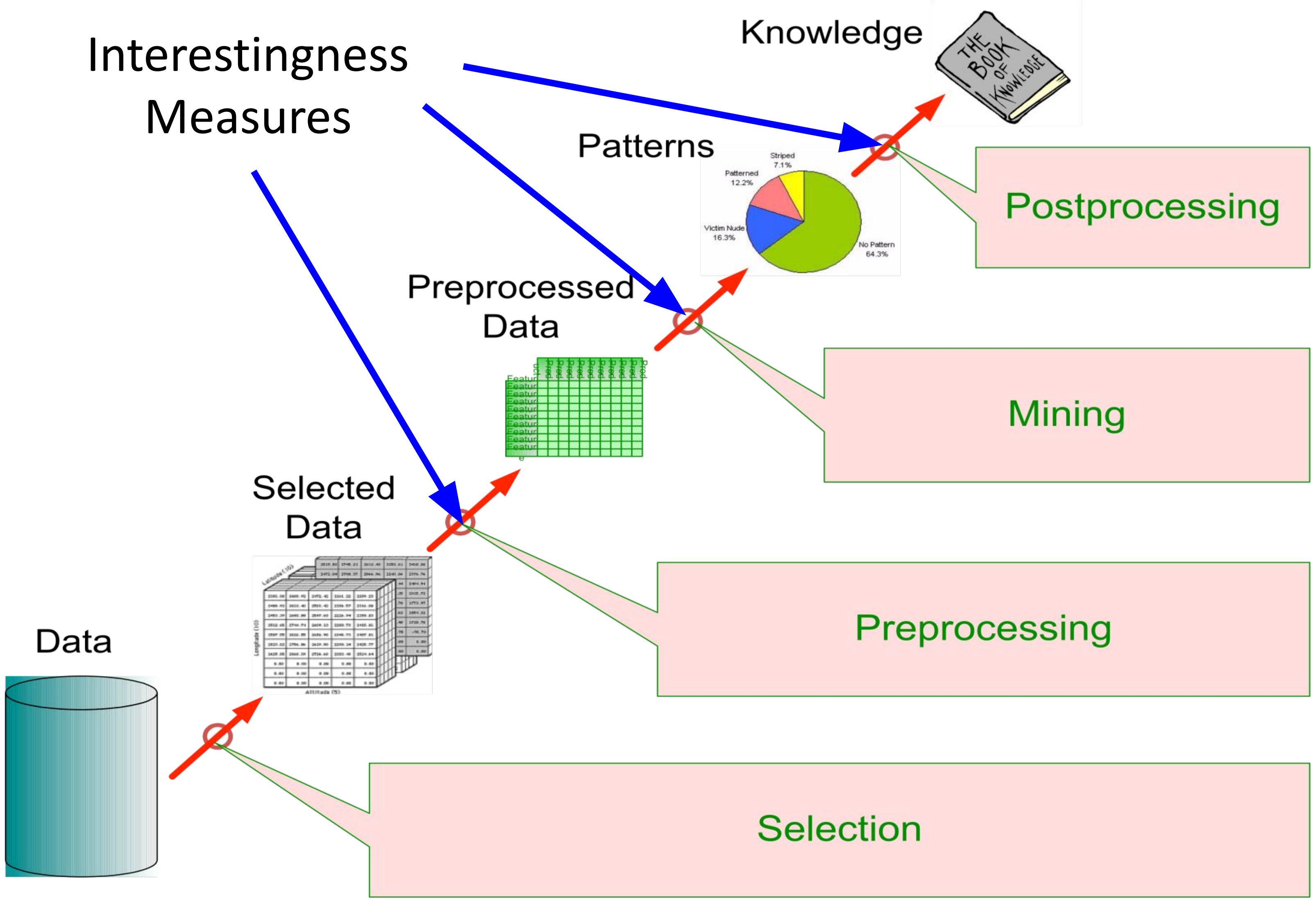
# Evaluación de Patrones

- Los algoritmos de reglas de asociación tienden a producir demasiadas reglas
  - Muchas son redundantes o poco interesantes
  - Redundante si $\{A,B,C\} \rightarrow \{D\}$ y $\{A,B\} \rightarrow \{D\}$ tienen el mismo support y confidence
- Se pueden usar medidas de interés para podar/rankear los patrones derivados
- En la formulación original de reglas de asociación, support y confidence son las únicas medidas

# Medidas objetivas de interés

- Aplicamos medidas objetivas de interés.
  - Soporte y confianza son ejemplos de medidas objetivas de interés.
- Se busca descartar reglas que asocian itemsets que son independientes entre sí (estadísticamente independientes)

# Uso de medidas de interés



# Calculando el interés

- Dada una regla $X \longrightarrow Y$, la información requerida para calcular su medida de interés se puede obtener de la tabla de contingencia

Tabla de contingencia para $X \longrightarrow Y$

| | $Y$ | $\overline{Y}$ | |
|---|---|---|---|
| $X$ | $f_{11}$ | $f_{10}$ | $f_{1+}$ |
| $\overline{X}$ | $f_{01}$ | $f_{00}$ | $f_{o+}$ |
| | $f_{+1}$ | $f_{+0}$ | $\|T\|$ |

$f_{11}$: support de $X$ e $Y$
$f_{10}$: support de $X$ e $\overline{Y}$
$f_{01}$: support de $\overline{X}$ e $Y$
$f_{00}$: support de $\overline{X}$ e $\overline{Y}$

Usado para definir varias medidas

- support, confidence, lift, Gini, J-measure, etc.

# Desventaja de Confidence

| | Coffee | $\overline{\text{Coffee}}$ | |
|---|---|---|---|
| Tea | 15 | 5 | 20 |
| $\overline{\text{Tea}}$ | 75 | 5 | 80 |
| | 90 | 10 | 100 |

Regla de Asociación: Tea $\rightarrow$ Coffee

Support(Tea $\rightarrow$ Coffee) = 0.15

Confidence (Tea $\rightarrow$ Coffee) = P(Coffee|Tea) = 0.75

pero P(Coffee) = 0.9

La fracción de personas que toman café independientemente si toman té es 0.9.

Saber que alguien toma té baja su probabilidad de tomar café de 0.9 a 0.75

- Aunque confidence es alto, la regla es engañosa

¡La confianza ignora el soporte del consecuente de una regla!

# Independencia estadística

- Población de 1000 estudiantes
  - 600 students know how to swim (S)
  - 700 students know how to bike (B)
  - 420 students know how to swim and bike (S,B)

  - $P(S \wedge B) = 420/1000 = 0.42$
  - $P(S) \cdot P(B) = 0.6 \cdot 0.7 = 0.42$

  - $P(S \wedge B) = P(S) \cdot P(B)$ => Independencia estadística
  - $P(S \wedge B) > P(S) \cdot P(B)$ => Correlación positiva
  - $P(S \wedge B) < P(S) \cdot P(B)$ => Correlación negativa

# Medidas estadísticas

- Consideran dependencia estadística
  - Interest Factor o Lift

$$I(A,B) = \frac{s(A,B)}{s(A) \times s(B)} = \frac{N f_{11}}{f_{1+} f_{+1}}.$$

Se interpreta como:

$$I(A,B) \begin{cases} = 1, & \text{if } A \text{ and } B \text{ are independent;} \\ > 1, & \text{if } A \text{ and } B \text{ are positively related;} \\ < 1, & \text{if } A \text{ and } B \text{ are negatively related.} \end{cases}$$

# Ejemplo: Lift/Interest

| | Coffee | $\overline{\text{Coffee}}$ | |
|---|---|---|---|
| Tea | 15 | 5 | 20 |
| $\overline{\text{Tea}}$ | 75 | 5 | 80 |
| | 90 | 10 | 100 |

Regla de Asociación: Tea → Coffee

Confidence (Tea → Coffee) = P(Coffee|Tea) = 0.75

pero P(Coffee) = 0.9

Lift = 0.75/0.9= 0.8333 (< 1, por lo tanto está asociado negativamente)

Muchas medidas propuestas en la literatura

Algunas medidas funcionan bien en algunas aplicaciones, pero en otras no

**Table 5.9.** Examples of objective measures for the itemset $\{A, B\}$.

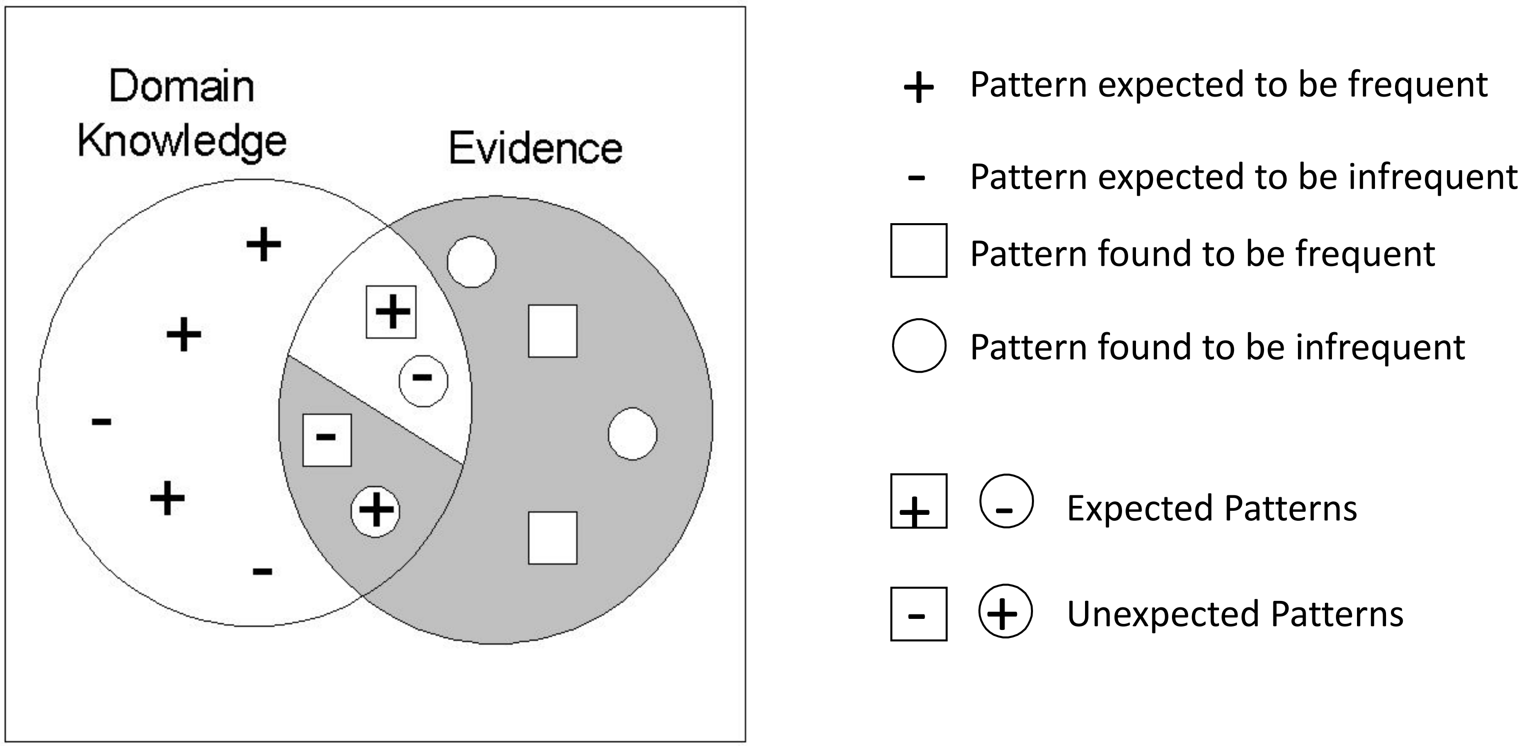
| Measure (Symbol) | Definition |
|---|---|
| Correlation ($\phi$) | $\frac{Nf_{11}-f_{1+}f_{+1}}{\sqrt{f_{1+}f_{+1}f_{0+}f_{+0}}}$ |
| Odds ratio ($\alpha$) | $(f_{11}f_{00})/(f_{10}f_{01})$ |
| Kappa ($\kappa$) | $\frac{Nf_{11}+Nf_{00}-f_{1+}f_{+1}-f_{0+}f_{+0}}{N^2-f_{1+}f_{+1}-f_{0+}f_{+0}}$ |
| Interest ($I$) | $(Nf_{11})/(f_{1+}f_{+1})$ |
| Cosine ($IS$) | $(f_{11})/(\sqrt{f_{1+}f_{+1}})$ |
| Piatetsky-Shapiro ($PS$) | $\frac{f_{11}}{N} - \frac{f_{1+}f_{+1}}{N^2}$ |
| Collective strength ($S$) | $\frac{f_{11}+f_{00}}{f_{1+}f_{+1}+f_{0+}f_{+0}} \times \frac{N-f_{1+}f_{+1}-f_{0+}f_{+0}}{N-f_{11}-f_{00}}$ |
| Jaccard ($\zeta$) | $f_{11}/(f_{1+} + f_{+1} - f_{11})$ |
| All-confidence ($h$) | $\min\left[\frac{f_{11}}{f_{1+}}, \frac{f_{11}}{f_{+1}}\right]$ |

# Medida de interés subjetiva

- Medida objetiva:
  - Rankear patrones basado en estadísticas calculadas a partir de los datos
  - e.g., 21 medidas de asociación (support, confidence, Laplace, Gini, mutual information, Jaccard, etc).
- Medida subjetiva:
  - Rankear patrones de acuerdo a interpretación del usuario
    - Un patrón es subjetivamente interesante si contradice las expectativas de un usuario (Silberschatz & Tuzhilin)
    - Un patrón es subjetivamente interesante si es “actionable” (se puede usar como razón para hacer algo) (Silberschatz & Tuzhilin)

# Interestingness via Unexpectedness

- Necesidad de modelar expectativas de usuario (conocimiento del dominio)




- Necesidad de combinar expectativas de los usuarios con evidencia de los datos (i.e., patrones extraídos)