Practicas de Matlab

Rutinas de Matlab y la resolución de EDO

Hoja 1

Nombre:

Apellido:

DNI:

Table of Contents

Práctica 1 (EDO de corazón)

Considera el siguiente PVI

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -16x_1 + 4\sin(2t) \\ x_1(0) &= 0 \\ x_2(0) &= 2 \end{aligned}$$

en el intervalo, $[0, 2\pi]$. Ahora intenta resolverla numéricamente usando el comando **ode45** de Matlab y pinta la solución

Solución

```
disp('Eso es el codigo de UB')
f = @(t, y) [y(2); -16*y(1)+4*sin(2*t)];
met='ode45';
intv=[0 2*pi];
x0=[0;2];
[t,y] = ode45(f, intv, x0);
i=1;
figure(i)
```

```
set(gca,'FontSize',16);
plot(t, y(:, 1), 'go-', t, y(:, 2), 'r+-')
s=sprintf('Ecuacion de Corazon,\n met=%s,intv=[%g %g],\n x0=[%g %g]',met,intv,x0);
title(s)
grid on
i=2;
figure(i)
set(gca,'FontSize',16);
hold on
plot(y(:,1),y(:,2),'r-+')
hold off
grid on
s=sprintf('Diagrama de fase (Corazon),\n met=%s,intv=[%g %g],\n x0=[%g %g]',met,intv,x(
title(s)
```

Práctica 2 (Sistema depredador-presa)

Sea $x(t)$ la población de la especie presa, y $y(t)$ la de la especie depredadora, $x'(t) := \frac{dx}{dt}$ y $y'(t) := \frac{dy}{dt}$ representarán los cambios de las poblaciones con respecto del tiempo y vienen regidos por un sistema de

- un sistema de *Lotka-Volterra*

$$\begin{array}{rcll} x' & = & Ax - Byx & A, B \in \mathbb{R}^+ \\ y' & = & -Cy + Dxy & C, D \in \mathbb{R}^+ \\ x(0) & = & \alpha_1 & \\ y(0) & = & \alpha_2 & \end{array}$$

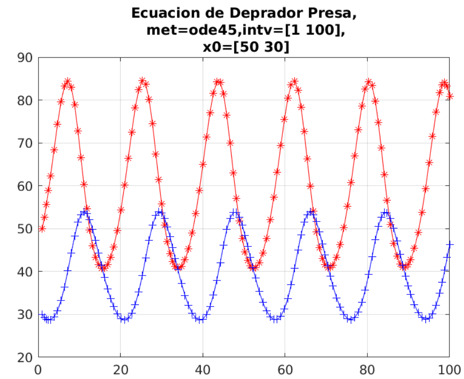
- o un o por un sistema de *Lotka-Volterra* con un depredador externo (un pescador)

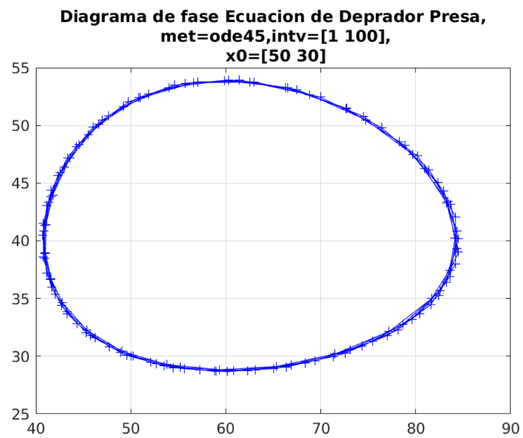
$$\begin{array}{rcll} x' & = & Ax - Byx - Ex & A, B, E \in \mathbb{R}^+ \\ y' & = & -Cy + Dxy - Ey & C, D \in \mathbb{R}^+ \\ x(0) & = & \alpha_1 & \\ y(0) & = & \alpha_2 & \end{array}$$

- ¿Existe algún punto de equilibrio para este modelo de población? En ese caso, ¿ para qué valores de x_1, x_2 el punto de equilibrio es estable?

Solución:

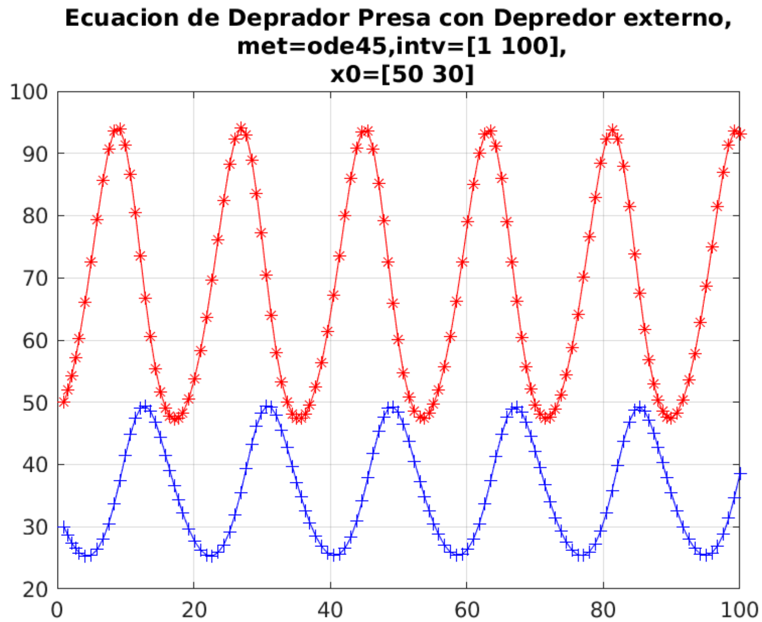
- Resuelve este sistema para $0 \le t \le 100$, suponiendo que las constantes A, B, C, D describen la interacción entre las especies y su propio crecimiento y decrecimiento: $A = 0.4$, $B = 0.01$, $C = 0.3$ y $D = 0.005$). Considera los datos iniciales $[50; 30]$. Dibuja las componentes de solución frente el tiempo en una ventana, en otra, el diagrama de fase.



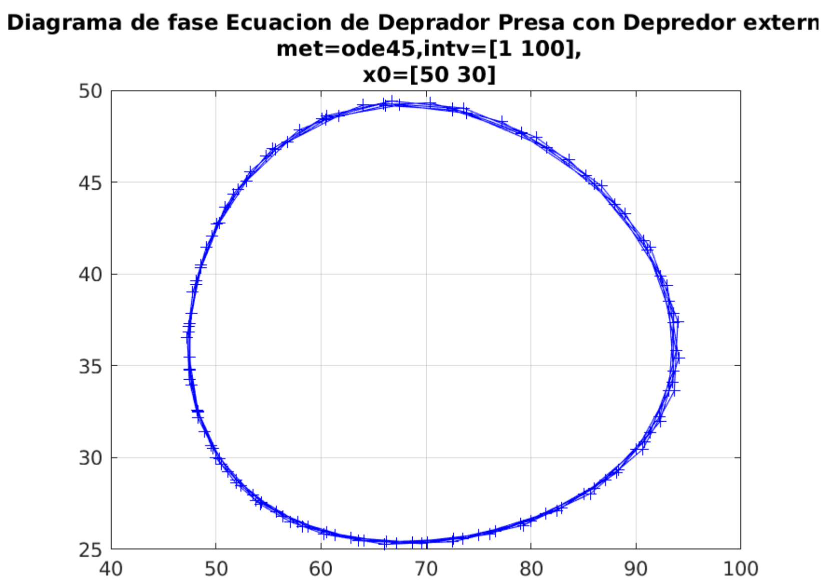


Solución:

- En el caso del sistema con depredador externo $E = 0.04$ ¿Qué tipo de trayectorias describen? Dibuja una gráfica de la solución de cada problema. ¿Qué es su conclusión?



Solución



Práctica 3 (Ecuación del péndulo)

Estudiar la ecuación

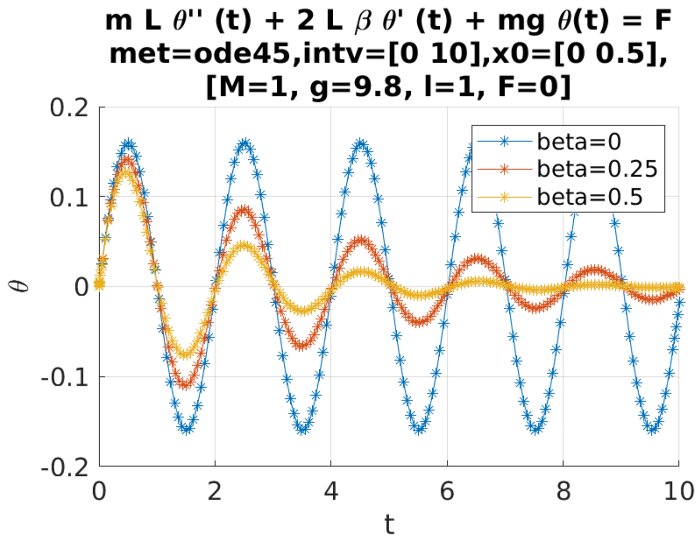
$$\begin{cases} mL\theta''(t) + 2L\beta\theta'(t) + mg(\theta(t)) = F \quad t \in [0, T] \\ \theta(0) = \theta_0, \\ \theta'(0) = w_0. \end{cases}$$

Se consideran los valores $m = 1[kg], g = 9.8[m/s^2], T = 10.$ Estudiar, para $F = 0, L = 1[m]$, los diferentes comportamientos del sistema con $\beta = 0, 0.25, 1.5$ partiendo del dato inicial $\theta_0 = 0, w_0 = 0.5$. Representar tanto $(t, \theta(t))$ como el diagrama de fase $(\theta, \dot{\theta})$.

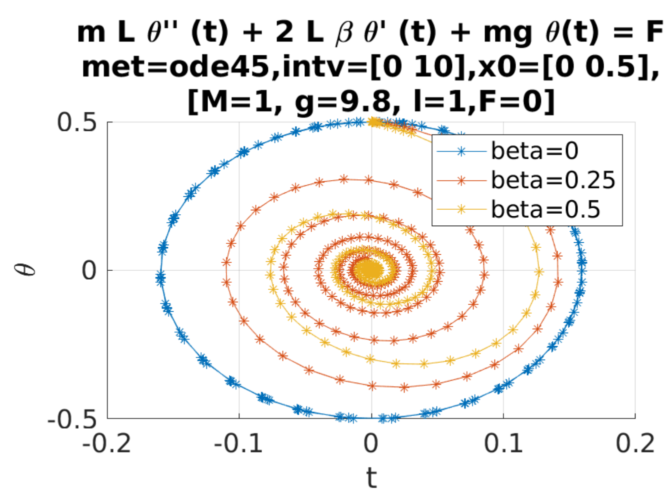
Utilizar paso de tiempo $h = 0.01, 0.0001$ ¿es fidedigno el resultado con respecto a las soluciones explícitas conocidas?

Solución:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) = \left(q_2,\ \frac{1}{mL}(F - 2L\beta q_2 - mgq_1)\right)$$



Solución Diagrama de Fase:



Práctica 4: (Diagramas de fase: ecuación del péndulo Comparar, considerando $F = 0$, con el problema linealizado)

Estudiar la ecuación

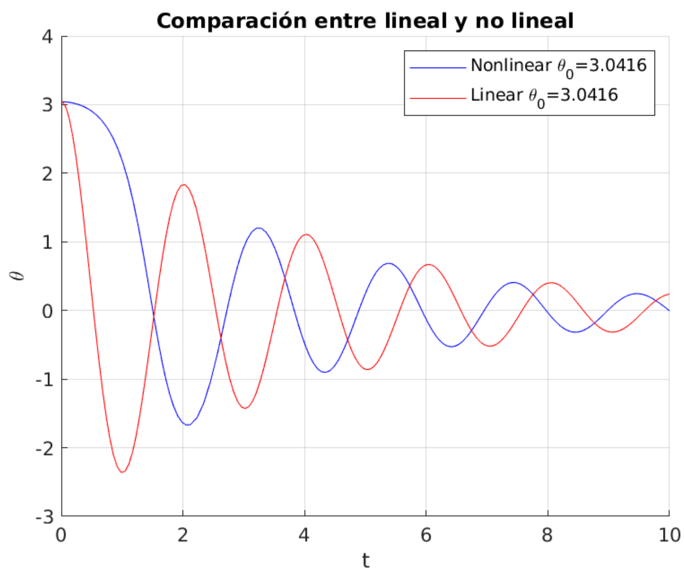
$$\begin{cases} mL\theta''(t) + 2L\beta\theta'(t) + mg\sin(\theta(t)) = F \quad t \in [0, T] \\ \theta(0) = \theta_0, \\ \theta'(0) = w_0. \end{cases}$$

Se consideran los valores $m = 1[kg], g = 9.8[m/s^2], T = 10.$

Comparar, considerando $F = 0$*, con el problema linealizado*

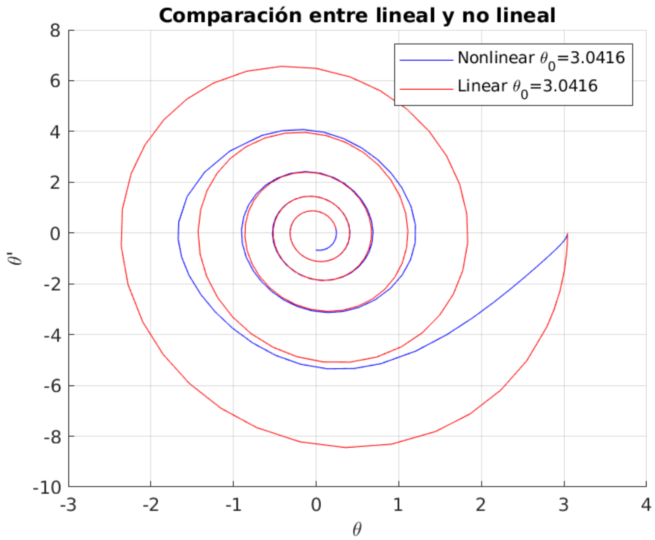
$$\begin{cases} mL\theta''(t) + 2L\beta\theta'(t) + mg\theta(t) = 0 \quad t \in [0, T] \\ \theta(0) = \theta_0, \\ \theta'(0) = w_0. \end{cases}$$

Solucion con diferentes figures

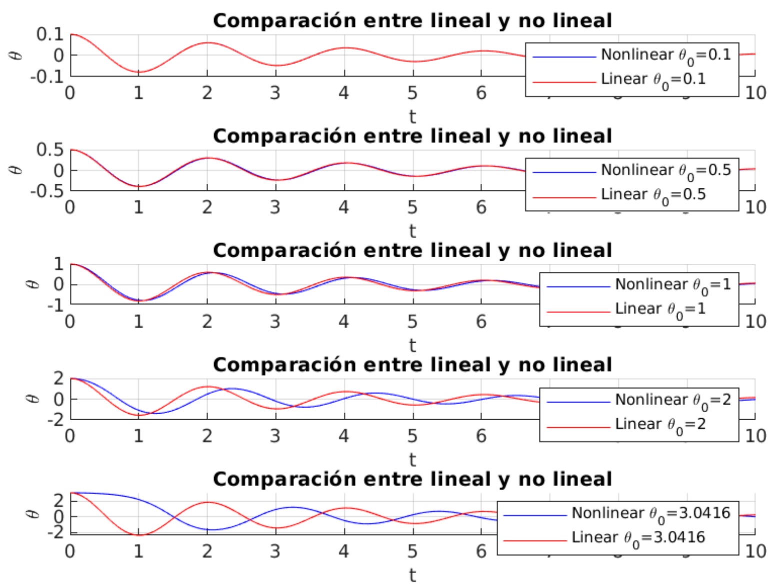


solución con simple plots

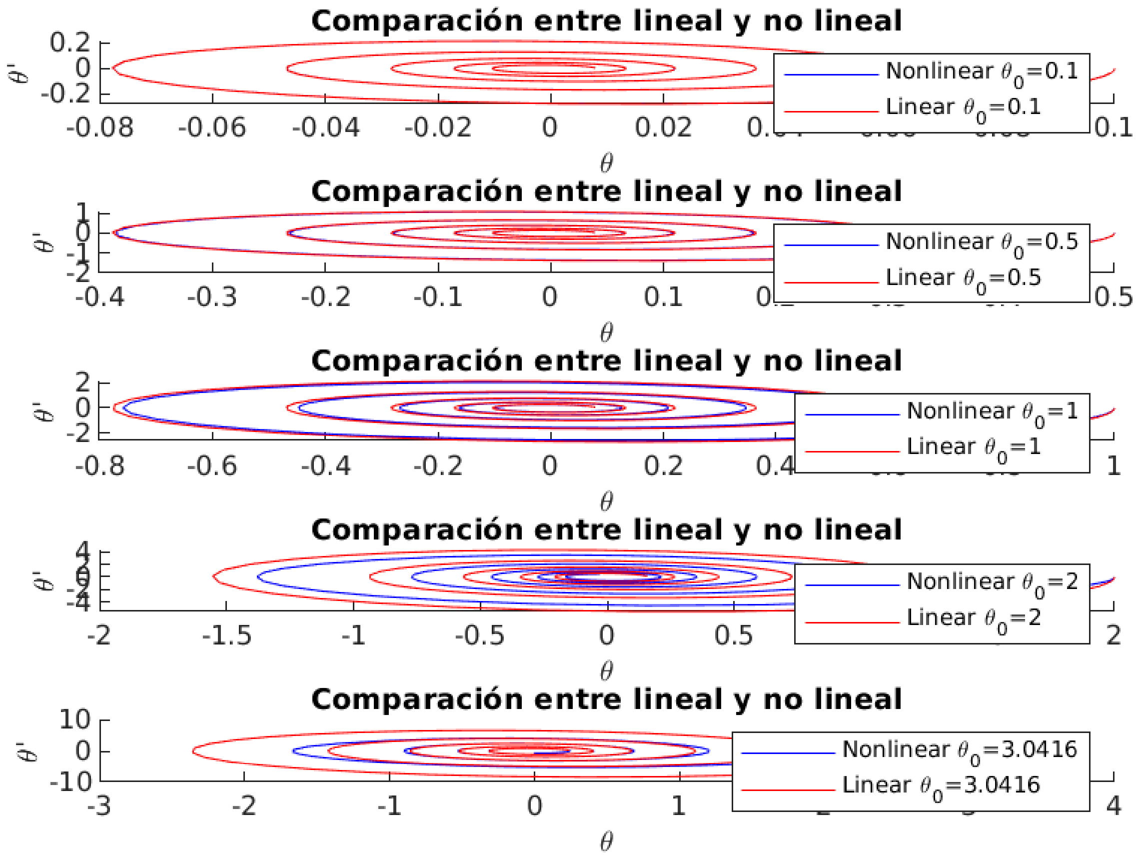
solution with simple plots fase



Solucion con subplots



solution with subplots fase

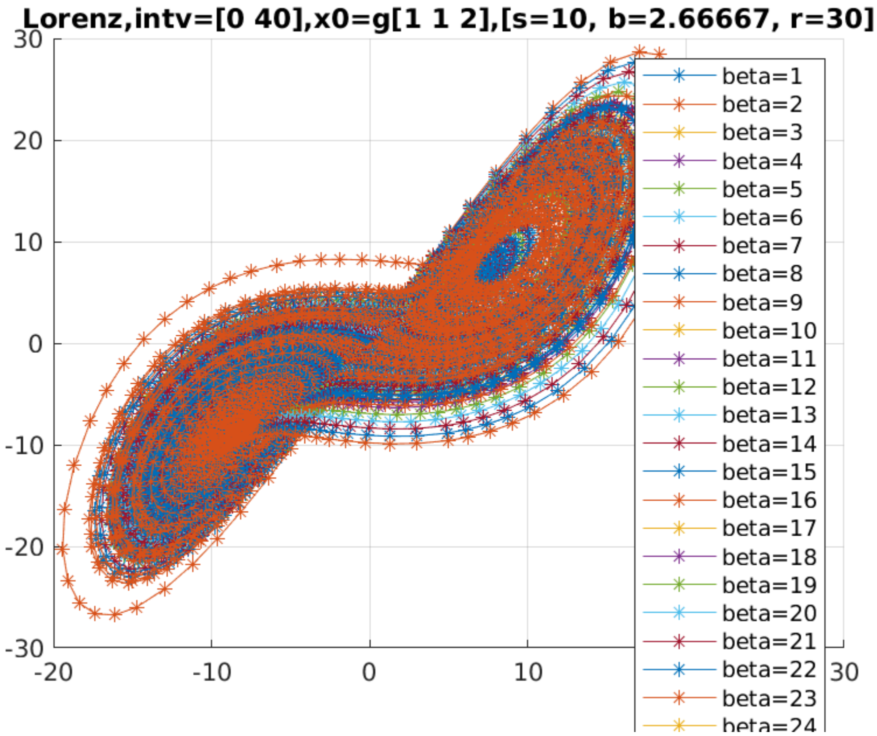


Práctica 5 (Lorenz)

Explora, usando **ode45**, el comportamiento de la solución en el intervalo $0 \leq t \leq 10$, para varias elecciones de los datos iniciales (por ejemplo $(1, 2, 2)$)

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s(y(t) & -x(t)) & \\ rx(t) & -y(t) & -x(t)z(t) \\ x(t)y(t) & & -bz(t) \end{pmatrix}$$

- tomando $s = 10$, $b = \frac{8}{3}$. Ve aumentando desde $r = 0.1$ a $r = 1$ con paso 0.1 y luego a $r = 30$ con paso 1. Observa la dinámica en los valores intermedios $r = 1$, $r = 13.962$ y $r = 24.74$.



Solucion

1. Toma $r = 100.5$ y el dato inicial $(0, 5, 75)$ para ver una solución periódica. Manteniendo el dato inicial mueve *r* entre 99.524 y 100.795 (p.ej. $r = 99.65$) y observa el cambio de dinámica.

Solucion

Práctica 6 (Problema de tres cuerpos)

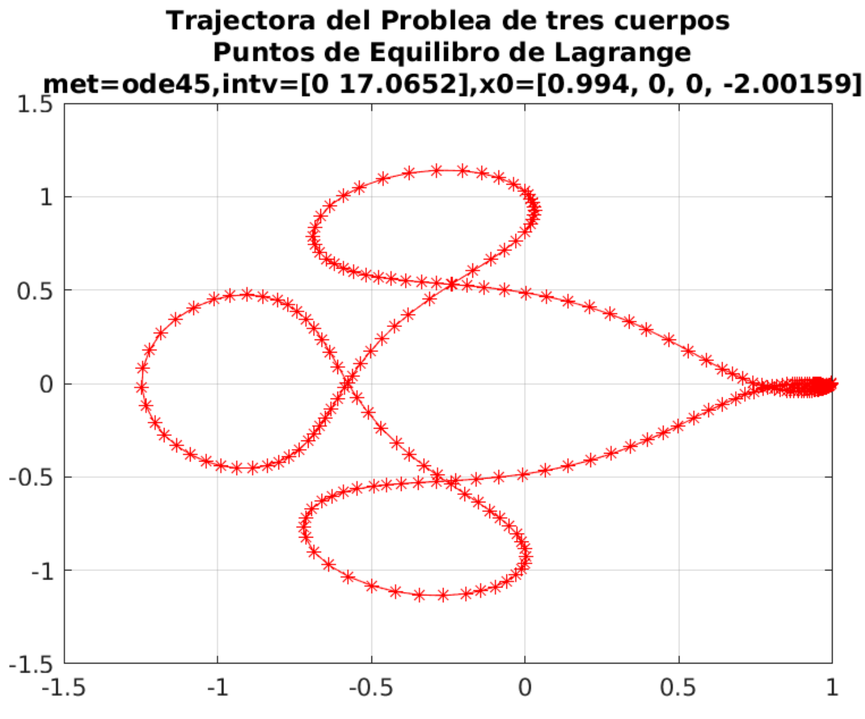
Consideramos el problema de tres cuerpos restringidos en la siguiente manera: dos cuerpos con masas $1 - \mu$ y μ se mueven en círculos en un plano mientras que un tercer cuerpo con una masa que es despreciable en comparación con los otras dos masas se mueve en el mismo plano. Las ecuaciones para el tercer cuerpo son:

$$
\begin{aligned}
x'' &= x + 2y' - (1-m)\frac{x+m}{D1} - m\frac{x-(1-m)}{D2}\\
y'' &= y - 2x' - (1-m)\frac{y}{D1} - m\frac{y}{D2}\\
D1 &= \sqrt[3]{((x+m)^2+y^2)^2}\\
D2 &= \sqrt[3]{((x-(1-m))^2+y^2)^2}\\
m &= 0.012277471
\end{aligned}
$$

1. Transforma el sistema en un sistema equivalente de primer orden.
2. Resuelve el sistema para los datos iniciales

$$
\begin{array}{rcll}
x(0) & = & 0.994 & \\
x'(0) & = & 0 & \\
y(0) & = & 0 & \\
y'(0) & = & -2.00158510637908252240537862224 & \\
T_{period} & = & 17.0652165015796255 & \text{El periodo de la solución}
\end{array}
$$

con el método de **ode45** y pinta $x(t)$ frente a $y(t)$.



Solucion