CARRER PATH IN FINANCE

Portafolios de Inversión
Dr. Jesús Cuauhtémoc Téllez Gaytán

MOTIVACIÓN

El Enfoque de Media-Varianza es la antesala en la medición de riesgos principalmente Valor en Riesgo.

El objetivo no es desarrollar Teoría de Portafolios, si no motivar el uso de la herramienta estadística y su importancia en Finanzas y particularmente en las decisiones de inversión, partiendo del Análisis Media-Varianza.

TEORÍA DE PORTAFOLIOS: MOTIVACIÓN

Finanzas Modernas	1950 – 1970
Tema	Valuación basada en el comportamiento económico racional.
Paradigmas	➢ Optimización (Harry Markowitz) ➢ Irrelevancia (Modigliani & Miller) ➢ CAPM (Sharpe, Lintner & Mossen) ➢ Mercados eficientes (Eugene Fama)
Fundamentos	Economía financiera

MEDIA-VARIANZA

A los inversionistas únicamente les preocupa el **rendimiento esperado** y la **varianza** de los rendimientos, cuando deben discriminar entre inversiones alternativas.

Por lo anterior, existe una forma particular de preferencias o de la aversión al riesgo.

MEDIA-VARIANZA

Importancia en la Toma de Decisiones Financieras:

- Asignaciones internacionales de activos financieros;
- Fondos de inversión y pensión;
- Estrategias de Cobertura (administración del riesgo);
- Estimación del Costo de Capital de Proyectos de Inversión.

MEDIA-VARIANZA

Mercado es Completo:

- El $E_0[R]$ de cualquier activo puede replicarse mediante un portafolio que combina dos fondos o activos:
  - Activo seguro + Portafolio de Mercado
- El riesgo del portafolio es idéntico al del activo en cuestión.

Diversificación del Riesgo:

- Capacidad de los individuos en eliminar parte del riesgo a través de la combinación de activos disponibles en el mercado.

MEDIA-VARIANZA

Diversificación del Riesgo

- Riesgo Total:
  - Riesgo diversificable (propio o idiosincrásico)

    +
  - Riesgo no diversificable (sistemático o de mercado)

Ausencia de Arbitraje:

- $E_0[R_i] = E_0[R_P]$ … "CAPM"

RENDIMIENTO ESPERADO Y VARIANZA

Estado de la Naturaleza	Probabilidad	A_1(%)	A_2(%)	A_3(%)
Buena	¼	14	17	3
Regular	½	8	9	9
Mala	¼	4	6	15

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Distribuciones de Probabilidad Conjunta:

- Marginales
- Condicionales
- Esperanza condicional
- Covarianza y correlación
- Ley de los grandes números

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Distribuciones discretas:

- Binomial
- Geométrica
- Hipergeométrica
- Poisson

NOTA: Reconocer estas distribuciones de probabilidad nos ayudará a estimar el riesgo de un portafolio, fuera del contexto de Normalidad.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Distribuciones Continuas:

- Exponencial
- Uniforme
- Gamma
- Weibull
- Normal

NOTA: Reconocer estas distribuciones de probabilidad nos ayudará a estimar el riesgo de un portafolio, fuera del contexto de Normalidad.

RENDIMIENTO ESPERADO Y VARIANZA: PORTAFOLIO CON 2 ACTIVOS

$$E(R_P) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2) = w_1 E(R_1) + (1 - w_1) E(R_2)$$

$$\text{var}(R_P) \equiv \sigma_P^2 = E\{w_1 R_1 + w_2 R_2 - [w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)]\}^2$$

$$\text{var}(R_P) = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 E\{[R_1 - E(R_1)][R_2 - E(R_2)]\}$$

$$\text{cov}(R_1, R_2) \equiv \sigma_{12} = \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$$

RENDIMIENTO ESPERADO Y VARIANZA: PORTAFOLIO CON *N* ACTIVOS

$$E(R_P) = \sum_{j=1}^{N} w_j E(R_j)$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^{N} w_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^{N} \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^{N} w_j w_h \sigma_{jh}$$

RENDIMIENTO ESPERADO Y VARIANZA: EJEMPLO

Calcular la media, varianza y desviación estandar de los siguientes portafolios:

	Ponderaciones (%)						
Activo 1	125	100	75	50	25	0	-25
Activo 2	-25	0	25	50	75	100	125

COMBINACIÓN DE ACTIVOS EN EL CONTEXTO DE M-V

- CASO 1: Correlación perfecta y positiva entre los rendimientos de ambos activos.

- CASO 2: Correlación perfecta y negativa entre los rendimientos de ambos activos.

- CASO 3: Correlación no perfecta

MEDIA-VARIANZA: CASO 1

La desvest. de un portafolio con dos activos:

$$\sigma_P = \left[w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1-w_1)\sigma_1\sigma_2\right]^{1/2}$$

Reordenando la anterior expresión:

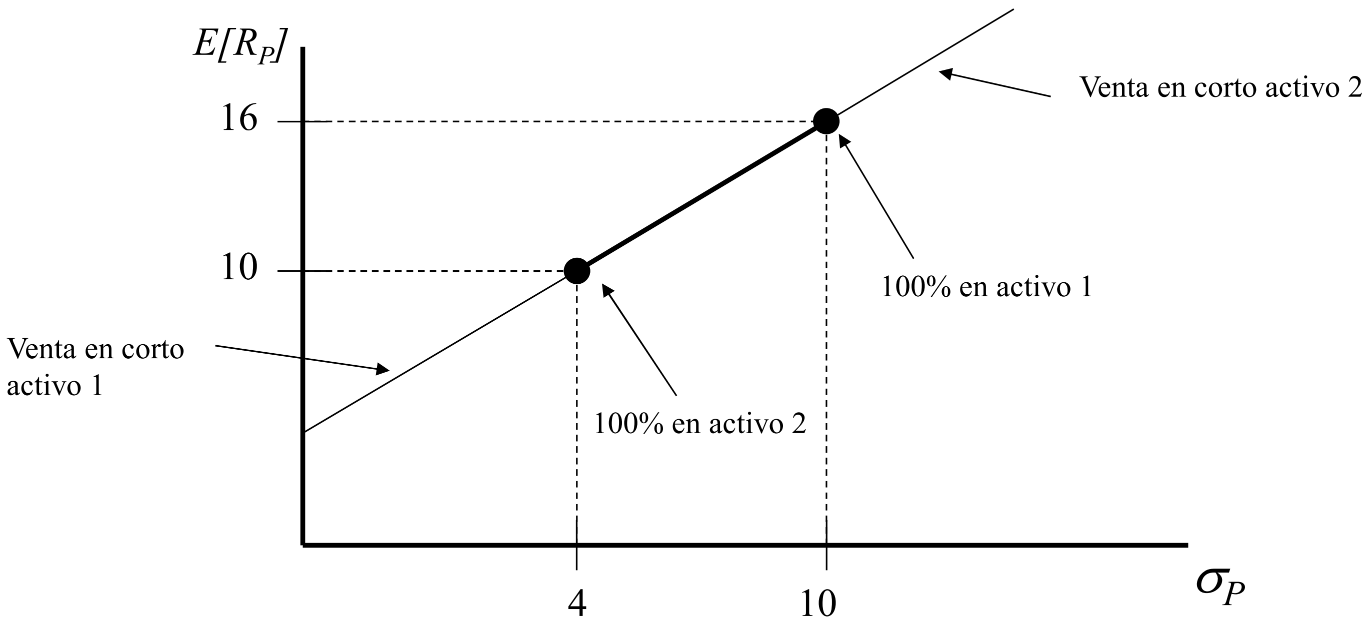
$$\sigma_P = \left\{\left[w_1\sigma_1 + (1-w_1)\sigma_2\right]^2\right\}^{1/2} = w_1\sigma_1 + (1-w_1)\sigma_2$$

Sea la siguiente información de dos activos inciertos, encuentre el Conjunto de Oportunidades de Inversión:

- Activo 1: $E[R_1]= 16\%$ $\sigma_1= 10\%$
- Activo 2: $E[R_2]= 10\%$ $\sigma_2= 4\%$

MEDIA-VARIANZA: CASO 1

Representación gráfica:



MEDIA-VARIANZA: CASO 1

Portafolio de mínima varianza:

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1-w_1)\sigma_1\sigma_2\rho_{12}$$

$$w_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}}$$

En nuestro ejemplo anterior, w_1= -0.667 y w_2= 1.667

MEDIA-VARIANZA: CASO 2

Partimos de: $\sigma_P = \left[w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 - 2w_1(1-w_1)\sigma_1\sigma_2\right]^{1/2}$

$$\sigma_P = \left\{\left[w_1\sigma_1 - (1-w_1)\sigma_2\right]^2\right\}^{1/2}$$

ó

$$\sigma_P = \left\{\left[-w_1\sigma_1 + (1-w_1)\sigma_2\right]^2\right\}^{1/2}$$

¿Cuáles son las w_i's de mínima varianza? ¿Qué w anula el riesgo del portafolio?

MEDIA-VARIANZA: CASO 2

Se puede anular el riesgo sí:

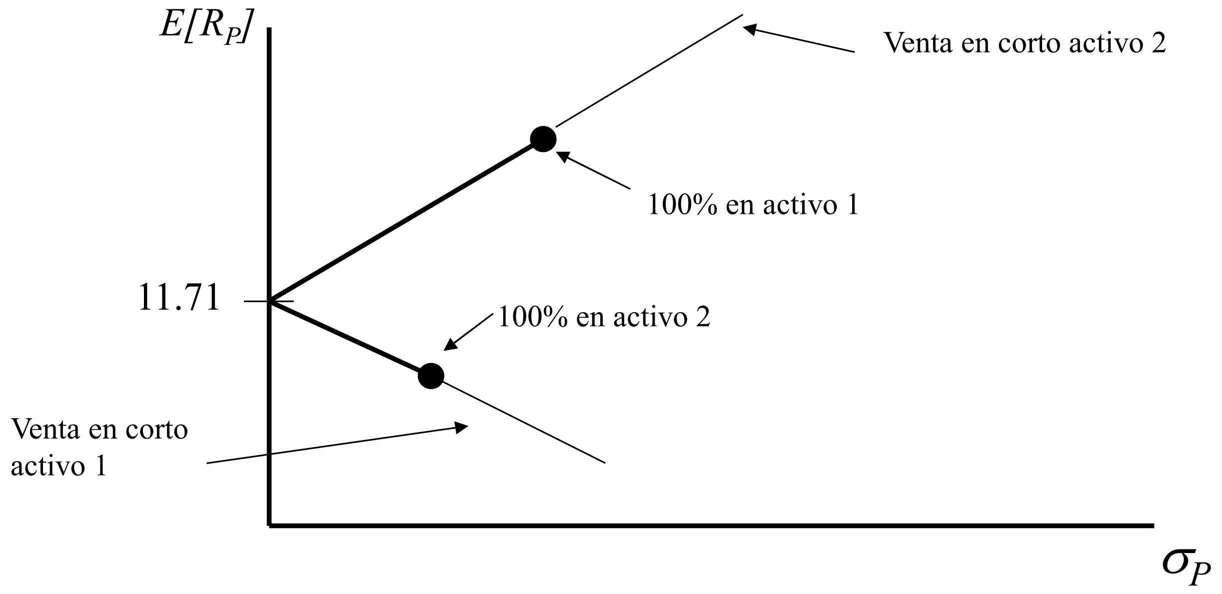
$$w_1^* = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

Para una volatilidad mayor o igual que cero: $w_1^* \geq \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$

ó $w_1^* \leq \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$

MEDIA-VARIANZA: CASO 2

Representación gráfica:



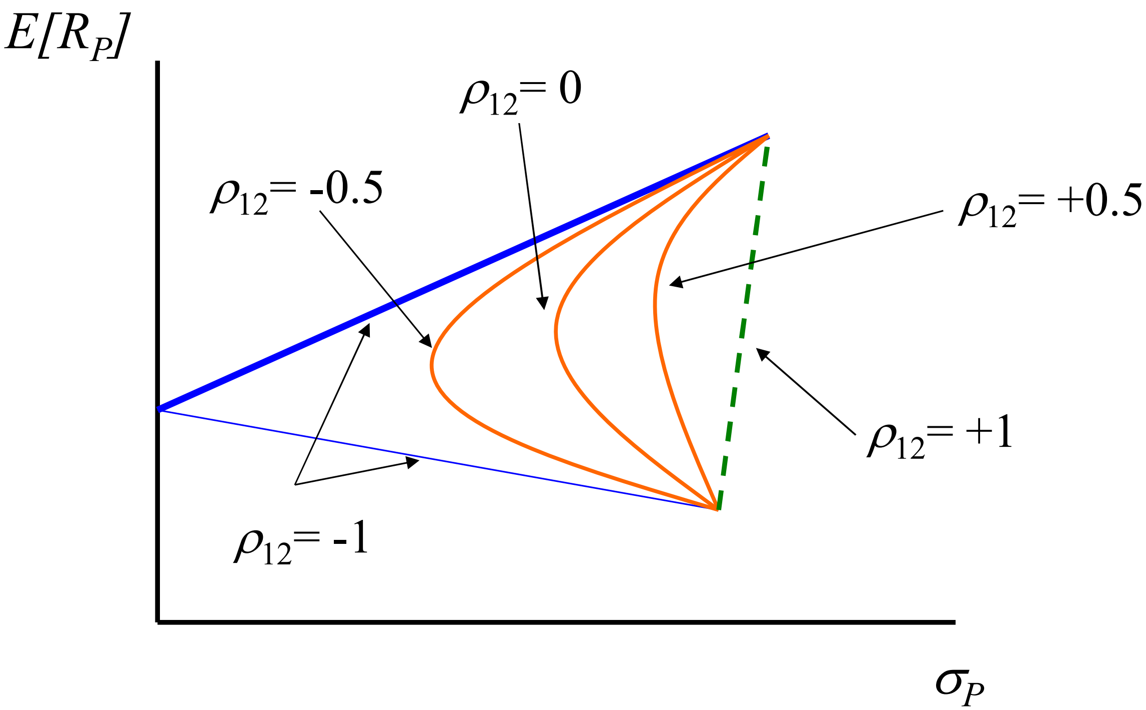
MEDIA-VARIANZA: CASO 3

Correlación (+/-) no perfecta.

- El portafolio de mínima varianza:

$$w_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}}$$

MEDIA-VARIANZA: CASO 3



CASO INTEGRADOR

Calcule el rendimiento y riesgo de un portafolio con N-activos;

Genere los histogramas de los rendimientos de cada activo;

Obtenga los estadísticos descriptivos de cada activo;

Grafique el espacio M-V.

DESVENTAJA DEL ENFOQUE M-V

Asume que la distribución de los rendimientos de los precios de activos es Normal (condiciones normales de los mercados financieros);

El coeficiente de correlación es lineal y estático;

El coeficiente de correlación ya no es una medida adecuada en el contexto no-normal.

ALTERNATIVAS AL ENFOQUE M-V

Método de Cópulas: permite el análisis del co-movimiento y la estructura de dependencia entre las variables aleatorias;

La función cópula, es aquella función que acopla la distribución conjunta con las distribuciones marginales de las variables aleatorias.