Curso: Estadística Multivariada

Tarea 3

Fecha de entrega: martes 5 de marzo de 2019 (Antes de la clase)

Instrucciones

- Subirla a la plataforma en un zip que contenga el código y el archivo pdf con los resultados

1. La matriz de datos para una muestra aleatoria de tamaño $n = 3$ de una población normal bivariada está dada por:

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 10 & 6 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

   (a) Verifica que T^2 permanece sin cambios si cada observación $\boldsymbol{x_j}$, $j = 1, 2, 3$ es reemplazada por $\boldsymbol{Cx_j}$, donde

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   Note que las observaciones

$$\boldsymbol{Cx_j} = \begin{pmatrix} x_{j1} - x_{j2} \\ x_{j1} + x_{j2} \end{pmatrix}$$

   Producen la matriz

$$\begin{pmatrix} (6-9) & (10-6) & (8-3) \\ (6+9) & (10+6) & (8+3) \end{pmatrix}'$$

2. Dadas la siguiente muestra de observaciones bivariadas:

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 8 & 9 \\ 6 & 9 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$$

   (a) Evalua T^2, para probar $H_0 : \boldsymbol{\mu}' = [7,\ 11]$, usando los datos.
   (b) Especifica la distribución de T^2 (verificando la normalidad de los datos)
   (c) Usando (a) y (b) prueba H_0 en $\alpha = .05$ Que conclusión se tiene?
   (d) Evalue T^2 utilizando la relación que tiene con la lambda de Wilks
   (e) Evalue Λ y la lambda de Wilks.

3. El departamento de control de calidad de un fabricante de hornos de microondas es requerido por el gobierno federal para monitorear la cantidad de radiación emitida por los hornos que fabrican. Se realizaron mediciones de la radiación emitida por 42 hornos seleccionados al azar con las puertas cerradas y abiertas. Los datos están en el archivo **datosradiacion**

   (a) Construye un elipse de confianza del 95% para $\boldsymbol{\mu}$, considerando la transformación de las variables:

   $$x_1 = \sqrt[4]{\text{mediciones de la radiación con puerta cerrada}}$$

   $$x_2 = \sqrt[4]{\text{mediciones de la radiación con puerta abierta}}$$

   (b) Prueba si $\boldsymbol{\mu}^{'} = (.562, .589)$ está en la region de confianza

   (c) Calcula los valores y vectores propios de $\boldsymbol{S}$ y obten la gráfica del elipsoide de confianza

   (d) Realiza una prueba para la hipótesis $H_0 : \boldsymbol{\mu}^{'} = (.55, .60)$ en un nivel de significancia de $\alpha = .05$. Es consistente el resultado con la gráfica de la elipse de confianza del 95% para $\boldsymbol{\mu}$ obtenida en el inciso anterior? Explica.

4. Sabemos que T^2 es igual al t-valor cuadrado univariado más grande construido a partir de la combinación lineal $\boldsymbol{a}^{'}\boldsymbol{x_j}$, con $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{S}^{-1}(\overline{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{\mu_0})$ (ver notas de la semana 5).

   (a) Usando los resultados del ejercicio anterior y la misma hipotesis nula H_0 del inciso (d), evalua $\boldsymbol{a}$ para los datos transformados de radiaciones de los hornos.

   (b) Verifica que el valor t^2 calculado con esta $\boldsymbol{a}$ es igual a la T^2 del ejercicio anterior.

5. Los datos en el archivo **datososos** representan las longitudes en centímetros de siete osos hembras a los 2, 3, 4 y 5 años de edad.

   (a) Obtener los intervalos de confianza simultaneos T^2 del 95% para las cuatro medias poblacionales de la longitud por año.

   (b) Respecto al inciso (a), obtener los intervalos de confianza simultaneos T^2 del 95% para los tres aumentos anuales sucesivos en la longitud media

   (c) Obtener la elipse de confianza T^2 del 95% para el aumento medio de la longitud de 2 a 3 años y el aumento medio de la longitud de 4 a 5 años.

   (d) Construir los intervalos de confianza de 95% de Bonferroni para el conjunto formado por las cuatro longitudes medias y los tres aumentos anuales sucesivos en la longitud media, compara los resultados con los obtenidos en (a) y (b).