

Maestría en Computo Estadístico
Inferencia Estadística
Tarea 2

27 de agosto de 2020

Enrique Santibáñez Cortés

Repositorio de Git: [Tarea 2, IE](#).

1. Cuando una máquina no se ajusta adecuadamente tiene una probabilidad 0.15 de producir un artículo defectuoso. Diariamente, la máquina trabaja hasta que se producen 3 artículos defectuosos. Se detiene la máquina y se revisa para ajustarla. ¿Cuál es la probabilidad de que una máquina mal ajustada produzca 5 o más artículos antes de que sea detenida? ¿Cuál es el número promedio de artículos que la máquina producirá antes de ser detenida?

RESPUESTA

Sea X el número de artículos producidos antes de que se produzcan 3 artículos defectuosos, entonces podemos decir que $X \sim BN(3, 0.15)$. Por lo tanto, **la probabilidad de que una máquina mal ajustada produzca 5 o más artículos antes de que sea detenida es**

$$\mathbb{P}(X \geq 5) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 4).$$

Por como se distribuye Y podemos decir que **el número promedio de artículos que la máquina producirá antes de ser detenida es**

$$\mathbb{E}(X) = \frac{r}{p} = \frac{3}{0.15}. \blacksquare$$

2. Los empleados de una compañía de aislantes son sometidos a pruebas para detectar residuos de asbesto en sus pulmones. Se le ha pedido a la compañía que envíe a tres empleados, cuyas pruebas resulten positivas, a un centro médico para realizarles más análisis. Si se sospecha que el 40 % de los empleados tienen residuos de asbesto en sus pulmones, encuentre la probabilidad de que deban ser analizados 10 trabajadores para poder encontrar a 3 con resultado positivo.

RESPUESTA

5. Considera X una v.a. con función de distribución F y función de densidad f , y sea A un intervalo de la línea real \mathbb{R} . Definamos la función indicadora $1_A(x)$:

$$1_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Sea $Y = 1_A(x)$. Encuentre una expresión para la distribución acumulada y el valor esperado de Y .

6. Las calificaciones de un estudiante de primer semestre en un examen de química se describen por la densidad de probabilidad

$$f_y(y) = 6y(1 - y) \quad 0 \leq y \leq 1,$$

donde y representa la proporción de preguntas que el estudiante contesta correctamente. Cualquier calificación menor a 0.4 es reprobatoria. Responda lo siguiente:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante repruebe?
- b) Si 6 estudiantes toman el examen, ¿cuál es la probabilidad de exactamente 2 reprueben?

8. En una oficina de correo los paquetes llegan según un proceso de Poisson de intensidad λ . Hay un costo de almacenamiento de c pesos por paquete y por unidad de tiempo. Los paquetes se acumulan en el local y se despachan en grupos cada T unidades de tiempo (es decir, se despachan en $T, 2T, 3T, \dots$). Hay un costo por despacho fijo de K pesos (es decir, el costo es independiente del número de paquetes que se despachen). (a) ¿Cuál es el costo promedio por paquete por almacenamiento en el primer ciclo $[0, T]$? (b) ¿Cuál es el costo promedio por paquete por almacenamiento y despacho en el primer ciclo? (c) ¿Cuál es el valor de T que minimiza este costo promedio?
9. Considere la siguiente función

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 0.1 & \text{para } x = 0 \\ 0.1 + 0.8x & \text{para } 0 < x < 1 \\ 1 & \text{para } 3/4 \geq x \end{cases}$$

¿Es una función de distribución? Si es una función de distribución, ¿corresponde a una variable aleatoria discreta o continua?

Honour problems (no es obligatorio entregarlos, pero dan crédito extra)

1. Cambiando las hipótesis 2 y 3 que se usaron para contruir los procesos de Poisson homogéneos a la forma indicada en la diapositiva 135, deduzca la distribución del número de eventos que ocurren durante el intervalo $[t_1, t_2]$.
2. Sea $N(t)$, $t \leq 0$ un proceso de Poisson con parámetro $\lambda > 0$. Para $0 < \mu < t$ y $0 \leq k \leq n$, calcule la probabilidad $P(N(u) = k | N(y) = n)$. Interpreta los resultados.