4. Para el siguiente ejercicio es necesario el programa R.

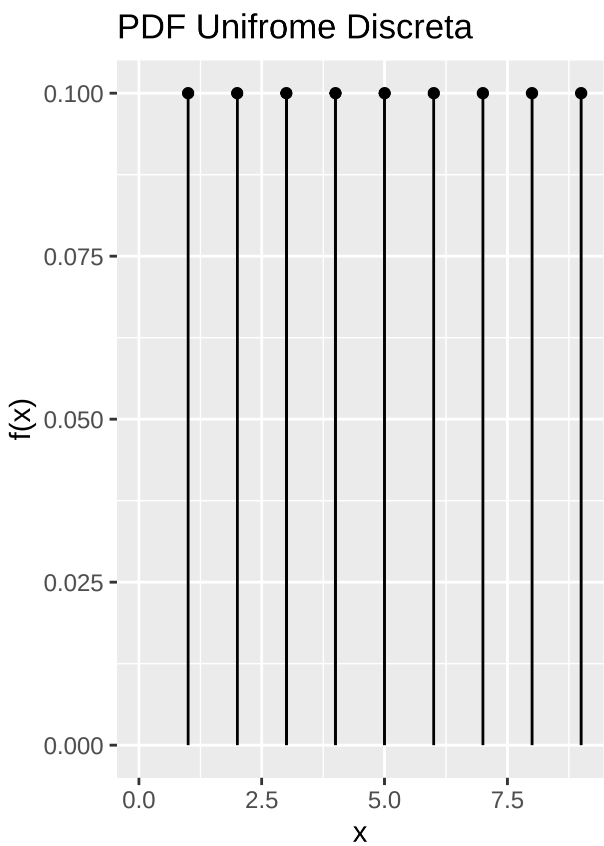
a. Escriba un programa en R que reproduzca las gráficas de las funciones de distribución acumulada y de masa de la distribución uniforme que aparecen en las notas del curso. Las gráficas deben verse similares a las figuras de la Figura 1.

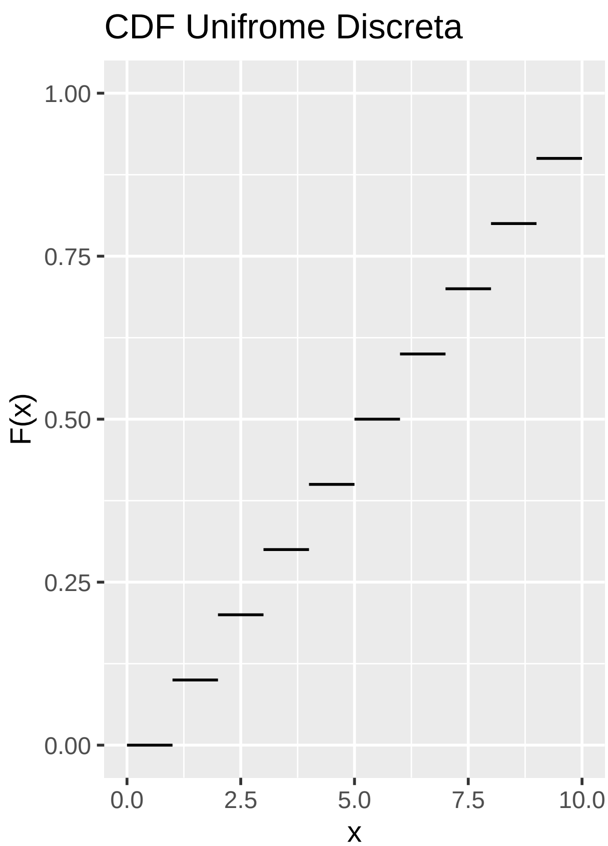
RESPUESTA

Cargamos los paquetes:

```
library(tidyverse)
library(gridExtra)
```

```
grafica_pdf_and_cdf_uniforme <- function(n){
    data_uniforme <- data_frame(x=seq(1:n)) %>%
      mutate("f_x"=1/n,
             "F_x"= cumsum(f_x))
    data_uniforme[n,]<-c(0,NaN,0)
    cdf <- ggplot(data=data_uniforme)+
      geom_segment(aes(x=x, xend=x+1, y=F_x, yend=F_x))+
      labs(y="F(x)",title="CDF Unifrome Discreta" )+
      ylim(0,1)
    pdf <- ggplot(data=data_uniforme)+
      geom_point(aes(x,f_x))+
      geom_segment(aes(x=x, xend=x, y=0, yend=f_x))+
      labs(x="x", y="f(x)",title = "PDF Unifrome Discreta")
    grid.arrange(pdf, cdf, ncol=2)
  }

grafica_pdf_and_cdf_uniforme(10)
```





b. Lea en la documentación de R, o en cualquier otra fuente de información confiable, la explicación de la función sample(x, size, replace=FALSE, prob=NULL). (No es necesario entregar algo para este ejercicio).

c. Usando la función sample simule una muestra de tamaño 10 000 de la distribución U (1, . . . , 10). Fijando la semilla en 13 (set.seed(13)), muestre los resultados de la simulación en una tabla de frecuencia y calcule la media y la varianza. Sugerencia: Use la función table.

RESPUESTA

```
set.seed(13) # fijamos la semilla.
muestra <- sample(10,10000, replace = TRUE)
table(muestra)
```

```
## muestra
##    1    2    3    4    5    6    7    8    9   10
## 1015 1001  962 1013 1020  982  991  926 1069 1021
```

```
mean(muestra)
```

```
## [1] 5.5123
```

```
var(muestra)
```

```
## [1] 8.340283
```

d. Grafique las frecuencias de la simulación anterior.

```
plot(table(muestra))
```

5. Para el siguiente ejercicio también necesitamos R.

a. Usando la función sample, simule 10 lanzamientos de una moneda equilibrada y cuente el número de águilas que obtiene. Repita este proceso 10^6 veces y muestre sus primeros 3 resultados. Grafique las frecuencias del número de águilas obtenidas en los 10^6 experimentos. También grafique las proporciones del número de águilas obtenidas.

RESPUESTA

Sea 1: obtener una aguila, 0: obtener sol.

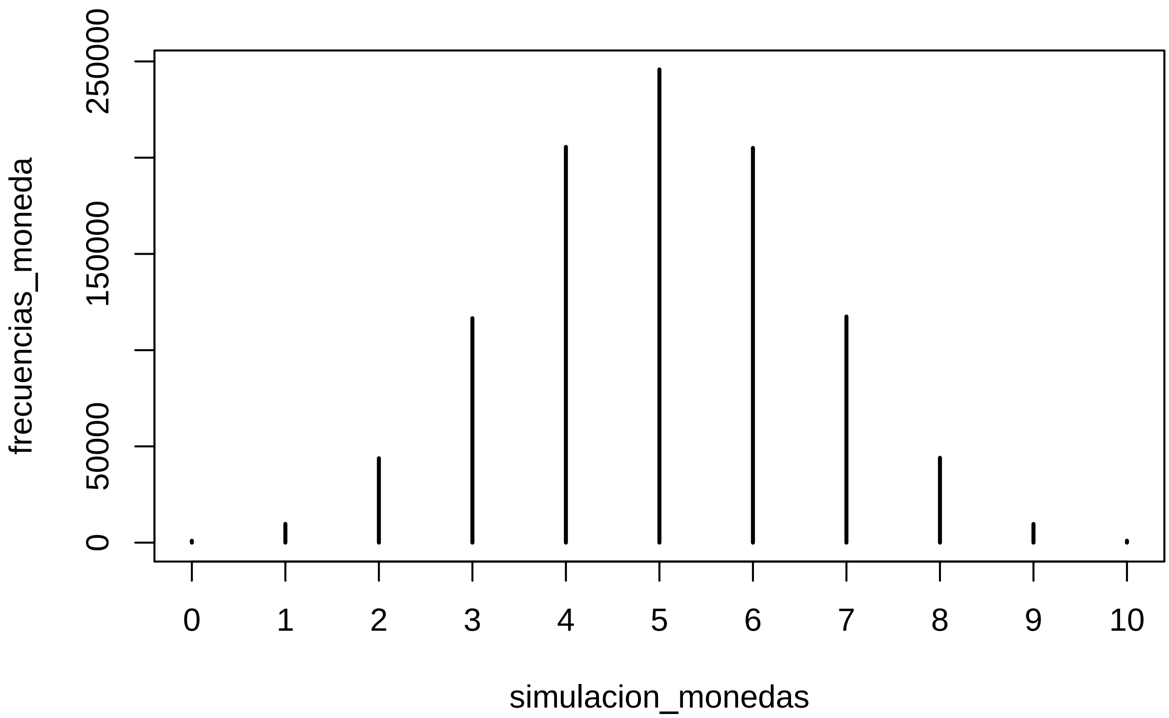
```r
lanzamientos <- c(0,1)

sum(sample(lanzamientos, 10, replace = TRUE))
```

```
## [1] 6
```

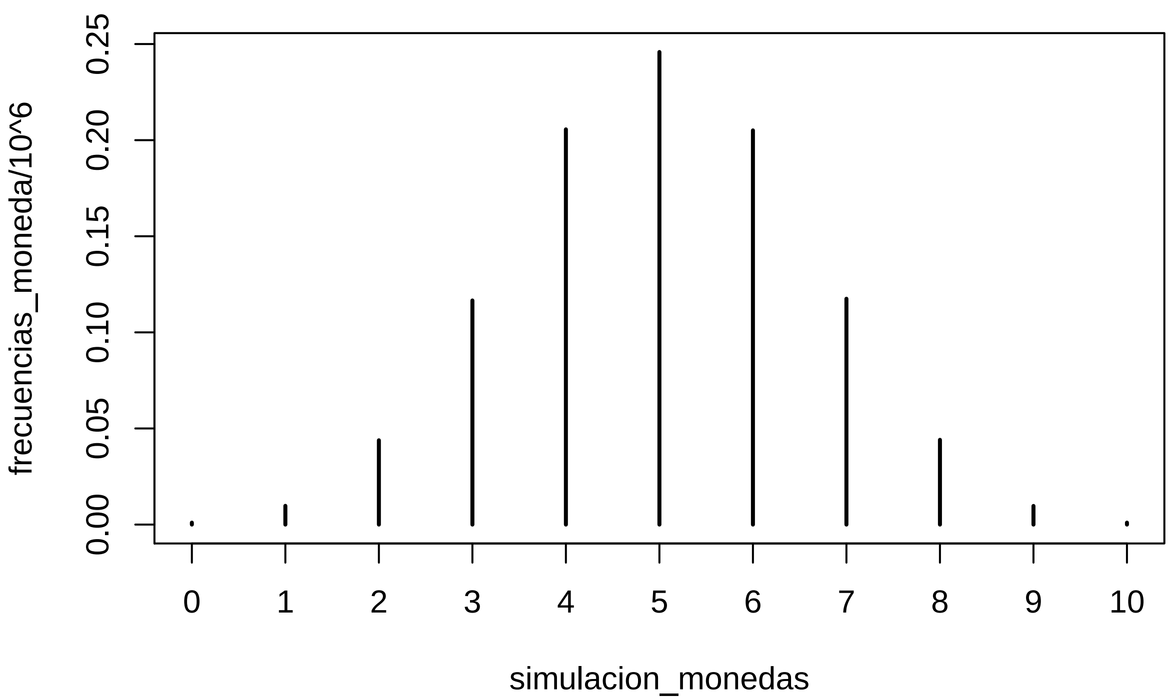
```r
simulacion_monedas <- c()
for(i in 1:10**6) {
 simulacion_monedas[i] <-sum(sample(lanzamientos, 10, replace = TRUE))
}
simulacion_monedas[1:3]
```

```
## [1] 3 6 4
```

```r
frecuencias_moneda <- table(simulacion_monedas)
plot(frecuencias_moneda)
```



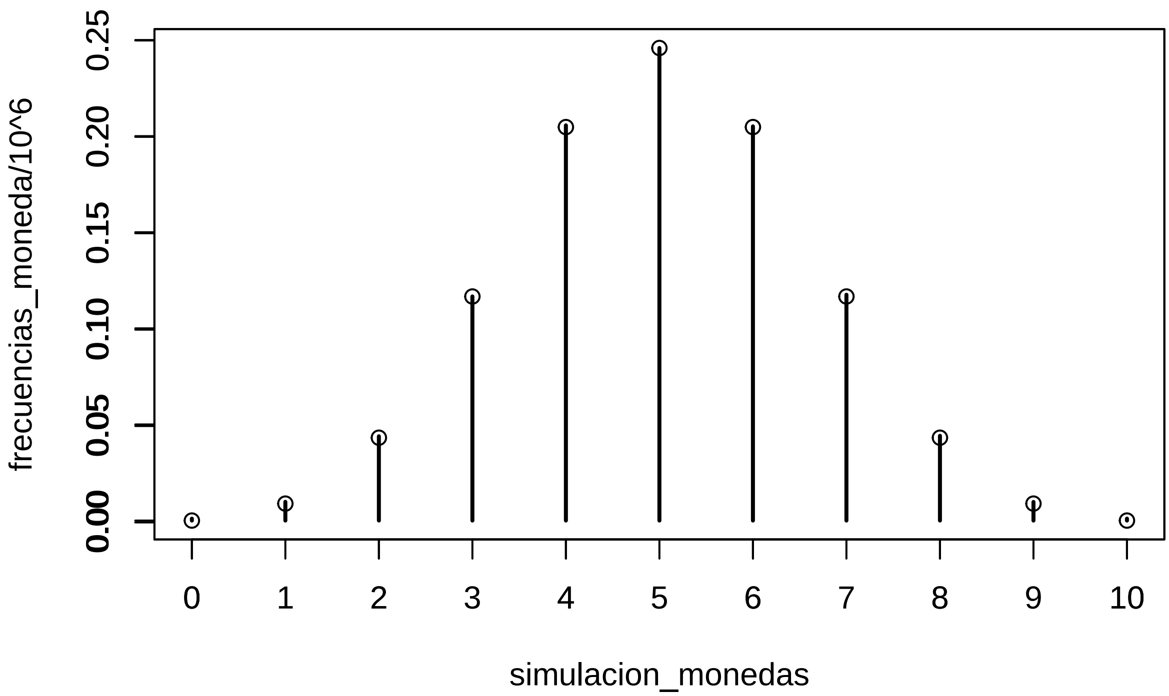

```
plot(frecuencias_moneda/10**6)
```



b. Usando la función dbinom grafique la función de masa de una distribución B(10, 0.5) sobre la gráfica de las proporciones que hizo en el inciso anterior.

RESPUESTA

```
plot(frecuencias_moneda/10**6)
par(new=TRUE)
plot(x=seq(0,10,1),dbinom(x=seq(0,10,1), size = 10,prob = 0.5),xlab = "", ylab = "",)
```



c. Repita los dos incisos anteriores para una moneda desequilibrada que tiene probabilidad $p = 0.3$ de obtener un águila cuando se lanza. ¿Qué observa?

RESPUESTA

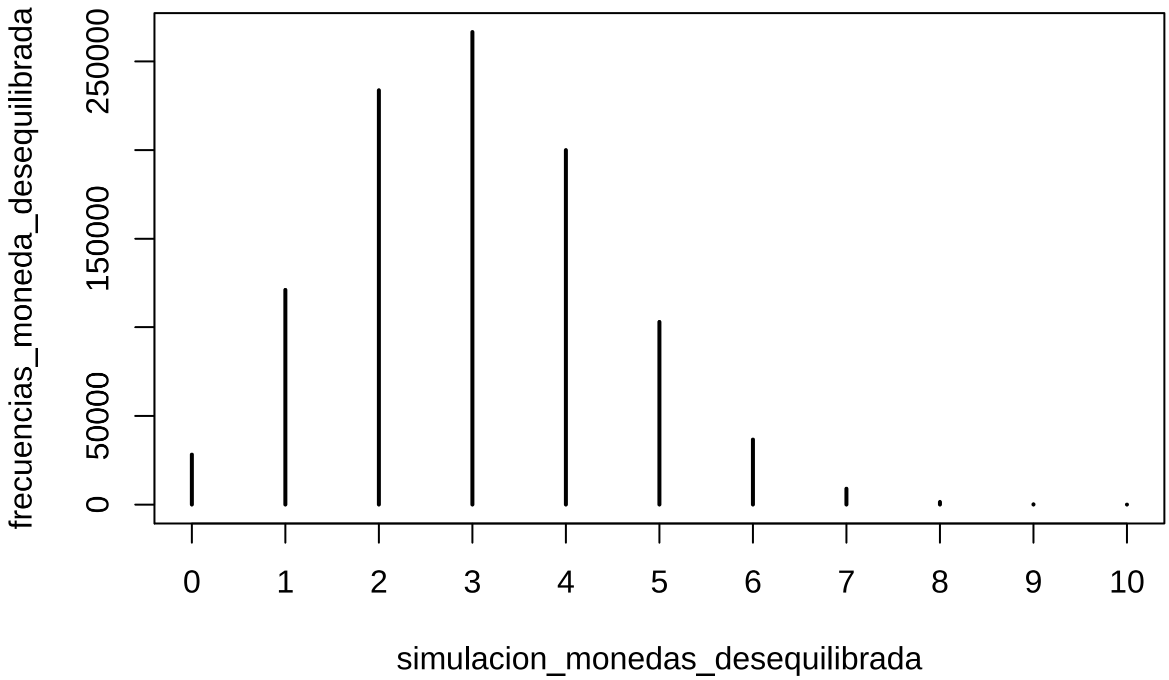
```
lanzamientos_moneda_desequilibrada <- c(rep(0,7),rep(1,3))

sum(sample(lanzamientos_moneda_desequilibrada, 10, replace = TRUE))
```

```
## [1] 2
```

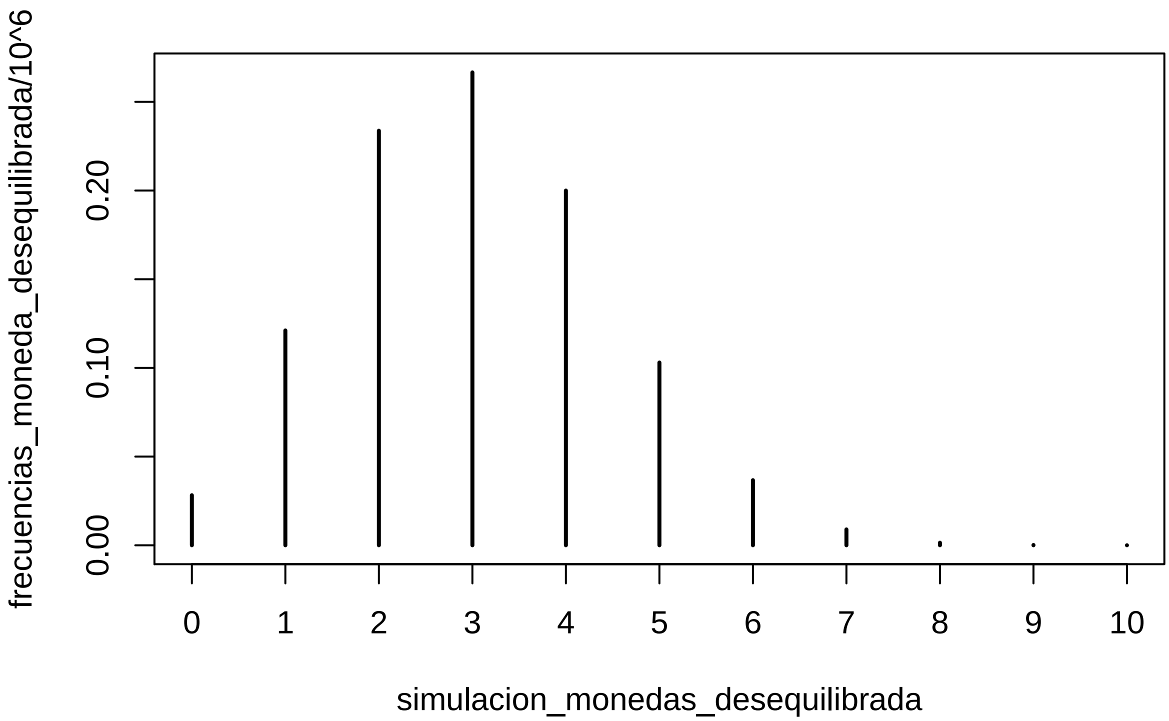
```
simulacion_monedas_desequilibrada <- c()
for(i in 1:10**6) {
simulacion_monedas_desequilibrada[i] <-sum(sample(lanzamientos_moneda_desequilibrada, 10, replace
4}
simulacion_monedas[1:3]
```

```
## [1] 3 6 4
```

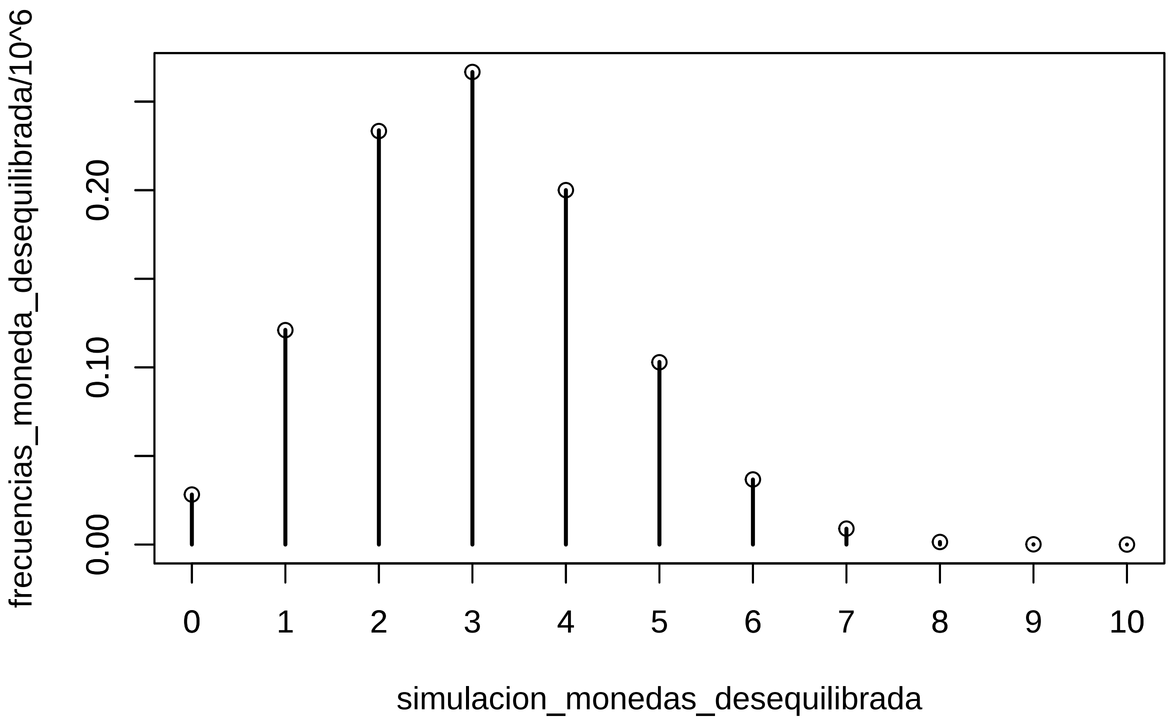
```
frecuencias_moneda_desequilibrada <- table(simulacion_monedas_desequilibrada)
plot(frecuencias_moneda_desequilibrada)
```




```
plot(frecuencias_moneda_desequilibrada/10**6)
```




```
plot(frecuencias_moneda_desequilibrada/10**6)
par(new=TRUE)
plot(x=seq(0,10,1), y=dbinom(x=seq(0,10,1), size = 10,prob = 0.3),xlab = "", ylab = "",xlim = c(0
```



6. Una urna contiene 46 bolas grises y 49 bolas blancas. Usando la función sample en R, simule la extracción sin reemplazamiento de 20 de estas bolas y cuente el número de bolas grises que obtuvo. Repita este proceso 10^6 veces y grafique las frecuencias de bolas grises obtenidas en cada experimento. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer 20 bolas de la urna 5 de ellas sean grises? También grafique la proporción de bolas grises obtenidas en los experiementos anteriores y sobre esta figura añada la correspondiente función de masa de la distristibución Hipergeometrica asociada al experimento total.

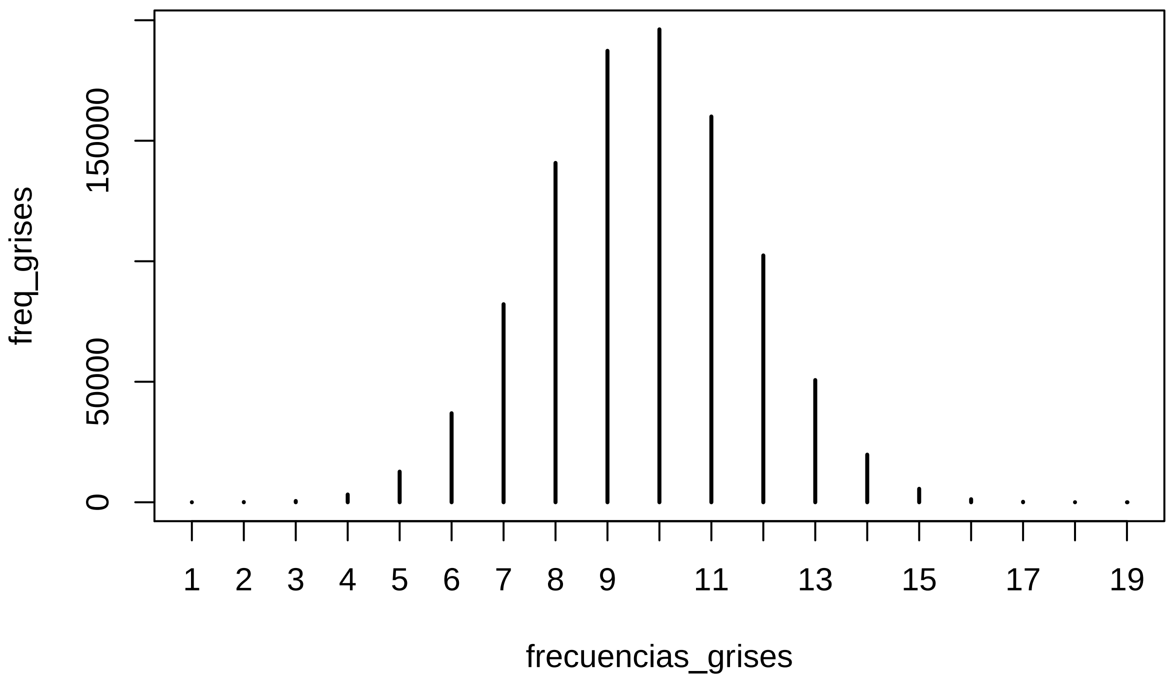
RESPUESTA

Sea 1: una bola gris, y 0: una bola blanca.

```
urna <- c(rep(1,46), rep(0,49))
sum(sample(urna, 20, replace=FALSE))
```

```
## [1] 9
```

```
frecuencias_grises <- c()
for(i in 1:10**6) {
 frecuencias_grises[i] <-sum(sample(urna, 20, replace=FALSE))
}
freq_grises <- table(frecuencias_grises)
plot(freq_grises)
```

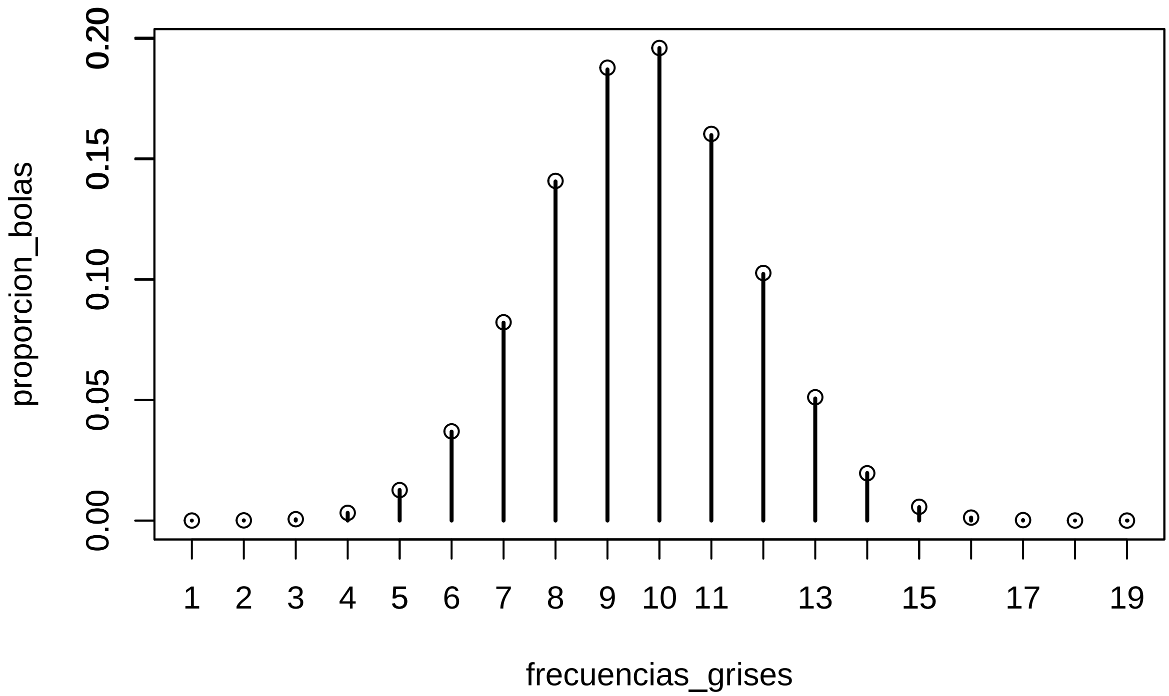


Si X es el número es de bolas grises que se obtienen en la extracción sin reemplazamiento de 20 bolas de la urna definida en el problema, entonces podemos decir que $X \sim Hyper(n = 20, M = 46, N = 95)$. Por lo tanto, la porbabilidad de que se extraigan 5 bolas grises es:

$$f(x = 5) = \frac{\binom{46}{5}\binom{49}{15}}{\binom{95}{20}} = 0.01261935.$$

Graficamos la proporción de bolas grises:

```
proporcion_bolas <- freq_grises/10**6

plot(proporcion_bolas)
par(new=TRUE)
plot(x=seq(1,19,1), y=dhyper(x=seq(1,19,1), m = 46, n=49, k=20), xlab = "", ylab="")
```


0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
proporcion_bolas
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
13
15
17
19
frecuencias_grises